

## 확률유한요소법을 이용한 확률적 변위분석

나상민<sup>1)\*</sup>, 문현구<sup>2)</sup>

### Probabilistic Displacement Analysis Using Stochastic Finite Element Method

Sang-Min Na and Hyun-Koo Moon

**Abstract** Generally it is likely that rock mass properties are expressed not by a mean value but by values with variation due to its characteristic uncertainty. This characteristic is one of the most important parts for the design of underground structures, but yet to be fully examined. Stochastic finite element method (SFEM) is contrary to deterministic finite element method in its concept as the former has been developed in order to take the randomness of structural systems into account. Using SFEM, the response variability of structural system can be obtained and it leads probabilistic stability of structure to be analyzed. In this study, displacement response variability of circular opening with hydrostatic stress field are analyzed in terms of rock mass properties having a certain mean and a standard deviation using the SFEM. The analyzed response variability shows that the necessity of probabilistic stability analysis of underground structures using reliable mean value and standard deviation of deformation modulus.

**KeyWords:** Uncertainty, SFEM, Rock mass property, Response variability

**초록** 일반적으로 암반의 물성은 암반이 가지고 있는 불확실성이란 특성 때문에 하나의 대표치로 표현되는 것보다는 어느 정도의 분산성을 포함하는 값으로 표현되는 것이 타당하다. 이러한 특성은 지하구조물 설계에 중요한 부분이지만 아직까지 잘 정립되지 못한 부분이다. 확률유한요소법은 결정론적 유한요소법에 대비되는 밀로써 구조계의 불확실성을 해석에 반영하기 위해 개발된 방법이다. 따라서, 이 방법을 이용하면 구조계의 응답변화도를 얻을 수 있고 이를 통하여 확률적 안정성 분석이 이루어 질 수 있다. 본 연구에서는 암반물성(변형계수)을 평균과 표준편차로 정의되는 확률변수로 표현하여 정수암상태의 암반에 원형공동이 굴착될 경우 변위의 응답변화도를 분석하였다. 분석된 변위의 응답변화도는 변형계수의 표준편차에 따라 상당한 편차를 보이고 있어 신뢰성 있는 변형계수의 평균과 표준편차를 이용한 지하구조물의 확률적 안정성 분석이 이루어져야 할 필요성을 보여주고 있다.

**핵심어:** 불확실성, 확률유한요소법, 암반물성, 응답변화도

## 1. 서 론

공학적인 문제들에 대한 역학적인 해석은 대부분 수치해석기법에 의해 해결되고 있다. 그 중 유한요소 해석은 개념적으로 이해하기 용이할 뿐만 아니라 그 적용성이 뛰어나서 여러 가지 복잡한 문제들에 대한 훌륭한 해답들을 제시하고 있다. 그러나 결정론적 유한요소해석(deterministic finite element analysis)은 기본적으로 해석대상에 대한 일종의 이상화 과정을 필요로 한다. 즉, 재료상수들인 탄성계수나 포아송비 등을 특정한

값으로 가정한다든지 구조요소들의 기하학적인 특성들이 쓰여지고 있는 좌표계 내에서 일정한 값을 가진다는 가정, 그리고 주어지는 하중이 시간에 따른 변화가 없는 정량적인 값을 가진다는 이상화된 가정을 한다. 해석하고자 하는 구조계에서 이러한 가정이 없이 구조물을 해석한다는 것은 거의 불가능하다고 볼 수 있다. 암반공학 분야에서도 이러한 결정론적 해석방법을 이용한 안정성 해석이 많이 이루어지고 있지만, 그 문제점으로 지적되어온 것이 암반물성이 가지는 공간분산성을 고려하지 못한다는 점이다. 즉 암반은 공간분산성이라는 성질을 가지고 있어서 현장시험과 실내시험 등에 의해 결정된 암반물성의 대표치만으로는 암반의 물성을 정확하게 표현하지는 못한다는 것이다. 이러한 암반물성의 공간분산성을 무시하고 대표치만

<sup>1)</sup> 한양대학교 지구환경시스템공학과 박사과정

<sup>2)</sup> 한양대학교 지구환경시스템공학과 교수

\*교신저자(Corresponding Author): smna@hrg.hanyang.ac.kr

접수일: 2003년 9월 19일

심사 완료일: 2003년 10월 14일

으로 지하구조물을 설계 할 경우 구조물안정성에 대한 위험한 오판을 야기할 수도 있을 것이다.

확률론적 유한요소해석(stochastic finite element analysis, SFEA)은 결정론적 유한요소해석에 대비되는 용어로 구조계가 가지는 임의성(randomness)을 고려하여 해석을 수행하는 방법이다. 이 방법은 구조계 내외의 임의성이 어떤 확률론적 특성을 가진다는 가정에서 출발한다. 구조계가 가지는 임의성으로 인해 구조계의 응답이 영향을 받게 되므로 이를 영향을 통계학적인 특성치(평균, 표준편차 등)들로 나타내어 구조계의 응답변화도(response variability)에 대한 확률통계학적인 결과들을 얻는다. 변형계수는 지하구조물 안정성 해석의 결과에 중요한 영향을 미치는 요소 중 하나이며 공간분산성을 가지는 입력변수이다(나경웅, 1999, Kim and Gao, 1995). 본 연구에서는 변형계수의 통계적 특성이 정수압 상태의 암반에 굴착되는 원형공동 주위의 변위에 미치는 영향을 확률유한요소 해석을 통하여 분석하고자 하였다.

## 2. 확률유한요소법

확률유한요소법은 유한요소 해석에 구조계가 가지는 임의성을 고려하는 방법이다. 확률유한요소법에서 구조계가 가지는 임의성을 고려하기 위해 사용되는 해석기법으로는 몬테카를로 모의분석법(Monte Carlo simulation), 섭동법(perturbation method), 신뢰성이론에 의한 방법(reliability based method), 가중적분법(weighted integral method) 등이 있다(Matthies et al., 1997). 유한요소 해석은 굴착면 주위의 요소수를 많이 두고 주 관심지역에서 멀어질수록 요소의 크기를 증가시키는데, 가중적분법을 사용한 확률유한요소 해석에서는 요소크기가 응답변화도에 미치는 영향이 미미한 장점이 있어 결정론적 유한요소 해석에 사용된 요소망을 수정 없이 이용 가능하다. 또한 확률변수의 분산성이 크더라도 분석이 가능하여 본 연구에서는 가중적분법(Deodatis, 1991)을 이용한 확률유한요소 해석을 수행하였다.

### 2.1 가중적분법

가중적분은 재료의 임의적인 특성을 표현하는 임의장(random field) 함수  $f(x)$ 와 알려진 어떤 함수  $g(x)$ 를 곱한 함수에 대한 주어진 영역에의 적분이다(Deodatis, 1991, Deodatis and Shinozuka, 1991). 이는 아래의 식과 같이 표현된다.

$$X = \int_{\Omega} f(x)g(x)d\Omega \quad (1)$$

위의 가중적분은 영역  $\Omega$ 에 대한 하나의 확률변수  $X$ 가 된다.

위의 식이 확률론적 해석에서 용이하게 사용될 수 있는 것은 위의 식에 기대치 연산자를 작용시켰을 경우와 공분산(covariance) 연산자를 작용시켰을 경우의 결과가 쉽게 구해질 수 있기 때문이다. 이를 식으로 전개해 보면 다음과 같다.

$$E[X] = X_0 = \int E[f(x)]g(x)d\Omega = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}[X_1, X_2] &= E[(X_1 - X_0)(X_2 - X_0)] \\ &= \int_{\Omega_1} \int_{\Omega_2} E[f(x_1)f(x_2)]g(x_1)g(x_2)d\Omega_2 d\Omega_1 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $E[\cdot]$ 는 평균값,  $\text{Cov}[\cdot, \cdot]$ 는 공분산 행렬을 나타내며  $X_1, X_2$ 는 확률변수이고, 하부첨자 '0'은 평균값을 나타낸다. 위 식의 피적분 함수내의  $E[f(x_1)f(x_2)]$ 는 2.3절에 설명되는 자기상관(auto-correlation) 함수의 정의에 의해서 간단하게 구할 수 있다.

### 2.2 변형계수의 임의장

확률적 특성을 가지는 암반의 변형계수를 다음의 식과 같이 평균값과 임의성을 나타내는 임의장 함수로 표현할 수 있다.

$$E(x) = E_0[1 + f(x)] \quad (4)$$

여기서  $E_0$ 는 변형계수의 기대치이고  $f(x)$ 는 통계적 특성을 가지는 임의장 함수이다.  $f(x)$ 는 재료탄성계수가 음의 값을 가지는 것을 배제하기 위해서 다음 식과 같은 범위를 가진다고 가정한다.

$$-1 + \delta_f \leq f(x) \leq 1 - \delta_f \quad (5)$$

이때  $\delta_f$ 는  $0 < \delta_f < 1$ 의 조건을 만족해야 한다.

### 2.3 자기상관함수

자기상관함수는 확률변수의 상대공간좌표에 따른 상호관계를 나타내는 척도로 다음의 식과 같이 정의된다.

$$R_{aa}(\xi) = E[a(x)a(x + \xi)] \quad (6)$$

여기서  $R_{aa}(\xi)$ 는 1차원 자기상관함수이고,  $a$ ,  $x$ ,  $\xi$ 는 각각 확률변수, 위치벡터 그리고 상대거리 벡터이다. 위 식에서 보듯이 자기상관함수는 단지 상대거리 벡터인  $\xi$ 만의 함수임을 알 수 있다. 본 연구에서 사용된 자기상관함수는 Deodatis 등(1991)이 사용한 함수와 같고 아래의 식으로 정의되며 이는  $x$ 와  $y$ 방향에 대한 2차원의 함수이다.

$$R_{ff}(\xi, \eta) = \sigma_{ff}^2 \cdot \exp\left\{-\frac{|\xi| + |\eta|}{d}\right\} \quad (7)$$

여기서  $R_{ff}(\xi, \eta)$ 는 2차원 자기상관함수이고,  $\sigma_{ff}$ 는 임의장 함수  $f(x)$ 의 변동계수(coefficient of variation, COV)이고,  $\xi$ ,  $\eta$ 는 각각  $x$ ,  $y$  방향의 상대거리를 나타내는 벡터성분이다. 또한  $d$ 는 상관길이(correlation distance)로 두점 사이의 거리에 따른 상관관계의 감소 정도를 나타낸다.

모든 요소들이 같은 임의장에 의해 특성 지어진다면 2.1절에서 공분산 유도시 발생한  $E[f(x_1)f(x_2)]$ 은 다음과 같은 식으로 쓰여질 수 있다.

$$E[f(x_1)f(x_2)] = R_{ff}(x_2 - x_1) \quad (8)$$

#### 2.4 임의장이 포함된 강성행렬의 구성

결정론적 유한요소해석에서의 요소강성행렬은 다음의 식으로 표현된다.

$$K^e = \int_{\Omega_e} B_e^T D_o B_e d\Omega_e \quad (9)$$

여기서  $K$ 는 강성행렬,  $B$ 는 구배행렬(gradient matrix),  $D_o$ 는 구성행렬(constitutive matrix), 첨자 T는 전치행렬(transposed matrix)을 의미하고,  $e$ 는 요소를 나타낸다.

확률론적 유한요소해석시 위의 식에서 행렬  $D_o$ 는  $D_s (= D_o + f(x) D_o)$ 로 대체되어야 한다. 여기에서 말하는 행렬  $D_s$ 는  $D_o$ 행렬에서 재료상수에 해당하는 부분을 식 (4)로 대치하여 얻을 수 있는 행렬이다. 이에 의해서 요소강성행렬은 아래의 두 개의 부분으로 분리되는데, 즉 결정론적 부분과 확률론적 부분으로 나눌 수 있다.

$$K^e = K_0 + \Delta K^e \quad (10)$$

여기서  $K_0$ 는 요소강성행렬을 구성하는 결정론적 부분이고,  $\Delta K^e$ 는 요소강성행렬을 구성하는 확률론적 부분이다. 위의 두 행렬  $K_0$ ,  $\Delta K^e$ 를 나타내면 각각 다음과 같다.

$$K_0 = \int_{\Omega_e} B_e^T D_o B_e d\Omega_e \quad (11)$$

$$\Delta K^e = \int_{\Omega_e} f(x) B_e^T D_o B_e d\Omega_e \quad (12)$$

#### 2.5 변위의 응답변화도

변위벡터  $U$ 에 대한 1차의 Taylor series 전개를 수행하고 평형방정식을 이용하여 정리하면 다음과 같다(최장근과 노혁천, 1994).

$$U \approx U_0 - \sum_{e=1}^{N_e} \sum_{wi=1}^{N_{wi}} X_{wi}^e K_0^{-1} \left( \frac{\partial K}{\partial X_{wi}^e} \right)_E U_0 \quad (13)$$

여기서  $U_0$ 는 변위의 평균치,  $X_{wi}$ 는 가중적분에 의한 확률변수,  $N_e$ 는 요소수,  $N_{wi}$ 는 가중적분의 수, 첨자  $e$ 는 요소번호,  $E$ 는 기댓값, ' $-1$ '은 역행렬을 나타낸다.

위 식을 이용하여 변위에 대한 평균치와 공분산을 얻을 수 있다. 변위의 평균치는 식 (14)와 같이 결정론적 해석과 같고, 공분산은 정의를 이용하여 식 (15)와 같이 된다.

$$E[U] = U_0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}[U, U] &= E[(U - U_0)(U - U_0)^T] \\ &= \sum_{e_1}^{N_e} \sum_{e_2}^{N_e} K_0^{-1} E[\Delta K^{e_1} U_0 U_0^T \Delta K^{e_2}] K_0^{-T} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $e_1$ ,  $e_2$ 는 요소를 나타내고, 첨자 ' $-T$ '는 역행렬의 전치행렬을 나타낸다. 위의 공분산 식에서 기대치 연산자 내의 식은 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[\Delta K^{e_1} U_0 U_0^T \Delta K^{e_2}] &= \\ \int_{\Omega_1} \int_{\Omega_2} R_{ff}(\xi, \eta) B_{e_1}^T D_o^e B_{e_1} U_0 U_0^T B_{e_2}^T D_o^e B_{e_2} d\Omega_2 d\Omega_1 & \end{aligned} \quad (16)$$

이때 식 (16)에서 자기상관함수의 변수인  $\xi$ 와  $\eta$ 의 값이 단지 '0'의 값을 가지는 것이 아니라 요소내의 상대거리에 따라서 값을 가진다는 점을 주의해야 한다.

2차원 문제에서 절점변위의 평균과 분산을  $E[z]$ ,  $\text{Var}(z)$ 라고 하면,  $x$  방향,  $y$  방향 변위의 평균값  $E[x]$ ,  $E[y]$ 와 분산  $\text{Var}(x)$ ,  $\text{Var}(y)$ 를 이용하여 절점변위의 평균과 분산은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E[z] = \sqrt{E[x]^2 + E[y]^2} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(z) &= E[x]^2 + E[y]^2 + \text{Var}(x) + \text{Var}(y) - E[z]^2 \\ &= \text{Var}(x) + \text{Var}(y) \end{aligned} \quad (18)$$

## 2.6 해석프로그램

본 연구에서 사용한 프로그램의 기초는 U2 (Utah2)로 선형 또는 비선형 Drucker-Prager 파괴조건에 기초한 지하구조물의 탄소성 해석과 이방성 해석이 가능한 유한요소 프로그램이다. 2절에서 설명된 가중적분법을 이용한 확률유한요소해석 이론을 U2에 적용하기 위하여 확률적 분석을 위한 모듈들이 추가되었으며 이를 토대로 SU2 (stochastic Utah2) 프로그램을 개발하였고, 프로그램의 흐름도는 Fig. 1과 같다. 개발된 SU2를 이용한 예제 해석을 3절에서 다루고자 한다.

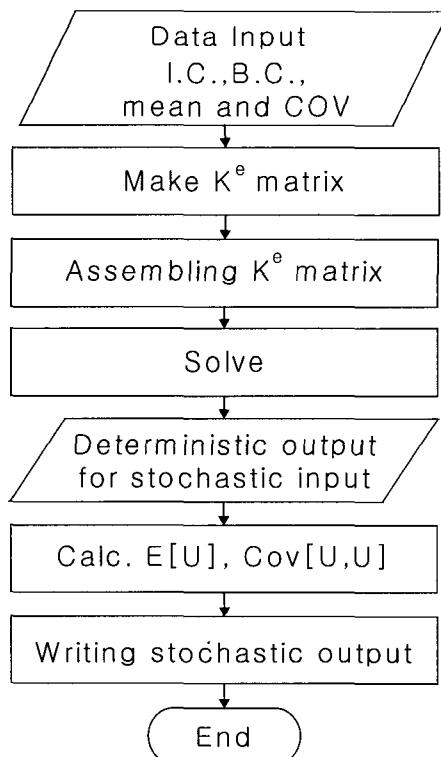


Fig. 1. Flow chart for program SU2.

## 3. 원형공동 굴착에 의한 응답변화도 분석

### 3.1 해석 개요

정수압 5 MPa을 받고 있는 암반에 반경 5 m의 원형공동을 굴착했을 경우에 대한 확률유한요소 해석을 수행하였다. 확률유한요소 해석에 사용된 확률변수(random variable)로는 변형계수를 사용하였다. Kim and Gao (1995)에 의하면 암반 변형계수의 변동계수는 약 50% 까지도 조사되는 것으로 보고되고 있다. 본 연구에서는 변형계수의 평균값은 20 GPa (RMR 60인 암반에 상응)로 하였으며 변동계수를 10%, 20%, 30%로 변화시키면서 해석하였다. 나경웅(1999)은 암반 변형계수의 상관길이가 3~8 m가 되는 것을 조사하였는데 본 해석에서는 그 값이 작을 경우에서부터 클 경우까지를 모두 고려하기 위하여 각각의 변동계수에 대하여 상관길이를 최소 0.1 m에서 분석영역의 10배인 300 m까지 변화시켜가며 해석하였다. 해석영역은 30 m × 30 m이고 해석에 사용된 요소망은 Fig. 2와 같다. 좌우경계는 수평방향 변위구속, 상하경계는 수직방향 변위구속 경계조건을 사용하였다.

### 3.2 변위 응답변화도 분석

결정론적 유한요소 해석프로그램을 이용하여 원형공동 굴착에 따른 공동 벽면 A지점(Fig. 2)에서 발생된 절점변위는 1.46 mm이다. A지점에서 확률변수의 변동계수 변화와 상관길이 변화에 따른 변위의 변동계수를 도시하면 Fig. 3과 같다.

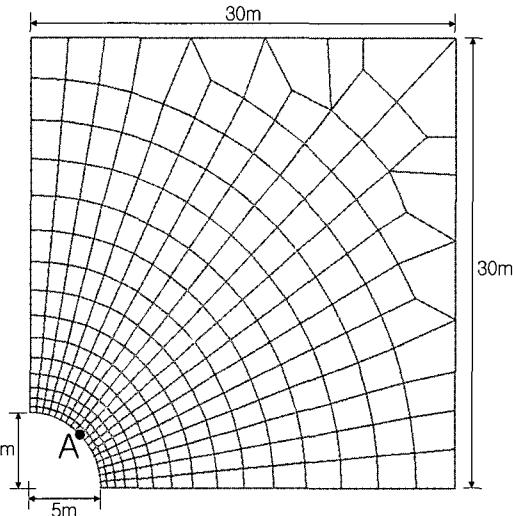


Fig. 2. Finite element mesh for SFEA.

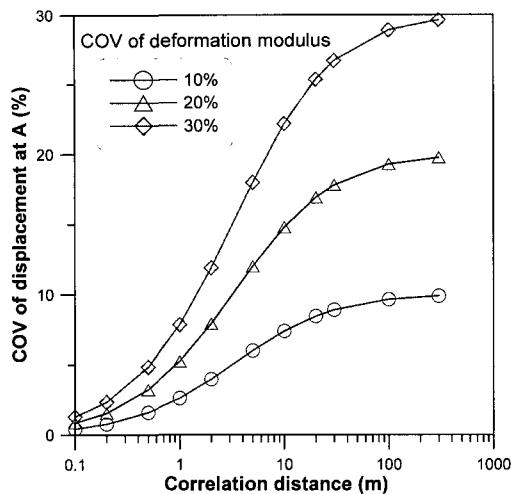


Fig. 3. The variation of the COV of displacement at A with increasing correlation distance for three different COVs of deformation modulus.

Fig. 3에 나타난 바와 같이 상관길이가 커지면서 변위의 변동계수가 점차 커지는 양상을 나타내며 어느 정도 이상의 상관길이가 되면 수렴되는 양상을 보였다. 또한 확률변수(즉, 암반의 변형계수)의 변동계수 값이 커질수록 변위의 변동계수도 커지는 양상을 보이고 있다. 변위의 변동계수는 변형계수의 변동계수값에는 선형적 비례 양상을 띠고 있는 반면에 상관길이에 대해서는 비 선형적 상관관계를 보임을 알 수 있다. 상관길이의 변화에 따라서 변형계수의 변동계수가 10%일 때 변위의 변동계수는 0.4%에서 10%까지 변화하고 있으며, 변형

계수의 변동계수가 20%일 때 변위의 변동계수는 0.9%에서 20%까지, 변형계수의 변동계수가 30%일 경우 변위의 변동계수는 1.3%에서 30%까지 변화하고 있어 결정론적 해석방법에 의해서 구해진 변위값이 변형계수의 변동계수와 상관길이에 의해 상당한 편차를 가질 수 있음을 알 수 있다.

변위의 응답변화도 정규분포를 따른다고 가정할 경우 신뢰도 개념에서 최대변위를 살펴보면 Table 1과 같다. 신뢰도 개념을 이용할 경우 최대변위와 최소변위의 결과가 같이 나오는데 안정성 분석 측면에서 최대변위를 분석하였다. Table 1은 신뢰수준별 평균변위에 대한 최대변위의 비를 상관길이가 300 m일 경우 변형계수의 변동계수에 따라 표시한 것이다. 99%의 신뢰수준에서 최대변위가 변형계수의 변동계수가 10%일 경우 평균값의 1.23배, 20%일 경우 평균값의 1.47배, 30%일 경우 평균값의 1.70배까지 나올 수 있음을 의미한다. Table 2는 변형계수의 상관길이가 5 m일 경우에 대한 신뢰수준별 평균변위에 대한 최대변위의 비를 나타낸 것이다. 이 경우 변형계수의 변동계수가 30%일 경우, 99% 신뢰수준에서 최대 1.42배 정도의 변위가 발생할 수 있음을 보여준다. 이러한 결과는 암반물성의 평균값만을 사용하는 결정론적 해석방법에서는 얻을 수 없는 결과로 확률적 분석을 통해 얻을 수 있는 중요한 결과라 하겠다.

변형계수 평균값의 변화가 변위의 변동계수에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 변형계수의 평균값을 60 GPa (RMR 80인 암반), 5.62 GPa (RMR 40인 암반), 1.78 GPa (RMR 20인 암반)로 변화시키면서 분석을 수행하였으며, 해석결과 변형계수의 평균값의 변화는 변위의

Table 1. The ratio of maximum displacement to expected value of displacement with varying the COV of deformation modulus and confidence level at correlation distance is 300 m.

COV of deformation modulus \ Confidence level	90%	95%	97.5%	99%
10%	1.13	1.17	1.20	1.23
20%	1.26	1.33	1.39	1.47
30%	1.39	1.50	1.59	1.70

Table 2. The ratio of maximum displacement to expected value of displacement with varying the COV of deformation modulus and confidence level at correlation distance is 5 m.

COV of deformation modulus \ Confidence level	90%	95%	97.5%	99%
10%	1.08	1.10	1.12	1.14
20%	1.16	1.20	1.24	1.28
30%	1.23	1.30	1.35	1.42

평균값에는 영향을 미치지만 변위의 변동계수에는 영향을 미치지 않는 것으로 확인되었다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 가중적분법을 이용한 확률유한요소해석을 위하여 기존 유한요소해석 프로그램인 U2에 확률적 해석이 가능하도록 모듈을 추가하여 SU2를 개발하였다. 개발된 SU2를 이용한 예제로 정수압 5 MPa를 받고 있는 암반에 반경 5 m의 원형공동을 굴착하였을 경우 변위해석을 수행하면서, 변형계수를 확률변수로 취급하여 평균과 표준편차를 가지는 입력변수로 사용하였다.

변형계수의 분산성이 구조물 응답에 미치는 영향을 분석한 결과 변형계수의 분산성은 변위의 응답변화도에 큰 영향을 미치는 것을 확인하였고, 확률변수의 상관길이도 변위의 응답변화도에 영향을 주는 중요한 변수임을 알 수 있었다.

확률유한요소 해석의 결과로 나온 변위의 응답변화도를 정규분포로 가정하여 신뢰수준별 최대변위를 살펴본 결과 변형계수의 변동계수가 30%일 경우 99% 신뢰수준에서 최대 평균변위량의 1.70배까지 나타났고, 상관길이가 5 m일 경우 99% 신뢰수준에서 최대 1.42배가 나타났다. 본 연구를 통하여 변형계수의 변동계수와 상관길이에 대한 조사가 이루어진다면 신뢰수준별로 나타날 수 있는 최대변위량을 구함으로서 신뢰수준에 입각한 지하구조물 변위해석이 가능할 것이다.

결정론적 해석방법에서는 변위의 평균값만을 얻을 수 있었던 데 비하여 본 연구에서 사용한 확률유한요소법은 변위의 응답변화도를 얻을 수 있어 지하구조물 분석

의 신뢰성을 향상시킬 수 있었다. 확률적 해석을 통해 얻을 수 있는 다른 결과물은 결정론적 해석에서 구해지는 안전율 개념과 대비되는 구조물의 파괴확률이다. 파괴확률은 차후 응력의 응답변화도를 분석하게 되면 응력이 변수로 사용되는 파괴조건식을 이용하여 분석이 수행될 수 있을 것이다.

## 참고문헌

1. 나경웅, 1999, 지하구조체의 확률유한요소해석을 위한 응답면을 이용한 적응적 중요표본추출기법, 박사학위논문, 연세대학교 대학원, 168p.
2. 최장근, 노혁천, 1993, 사변형 요소를 이용한 추계론적 유한요소해석, 대학토목학회논문집, 제13권, 제5호, 23-37.
3. Deodatis, G., 1991, Weighted Integral Method I : Stochastic Stiffness Matrix, J. Engng. Mech., Vol. 117, No. 8, 1851-1864.
4. Deodatis, G., Shinozuka, M., 1991, Weighted Integral Method II : Response Variability and Reliability, J. Engng. Mech., Vol. 117, No. 8, 1865-1877.
5. Deodatis, G., Wall, W., Shinozuka, M., 1991, Analysis of Two-dimensional Stochastic Systems by the Weighted Integral Method, Computational Stochastic Mechanics, Elsevier, 395-406.
6. Matthies, H.G., Brenner, C.E., Bucher, C.G., Soares, C.G., 1997, Uncertainties in Probabilistic Numerical Analysis of Structures and Solids-Stochastic finite elements, Structural Safety, 19.3, 283-336.
7. Kim, K., Gao, H., 1995, Probabilistic Approaches to Estimating Variation in the Mechanical Properties of Rock Masses, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 32.2, 111-120.

### 나상민

1994년 한양대학교 공과대학 자원공학과  
공학사  
1996년 한양대학교 대학원 자원공학과  
공학석사

Tel: 02-2299-3012  
E-mail: smna@hrg.hanyang.ac.kr  
현재 한양대학교 지구환경시스템공학과  
박사과정



### 문현구

1974년 서울대학교 공과대학 자원공학과  
공학사  
1983년 Univ. of Utah 암석역학 공학석사  
1987년 Univ. of Utah 암석역학 공학박사



Tel: 02-2290-0413  
E-mail: hkmoon@hanyang.ac.kr  
현재 한양대학교 지구환경시스템공학과  
교수