

# 수정된 웨이블릿 변환 개념을 이용한 계측 가속도 기록의 이중 적분법

## Double Integration of Measured Acceleration Record using the Concept of Modified Wavelet Transform

이 형 진\*                      박 정 식\*\*  
Lee, Hyeong Jin              Park, Jeong Shik

### 국문요약

일반적으로 토목구조물에서 계측된 가속도 신호의 대부분은 적분이 매우 힘들다. 그 이유는 토목구조에서 계측된 가속도 신호는 일반적으로 비정상신호이며 또한 비가우시안 노이즈와 저주파 노이즈를 포함하고 있어, 저주파 성분이 증폭되는 적분과정에서 수치적 불안정성이 발생할 수 있기 때문이다 따라서, 본 논문에서는 비정상 신호처리에 탁월한 웨이블릿 변환의 개념을 비가우시안 노이즈와 저주파 노이즈에 대해 확장한 수정된 웨이블릿 변환을 이용한 가속도 기록의 이중 적분방법을 제시하였다 또한, 예제해석을 통해 제시된 방법이 비정상 신호의 노이즈 및 비가우시안 노이즈와 저주파 노이즈를 제거에 우수한 성능을 보이고 있음을 보였다.

**키워드** : 웨이블릿, 잡음제거, 계측 가속도, 이중적분, 비정상신호

### ABSTRACT

It is well known that the double integration of measured acceleration records is one of the most difficult signal processing, particularly in the measurements on civil engineering structures. The measured accelerations of civil engineering structures are usually non-stationary and contain non-gaussian low-frequency noises, which can be significant causes of numerical instabilities in double integration. For the de-noising of this kind of signals, wavelet transform can be very effective because of its inherent processing features for non-stationary signals. In this paper, the de-noising algorithm for the double integration is proposed using the modified wavelet transform, which is extended version of ordinary wavelet transform to process non-gaussian and low-frequency noises, using the median filter concept. The example studies show that the integration can be improved by the proposed method.

**Key words** : wavelet transform, de-noising, measured acceleration, double integration, non-stationary signal

## 1. 서론

최근 구조물의 유지관리와 보수, 보강에 대한 관심이 증대됨에 따라 현장계측을 통한 안정성 평가나 분석이 나날이 중요해 지고 있다. 통상 이들 계측에서는 변형률과 더불어 가속도 계측이 많이 이루어진다. 이들 동적 실험에서 얻어진 가속도 데이터들은 그 자체로도 직접 분석에 활용되지만, 변위로 적분하여 분석할 필요도 있다. 예를 들어, 차량 통과에 의한 실제 변위응답의 측정은 입력하중의 특성을 예측할 수 있게 하거나 구조물의 상태평가를 결정하는데 필요한 정확한 물리량이다. 또한 대부분의 공학적 기준은 변위를 기준으로 설정된 경우가 많으므로 동적응답중에서 가속도신호보다는 변위성분을 이용하는 것이 일반적이다. 이러한 변위응답을 접촉식 센서나 광학센서들을 이용 측정할 수 있으나, 기준점 설정에 따른 어려움이 있어 직접 계측이 곤란한 경우가 많이 있다. 이에 따라 구조물의 원하는 지점에서 비교적 측정하기 편리하고 기준점의 설정이 필요없는 가속도응답을 측정 후 응답변환에 의한 변위응답의 추정이 구조물의 동적 재하시험을 중심으로 시도되고 있다.

그러나, 일반적으로 계측 가속도에는 계측오차가 포함되고, 속도나 변위에 대한 초기조건의 산정이 어려워 종종 변위 계산이 어려운 경우가 발생되고 있다. 특히 이동하중이 작용되는 교량과 같은 경우, 가속도 응답에는 정적변위에 의한 저주파 성분이나 비정상신호 성분이 지배적이라 통상의 고주파 영역에 대한 신호처리만으로는 그 변위의 산정이 매우 어려운 편이다.<sup>(1)</sup>

본 연구에서는 웨이블릿 변환(wavelet transform)을 이용한 변위적분 방법이 시도되었다. 웨이블릿 변환은 비정상(non-steady state) 신호의 처리에 우수한 성능을 보이는 것으로 알려져 있으며 그 응용은 크게 신호의 노이즈 제거(denoising)와 윤곽선 추정(edge detection)분야에 활용되고 있다. 본 논문에서는 웨이블릿 변환의 두 가지 특성중 노이즈 제거(denoising) 능력을 활용한 처리 연구에 중점을 두었다. 특히, 웨이블릿 변환이 비정상 신호의 가우시안(gaussian) 노이즈 처리에 탁월한 성능이 있으나 여전히 고주파수 위주의 신호처리만을 착안하여 저주파 노이즈 처리에 필요한 알고리즘의 보완에 대한 연구를 수행하였다. 제시된 방법의 검증을 위해서 단경간 교량의 모의실험을 통해 얻은 가속도 신호를 활용하였다.

\* 정회원 · 창원대학교 토목공학과, 부교수(대표저자 : leehjn@changwon.ac.kr)

\*\* 학생회원 · 창원대학교 토목공학과, 석사과정

본 논문에 대한 토의를 2003년 12월 31일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다. (논문접수일 : 2003. 2. 25 / 심사종료일 : 2003. 4. 22)

## 2. 가속도 계측 기록의 적분상의 오차 요인

수치적분에 사용될 수 있는 기존의 방법은 매우 다양하다.

Simpson Method 나 Trapezoidal Method과 같은 시간 영역의 적분법이나 주파수 영역에서 적분기 함수를 곱하여 구하는 방법이 많이 활용된다. 그러나, 이 방법들조차도 토목구조물에서 크게 나타나는 저주파수 성분에 포함된 오차의 누적에 따른 문제점은 해결하지 못하고 있다. 이 같은 특성을 Fig. 1의 주파수 영역 변화에서 보일 수 있다.

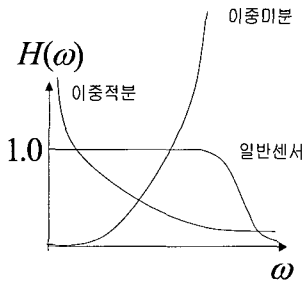


Fig. 1 각종 센서와 이중적분기, 이중미분기의 주파수응답함수

실제의 기록이  $x(t)$ (주파수 변환은  $X(\omega)$ ), 계측기를 통과하여 기록된 신호는  $y(t)$ (주파수 변환은  $Y(\omega)$ )라 하면,  $Y(\omega) = H(\omega)X(\omega)$ 는 관계식을 만족하게 되고,  $H(\omega)$ 는 센서와 이중적분기, 이중미분기의 주파수응답함수가 된다. 이때, 일반센서는 실제 신호와 기록된 신호가 동일해야 함으로  $H(\omega) = 1.0$ , 이중미분기는  $H(\omega) = -\omega^2$ 이고 이중적분기는  $H(\omega) = -\frac{1}{\omega^2}$  이 된다. 이때, 이중 적분은 저주파수 성분을 매우 증폭시켜 미소한 저주파 노이즈라도 변위적분 결과에는 매우 큰 영향을 줄 수 있음을 볼 수 있다. 통상, 이 저주파수의 영향은 구조물 응답 신호가 이들 저주파수 보다 고주파 영역에 있다면, 간단히 제거함으로써 해결할 수 있다. 그러나, 토목 구조물에서의 응답에서는 종종 구조물의 응답과 이들 저주파 노이즈를 분리할 수 없게 되는 경우가 발생한다. 이 특성은 시간 영역에서 고찰하면 더욱 분명한 사항을 관찰할 수 있다. 간단한 예로, 정확한 조화함수로 구성된 가속도  $\hat{y}(t) = \sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t$ 에 미세한 상수 계측 오차(매우 낮은 단위의 저주파수는 거의 상수에 가까울 수 있다.)가 포함된 경우를 살펴보자. 이때, 이중적분을 통해 구해진 변위시간이력은 아래 식과 같이 시간이 경과됨에 따라 계측오차에 의한 변위오차가 매우 커지는 성향을 보이고 있다. 즉, 시간이 경과됨에 따라 정확한 변위성분에 대한 오차가 더욱 커져 신호를 완전히 왜곡시킴을 알 수 있다.

$$y(t) = -\frac{1}{\omega_1^2} \sin \omega_1 t - \frac{1}{\omega_2^2} \sin \omega_2 t + \frac{c_1}{2} t^2 + \dot{y}(0)t + y(0) \quad (1)$$

이들 문제는 보다 세부적으로 분할하면 크게 초기치 효과 ( $\dot{y}(0)t + y(0)$ ) 문제와 저주파 노이즈 ( $\frac{c_1}{2} t^2$ )의 문제로 나눌 수 있다. 통상 초기치의 문제는 초기치의 성분이 완전

히 배제되도록 진동이 완전히 정지된 상태에서 계측을 시작하거나 응답 변환의 개념을 도입함으로써 해결하고 있으나<sup>(2),(4)</sup>, 저주파 계측오차의 영향 등은 아직 완전한 해결이 어려운 문제이다.

### 3. 웨이블릿 변환

웨이블릿 변환<sup>(5)-(6)</sup>은 시간-주파수 함수를 표현하는 효과적인 방법으로써  $L^2(R)$  공간은 스케일링 함수  $\psi$ 에 따라 결정되는 값이다. 이때, 통상 사용되는 이산 웨이블릿은 일종의 이산 필터로 볼 수 있다. 이러한 이산 필터  $h, g$ 의 값은 참고문헌 (8)과 (9)에 잘 나타나 있다. Fig. 2는 이산 웨이블릿 변환의 기본 알고리즘을 보여준다.

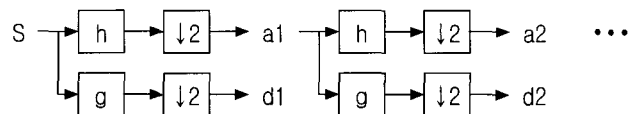


Fig. 2 웨이블릿 변환의 알고리즘

웨이블릿 변환을 이용한 잡음제거는 Donoho와 Johnstone<sup>(9),(10)</sup> 의해 제안되었는데, 소위 웨이블릿 축소 방법으로 불린다. 웨이블릿 축소 방법은 신호로부터 잡음을 제거하거나 통계학에서 무변수 추정 등에 널리 이용된다.

다음과 같은 노이즈 신호  $y(t_i)$ 를 관측한다고 가정하자.

$$y(t_i) = f(t_i) + z(t_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2)$$

여기서  $f(t_i)$ 는 원 신호이며,  $z(t_i)$ 는 정규분포  $N(0, \sigma^2)$ 을 따르는 가우스 잡음을 의미한다. 웨이블릿 축소 방법은 신호로부터 잡음을 제거하기 위하여 웨이블릿 변환에 의해 구해지는 웨이블릿 계수 중에서 잡음에 해당하는 계수들을 적절한 문턱값(threshold)에 의해 제거하거나 축소시키는 원리에 기초한다. 이는 다음과 같은 과정에 의해 실행된다.<sup>(11)</sup>

- (1) 오염된 신호의 웨이블릿 변환
- (2) 문턱값 선택, 본 논문에서는 가장 통상적으로 사용되는 아래의 문턱값을 사용하였다.

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log N} \quad (3)$$

- (3) 웨이블릿 계수들에 대하여 문턱값 함수(thresholding function) 적용, 본 논문에서는 아래와 같은 약 문턱값(soft thresholding)이 사용되었다.

$$S_\lambda(x) = \begin{cases} x - \lambda, & x > \lambda \\ 0, & |x| < \lambda \\ x + \lambda, & x < -\lambda \end{cases} \quad (4)$$

- (4) 웨이블릿 역변환

#### 4. 수정된 웨이블릿 변환 및 이의 응용

일반적으로 웨이블릿 변환에 의해 제거되는 노이즈 성분은 비정상 가우시안 성분으로 알려져 있다. 따라서, 비가우시안 계열의 노이즈를 처리하기 위하여 웨이블릿 변환된 신호의  $L$ -레벨에 중간 필터의 개념을 도입하여 비가우시안 노이즈를 먼저 처리하고, 나머지 가우시안 노이즈에 대해 2.2절의 de-noising 기법을 적용한 것이 수정된 웨이블릿 변환이다.<sup>(11),(12)</sup>

본 논문에서는 수정된 웨이블릿 변환에서 사용된 중간 필터 개념을 저주파 노이즈의 제거에 사용하기 위해 광대역 중간 필터로 바꿔 사용하였다. Fig. 3은 이 응용 알고리즘의 구조를 보이고 있다. 이 방법은 일반적인 웨이블릿 변환과 유사하게 수행되나, 노이즈가 첨가된 신호에서 저주파 신호를 먼저 제거하기 위하여 Fig 3의 [A]와 같은 광대역 중간 필터를 이용한 전처리 과정(DLFNM : De-noising of Low-Frequency Noise using Median filter) 및 분할레벨 중 레벨 1에 대한 처리과정이 포함된 것이 특징이다. 또한, 통상의 노이즈 처리를 위해서는 기존의 수정된 웨이블릿의 de-noising 알고리즘에서와 같이 Fig 3의 [B]에서와 같이 일반적인 중간 필터로 비가우시안 노이즈를 처리한 후, 문턱값을 적용하는 방법을 채택하였다(MD : Modified De-noising).

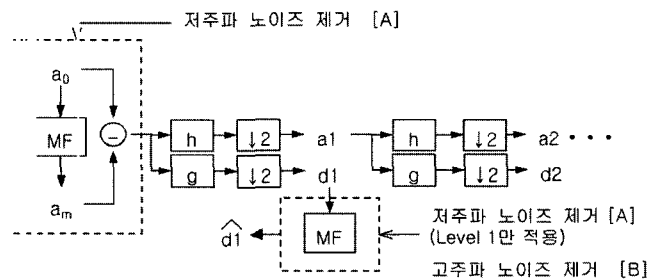


Fig. 3 수정된 웨이블릿 변환의 응용 알고리즘

이 방법은 다음과 같이 요약할 수 있다.

Step 1. (DLFNM) 전체 신호를 광대역 중간필터를 통해 저주파 신호를 추출해 낸다.

$$R = a_0 - a_m \quad (5)$$

여기서  $a_0$ 는 잡음을 포함한 이산 신호이며  $a_m$ 은 광대역 중간 필터링을 통한 저주파 신호이다. 이 과정에서는 일반적인 DC shift 보정 등의 경향성 제거(de-trending)를 일반화한 것이라 간주할 수 있다.

Step 2. (MD) 저주파 신호가 제거된 신호  $R$ 을 이산 웨이블릿 변환에 의해 분해하여 근사신호 중 레벨 1만을 다시 광대역 중간 필터링을 실시하여 비정상(non-stationary) 저주파 노이즈를 제거한다. 또한, 분해된 각 레벨에 대해 기존의 수정된 웨이블릿 개념으로

비정상 노이즈 및 비가우시안, 가우시안 노이즈 등을 제거한다.

Step 3. 이렇게 분해된 신호를 웨이블릿 역변환 방법에 의하여 복구한다.

Step 1과 Step 2에서 중간 필터의 크기는 저주파 신호를 추출해 내기 위하여 광대역 필터를 사용 하였으며 필터링된 신호의 안정성을 위하여 충분히 반복하여 수행하였다. Step 2에서의 수정된 웨이블릿 노이즈 처리 기법에 사용된 각 계수 값은 문헌<sup>(12)</sup>에서와 동일하게 사용되었다. 즉 가우스 노이즈 강도는 레벨에 따라 일정하며,

$$\sigma = \frac{1}{0.6745} \text{median}(|\langle R_1, \psi_{l,k} \rangle| \mid 0 \leq k \leq N/2) \quad (6)$$

위 식과 같이 추정된다.<sup>(7)</sup> 여기서,  $\psi_{l,k} = \sqrt{2} \psi(2^l t - k)$ 이다. 또한 가우스 노이즈가 정규분포를 따를 것이므로 95%의 신뢰도를 갖도록 하여  $\mu$ 를  $1.96\sigma$ 로 결정하였다. 문턱값  $\mu$ 에 대하여 상대적으로 크기가 작은 가우스 노이즈는 제거되며, 웨이블릿 축소에서는 널리 사용되는  $\sigma \sqrt{2 \log N}$ 을 문턱값  $\lambda$ 로 이용하였다. 또한 축소 방법으로써, 소위 SureShrink라고 불리는 레벨 의존 축소 방법을 적용하였다. SureShrink 방법은 레벨에 따라 다른 축소 파라미터를 사용하는 것으로, 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\lambda_j = \frac{\lambda_1}{2^{j-1}}, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

여기서  $j$ 는 스케일을 의미한다. 또한 축소 함수로서 약 문턱값(soft threshold) 적용함수를 이용하였다. 끝으로 적분 방법은 이제 미분방정식의 직접 적분에 통상 많이 사용되는 안정적 적분법인 Newmark- $\beta$ 법을 적용하였다.

#### 5. 예제해석

##### 5.1 모의 단경간 구조물 예제해석

앞서 제시된 방법의 특성을 바탕으로 계측자료에 기반한 구조해석을 수행하기 위하여 Fig. 4와 같은 PC 박스형 단면의 단경간 교량을 대상으로 동적 재하 시험을 수행하였다. 수치실험을 위한 구조해석은 상용프로그램인 SAP2000을 사용하였다. 이때, 예제 구조물의 제원은  $E=33,030\text{MN/m}^2$ ,

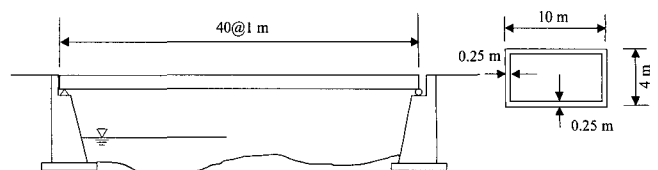


Fig. 4 단경간 예제 구조물

$v=0.2$ ,  $\rho=3.852t/m^3$ ,  $A=6.75m^2$ ,  $J=49.51m^4$ ,  $I=19.39m^4$ 로 가정되었다. 모드는 충분히 많은 20개의 모드를 사용하였고, 감쇠비는 각 2%로 가정하였다.

모의 실험에 사용될 해석결과를 Fig. 5~7에 도시하였다. Fig. 8~10은 가상적인 노이즈를 첨가한 신호를 적분한 결과이다. 이때, 노이즈는 RMS 5%, 10%의 Random 노이즈와 저주파 노이즈에 대한 효과를 보기 위해 step 함수 형태로 가정된 노이즈도 사용되었다. 이때 크기는 RMS 비율로 10%로 하였다. 중간 필터의 크기는 광대역인 399로 하였으며 저주파 및 non-stationary 성분을 충분히 제거하기 위해 반복수행을 실시하였다. 웨이블릿 변환 과정에서는 쌍직교 웨이블릿인 Daubechies 3번 웨이블릿 함수(wavelet function)를 사용하였고, 레벨 5까지 수행하였다. 적분 방법은 이제 미분방정식의 직접 적분에 통상 많이 사용되는 안정적 적분법인 Newmark- $\beta$ 법을 적용하였다.

Fig. 8~10의 (a)에서는 무처리된 신호보다는 웨이블릿 신호처리인 경우가 우수하고, 단순 웨이블릿 신호처리보다 중간필터를 통한 저주파 전처리 과정(DFLNM)이 포함된 웨이블릿 신호 처리결과와 적분 결과가 원신호에 더욱 접근하는 것을 볼 수 있다. 또한 수정된 de-noising(MD)

알고리즘이 채택된 경우 과도한 신호처리로 인한 신호의 왜곡은 줄여 평균적으로 보다 우수한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

Fig 8~10의 (b)는 가속도기록으로부터 변위가 0이라고 추정되는 점으로 적분결과를 1차 직선으로 보정한 결과이다.

실제 모형을 축소한 교량으로서 실험을 실시하였다. 또한 제시된 방법들의 검증을 위한 또 다른 예제로 창원대학교에서 실시한 모형 교량 실험 결과가 사용되었다. 대상구조물은 단경간 교량으로서 90kgf 및 92kgf의 모형차량을 연행 이동하중으로 재하하여 실험하였다. 본 연구에서는 교량의 중앙부분에서 계측한 데이터를 사용하였다.

Fig 11 및 Fig 12~13은 각각 예제 교량 구조물의 제원과 실제 전경이다. 또한 Fig 14~15는 실제 계측된 가속도 성분 및 변위 성분을 도식화하였다. 그리고 Fig 14~15는 실제 실험 결과에 대한 신호를 적분할 결과로서 무처리된 신호와 단순 웨이블릿 잡음제거(wavelet denoising)된 신호보다 본 논문에서 제시한 수정된 웨이블릿 변환을 이용한 적분 알고리즘의 결과가 원신호에 더욱 더 접근함을 볼 수 있다.

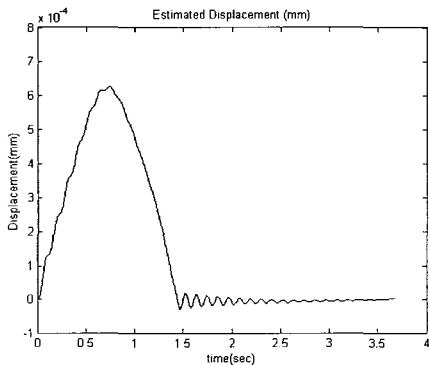


Fig. 5 해석된 응답성분(변위)

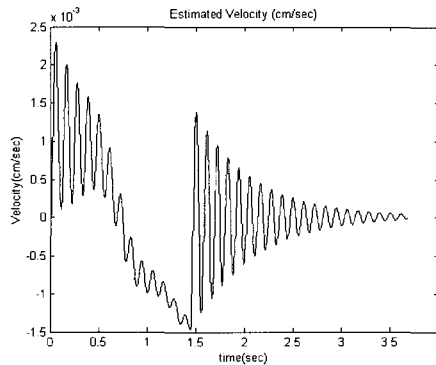


Fig. 6 해석된 응답성분(속도)

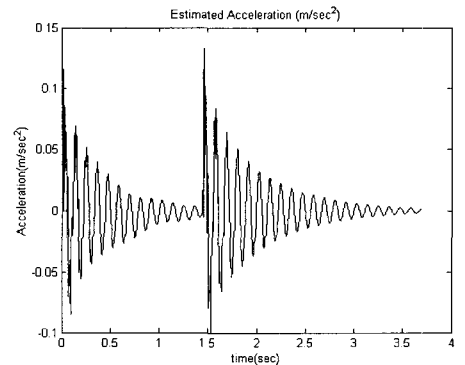
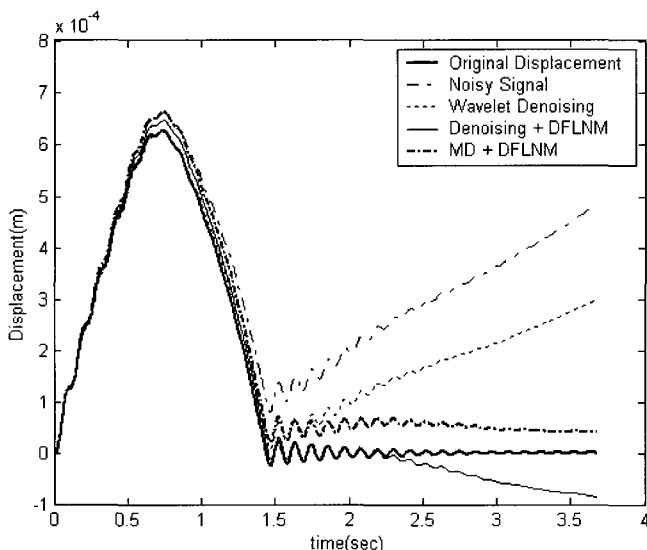
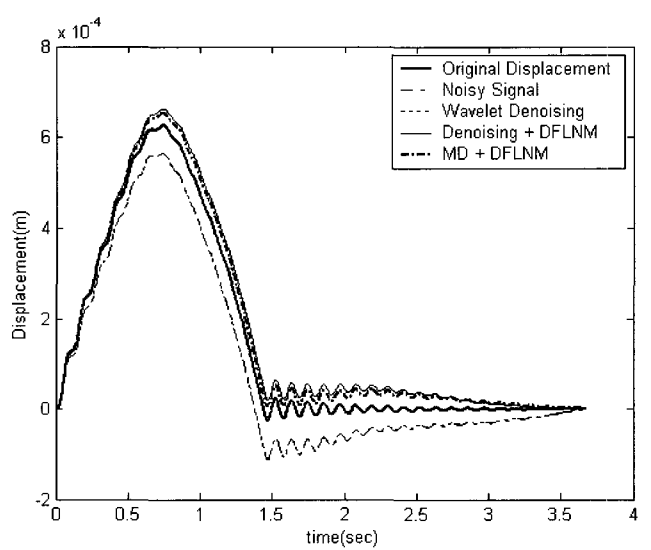


Fig. 7 해석된 응답성분(가속도)

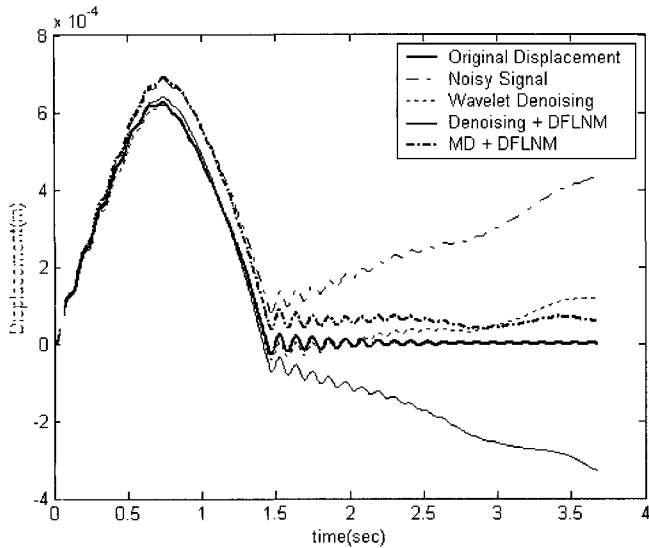


(a) 적분 결과

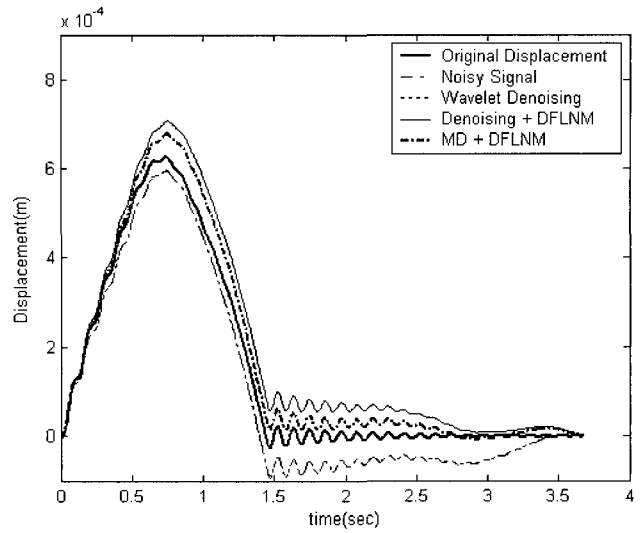


(b) 1차 직선 보정

Fig. 8 Random Gaussian Noise(5%)

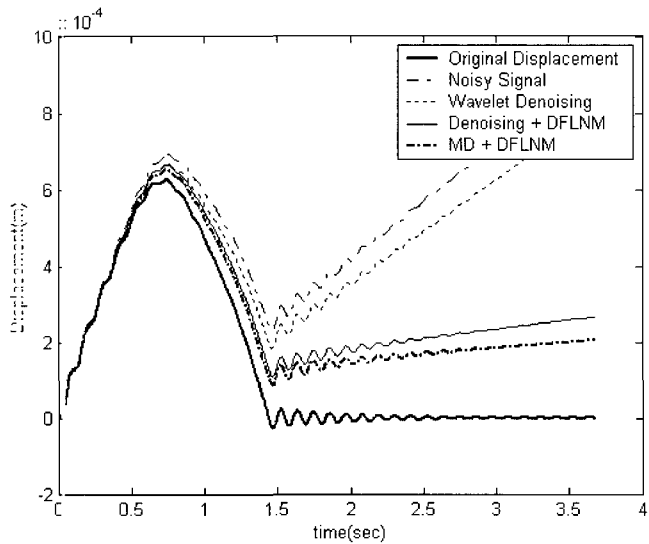


(a) 적분 결과

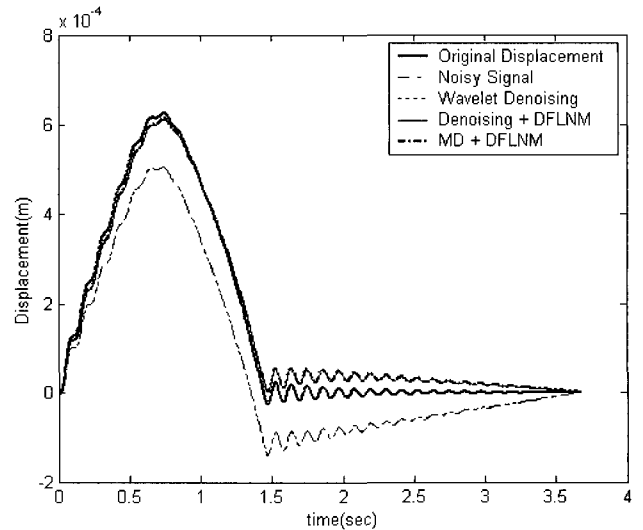


(b) 1차 직선 보정

Fig. 9 Random Gaussian Noise(10%)



(a) 적분 결과



(b) 1차 직선 보정

Fig. 10 Step Function Noise

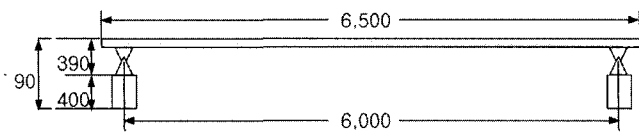


Fig. 11 예제 교량 구조물

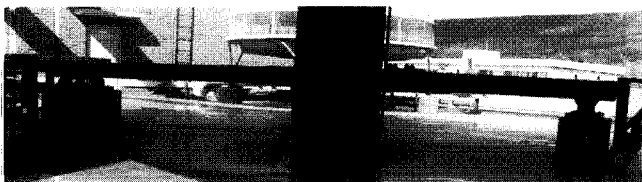


Fig. 12 교량 구조물 전경

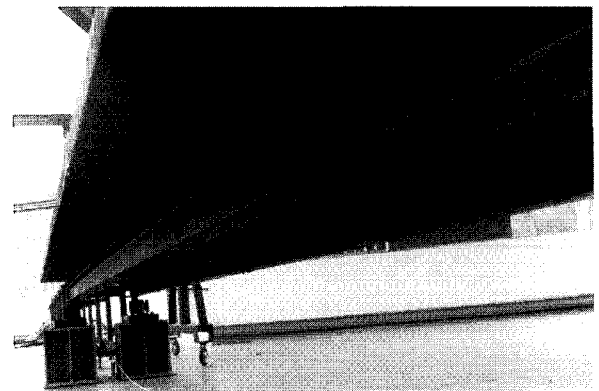


Fig. 13 예제 교량 구조물 하부

### 5. 결론 및 추후과제

본 논문에서는 계측 가속도 적분시 큰 문제가 될 수 있는 계측 오차, 특히 저주파 계측오차의 처리를 위해 중간필터링

을 통해 저주파 성분을 제거하고 웨이블릿 변환을 이용하여 적분을 수행하는 방안을 제시하였다. 이 방법의 특징은 특정 레벨의 상세 성분만을 중간 필터링하여 적분시 불필요한 저주파 성분을 제거하며, 일반적인 정상 노이즈는 웨이블릿 변

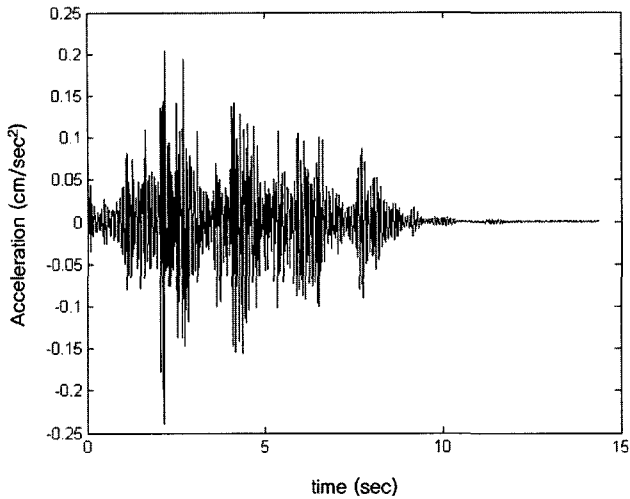


Fig. 14 계측된 가속도 성분

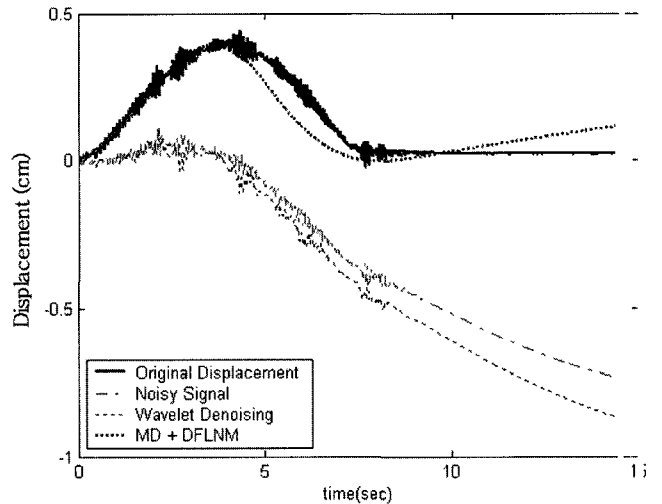


Fig. 16 적분 결과

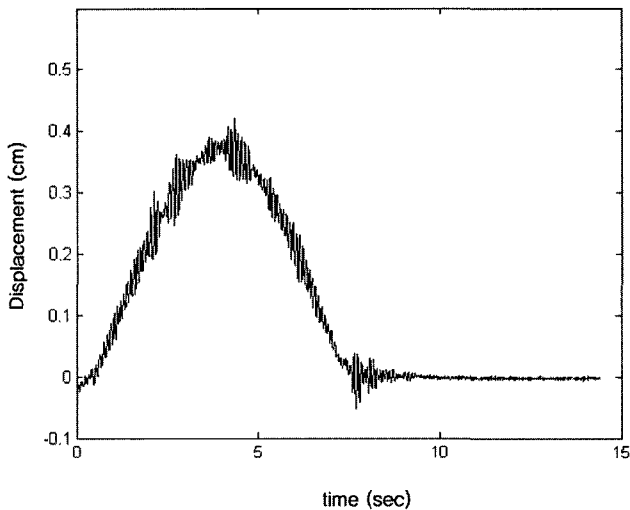


Fig. 15 계측된 변위 성분

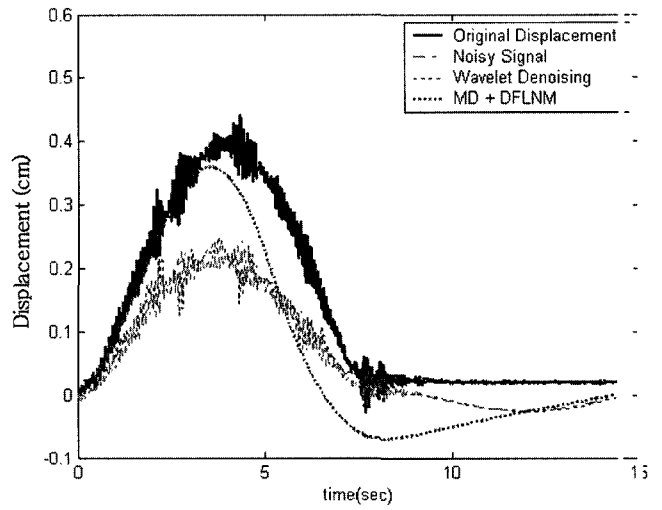


Fig. 17 1차 직선 보정 결과

환의 노이즈 제거 능력을 이용하여 처리된다는데 있다. 앞으로 웨이블릿 변환의 노이즈처리 능력을 저주파 노이즈 처리에 적극적으로 활용하기 위해서는 웨이블릿 함수의 개발도 필요하리라 사료된다.

### 감사의 글

본 연구는 한국학술진흥재단 협동연구과제(2000-042-E00134)의 연구비 지원에 의해 수행된 것으로, 저자는 재단의 지원에 감사드립니다.

### 참고 문헌

1. 박창호, 이동근, "주파수 영역에서의 가속도 기록 보정", 대한토목학회논문집, 제12권, 제4호, 1992, pp. 71-79.
2. 이선구, 이성우, 이문택, "교량 진동특성 분석을 위한 실측 가속도의 적분", 전산구조공학회논문집, 제9권, 제4호, 1996, pp. 107-115.
3. 양경택, "이동하중을 받는 보의 변위응답 산정을 위한 가

- 속도신호의 적분상 문제점", 전산구조공학회논문집, 제11권, 제4호, 1998, pp. 135-146.
4. 정범석, 이외득, "응답변환알고리즘을 이용한 동적변위 응답의 추정", 대한토목학회논문집, 제20권, 제4A호, 2000, pp. 535-544.
5. Daubechies, I. "Ten Lectures on Wavelets," S.A.M. Philadelphia, PA, 1992.
6. Amara Graps, "An Introduction to Wavelets," Computational Science and Engineering, Vol. 2, No. 2, IEEE, 1995.
7. Mallat, S. G., A Wavelet Tour Of Signal Processing, Academic Press, USA, 1998.
8. 최병선, Wavelet 해석, 세경사, 2001.
9. Donoho, D. L. and Johnstone, I. M., "Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage," Biometrika, Vol. 81, 1994, pp. 425-455.
10. Donoho, D. L. and Johnstone, I. M., "Adapting to Unknown Smoothness Via Wavelet Shrinkage," J. Amer. Statist. Assoc., Vol. 90, 1995, pp. 1200-1244.

이호철, 김윤영, 이용욱, "모드형상의 웨이블릿 변환을 이용한 보의 결함진단", 한국소음진동공학회, 춘계학술대회논문집, 1999, pp. 430-435.

12. 김윤영, 홍진철, 이남용, "수정된 웨이블릿 축소 기법을 이용한 전달함수의 추정", 한국소음진동공학회, 제10권, 제5호, 2000, pp. 769-774.