

# GPS 초기 동기를 위한 탐색 후보 축소

## The Reduction of the Searching Candidates for the GPS Signal Acquisition

서 흥 석\*                      강 설 목\*\*                      이 상 정\*\*\*  
Seo, Hung Seok              Kang, Seol Mook              Lee, Sang Jeong

### ABSTRACT

A 2-dimensional search process in the time and frequency domain is required to acquire the GPS signal, when the code phase and the carrier Doppler for the specified GPS satellite signal are unknown. This paper proposes a new scheme, called Squared-D Searching Method, which can reduce the number of carrier frequency candidates, and a new scheme, named eXtended Multiple Correlator (XMC), which can reduce the number of code phase candidates. The Squared-D Searching Method can take the twice of Doppler frequency, therefore it can find carrier frequency candidates. The XMC is different from the general multiple correlator in that a combined form of the locally generated codes is used for despreading.

Also, this paper tries to analyze a signal detection probability of a GPS receiver under more realistic environments. The result shows that lower detection probability can be obtained when the phase differences among the codes are larger in the correlation arms of a multiple correlator. This phenomenon is not easy to explain with the previous results. And besides, the result shows that proposed acquisition schemes give better performance than a conventional acquisition scheme.

주요기술용어 : Fast Acquisition, Signal Processing, Extended Multiple Correlator, Squared-D Searching Method

### 1. 서 론

GPS 수신기의 신호 처리는 기능에 따라 초기 동기,

신호 추적, 항법으로 나뉘어 진다. 이중에서 초기 동기는 위성으로부터 수신되는 신호에 대하여 수신기에 서 생성하는 신호를 동기 시키는 역할을 하며, 초기 동기는 코드 위상 및 반송파 주파수 공간으로 구성되 는 2차원의 탐색 영역에 대한 신호 탐색 수행으로 이 루어진다<sup>[1,5,12]</sup>. 초기 동기의 성능은 얼마나 빠르게 신

\* 충남대학교 전자공학과 대학원 박사과정

\*\* 국방과학연구소 연구원

\*\*\* 충남대학교 정보통신공학부 교수

호 탐색을 수행하여 초기 동기에 성공했으나에 달려져 있다. 따라서 2차원의 신호 탐색을 위한 탐색 후보의 개수는 초기 동기 성능을 예측하는데 있어서 가장 중요한 파라미터라고 볼 수 있으며, 동일한 조건하에서 이 탐색 후보의 개수를 줄임으로써 초기 동기 성능을 향상시킬 수 있다고 할 수 있다.

본 논문은 스퀘어드-D 탐색 알고리즘을 이용하여 반송파 주파수 탐색 후보의 개수를 줄이고, 확장형 다중 상관기를 이용하여 C/A 코드 위상 탐색 후보의 개수를 줄이는 초기 동기 알고리즘을 제안한다. 스퀘어드-D 탐색 알고리즘은 L2-codeless 신호 추적을 위한 신호 제공 방법<sup>[3,10]</sup>을 기본으로 한다. 이 방식은 수신기에 입력되는 L1신호를 지연된 자기 신호와 곱함으로써 데이터로 변조된 C/A 코드를 제거하는 역확산을 수행한다. 그러므로, 이 방식은 C/A 코드가 제거되기 때문에 수신되는 신호에서 위성의 번호를 식별을 할 수는 없으나 반송파 주파수의 2배에 해당되는 주파수는 찾을 수 있고, 이를 기반으로 반송파 주파수 탐색 후보를 결정한다.

코드 위상 탐색 후보를 줄일 수 있는 가장 손쉬운 방법은 탐색 후보의 위상 간격을 넓히는 방법이다. 그러나, 코드 위상 탐색 후보의 위상 간격을 넓힐수록 신호 검출 확률은 낮아지는 현상이 발생하므로, 단순히 코드 위상 탐색 후보의 위상 간격만을 넓히는 방법은 바람직하지 못하다. 본 논문에서 제안하는 확장형 다중 상관기는 코드 위상 탐색 후보의 위상 간격을 넓히기 위한 보조적인 방법으로 코드 위상 탐색 후보의 위상 간격을 넓힘으로써 발생하는 신호 검출 확률의 급격한 하락 현상을 완화시킬 수 있는 방안이다. 확장형 다중 상관기는 다중 상관기의 확장된 형태로서 일반적인 상관 방식과 달리 확산된 신호를 역확산하기 위하여 다수의 C/A 코드를 조합한 신호를

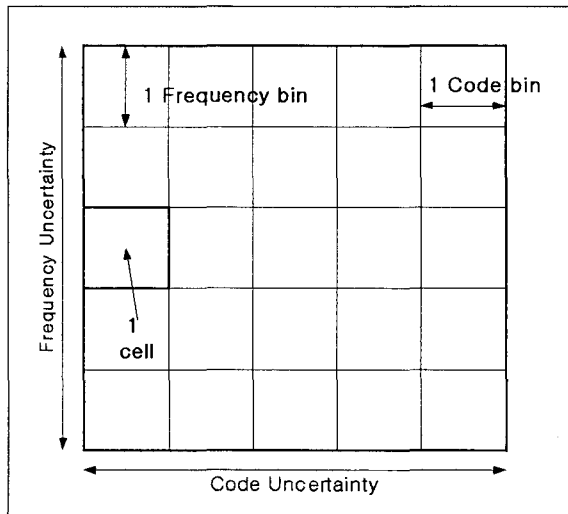
이용한다. 확장형 다중 상관기는 다중 상관기와 비교하여 확장된 상관함수 특성을 가지며, 이 특성으로 인하여 신호 검출 확률의 급격한 하락 없이 코드 위상 탐색 후보의 위상 간격을 넓힐 수 있으며, 결과적으로 코드 위상 탐색 후보 개수를 줄일 수 있게 된다.

한편 초기 동기의 성능은 일반적으로 평균 초기 동기 획득 시간으로 판별한다. 평균 초기 동기 획득 시간은 신호 검출 확률 및 오보 확률, 그리고 전체 탐색 횟수(동시 탐색 영역에 대한 전체 탐색 영역의 비)로부터 계산되며<sup>[4,6,11]</sup>, 이들 값들은 상관기의 구조에 따라 달라진다. 확산 스펙트럼 시스템(Spread-Spectrum System)의 평균 초기 동기 획득 시간에 대한 연구 결과로는 P. L. Peterson과 M. K. Simon의 연구 결과가 널리 알려져 있다<sup>[11,13]</sup>. J. Campanile은 이들 결과를 GPS 수신기에 적용하였으며<sup>[6]</sup>, L. B. Lozow는 수동 상관기의 초기 동기에 대한 연구를 능동 상관기로 확장하여 평균 초기 동기 획득 시간을 유도하였다<sup>[4]</sup>. 이러한 연구 결과들은 입력 신호의 반송파 주파수와 수신기에서 생성하는 반송파의 주파수가 정확히 일치하고, 입력 신호의 C/A 코드 위상이 수신기에서 생성하는 특정한 탐색 후보의 코드 위상과 정확하게 일치한다는 가정하에 도출된 것이다. 실제 GPS 수신기의 경우 정확한 신호 추적을 하기 이전에는 입력 신호와 생성 신호간의 반송파 주파수 차 및 코드 위상 차를 알 수 없으므로 이러한 평균 초기 동기 획득 시간에 관한 기존 연구 결과를 실제 환경에 적용하기에는 부적절하다는 것을 알 수 있다. 본 논문에서는 전술한 가정을 배제한 상황에서 신호 검출 확률을 유도하여 평균 초기 동기 획득 시간을 재계산 하였으며, 유도한 결과가 기존의 연구 결과를 포함하는 일반화된 신호 검출 확률 및 평균 초기 동기 획득 시간임을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 제안하는 스퀘어드-D 탐색 알고리즘 및 확장형 다중 상관기를 소개한다. 3장에서는 일반화된 신호 검출 확률을 유도하고, 이를 이용하여 평균 초기 동기 획득 시간을 재정립하며, 제안하는 초기 동기 방식에 적용한다. 4장에서는 시뮬레이션을 통하여 제안하는 초기 동기 방식의 성능을 기존 방식과 비교한다. 마지막으로 5장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

## 2. GPS 초기 동기를 위한 탐색 후보 축소

GPS 신호의 초기 동기는 일종의 탐색 프로세스이다. C/A 코드 위상의 탐색 범위는 생성하는 코드의 위상과 관련되어 있으며, 반송파 주파수 탐색 범위는 생성하는 반송파의 주파수와 관련되어 있다. 초기 동기는 수신된 신호와 생성한 신호와의 동기를 위해 불확실한 2차원 영역 즉, 반송파 주파수 및 C/A 코드 위상 영역을 탐색하는 과정이다. 그림 1은 2차원 탐색



[그림 1] 코드 위상/반송파 주파수의 불확실 영역

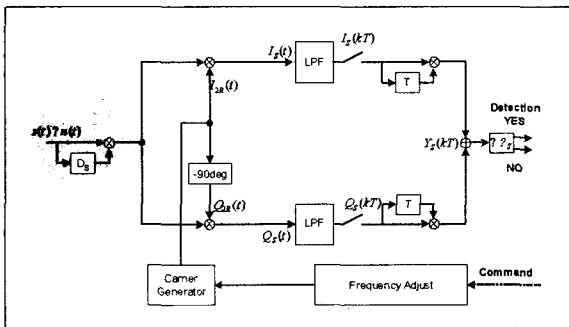
영역을 도시한 것이다.

그림 1에서 각 반송파 주파수 탐색 범위는 주파수 빈(frequency bin)이라 하고, 각 C/A 코드 위상 탐색 범위는 코드 빈(code bin)이라 한다. 하나의 코드 빈과 하나의 주파수 빈의 조합이 한 셀이다<sup>[1]</sup>. GPS 수신기가 위성의 연중 이동표(almanac)를 이용할 수 없을 때(콜드 스타트(cold start)로 불림), 코드 위상의 불확실 영역은 코드 한 주기 전체이고, 반송파 주파수의 불확실 영역은 수신된 반송파의 도플러 크기와 수신기의 클락 오차를 고려하여 설정한다. 기존의 연구 결과에서 알 수 있듯이 탐색 셀의 개수가 많을수록 초기 동기 획득 시간이 길어지고, 반대로 탐색 셀의 개수가 적을수록 초기 동기 획득 시간이 짧아진다<sup>[4,6]</sup>.

기존의 빠른 초기 동기 특성을 갖는 상관기로 능동 상관기가 있다. 능동 상관기는 다중 상관기와 정합 필터, 그리고 FFT(Fast Fourier Transform)를 이용한 상관기로 분류된다<sup>[12]</sup>. 다중 상관기는 초기 동기 획득 시간을 줄이기 위하여 많은 개수의 상관 아암을 사용하여 동시에 여러 개의 코드 위상에 대한 탐색을 수행한다<sup>[4,5,11]</sup>. 정합 필터는 생성된 신호를 다수의 지연된 입력 신호와 상관을 취하는 방식으로 다중 상관기와 수학적으로 동가임이 알려져 있다<sup>[11,12]</sup>. FFT를 이용한 상관기는 다중 상관기 또는 정합 필터와 주파수 영역에서 동가이며, 처리 시간이 상당히 짧은 특성을 가진다<sup>[5]</sup>. 수동 상관기는 능동 상관기에 비하여 구조가 간단하고 구현이 용이하며, 적은 전력을 소모하지만 초기 동기에 많은 시간을 소모한다는 단점이 있다<sup>[1,5]</sup>. 최근 들어 적절한 개수의 상관 아암을 가지는 다중 상관기를 초기 동기에 많이 사용하고 있으며<sup>[9]</sup>, 이는 수동 상관기와 능동 상관기의 장·단점을 적절히 보완한 방식이라 할 수 있다. 그러나 능동 상관기는 빠른 초기 동기를 위하여 한번에 여러 개의 탐색 셀에 대

한 탐색을 수행하는 방안으로 전체 탐색 셀의 개수는 변함이 없다. 이와 다르게 본 논문에서는 빠른 초기 동기를 위하여 탐색 셀의 개수를 줄이는 방안을 제안한다. 제안하는 방안은 주파수 빈의 개수를 줄이는 방안과 코드 빈의 개수를 줄이는 방안이 있으며 세부적인 설명은 다음과 같다.

본 논문에서는 스퀘어드-D 탐색 알고리즘이라 명명한 반송파 주파수 탐색 후보의 개수를 줄일 수 있는 새로운 알고리즘을 제안한다. 기존의 능동 상관기와 같이 한번에 다수의 셀에 대한 탐색을 수행하는 방법만으로는 반송파 주파수 탐색 영역을 줄일 수 없으며, 넓은 주파수 탐색 영역은 초기 동기 수행 시간을 줄이는데 있어서 한계가 될 수 있다. 다시 말하면, 모든 종류의 상관기는 GPS 위성 신호의 검출을 위하여 설정한 반송파 주파수 영역을 모두 탐색해야 함을 의미한다. 이와 달리 제안하는 스퀘어드-D 탐색 알고리즘은 반송파 주파수 후보의 개수를 줄일 수 있으며, 줄어든 주파수 후보들에 대해서만 신호 탐색을 수행하면 되므로 다른 상관기보다 빠른 초기 동기가 가능하다. 스퀘어드-D 탐색 알고리즘은 L2-codeless 신호 추적을 위한 신호 제공 방법을 기본으로 한다<sup>[3,10]</sup>. 스퀘어드-D 탐색 알고리즘의 블록도를 그림 2에 도시하였다.



[그림 2] Squared-D searching

스퀘어드-D 탐색 방법은 그림 2의 명암 처리된 블록과 같이 입력 신호를 지연된 자기 신호와 곱함으로써 역 확산을 수행한다. 이 상관 방식에서는 C/A 코드가 제거되기 때문에 수신되는 신호에서 위성 번호를 식별 할 수 없다. 그러나, 반송파 주파수의 2배에 해당되는 주파수를 찾을 수 있으며, 이에 대한 상세한 사항은 다음과 같다.

그림 2에서 입력되는 L1 대역의 위성 신호는 다음과 같다<sup>[4,6]</sup>.

$$s(t) = A \cdot C(t) \cdot \cos(\omega t + \phi(t)) \tag{1}$$

여기서 A는 수신된 위성 신호의 크기, C(t)는 C/A 코드 변조,  $\omega$ 는 IF 반송파 주파수, 그리고  $\phi(t)$ 는 50bps 이중위상(bi-phase) 데이터 변조를 포함하는 반송파 위상이다. 입력신호( $r(t)$ )와 지연된 입력신호의 곱을 통하여 다음과 같이 역 확산이 이루어진다.

$$\begin{aligned} r(t) \cdot r(t + D_s) &= (s(t) + n(t)) \cdot (s(t + D_s) + n(t + D_s)) \\ &= (A \cdot C(t) \cdot \cos(\omega t + \phi(t)) + n(t)) \cdot (A \cdot C(t + D_s) \cdot \cos(\omega(t + D_s) + \phi(t + D_s)) + n(t + D_s)) \\ &= A^2/2 \cdot X(t) \cdot (\cos(2\omega t + \phi(t) + \omega D_s + \phi(t + D_s)) + \cos(\phi(t) - \omega D_s - \phi(t + D_s))) \\ &\quad + A \cdot C(t) \cdot \cos(\omega t + \phi(t)) \cdot n(t + D_s) \\ &\quad + A \cdot C(t + D_s) \cdot \cos(\omega(t + D_s) + \phi(t + D_s)) \cdot n(t) + n(t) \cdot n(t + D_s) \end{aligned} \tag{2}$$

여기서  $X(t) = C(t) \cdot C(t + D_s)$  이다. 다음과 같은 새로운 신호를 정의하자.

$$\begin{aligned} n_1(t) &\equiv A \cdot C(t) \cdot \cos(\omega t + \phi(t)) \cdot n(t + D_s) \\ n_2(t) &\equiv A \cdot C(t + D_s) \cdot \cos(\omega(t + D_s) + \phi(t + D_s)) \cdot n(t) \\ n_3(t) &\equiv n(t) \cdot n(t + D_s) \end{aligned} \tag{3}$$

식(3)을 이용하여 식(2)를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & r(t) \cdot r(t + D_s) \\
 & \equiv A^2/2 \cdot X(t) \cdot (\cos(2\omega t + \phi(t) + \omega D_s + \phi(t + D_s)) \\
 & \quad + \cos(\phi(t) - \omega D_s - \phi(t + D_s))) + n_1(t) + n_2(t) + n_3(t)
 \end{aligned} \tag{4}$$

역 확산이 이루어진 신호는 IF 반송파 주파수 근사치의 2배에 해당되는 주파수를 갖는 다음의 생성 반송파와 곱해진다.

$$I_{2R}(t) = 2 \cdot \cos(2\hat{\omega}t + \hat{\phi}) \tag{5}$$

$$Q_{2R}(t) = -2 \cdot \sin(2\hat{\omega}t + \hat{\phi}) \tag{6}$$

식(4)에서  $D_s$ 는 IF 반송파 주파수의 역수보다 작아야만 한다.  $D_s$ 가 샘플링 주기와 같은 값을 갖도록 설계하고, 항법 메시지의 비트 반전을 제외한 경우  $\phi(t) = \phi(t + D_s)$ 가 성립하므로, 생성 반송파와 곱해진 신호를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 I_S(t) = A^2/2 \cdot X(t) \cdot & [\cos(2(\omega + \hat{\omega})t + 2\phi + \hat{\phi} + \omega D_s) \\
 & + \cos(2\omega_e t + 2\phi + \omega D_s - \hat{\phi}) + 2 \cdot \cos(\omega D_s) \cos(2\hat{\omega}t + \hat{\phi})] \\
 & + 2 \cos(2\hat{\omega} + \hat{\phi}) \cdot [n_1(t) + n_2(t) + n_3(t)]
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 Q_S(t) = A^2/2 \cdot X(t) \cdot & [-\sin(2(\omega + \hat{\omega})t + 2\phi + \hat{\phi} + \omega D_s) \\
 & + \sin(2\omega_e t + 2\phi + \omega D_s - \hat{\phi}) - 2 \cdot \cos(\omega D_s) \sin(2\hat{\omega}t + \hat{\phi})] \\
 & - 2 \sin(2\hat{\omega} + \hat{\phi}) \cdot [n_1(t) + n_2(t) + n_3(t)]
 \end{aligned} \tag{8}$$

여기서  $\phi \equiv \phi(t) = \phi(t + D_s)$  이고,  $\omega_e = \omega - \hat{\omega}$  이다. 생성 반송파와 곱해진 신호는  $1/(2T)$ 의 대역폭을 가지는 LPF(Low Pass Filter)에 의해 필터링 된다. 필터

링 된 신호는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 I_S(kT) = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(2\omega_e \cdot T/2)}{(2\omega_e \cdot T/2)} \cdot R(D_s) \cdot \cos(2\omega_e \cdot T/2 + \phi_e) \\
 + n_{i1}(kT) + n_{i2}(kT) + n_{i3}(kT)
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 Q_S(kT) = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(2\omega_e \cdot T/2)}{(2\omega_e \cdot T/2)} \cdot R(D_s) \cdot \sin(2\omega_e \cdot T/2 + \phi_e) \\
 + n_{q1}(kT) + n_{q2}(kT) + n_{q3}(kT)
 \end{aligned} \tag{10}$$

여기서  $E(n_{i1}(kT)) = 0$ ,  $E(n_{i2}(kT)) = 0$ ,  $E(n_{i3}(kT)) = 0$ ,  $E(n_{q1}(kT)) = 0$ ,  $E(n_{q2}(kT)) = 0$ ,  $E(n_{q3}(kT)) = 0$ , 그리고  $E(\cdot)$ 는 expectation value,  $\phi_e = 2\phi + \omega D_s - \hat{\phi}$  이다. 입력신호와 지연된 입력신호 사이의 상관 함수  $R(\tau)$ 은 다음과 같이 주어진다<sup>[5,12]</sup>.

$$R(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau| & ; \tau < 1 \\ 0 & ; otherwise \end{cases} \tag{11}$$

일반적으로 GPS 수신기로 입력되는 신호는 신호 처리부 직전에서 -18dB 이하의 신호 대 잡음비를 가진다<sup>[12]</sup>. 따라서, 식(9)와 식(10)에서의 잡음 성분에 대하여 다음의 식이 성립한다고 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E[n_{i3}(kT) \cdot n_{i3}(kT)] \gg (E[n_{i1}(kT) \cdot n_{i1}(kT)] = E[n_{i2}(kT) \cdot n_{i2}(kT)]) \\
 E[n_{q3}(kT) \cdot n_{q3}(kT)] \gg (E[n_{q1}(kT) \cdot n_{q1}(kT)] = E[n_{q2}(kT) \cdot n_{q2}(kT)])
 \end{aligned} \tag{12}$$

식(12)를 이용하여 식(9)과 식(10)을 정리하면 다음과 같다.

$$I_s(kT) \cong \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_s) \cdot \cos(\omega_e \cdot T + \phi_e) + n_{i3}(kT) \quad (13)$$

$$Q_s(kT) \cong \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_s) \cdot \sin(\omega_e \cdot T + \phi_e) + n_{q3}(kT) \quad (14)$$

여기서  $n_{i3}(kT)$ 는 동위상 잡음이고,  $n_{q3}(kT)$ 는 90° 위상 잡음이다.  $n_{i3}(kT)$  및  $n_{q3}(kT)$ 는 통계적으로 독립적 랜덤 변수이다. 일반적인 GPS 수신기에서의 단일측 평균 잡음 전력을  $\sigma^2 = N/T$ 라고 하자<sup>[1,4,6]</sup>. 식(3)과 식(7)~(14)를 이용하면  $n_{i3}(kT)$  및  $n_{q3}(kT)$ 의 평균 잡음 전력을 구할 수 있으며, 이는 다음과 같다.

$$E[n_{i3}(kT) \cdot n_{i3}(kT)] = E[n_{q3}(kT) \cdot n_{q3}(kT)] = N^2/T \equiv \sigma_s^2 \quad (15)$$

Squared-D 탐색 알고리즘에서는 식(13)~(15)에서 알 수 있듯이 일반적인 GPS 수신기에서의 상관기와 비교하여 신호 대 잡음비의 크기가  $A^2/2N$ <sup>[4]</sup>에서  $A^4/4N^2$ 으로 감소한다. 따라서, 신호 검출을 위해서는 보다 긴 전 검출 시간(혹은 후 검출 시간)을 필요로 한다. 전 검출 시간을 늘일 경우에는 신호 대 잡음비는 좋아지지만 LPF의 대역폭 감소로 주파수 빈의 크기가 감소하여 결과적으로 탐색해야 할 반송파 주파수의 수가 많아진다. 후 검출 시간을 늘릴 경우에는 주파수 빈의 크기에는 변동이 없으나 비동기 적분의 자승 손실과 같은 적분 손실이 뒤따른다<sup>[8,14]</sup>.

Squared-D 탐색 알고리즘에서는 신호 검출을 위하여 식(16)의 테스트 통계 값을 이용한다.

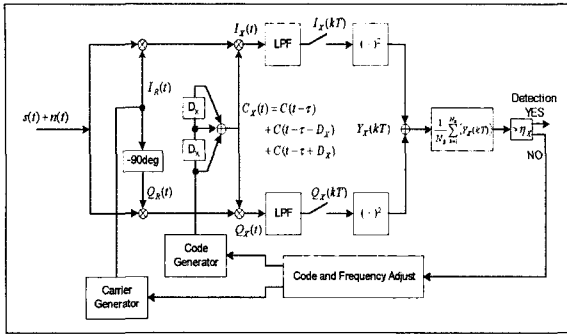
$$Z_s(kT) = I_s(kT)I_s((k+1)T) + Q_s(kT)Q_s((k+1)T) \quad (16)$$

식(16)의 적분 방식은 서로 다른 시점에서 샘플한 인접한 두 쌍의 동위상 성분과 직교 성분을 내적하여 적분하는 방식으로 차분적분 방식으로 알려져 있다<sup>[8,14]</sup>. 차분적분 기법은 비동기 적분(Non-coherent integration)의 자승 손실이 존재하지 않으며, 적분하기 전의 입력 신호 세기에 관계없이 동기 적분과 비교하여 일정한 손실을 갖는다<sup>[14]</sup>.

초기 동기 획득 시간은 탐색 셀의 전체 개수와 거의 비례하며, 이는 기존 연구 결과로부터 알 수 있는 사실이다<sup>[5,11,12]</sup>. 따라서, 탐색 셀의 간격을 넓히면 탐색 셀의 전체 개수가 줄어들고, 결과적으로 초기 동기 획득 시간도 줄어들 것이다. 그러나, 초기 동기 획득 시간을 줄이기 위해서 탐색 셀의 간격을 무한정 넓힐 수만은 없다. 탐색 셀의 간격을 넓힐수록 신호 검출 확률이 감소하기 때문이다. 이는 본 논문을 통하여 증명되었으며, 이에 대한 세부적인 사항은 다음 장에서 언급하기로 한다. 이와 유사하게 다중 상관기를 채용한 초기 동기 시스템에서 코드 빈의 크기를 키움으로써 초기 동기 획득 시간을 줄일 수는 있으나, 매우 큰 코드 빈의 크기가 오히려 초기 동기 획득 시간의 증가를 유발 시킬 수 있다.

본 논문에서는 기존의 다중 상관기의 성능 저하 현상을 보완할 수 있는 확장형 다중 상관기로 불리는 새로운 방식의 초기 동기 시스템용 상관 방식을 제안하고, 그의 우수성을 살펴본다. 제안하는 확장형 다중 상관기의 하나의 상관 아암에 대한 블록도를 그림 3에 도시하였다.

제안하는 확장형 다중 상관기는 그림 3에서 명암 처리된 블록과 같이 입력 신호로부터 복조된 동위상 및 90° 위상의 신호를 역 확산하기 위하여 3개의 코드로 조합된 신호를 이용한다. 나머지 부분은 일반적인 수동/다중 상관기와 동일하다.



[그림 3] 확장형 다중 상관기의 하나의 상관 아암

입력 신호에 포함되어 있는 위성 신호와의 동기를 위하여 생성하는 반송파와 코드는 다음과 같다.

$$I_R(t) = 2 \cdot \cos(\hat{\omega}t + \hat{\phi}) \quad (17)$$

$$Q_R(t) = -2 \cdot \sin(\hat{\omega}t + \hat{\phi}) \quad (18)$$

$$(C_X(t) = C(t - \tau) + C(t - \tau - D_X) + C(t - \tau + D_X) \quad (19)$$

여기서,  $D_X$ 는 설계 값이다. 따라서, 생성 반송파 및 코드와 곱해진 입력 신호는 다음과 같다.

$$I_X(t) = s(t) \cdot I_R(t) \cdot C_X(t) + n(t) \cdot I_R(t) \cdot C_X(t) \quad (20)$$

$$Q_X(t) = s(t) \cdot Q_R(t) \cdot C_X(t) + n(t) \cdot Q_R(t) \cdot C_X(t) \quad (21)$$

따라서, LPF 출력 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$I_X(kT) = \frac{1}{T} \cdot \int_{(k-1)T}^{kT} s(t) \cdot I_R(t) \cdot C_X(t) dt + \frac{1}{T} \cdot \int_{(k-1)T}^{kT} n(t) \cdot I_R(t) \cdot C_X(t) dt \quad (22)$$

$$Q_X(kT) = \frac{1}{T} \cdot \int_{(k-1)T}^{kT} s(t) \cdot Q_R(t) \cdot C_X(t) dt + \frac{1}{T} \cdot \int_{(k-1)T}^{kT} n(t) \cdot Q_R(t) \cdot C_X(t) dt \quad (23)$$

다음과 같은 새로운 변수를 정의한다.

$$n_{iX}(kT) \equiv \frac{1}{T} \cdot \int_{(k-1)T}^{kT} n(t) \cdot I_R(t) \cdot C_X(t) dt$$

$$n_{qX}(kT) \equiv \frac{1}{T} \cdot \int_{(k-1)T}^{kT} n(t) \cdot Q_R(t) \cdot C_X(t) dt \quad (24)$$

그러면, LPF 출력 신호는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I_X(kT) \cong A \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T/2)}{(\omega_e \cdot T/2)} \cdot [R(\tau) + R(\tau - D_X) + R(\tau + D_X)] \cdot \cos(\omega_e \cdot T/2 + \phi_e) + n_{iX}(kT) \quad (25)$$

$$Q_X(kT) \cong A \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T/2)}{(\omega_e \cdot T/2)} \cdot [R(\tau) + R(\tau - D_X) + R(\tau + D_X)] \cdot \sin(\omega_e \cdot T/2 + \phi_e) + n_{qX}(kT) \quad (26)$$

여기서, 동위상 잡음  $n_{iX}(kT)$ 와  $90^\circ$  위상 잡음  $n_{qX}(kT)$ 의 평균전력을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_X^2 = (3 + 2 \cdot R(-D_X) + 2 \cdot R(D_X) + 2 \cdot R(2 \cdot D_X)) \cdot \sigma^2 = (3 + 4 \cdot R(D_X) + 2 \cdot R(2 \cdot D_X)) \cdot N/T \quad (27)$$

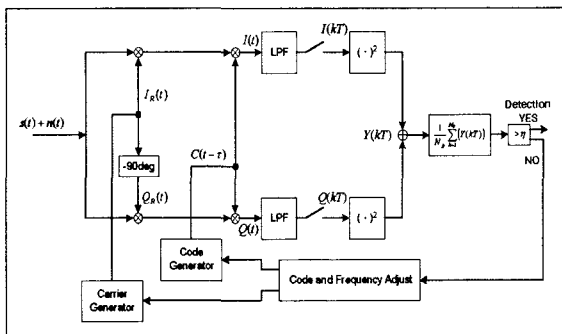
다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식은 신호 검출을 위하여 일반적인 GPS 수신기의 테스트 통계 값을 이용하며, 이는 다음 식과 같다<sup>[4,6,11]</sup>.

$$Z_x(kT) = \frac{1}{N_B} \sum_{k=1}^{N_B} [I_x^2(kT) + Q_x^2(kT)] \quad (28)$$

여기서,  $N_B$ 는 차분적분 횟수이다. 식 (28)의 값이 설정 값( $\eta_x$ )을 초과할 경우 신호 동기에 성공했다고 판별한다.

### 3. 일반화된 신호 검출 확률 및 평균 초기 획득 동기 시간

GPS 수신기의 성능 지표 중의 하나인 TTFF (Time To First Fix)는 GPS 수신기에 전원을 인가한 이후에 사용자에게 항법 정보를 제공하기 위하여 소요되는 시간을 의미한다<sup>[1]</sup>. TTFF를 결정하는데 있어서 가장 중요한 인자는 초기 동기 수행 시간이다. 이는 초기 동기를 수행하는데 소요되는 시간이 신호 추적이나 항법을 수행하는 시간과 비교하여 길고 일정하지 않기 때문이다. 따라서, 초기 동기의 성능 판별은 얼마나 빠르게 초기 동기를 성공적으로 수행했는지에 있으며, 일반적으로 평균 초기 동기 획득 시간으로 판별한다<sup>[4,6,11]</sup>. 그림 4와 같은 상관 아암을 가지



[그림 4] 일반적인 다중 상관기의하나의 상관 아암

는 일반적인 다중 상관기의 평균 초기 동기 획득 시간에 대해서 알아보자.

그림 4의 일반적인 상관 아암에 대한 오보 확률 및 신호 검출 확률은 다음과 같다<sup>[6,11]</sup>.

$$P_{FA} = e^{-\eta^*} \sum_{k=0}^{N_B-1} \frac{(\eta^*)^k}{k!} \quad (29)$$

$$P_D = \int_{\eta^*}^{\infty} \left( \frac{Z^*}{N_B \gamma} \right)^{(N_B-1)/2} \exp(-Z^* - N_B \gamma) I_{N_B-1} \left[ 2\sqrt{N_B \gamma Z^*} \right] dZ^* \quad (30)$$

여기서  $\eta^* \equiv \eta N_B / (2\sigma^2)$ ,  $Z^* \equiv Z N_B / (2\sigma^2)$ ,  $\gamma \equiv A^2 / (2\sigma^2)$ , 그리고,  $N_B$ 는 후검출(post-detection) 샘플의 개수이다.

기존에 연구 발표된 신호 검출 확률은 입력 신호의 반송파 주파수와 수신기에서 생성하는 반송파의 주파수가 정확히 일치하고, 입력 신호의 C/A 코드 위상이 수신기에서 생성하는 특정한 탐색 후보의 코드 위상과 정확하게 일치한다고 가정하였다<sup>[6,11]</sup>. 실제 GPS 수신기의 경우 정확한 신호 추적을 하기 이전에는 입력 신호와 생성 신호간의 반송파 주파수 차 및 코드 위상 차를 알 수 없으므로 식(30)에 나타내어진 신호 검출 확률에 대한 기존 연구 결과가 실제와는 맞지 않는 것을 알 수 있다. 또한 기존의 연구 결과를 이용해서는 코드 bin의 크기를 키울수록, 혹은 주파수 bin의 크기를 키울수록 신호 검출 확률이 낮아지는 현상을 설명할 수가 없다. 본 장에서는 전술한 가정을 배제한 상황에서의 신호 검출 확률을 유도하였으며, 유도한 결과가 기존의 연구 결과를 포함하는 일반화된 신호 검출 확률임을 보인다. GPS 수신기로 입력되는 신호



와 생성 신호간의 반송파 주파수 차 및 코드 위상 차를 알지 못한다고 가정할 때의 일반화된 신호 검출 확률은 정리 1과 같다.

**정리 1 :** GPS 수신기로 입력되는 신호와 생성 신호간의 반송파 주파수 차 및 코드 위상 차를 알지 못한다고 가정할 때의 일반화된 신호 검출 확률은 다음과 같다.

$$\overline{P_D} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\omega_{e1}}^{\omega_{e2}} p_r(\tau) \cdot p_\omega(\omega_e) \int_r \left( \frac{Z^*}{N_B \gamma(\tau, \omega_e)} \right)^{(N_B-1)/2} \cdot \exp(-Z^* - N_B \gamma(\tau, \omega_e)) I_{N_B-1} \left[ 2 \sqrt{N_B \gamma(\tau, \omega_e)} Z^* \right] dZ^* d\omega_e d\tau \quad (31)$$

여기서,

$$\gamma(\tau, \omega_e) = \left( A \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T/2)}{(\omega_e \cdot T/2)} \cdot R(\tau) \right)^2 / (2\sigma^2) \quad (32)$$

$$p_r(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} & (\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2) \\ 0 & (otherwise) \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_r(\tau) d\tau = \int_{\tau_1}^{\tau_2} p_r(\tau) d\tau = 1 \quad (33)$$

$$p_\omega(\omega_e) = \begin{cases} \frac{1}{\omega_{e2} - \omega_{e1}} & (\omega_{e1} \leq \omega_e \leq \omega_{e2}) \\ 0 & (otherwise) \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_\omega(\omega_e) d\omega_e = \int_{\omega_{e1}}^{\omega_{e2}} p_\omega(\omega_e) d\omega_e = 1 \quad (34)$$

이다.

**증명 :** 그림 3에서의 LPF 출력 신호는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I(kT) \cong A \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T/2)}{(\omega_e \cdot T/2)} \cdot R(\tau) \cdot \cos(\omega_e \cdot T/2 + \phi_e) + n_i(kT) \quad (35)$$

$$Q(kT) \cong A \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T/2)}{(\omega_e \cdot T/2)} \cdot R(\tau) \cdot \sin(\omega_e \cdot T/2 + \phi_e) + n_q(kT) \quad (36)$$

GPS 수신기로 입력되는 위성 신호의 C/A 코드 위상과 반송파 주파수를 정확히 알지 못한다고 할 때 식 (35)와 (36)에서 반송파 주파수 오차( $\omega_e$ )와 C/A 코드 위상 오차( $\tau$ )는 식(33)과 (34)와 같은 균일 확률 분포를 갖는다고 할 수 있다. 식(33)에서  $\tau_1$ 과  $\tau_2$ 는 입력 코드와 생성 코드간의 위상 차의 최대치와 최소치이다. 예를 들어 코드 bin의 크기가 0.5 chip 이고, 코드 bin간에 서로 독립이며, 해당 코드 bin에 신호가 존재한다고 하면,  $\tau_1$ 과  $\tau_2$ 는 각각 -0.25 chip과 0.25 chip의 값을 갖는다. 그리고, 식(34)에서  $\omega_{e1}$ 와  $\omega_{e2}$ 는 입력 반송파와 생성 반송파간의 주파수 차의 최대치와 최소치이다. 예를 들어 주파수 bin의 크기가 500Hz 이고, 주파수 bin간에 서로 독립이며, 해당 주파수 bin에 신호가 존재한다고 하면,  $\omega_{e1}$ 와  $\omega_{e2}$ 는 각각 -250Hz와 250Hz의 값을 갖는다.

식(33)과 (34)와 같이 하나의 탐색 셀 내에서 균일 확률 분포를 갖는 반송파 주파수 오차( $\omega_e$ ) 및 C/A 코드 위상 오차( $\tau$ )에 대한 신호 검출 확률은 식(30)을 이용하여 구할 수 있으며, 이는 다음의 식과 같다.

$$\overline{P_D} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\omega_{e1}}^{\omega_{e2}} p_r(\tau) \cdot p_\omega(\omega_e) \cdot P_D(\gamma | \tau, \omega_e) d\tau$$

$$= \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\omega_{e1}}^{\omega_{e2}} p_r(\tau) \cdot p_\omega(\omega_e) \int_r \left( \frac{Z^*}{N_B \gamma(\tau, \omega_e)} \right)^{(N_B-1)/2} \cdot \exp(-Z^* - N_B \gamma(\tau, \omega_e)) I_{N_B-1} \left[ 2 \sqrt{N_B \gamma(\tau, \omega_e)} Z^* \right] dZ^* d\omega_e d\tau \quad (37)$$

정리 1에서 입력 신호의 C/A 코드 위상과 반송파 주파수가 특정 탐색 셀의 C/A 코드 위상 및 반송파 주파수와 정확히 일치한다고 하면 식(33)와 (35)의 반송파 주파수 오차 및 C/A 코드 위상 오차에 대한 확률 분포는 다음과 같다.

$$p_{\tau}(\tau) = \delta(\tau) \quad (38)$$

$$p_{\omega}(\omega_c) = \delta(\omega_c) \quad (39)$$

여기서,  $\delta(\cdot)$ 는 디랙 델타 함수(Dirac delta function)이다. 따라서, 입력 신호의 C/A 코드 위상과 반송파 주파수가 특정 탐색 셀의 C/A 코드 위상 및 반송파 주파수와 정확히 일치할 때의 신호 검출 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{P_D} &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\omega_{e1}}^{\omega_{e2}} \delta(\tau) \cdot \delta(\omega_c) \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left( \frac{Z^*}{N_b \gamma(\tau, \omega_c)} \right)^{(N_b-1)/2} \\ &\quad \cdot \exp(-Z^* - N_b \gamma(\tau, \omega_c)) I_{N_b-1} \left[ 2\sqrt{N_b \gamma(\tau, \omega_c)} Z^* \right] dZ^* d\omega_c d\tau \Big|_{\tau=0, \omega_c=0} \\ &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left( \frac{Z^*}{N_b \gamma(0,0)} \right)^{(N_b-1)/2} \exp(-Z^* - N_b \gamma(0,0)) I_{N_b-1} \left[ 2\sqrt{N_b \gamma(0,0)} Z^* \right] dZ^* \end{aligned} \quad (40)$$

여기서,  $\gamma(0,0) = A^2 / (2\sigma^2)$ 이다. 이때 식(40)은 기존의 연구결과인 식(30)과 동일하며, 정리1이 기존의 연구 결과를 포함하는 일반화된 신호 검출 확률임을 알 수 있다. 정리 1에 의하면  $(\tau_2 - \tau_1)$ 이 커지거나,  $(\omega_{e2} - \omega_{e1})$ 이 커질수록 신호 검출 확률이 감소한다. 다시 말하면, 코드 빈간에 서로 독립이며, 해당 코드 빈에 신호가 존재한다고 할 때에  $(\tau_2 - \tau_1)$ 는 코드 빈 크기와 동일하므로, 코드 빈의 크기가 커질수록 신호 검출 확률이 감소한다고 할 수 있다. 또한, 주파수 빈

간에 서로 독립이고, 해당 주파수 빈에 신호가 존재한다고 할 때에  $(\omega_{e2} - \omega_{e1})$ 는 주파수 빈 크기와 동일하므로, 주파수 빈의 크기가 커질수록 신호 검출 확률이 감소한다고 할 수 있다. 이러한 현상은 기존의 신호 검출 확률에 대한 연구 결과를 이용해서는 해석이 불가능한 특성이었으나, 본 논문에서 제시한 정리 1을 이용하면 수치적으로 해석이 가능하다.

본 논문에서 정리한 일반화된 신호 검출 확률을 일반적인 다중 상관기의 초기 동기 성능을 구하는데 이용하여 보자. 초기 동기의 성능 지표인 평균 초기 동기 획득 시간은 신호검출 확률 및 오보확률, 신호 탐색 영역 및 동시 탐색 셀의 개수로 계산된다. 다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식의 평균 초기 동기 획득 시간은 추론 1과 같다.

**추론 1 :** 다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식의 일반화된 평균 초기 동기 획득 시간은 다음과 같다.

$$\overline{T_{MA}} = (N-1)T_D \left( 1 + k_p P_{FA1} \right) \left( \frac{2 - \overline{P_D}}{P_D} \right) + \frac{T_D}{P_D} \left( 1 + k_p P_{FA2} \right) \quad (41)$$

여기서  $N = N_c / M_c$ 이고,  $N_c$ 는 탐색 셀의 총 개수,  $M_c$ 는 동시 탐색 셀 개수,  $T_D$ 는 한 셀의 공칭 정체 시간,  $k_p$ 는 오보 위약 계수,  $P_{FA1} = 1 - (1 - P_{FA})^{M_c}$ ,  $P_{FA2} = 1 - (1 - P_{FA})^{M_c - 1}$ , 그리고  $P_{FA}$ 는 오보 확률이다.

**증명 :** 다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식의 평균 초기 동기 획득 시간은 다음과 같다<sup>[14]</sup>.

$$\overline{T_{MA}} = (N-1)T_D \left( 1 + k_p P_{FA1} \right) \left( \frac{2 - P_D}{P_D} \right) + \frac{T_D}{P_D} \left( 1 + k_p P_{FA2} \right) \quad (42)$$

따라서, 정리 1을 이용하여 식(42)에 대입하면 다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식의 일반화된 평균 초기 동기 획득 시간은 다음과 같다.

$$\overline{T_{MA}} = (N-1)T_D \left(1 + k_p P_{FA1} \left(\frac{2 - \overline{P_D}}{P_D}\right)\right) + \frac{T_D}{P_D} \left(1 + k_p P_{FA2}\right) \quad (43)$$

식(42)를 살펴보면 기존의 평균 초기 동기 획득 시간은 동일한 신호 대 잡음 비의 신호에 대하여 동시 탐색 셀의 개수, 즉 다중 상관기의 채널 당 상관 이암의 개수에만 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. 그러나, 실제 환경에서는 다중 상관기의 동시 탐색 셀의 개수뿐만 아니라, 탐색 셀의 간격도 영향을 줄 수 있다. 이러한 현상에 대해서는 식(42)의 기존 연구 결과로는 해석이 불가능하지만, 본 논문에서 제시한 추론 1을 이용하면 수치적인 해석이 가능하다. 이에 대한 적용 예는 IV장에서 다루기로 한다.

정리 1과 추론 1을 이용하여 스퀘어드-D 탐색 알고리즘과 확장형 다중 상관기에 대한 초기 동기 성능을 분석하자. 여기에서 스퀘어드-D 탐색 알고리즘은 반송파 주파수에 대한 탐색 후보의 개수를 줄이기 위한 방안이므로 신호 검출 확률 및 오보 확률만을 유도한다. 스퀘어드-D 탐색 알고리즘에 대한 신호 검출 확률 및 오보 확률은 정리 2와 같으며, 확장형 다중 상관기에 대한 신호 검출 확률, 오보 확률, 그리고 평균 초기 동기 획득 시간은 정리 3과 같다.

**정리 2 :** 스퀘어드-D 탐색 알고리즘에 대한 신호 검출 확률 및 오보 확률은 다음과 같다.

$$\overline{P_D} = \int_{\omega_{e1}}^{\omega_{e2}} P_{\omega}(\omega_e) \cdot Q\left(\frac{\eta - m_a(\omega_e)}{\sigma_a(\omega_e)}\right) d\omega_e \quad (44)$$

$$P_{FA} = \frac{1}{2} e^{-\frac{\eta}{\sigma_s^2}} \quad (45)$$

여기서,

$$m_a(\omega_e) = \frac{A^4}{4} \cdot \left(\frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_S)\right)^2 \quad (46)$$

$$\sigma_a^2(\omega_e) = \frac{A^4}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_S)\right)^2 \cdot \sigma_s^2 + 2\sigma_s^4 \quad (47)$$

이고, Q(.)는 Gaussian probability integral 이다.

**증명 :** GPS 수신기로 입력되는 위성 신호의 반송파 주파수와 수신기에서 생성하는 반송파 주파수의 차가 라고 하면, 스퀘어드-D 탐색 알고리즘의 신호 검출을 위한 테스트 통계 값은 식(13), (14), 그리고 (16)으로부터 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} Z_S(kT) = & \left( \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_S) \cdot \cos(\omega_e \cdot T + \phi_e) \right)^2 \\ & + \left( \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_S) \cdot \cos(\omega_e \cdot T + \phi_e) \right) \\ & \cdot (n_{i3}(kT) + n_{i3}((k+1)T)) \\ & + n_{i3}(kT) \cdot n_{i3}((k+1)T) \\ & + \left( \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_S) \cdot \sin(\omega_e \cdot T + \phi_e) \right)^2 \\ & + \left( \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_S) \cdot \sin(\omega_e \cdot T + \phi_e) \right) \\ & \cdot (n_{q3}(kT) + n_{q3}((k+1)T)) \\ & + n_{q3}(kT) \cdot n_{q3}((k+1)T) \end{aligned} \quad (48)$$

식(48)에서 확률 분포 함수 다음의 평균값과 분산

값을 갖는 가우시안 분포로 근사화면<sup>[7,8]</sup>, 식(48)의 평균은

$$m_a(\omega_e) = \frac{A^4}{4} \cdot \left( \frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_S) \right)^2 \quad (49)$$

이고, 분산은

$$\sigma_a^2(\omega_e) = \frac{A^4}{2} \cdot \left( \frac{\sin(\omega_e \cdot T)}{(\omega_e \cdot T)} \cdot R(D_S) \right)^2 \cdot \sigma_s^2 + 2\sigma_s^4 \quad (50)$$

이다. 신호 검출 확률은 식(48)의 값이 정해진 임계 값( $\eta$ )을 초과하는 확률을 의미하며, 이는 앞서 사용한 근사화 기법에 의하여 다음과 같이 얻어진다.

$$P_D = Q\left(\frac{\eta - m_a(\omega_e)}{\sigma_a(\omega_e)}\right) \quad (51)$$

식(51)로부터 GPS 수신기로 입력되는 위성 신호의 반송파 주파수와 수신기에서 생성하는 반송파 주파수의 차가  $\omega_e$  이고, 이 값이 식(34)와 같은 균일 확률 분포를 갖는다고 하면 스쿼어드-D 탐색 알고리즘의 신호 검출 확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{P_D} = \int_{\omega_{e1}}^{\omega_{e2}} p_\omega(\omega_e) \cdot Q\left(\frac{\eta - m_a(\omega_e)}{\sigma_a(\omega_e)}\right) d\omega_e \quad (52)$$

스쿼어드-D 탐색 알고리즘의 오보 확률을 구하기 위해서 그림 2에서 시스템에 입력되는 신호가 노이즈만 있다고 가정한다. 이때의 테스트 통계 값은 다음과 같다.

$$Z_S(kT) = n_{i3}(kT) \cdot n_{i3}((k+1)T) + n_{q3}(kT) \cdot n_{q3}((k+1)T) \quad (53)$$

오보 확률은 식(53)의 값이 정해진 임계 값( $\eta$ )을 초과하는 확률을 의미하며, 이는 다음과 같다<sup>[8]</sup>.

$$P_{FA} = \frac{1}{2} e^{\frac{\eta}{\sigma_s^2}} \quad (54)$$

여기서,  $\sigma_s^2 = E[n_{i3}(kT) \cdot n_{i3}(kT)]$  이다.

**정리 3 :** 확장형 다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식의 오보 확률과 신호 검출 확률 및 평균 초기 동기 획득 시간은 다음과 같다.

$$P_{FA} = e^{-\eta^*} \sum_{k=0}^{N_B-1} \frac{(\eta^*)^k}{k!} \quad (55)$$

$$\overline{P_D} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\omega_{e1}}^{\omega_{e2}} p_\tau(\tau) \cdot p_\omega(\omega_e) \int_{\eta^*}^{\infty} \left( \frac{Z^*}{N_B \gamma(\tau, \omega_e)} \right)^{(N_B-1)/2} \cdot \exp(-Z^* - N_B \gamma(\tau, \omega_e)) I_{N_B-1} \left[ 2\sqrt{N_B \gamma(\tau, \omega_e)} Z^* \right] dZ^* d\omega_e d\tau \quad (56)$$

$$T_{MA} = (N-1)T_D \left( 1 + k_p P_{FA1} \right) \left( \frac{2 - \overline{P_D}}{\overline{P_D}} \right) + \frac{T_D}{\overline{P_D}} \left( 1 + k_p P_{FA2} \right) \quad (57)$$

여기서,  $\eta^* \equiv \eta N_B / (2\sigma_x)^2$ ,  $Z^* \equiv Z N_B / (2\sigma_x)^2$ ,  $\gamma(\tau) = (A \cdot (R(\tau) + 2R(\tau + D_x)))^2 / (2\sigma_x)^2$  이다.

**증명 :** 주어진 초기 동기 시스템에 대하여 오보 확률과 신호 검출 확률, 그리고 평균 초기 동기 획득 시간

을 추정하는데 있어서 상관 아암의 최종 출력( $Z(kT)$ )에서의 잡음의 세기와 신호의 세기가 중요한 파라미터이다. 다시 말하면 상관 아암의 최종 출력에서의 잡음의 세기와 신호의 세기를 알 수 있으면, 앞에서 열거한 초기 동기 시스템의 성능을 추정할 수 있다. 그림 3의 확장형 다중 상관기의 경우에 최종 출력에서의 신호의 세기와 잡음의 세기(평균 전력)은 다음과 같다.

$$\gamma(\tau, \omega_e) = \left( A \cdot \frac{\sin(\omega_e \cdot T/2)}{(\omega_e \cdot T/2)} \cdot [R(\tau) + 2 \cdot R(\tau - D_x)] \right)^2 \quad (58)$$

$$\sigma_x^2 = (3 + 4 \cdot R(D_x) + 2 \cdot R(2 \cdot D_x)) \cdot N/T \quad (59)$$

식(58)과 식(59)를 주어진 식(29)와 정리 1, 그리고, 추론 1에 각각 적용하면 확장형 다중 상관기를 채용한 초기 동기 시스템의 오보 확률과 신호 검출 확률, 그리고 평균 초기 동기 획득 시간을 유도할 수 있다.

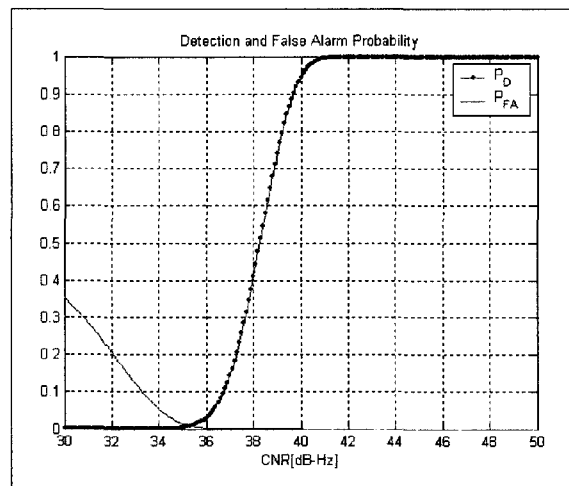
#### 4. 성능 평가

본 장에서는 제안한 스퀘어드-D 탐색 알고리즘과 확장형 다중 상관기를 GPS 초기 동기에 적용하고, 제안한 방식에 따른 성능을 평가한다. 스퀘어드-D 탐색 알고리즘은 반송파 주파수에 대한 탐색 후보를 찾는 방안이므로 신호 검출 확률과 오보 확률에 대한 성능을 평가한다. 확장형 다중 상관기는 신호 검출 확률과 평균 초기 동기 획득 시간 면에서 기존의 상관 방식과 비교한다. 성능 평가를 용이하게 하기 위해서 입력 신호의 반송파 주파수와 수신기에서 생성하는

신호의 반송파 주파수가 정확히 일치한다고 가정한다. 신호 검출을 위한 임계 값( $\eta$ )은 고정 오보확률에 의한 임계 값 결정 방법을 이용한다<sup>[7]</sup>. 본 논문에서는 고정 오보 확률을  $2 \times 10^{-2}$ 으로 한다. 선정된 오보확률은 CNR(Carrier-to-Noise Ratio)으로 36dB-Hz의 신호검출 임계 값으로서 일반 GPS 수신기에서 적용하는 임계 값이다<sup>[14]</sup>.

그림 5는 반송파 주파수 탐색을 위하여 스퀘어드-D 탐색 알고리즘을 적용하였을 때의 신호 검출 확률과 오보 확률이다. 이를 위하여 앞의 가정과 정리2를 적용하였으며, 동기적분은 1msec로 차분적분은 500회로 설정하였다.

그림 5에서 약 40dB-Hz 이상의 C/N0 크기를 가지는 신호에 대하여 제안하는 스퀘어드-D 탐색 알고리즘의 신호 검출 확률이 0.9 이상의 값을 가짐을 알 수 있다. 이는 40dB-Hz 이상의 C/N0 크기를 가지는 신호에 대하여 90% 이상의 확률로 반송파 주파수 탐색이 가능하다는 것을 의미한다. GPS 위성 신호는



[그림 5] 스퀘어드-D 탐색 알고리즘의 신호 검출 확률 및 오보 확률

미국 국방성이 일반인에게 사용을 허가한 L1 C/A 코드 GPS 신호의 경우에 3dB이 갖는 선형편파 수신 안테나를 이용하여 5도 이상의 양각을 갖는 위성을 수신할 때에 최소 -130dBm의 신호 세기를 보장한다<sup>(2)</sup>. 이는 일반적인 GPS 수신기에서 최소한 대략 40dB-Hz의 세기를 갖는 신호라고 할 수 있다. 따라서, 정상적인 신호 크기를 갖는 대부분의 위성 신호에 대하여 스퀘어드-D 탐색 알고리즘을 이용하여 반송파 주파수 탐색이 가능하다는 것을 알 수 있다.

앞의 결과를 이용하여 GPS 수신기가 코드 스타트 모드로 동작할 시에 대한 대략적인 TTFF(Time To First Fix)를 표 1에 나타내었다. GPS 수신기가 독립적인 12채널의 상관기를 가지고 있으며, 각 상관기는 3개의 다중 상관기와 1개의 스퀘어드-D 탐색 알고리즘이 적용된 상관기를 가지고 있다고 하자. 반송파 주파수 탐색을 위한 후보 영역이 -11kHz 에서 11kHz 이고, 가시 위성은 8개 이며, 신호 검출 확률과 오보 확률을 각각 1.0과 0.0이라 가정하자. 그러면, Squared-D 탐색 알고리즘이 적용된 상관기를 이용하여 반송파 주파수 탐색 후보를 찾아내는 데에는 약

4.0 초가 소요되므로, 표 1에서와 같이 스퀘어드-D 알고리즘이 적용된 GPS 수신기의 신호 탐색 소요 시간은 최소 4.0초 이상이다.

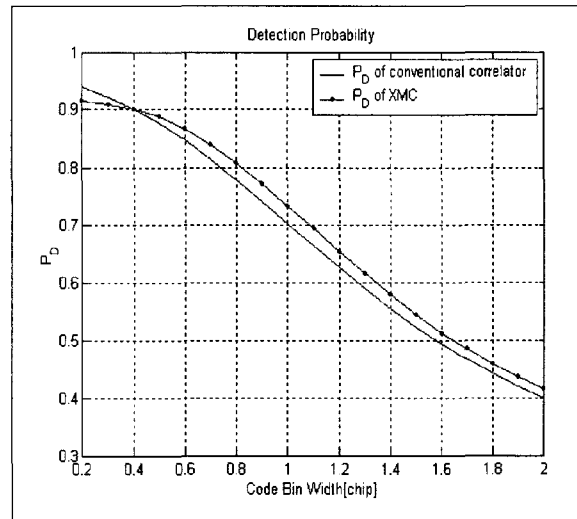
표 1에서 스퀘어드-D 탐색 알고리즘이 적용된 GPS 수신기가 개선된 초기 동기 성능을 갖고 있으며, 이로 인하여 TTFF 성능도 개선됨을 알 수 있다.

다중 상관기의 생성 코드의 위상 간격에 따른 신호 검출확률과 초기 동기 획득 시간에 대해서 알아보자. 앞서 가정과 정리 1과 추론 1을 이용하여 보통의 신호 세기인 40dB-Hz의 신호 대 잡음비를 가지는 신호에 대한 신호 검출확률과 평균 초기 동기 획득 시간을 구하여 각각 그림 6과 7에 나타내었다. 이때에 다중 상관기의 이암수는 20개이며, C/A 코드의 탐색 범위는 코드 한 주기 전체라고 하자. 그리고, 신호검출 오류로부터 벗어나는데 소요되는 정체 시간은 선적분( $T_c$ )의 10배로 두었으며, 확장형 다중 상관기에서의 코드 생성을 위한  $D_x$ 는 0.1chip으로 설정하였다.

그림 6에서 코드 bin의 크기가 커질수록 신호 검출 확률이 작아짐을 알 수 있다. 이러한 현상은 기존의

[표 1] 초기 동기 성능 비교

	반송파 주파수 탐색 후보 수	신호탐색 소요시간 최소/최대 [sec]	항법해 수신 및 복원시간 최소/최대 [sec]	TTFF 최소/최대 [sec]
일반적인 수신기	45	0.0/61.4	30/60	30.0/121.4
스퀘어드-D 알고리즘이 적용된 수신기	8 이하	4.0/14.9	30/60	34.0/74.9

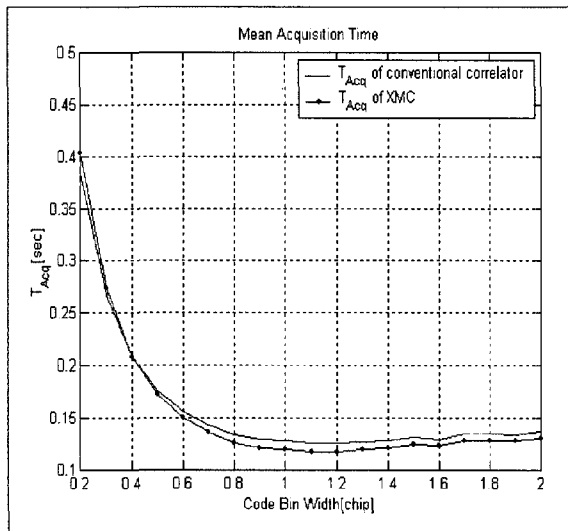


[그림 6] 40dB-Hz 신호에 대한신호 검출 확률 비교

신호 검출 확률에 대한 연구 결과를 이용해서는 해석이 불가능한 특성이었으나, 그림 6과 같이 본 논문에서 유도한 정리 1을 이용하면 쉽게 알 수 있다. 확장형 다중 상관기의 경우 그림 7에서와 같이 코드 bin의 크기가 0.4보다 큰 경우에 기존의 일반적인 상관기 보다 우수한 신호검출 확률 특성을 가진다.

그림 7에서 코드 bin의 크기가 일정 값 이하에서는 커질수록 초기 동기 획득 시간이 감소하지만 코드 bin의 크기가 매우 커지면(1.1 chip 이상) 초기 동기 획득 시간이 증가하는 것을 알 수 있다. 이 결과로부터 코드 bin의 크기를 적절히 설정함으로써 초기 동기 시스템의 성능을 개선할 수 있음을 알 수 있다. 확장형 다중 상관기의 경우 그림 y에서와 같이 코드 bin의 크기가 0.4보다 큰 경우에 대하여 기존의 일반적인 상관기 보다 우수한 초기 동기 획득 시간 특성을 가진다.

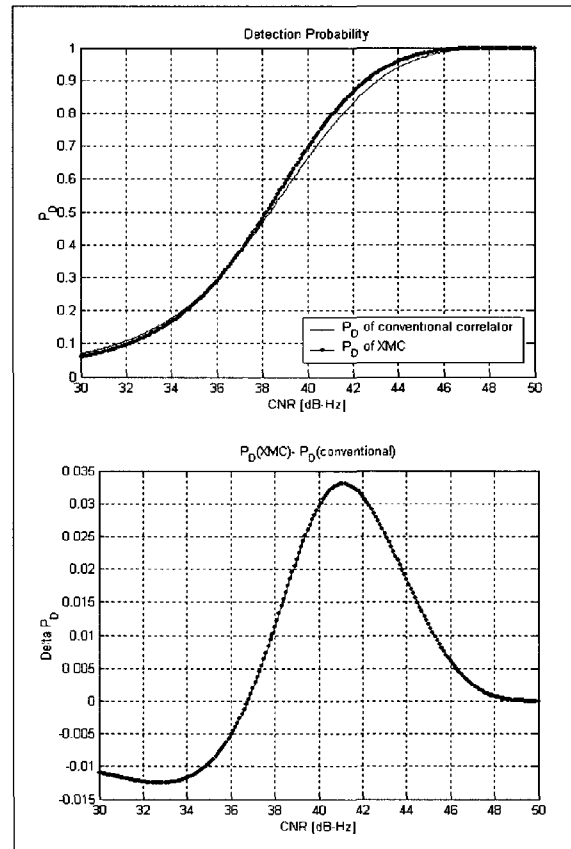
앞의 시뮬레이션 결과로부터 코드 bin의 크기를 1.1 chip으로 설정할 때에 가장 짧은 초기 동기 획득 시간을 얻을 수 있음을 알 수 있었으며, 이 설정 값을



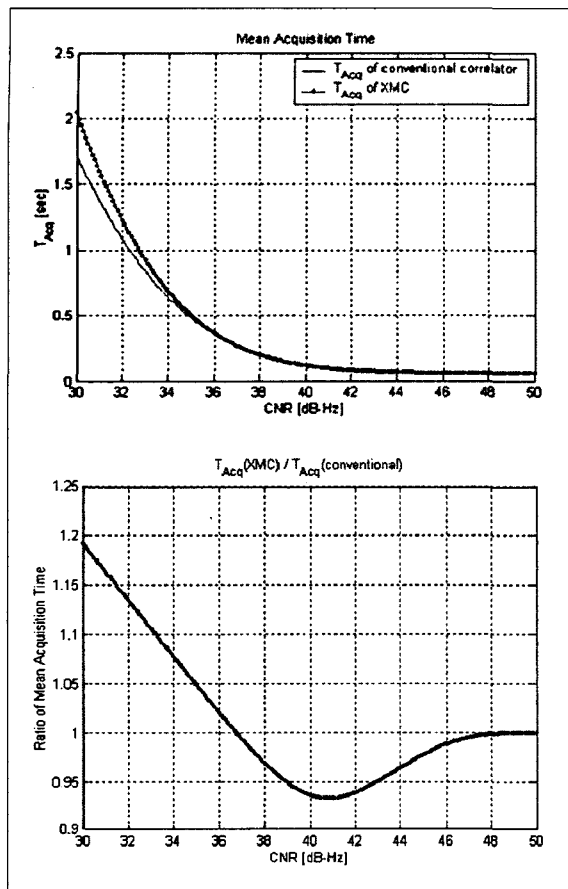
[그림 7] 40dB-Hz 신호에 대한 평균 초기 동기 획득 시간

이용하여 입력신호의 세기에 따른 신호 검출 확률과 평균 초기 동기 획득 시간을 구하여 각각 그림 8과 9에 나타내었다. 그림 9에서는 동일한 조건하의 다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식의 평균 초기 동기 획득 시간에 대한 확장형 다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식의 평균 초기 동기 획득 시간에 대한 비를 나타내었다.

그림 8과 9를 통하여 36dB-Hz에서 48dB-Hz의 신호 대 잡음비를 가지는 신호에 대해서는 확장형 다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식의 성능이 우수하며, 48dB-Hz 이상의 강 신호에 대해서는 성능이 유사함을 알 수 있다. 위성으로부터 송신되는 신호는 일



[그림 8] CNR에 따른 신호 검출 확률 비교



[그림 9] CNR에 따른 평균 초기 동기 획득 시간 비교

반적인 GPS 수신기에서 대략 40dB-Hz 이상의 신호 대 잡음비를 가지므로, 정상적인 신호 크기를 갖는 위성 신호에 대하여 본 논문에서 제시하는 확장형 다중 상관기를 채용한 초기 동기 방식이 기존의 방식보다 우수한 성능을 지닌다고 할 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문은 입력 코드와 생성 코드 위상의 동기 정도를 고정한다는 가정을 배제한 상태에서 신호 검출

확률과 평균 초기 동기 획득 시간을 유도하였다. 이는 기존의 연구 결과를 포함한 결과임을 보였으며, 이를 이용하여 코드 bin의 크기에 따른 초기 동기 시스템의 성능의 변화를 추정할 수 있음을 보였다. 또한 반송파 주파수 탐색의 성능 향상을 위한 스쿼어드-D 탐색 알고리즘과 C/A 코드 위상 탐색의 성능 향상을 위한 확장형 다중 상관 방식을 제안하였다. 시뮬레이션을 통하여 제안하는 알고리즘들이 보통 이상의 신호 대 잡음비를 가지는 신호에 대하여 TTFF 성능이 개선됨을 알 수 있었다.

본 논문은 GPS 수신기의 초기 동기 알고리즘에 대하여 실제 상황에 가까운 가정하에 성능 평가를 수행할 수 있는 결과를 제안하였다는 점에서 의미가 있다. 또한, 제안하는 스쿼어드-D 탐색 알고리즘과 확장형 다중 상관기를 채용한 초기 동기 알고리즘이 기존의 방식보다 성능 면에 있어서 우수한 방식이라는 점은 주목할 만하다. 추후 연구 과제로는 본 논문에서 제안한 알고리즘들을 GPS 수신기에 실제로 적용하는 것이 필요하고 현재 이에 대한 연구를 진행 중이다.

### 참 고 문 헌

- [1] E. D. Kaplan, Understanding GPS : Principles and Applications. Artech House, MA, 1996.
- [2] Interface Control Document ICD-GPS-200C, Arinc Research Cooperation, Fountain Valley, October 10, 1993.
- [3] J. Ashjaee et. al., Global Positioning System Receiver with Improved Radio Frequency and Digital Processing, U.S. Patent No.



- 4,928,106, May 1990.
- [4] J. B. Lozow, Analysis for Direct P(Y)-Code Acquisition, NAVIGATION, Journal of The Institute of Navigation, Vol.44, No.1, pp.89~98, Spring 1997.
- [5] J. B. Tsui, Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A software Approach. John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [6] J. Campanile et. al., GPS Acquisition Performance in the Presence of Jamming, in Proceedings of the ION GPS-92, Albuquerque, pp.265~274, September 1992.
- [7] J. Inatti, On The Threshold Setting Principles in Code Acquisition of DS-SS Signals, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.18, No.1, pp.62~72, January 2000.
- [8] J. Inatti and A. Pouttu, Differential Coherent Code Acquisition in Doppler, in Proceedings of the VTC99-Fall, Vol.2, pp.703~707, 1999.
- [9] J. Knight, SiRF's Low Power Receiver Advances, in Proceedings of the ION GPS-98, Nashville, pp.299~305, September 1998.
- [10] K. T. Woo, Optimum Semi-Codeless Carrier Phase Tracking of L2, in Proceedings of the ION GPS-99, Nashville, pp.289~305, September 1999.
- [11] M. K. Simon et. al., Spread Spectrum Communications Handbook. New York, McGraw-Hill Inc., 1994.
- [12] P. Misra et. al., Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance. Ganga-Januna Press, 2001.
- [13] R. L. Peterson, Introduction to Spread Spectrum Communications. Prentice-Hall, NJ, 1995.
- [14] S. H. Park et al., A Novel GPS Initial Synchronization Scheme using Decomposed Differential Matched Filter, in Proceedings of the 2002 ION National Technical Meeting, San Diego, pp.246~253, January 2002.