韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2003, 11. 제 42권, 제 5호, 623-636.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
Nov. 2003, Vol. 42, No. 5, 623-636.

비주얼 베이식을 이용한 수학 문제해결 과정에서 고등학생의 메타인지적 능력 활성화

이 봉 주 (한국교육과정평가원)
김 원 경 (한국교원대학교)

Ⅰ. 서 론

수학자들, 교육학자들, 심리학자들은 수학 문제해결에 포함되어 있는 복잡한 과정을 이해하려고 노력하여 왔다. 이들의 수학 문제해결 과정에 대한 분석은 일반적으로 인지적 과정과 결과에 중점을 두고 있었다. 그러나 Silver, Schoenfeld 등의 연구자들은 복잡한 문제해결 행동을 단순한 인지적 설명만으로는 체계적으로 기술할 수 없다고 주장하였다(Silver, 1985). 그들은 문제해결의 성공 또는 실패에 중요한 영향을 미치는 요인은 메타인지라고 지적하였다.

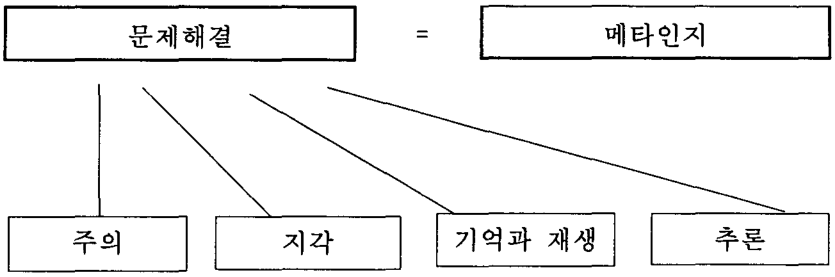
메타인지 이론가들은 직접적인 교수를 통하여 학생들의 메타인지적 수행 기능을 향상시킬 수 있다는 것을 입증하기 위하여 많은 연구를 하고 있다. Flavell(1985)은 이러한 기술들을 학교 교과과정의 주요 부분으로 도입하여 학생들에게 직접 가르쳐야 한다고 주장하였다. Derry와 Murphy(1986)도 조사 연구를 통하여 실행 기능들을 직접 교수법만으로는 훈련할 수 없지만, 점진적으로 개발할 수 있으며 오랜 기간을 통하여 내면화할 수 있다고 밝히고 있다.

한편 1980년대 이후 컴퓨터는 교육을 포함한 사회의 모든 분야에서 널리 사용되고 있다. 컴퓨터의 기술적인 진보에 대해서 듣고 경험하면서 자라는 현재의 학생들과 수학이라는 교과목의 성격을 고려할 때, 컴퓨터가 수학 학습 과정을 풍요롭게 해 줄 수 있는 교육매체임은 부인할 수 없으며 이에 따라 컴퓨터를 수학교육에 활용하려는 시도가 급격히 늘어나고 있다. 특히 컴퓨터 프로그래밍 과정에서 학습하고 사용한 전략을 일반화하고 전이하여 그 전략들을 다른 문제를 해결하는 데 이용할 수 있을 것이라는 가설 아래, 컴퓨터 프로그래밍 활동과 수학 문제해결 과정에 초점을 맞추는 연구가 많이 이루어지고 있다.

그러나 문제해결과 학생들의 인지 능력에 대한 컴퓨터 프로그래밍의 효과에 대해서는 서로 상반된 연구 결과가 있다. 어떤 연구자들(Foster, Wells, McCoy & Orey, Mayer et al., Blume & Schoen)은 컴퓨터 프로그래밍이 문제해결 성취도를 향상시키고, 문제해결 기술을 향상시킨다는 등 문제해결 수행에 긍정적인 효과를 보여주었다(신동선·류희찬, 1998). 반면에 다른 연구자들(Johnson & Harding, Soloway et al., Wells)은 컴퓨터 프로그래밍과 수학 문제해결의 관계에 대하여 유사한 긍정적인 가설을 설정하였지만 논리적인 연관성에도 불구하고 프로그래머와 프로그래머가 아닌 사람의 수학 문제해결 능력에 차이가 있다는 증거를 제시하지 못하였다(Blume & Schoen, 1988). Ahmed(1992)는 학생들의 인지 능력에 대한 컴퓨터 프로그래밍 학습의 이점을 조사한 21개의 실험 연구를 검토하고 분석한 후에, 그 연구들 중의 반은 컴퓨터 프로그래밍 학습이 학생들의 인지에 효과가 없고, 나머지 반은 어떤 긍정적인 효과를 보여준다고 밝혔다. 물론 이러한 21개의 연구들이 모두 한 가지 이상의 문제점을 드러내고 있다고 지적하였다.

이러한 연구 결과들을 고려해 볼 때, 컴퓨터 프로그래밍 과정에서 나타나는 학습자의 메타인지적 변화에 초점을 맞추어 프로그래밍 경험이 학생의 메타인지적 능력을 활성화시키는 데 영향을 미치는지를 면밀하게 검토·

* 2002년 2월 투고, 2003년 11월 심사 완료.
* ZDM분류 : C34
* MSC2000분류 : 97C30
* 주제어 : 수학 문제해결, 메타인지, 메타인지적 능력, 컴퓨터 프로그래밍.



<그림 1> Yussen과 Santrock의 메타인지(Yussen, 1985)

조사해 볼 필요가 있다.

따라서 여기에서는 비주얼 베이식을 이용한 수학 문제해결 과정을 통하여 고등학생들의 메타인지적 능력을 활성화시킬 수 있는지를 알아보기 위해, 고등학생을 대상으로 한 하나의 사례를 통하여 상세하게 탐색해 보고자 한다.

Ⅱ. 메타인지와 컴퓨터 프로그래밍

이러한 목적을 달성하기 위하여 우선 이론적 기초가 되는 문헌들을 고찰하고자 한다. 이러한 문헌 고찰은 고등학생들의 메타인지적 능력을 활성화시키기 위한 방안의 하나로 컴퓨터 프로그래밍을 활용할 수 있다는 가능성을 탐색하고 그 결과를 분석하는 데 있어서 이론적인 근거를 제공할 것이다.

1. 메타인지

메타인지는 학습하는 동안 이루어지는 과정을 제어하는 학생들의 능력과 성향뿐만 아니라 학습자들의 인식과 그들 자신의 학습 과정에 대한 지식을 말한다. 간단히 '사고에 대한 사고', '인지에 대한 반성', '인지에 대한 인지' 등으로 요약될 수 있다.

메타인지 분류에 관하여 몇 가지 관점이 제안되고 있다. 먼저, 이 분야의 선구자인 Flavell(1985)은 '메타인지적 지식'과 '메타인지적 경험'으로 구분하고 있다. 그는 '메타인지적 지식'을 이미 획득된 인지적 사실들과 관련된 일상 지식으로, '메타인지적 경험을 인지적 사실에 관한 인지적 또는 정의적 경험이라고 설명하였다. 그리고 다시, 메타인지적 지식은 세 가지 변인 즉, 인간 변인, 과제 변인, 전략 변인을 가진다고 지적하였다.

Brown(1977)은 예언, 점검, 감시, 검사, 문제를 학습하고 해결하기 위한 계획적인 시도의 통합과 제어 등과 같은 기능들이 폭넓은 학습 상황에서 효율적으로 사고하기 위한 기본적인 특성이라고 하였다. 따라서 Brown은 감시, 자기 조절, 실행 제어, 계획, 점검 등과 같은 역동적인 메타인지 측면들을 강조하였음을 알 수 있다.

Schoenfeld(1987)의 메타인지 연구는 지적 행동을 사고 과정에 대한 지식, 제어 또는 자기 조절, 신념과 직관의 세 범주로 나누고, 이 세 범주가 서로 연결되어 있지만 별개임을 강조한다. Schoenfeld의 구조에서, 신념 체계는 메타인지적 지식과 메타인지적 기능뿐만 아니라 메타인지에 관련된 중요한 측면으로서 강조된다(Yamaguchi, 1993). 실제로, 신념 체계는 수학 문제 해결 수행에 커다란 영향을 준다. 예를 들면, "나는 문장제를 푸는 것이 어려운 것 같아."와 같은 신념은 문장제 해결에 부정적인 효과를 가져올 것이고, "나는 수학이 좋아."와 같은 신념은 긍정적인 효과를 가져오고 수학 학습을 촉진시킬 것이다.

Kluwe가 메타인지적인 것과 비메타인지적인 것을 좀 더 세밀하게 구분하도록 도와준다. Kluwe(1982)에 따르면, 인지적 수준에서 저장된 정보는 개인이 '현실 영역'에 대해 아는 것과 같은 단순한 영역 지식으로 이루어지고, 저장된 절차는 단순한 해결 과정으로 이루어진다. 이와는 대조적으로 '해결 과정의 결과뿐만 아니라 선택과 적용을 감시하고 해결 활동의 흐름을 조절하는' 과정들이 메타인지적인 절차적 지식을 의미한다. Kluwe(1982)는 이러한 종류의 절차적 지식을 표현하기 위해 실행 과

정이라는 용어를 사용하였다. 실행 과정은 그 밖의 사고 과정의 감시와 조절을 모두 포함하므로, Flavell의 메타인지적 전략과 Brown의 메타인지적 기술과 일치한다. 실행 감시 과정은 인간의 사고 과정에 대한 정보 획득과 관련된 것들로서, 현재 다루고 있는 과제를 명확하게 하고, 그 활동의 현재 진행을 점검하고, 그 진행을 평가하고, 그 진행의 결과를 예측하는 데 도움이 되는 자신의 결정을 포함한다.

Borkowski 등(1990)은 자신의 정의적 상태에 대한 자기 평가는 과제, 과제의 요구 사항, 완성하는 데 필요한 지식, 완성을 위한 전략에 관한 더 나은 평가의 수단이 되기도 한다고 하였다. 또한 개인의 동기 상태가 새로운 전략 습득의 절차를 결정하기도 하고, 더욱이 전략 전이의 가능성과 정신적 과정의 특성과 작용에 대한 자기 이해의 질을 결정하기도 한다고 하였다.

Yussen과 Santrock은 문제해결을 메타인지적 측면에서 검토하고, <그림 1>과 같은 관계를 제시하였다(Yussen, 1985).

문제해결에서는 주의, 지각, 기억과 재생, 추론이라는 인지적인 측면이 중요한 요인이라는 것은 사실이다. 문제해결이 그것들을 대상으로 하는 인지 과정이라는 의미로 <그림 1>에서와 같이 문제해결과 메타인지를 등호로 연결하고 문제해결을 메타인지로 보는 것이지만, 메타인지의 해석에는 이와 같은 것도 있다는 하나의 예일 뿐이다. 이 도식에서 시사되는 점은 메타인지는 일반적으로 문제해결의 배경인 인지 과정 즉, 주의, 지각, 기억과 재생, 추론을 대상으로 하는 것으로, 메타인지적 능력의 육성이 유익한 문제해결 능력의 향상과 연결된다고 할 수 있다.

Paris와 Winograd(1990)는 자기 효능감이라는 개념이 메타인지의 두 가지 본질적인 특징 즉, 인지에 대한 자기 평가와 자기 관리를 포함한다고 하여 그 개념을 반영하였다. 그들에 따르면, 자기 평가는 자신의 지식 상태와 능력에 대한 개인적인 반성 그리고 학습자로서의 자신의 지식, 능력, 동기, 특성에 관한 정의적 상태이고, 그러한 반성은 아는 것이 무엇인가, 어떻게 생각하는가, 지식 또는 전략을 언제 그리고 왜 적용하는가에 대한 질문에 답하는 것이다. 자기 관리는 행동에서의 메타인지 즉, 문제해결의 측면을 조화시키는 데 도움이 되는 정신 과정을 말한다. 그들은 이러한 자기 평가와 자기 관리에 중점을 두는 것은 자신의 지식 구성에 능동적으로 참가해야 한다는 학습자의 개념화에 도움이 된다고 주장하였다.

이와 같이 교육학과 심리학 분야에서 메타인지를 정의하는 경계 조건에 대한 의견이 완전히 일치하지는 않을지라도, 메타인지의 구조에 대한 연구는 끊임없이 이루어지고 있다(Borkowski, 1992). Forrest-Pressley와 Waller(1984)는 메타인지와 관련된 정의들에 대한 고찰을 통하여, 명백하게 공유·기술·설명될 수 있는 정신적 상태와 능력에 대한 지식으로 메타인지를 정의하도록 제안하고 있다.

2. 문제해결과 컴퓨터 프로그래밍

일부 연구자들은 학습자가 컴퓨터 프로그래밍 경험을 통해 문제해결 기술을 향상시키고, 수학 성취도를 증가시킨다고 주장하였다(Blume & Schoen, 1988). Blume과 Schoen(1988)은 특히 컴퓨터 프로그래밍 활동과 문제해결 활동에는 모두 문제 상황의 분석과 해결 계획, 해결 전략의 선택과 적용, 완성한 프로그램과 해법에 대한 점검과 입증 단계가 필요하다고 주장하였다. 이러한 두 활동의 일반적인 단계가 유사하기 때문에, 학습자는 각 단계에 이용된 과정의 전이를 촉진시키고, 컴퓨터 프로그래밍에 필요한 몇 가지 과정을 수학 문제해결로 전이할 수 있는 잠재력을 가지게 된다.

이와 같은 문제해결 활동과 컴퓨터 프로그래밍 활동의 유사성, 그리고 문제해결에 있어서 결정적인 역할을 하는 메타인지적 활동의 관계를 통하여, 메타인지적 교육에 대한 컴퓨터 프로그래밍 활동의 시사점을 찾을 수 있다.

(1) 문제해결과 컴퓨터 프로그래밍 활동

Camp와 Marchonini(1984)는 수학 학습의 효율성을 높이기 위한 프로그래밍은 새로운 개념이 아니라고 하였다. 그들에 의하면, 수학 학습과 컴퓨터 프로그래밍의 결합에 대한 이론적인 배경은 개별지도, 교수, 연습에 대한 연구에서 비롯되었는데, 일반적으로 개인교사는 개별지도를 통해서 배우고, 교사는 교수를 통해서 배우고, 연습

하는 사람은 연습함으로써 배운다는 관점에서 출발하였다. 이러한 사실에서 프로그래머는 프로그래밍으로부터 배운다는 것을 유도해 내었다. 현재 대부분의 학생들이 이용할 수 있는 쉽고도 다양한 프로그래밍 언어가 존재하고 다양한 프로그래밍 연습 방식에 대한 연구가 많이 나옴으로써, 프로그래밍은 수학 학습의 효율성을 높이는 실행 가능한 수단이 되고 있다.

Hatfield와 Kieren(1972)은 학생들에게 컴퓨터 프로그래밍의 출력을 사용하도록 계속해서 강조한다면, 일반화와 발견에 도움이 되는 귀납적 전략을 개발하기 위한 실험 도구로서 컴퓨터를 사용하게 유도할 수 있다고 하였다. 그리고 컴퓨터 프로그래밍은 원인과 결과 문제를 탐구하기 위한 자료를 조직·조작하고 패턴을 확인하는 연산 도구라고 강조하였다.

이러한 관점은 컴퓨터 프로그래밍을 역동적인 문제해결 도구로서 사용할 것을 시사해 준다. 일반적으로 컴퓨터 프로그램에서는 학생이 직접 관찰, 연구, 수정할 수도 있는 것을 프로그래밍을 이용하여 컴퓨터가 수행하도록 명령할 수도 있다. Feurzing와 Papert는 컴퓨터 프로그래밍을 구성적인 문제해결 과정으로 간주하였다(Hatfield & Kieren, 1972).

(2) 메타인지적 교육에 대한 컴퓨터 프로그래밍 활동의 시사점

Clements와 Gullo(1984)는 학생들의 인지적 방식, 메타인지적 능력, 인지 발달, 행동 방침을 설명하는 능력 등에 영향을 미치는 컴퓨터 프로그래밍 학습의 효과를 평가하는 연구를 하였다. 그들의 연구 결과에서, 두 개의 메타인지 과제에 대해서 LOGO 프로그래밍 학습 집단은 CAI 학습 집단보다 유의미하게 우수하다는 것을 보여주었다. '자신의 사고를 감시'하고 '이해가 되지 않는 시점을 인식'하는 메타인지적 능력은 문제 풀이의 계속적인 수정을 강조하는 컴퓨터 프로그래밍 환경에서 긍정적인 영향을 받았다고 할 수 있다. 그들은 컴퓨터 프로그래밍 환경이 학생들의 사고 과정의 절차와 결과를 시각적인 표현 형태로 일관된 피드백을 하므로, 학생들이 그러한 과정을 감시하는 방법을 익히게 되는 것이라고 보고하였다.

Blume과 Schoen(1988)은 컴퓨터 프로그래밍에 필요한 몇 가지 과정이 수학 문제해결로 전이될 수 있는 가능성을 가지고 있다고 보았다. 물론 이러한 과정은 다음과 같은 사실을 포함하고 있어야 한다. 첫째, 컴퓨터 프로그래밍에서 계획이 프로그램 작성에 선행되어야 하고, 계획은 체계적이고 논리적으로 이어지는 단계여야 한다. 둘째, 프로그래머는 프로그래밍 과정 전체에 걸쳐서 체계적으로 활동하여야 한다. 예를 들면, 프로그램을 수정할 때 입력을 점검하여야 하고 출력 변화에 대한 결과를 고려하여야 하며, 프로그래머는 과제에서 변수나 방정식을 이용하여야 하고, 오류 수정은 프로그램 디버깅 과정의 본질적인 부분이므로 특히, 프로그램 실행이 잘못된 결과를 가져온다면 오류를 확인하고 수정하여야 한다. 이러한 모든 과정은 메타인지적 활동의 일부분이다.

이러한 연구들을 통하여, 컴퓨터 프로그래밍 환경에서 분명히 학습자들의 메타인지적 능력을 향상시킬 수 있다는 시사점을 얻을 수 있다. 즉 컴퓨터 프로그래밍 활동은 문제해결 과정에서 자신의 사고와 행동을 인식하고 평가하는 메타인지적 기술을 향상시킬 수 있다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

이 논문은 교수·학습 활동에서 수학적 문제해결에 중요한 역할을 하는 메타인지적 능력의 활성화를 위한 방안을 탐색하는 데 목적을 두었다. 이를 위해 고등학교 2학년 남학생(현성) 한 명을 대상으로 컴퓨터 환경에서 프로그래밍을 통해 이루어지는 수학 문제해결 과정에서 나타나는 메타인지적 활동을 관찰하고 분석하였다. 현성이의 메타인지적 능력 활성화의 가능성을 검토하기 위해, 그 활성화 경로를 시간 순으로 기술하면서 그 효과를 검증하는 질적 사례연구 방법을 이용하였다.

실험 수업은 13차례 동안 이루어졌다. 정규 수업이 끝난 후 개별적으로 별도의 시간(토요일 오후)을 활용하였다. 실험을 시작하기 전에 수학 문제를 해결하는 방법, 수학 문제해결에 대한 학생의 경험과 태도, 자신의 수학적 능력에 대한 자신감의 정도를 질문지를 통한 구조화된 면담을 이용하여 조사하였다. 이 질문지는 Middlebrooks (1993)의 메타인지적 활동 질문지와 Printrich와 De Groot(1990)의 학습을 위한 동기 전략 질문지를 조합하여, 목적에 맞도록 수정하고 보완한 것이다.

활동을 시작하기 전에 문제해결 전략과 메타인지에 대하여 간략하게 설명하였다. 활동을 모두 마친 후에 수학 문제해결 과정에서 생긴 변화와 자신의 문제해결 태도에서 생긴 변화를 면담을 통하여 조사하였다.

사전면담 후, 연구자가 프로그래밍의 기초가 되는 비주얼 베일직 언어를 소개함으로써 현성이가 프로그래밍 언어를 익힐 수 있도록 하였다. 그리고 나서 프로그래밍으로 해결할 수 있는 문제를 제시하였고, 현성이는 13개의 프로그램을 대부분 자신의 힘으로 작성하였다. 그 중에서 다음 다섯 개의 프로그램 작성 과정에서 나타난 메타인지적 능력을 중심으로 결과를 분석하였다.

<프로그래밍 문제>

1. 용기를 만드는 회사에서 잔디 깎는 기계의 연료 용기로 원통 모양의 캔을 설계하고 만들기로 계약하였다. 각 캔의 부피는 236㎖이어야 한다. 회사는 생산비용을 최소화하기 위하여 가능한 한 재료가 가정 적게 들도록 캔을 설계하고자 한다. 캔의 치수를 얼마로 해야 하는가? 캔의 치수를 구하기 위한 프로그램을 작성해 보자.

2. 36×44짜리 판자의 네 모퉁이에서 임의의 정사각형을 잘라낸 후 상자를 만들고자 한다. 상자의 부피를 최대로 하려면 잘라내는 정사각형의 한 변의 길이는 얼마로 하여야 하는가? 이 때, 상자의 부피는 얼마인가? 답을 구하기 위한 프로그램을 작성해 보자.

3. 모두 짝수인 4자리 정수의 완전제곱수를 찾는 프로그램을 작성하고, 그 수를 찾아보자.

4. 100원 짜리 동전 던지기 게임을 모의실험하기 위한 프로그램을 작성해 보자. 게임 규칙은 X, Y 두 사람이 각각 20개의 동전으로 시작하고, 각각 동전 1개씩을 차례로 던진다. 동전의 면이 일치하면 두 개의 동전을 모두 X가 가지고, 그렇지 않으면 Y가 가진다. 동전을 모두 던진 후에 X와 Y가 가지는 동전의 수를 컴퓨터를 이용하여 구해 보자. 이 때, 게임은 한 사람이 동전을 모두 잃으면 끝난다.

5. 행복 제과는 치즈 맛이 나는 '치즈 스낵'을 개발하였다. 소비자들이 이 상품을 사도록 만들기 위해 스낵 한 봉지마다 인기 있는 아케이드 게임이 그려진 스티커를 한 장씩 넣어 포장하였다. 스티커에 그려진 게임은 Q-Bert, Burger Time, Ms. Pac-Man, Zaxxon, Donkey-Kong, Frogger다. 개수가 모두 같은 여섯 가지 스티커 중에서 무작위로 뽑아서 맨 처음 생산해 낸 치즈 스낵에 배분하였다. 평범한 소비자인 여러분이 여섯 장의 스티커를 모두 모으려면 치즈 스낵을 몇 봉지 사야하는가? 이것을 구하는 프로그램을 작성해 보자.

Ⅳ. 결과 분석

비주얼 베이식을 이용한 문제해결 과정에서 학생들의 메타인지적 능력을 활성화시킬 수 있는지에 대한 가능성은 현성이가 주어진 문제를 해결하기 위해 프로그램을 완성해 나가는 과정에서 수집한 자료를 이용하여 분석함으로써 확인할 수 있었다. 진행된 문제해결 활동과 사고를 시간 순으로 기술하고 그 결과를 분석·정리하였다.

1) 질문지를 통한 사전면담 결과

현성이는 자신의 문제해결에 대한 경험에 대해서 "이런 식으로 풀면 되겠구나하는 문제는 잘 풀리는데, 푸는 방법이 잘 안 떠오르는 것은 잘 안 풀린다."라고 답하였다. 그리고 문제를 해결하는 자신의 태도에 대해서는 "풀릴 때까지 … "라고 응답하였다. 질문지의 나머지 문항에 대한 현성이의 응답은 다음 <표 Ⅳ-1>과 같다.

<표 Ⅳ-1> 사전면담 질문지에 대한 현성이의 응답

문항	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
응답	4	4	4	4	4	3	5	4	5	4

문항	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
응답	4	3	5	2	2	3	5	4	3	8

현성이의 문제해결 활동에 대한 사전면담 결과를 바탕으로 변화가 필요한 메타인지적 측면을 분석해 보면 다음과 같다.

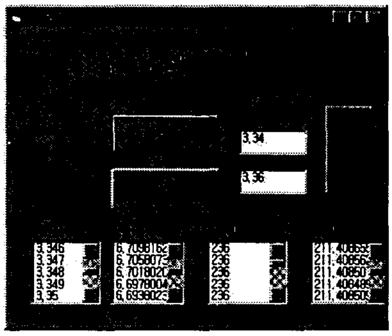
첫째, "이런 식으로 풀면 되겠구나하는 문제는 잘 풀리는데, 푸는 방법이 잘 안 떠오르는 것은 잘 안 풀린다."라는 응답을 통해 볼 때 메타인지적 전략의 개발과 새로운 전략을 탐구하기 위한 메타인지적 조절 능력의

향상이 필요하다는 사실을 알 수 있었다. 둘째, 현성이는 문제 이해 단계, 풀이 계획 단계에서 상당한 메타인지적 능력을 사전에 갖추고 있다고 분석할 수 있었다. 그러나 문제해결 과정을 점검하고 수정하는 단계와 관련된 문항에서는 현저하게 낮은 점수를 보여주었다. 이것은 문제해결 점검 단계에서의 메타인지적 기술이 부족한 것이라고 생각된다.

2) 6월 23일 (최소 겉넓이 구하기)

이 날 부피가 일정한 캔을 만드는 데 필요한 재료를 가능한 한 적게 사용하기 위한 방법을 찾는 문제를 제시하였다. 현성이는 <그림 2>에서 볼 수 있듯이 반지름의 범위를 직접 제한해 가면서 원하는 답을 찾는 프로그램을 작성하였다.

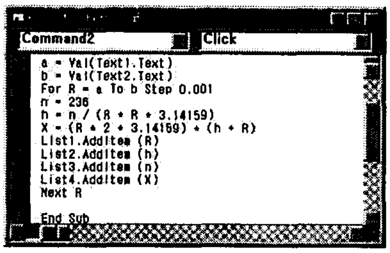
현성이는 이미 알고 있는 원기둥의 부피를 구하는 공식과 겉넓이를 구하는 공식을 이용하여, 구하고자 하는 목표를 달성하기 위하여 하위목표(반지름의 범위)를 세분한 후에 차례로 확인하고 검토하였다. 또한 현성이는 프로그램의 모든 단계를 일시에 작성한 후 실행시키기보다는, 각 단계별로 작성하고 실행시키는 과정을 반복함으로서 프로그램을 점검하고 오류를 수정해 완성하였다.



<그림 2> 최소의 겉넓이를 만족하는 반지름과 높이

물론 현성이는 이 활동에 참여하기 전, 자신의 문제해결 과정을 점검하고 수정하는 메타인지적 기술이 부족한 것으로 나타났다. 그러나 컴퓨터 프로그래밍 활동은 이러한 과정 없이 곧바로 구하고자 하는 프로그램을 완성하기가 어렵기 때문에, 그가 자신에게 내재되어 있는 메타인지적 기술을 활용하였다고 보여진다. 결국 이러한 활동이 학생들에게 잠재되어 있은 메타인지적 능력을 필요에 따라 스스로 인식하고 활성화시켜 활용할 수 있는 기회를 제공하였다고 볼 수 있다.

다음 <그림 3>은 이러한 과정을 거쳐서 완성한 프로그램이다.



<그림 3> 최소 겉넓이를 만족하는 조건을 구하는 프로그램

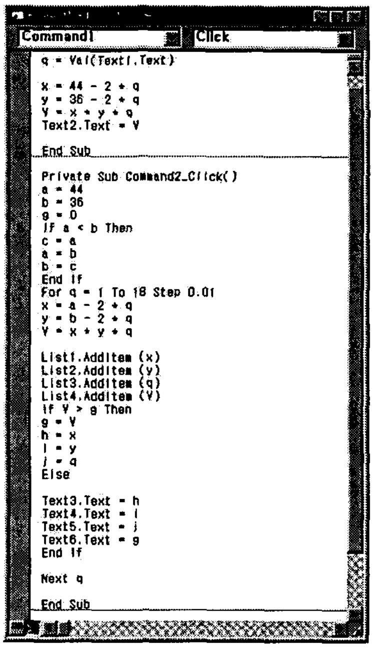
현성이는 이 문제를 통하여 목표가 분명한 계획을 세우고 실행하는 메타인지적 기술과 프로그래밍 각 단계를 실행시키고 점검하여 오류를 수정하는 메타인지적 기술을 스스로 연습하였다.

3) 7월 14일 (최대부피 구하기)

현성이는 제한된 범위 내에서 삼차함수의 최대값을 구하는 방법을 아직 배우지 않았지만, 직육면체의 부피를 구하는 공식과 잘라낼 수 있는 정사각형의 한 변 길이의 제한 범위를 알고 있었다. 현성이는 <그림 5>에서 알 수 있듯이, 원하는 프로그램을 작성하기 전에 먼저 잘라내는 정사각형의 한 변의 길이 변화에 따른 직육면체의 부피 변화를 확인하였다.

그리고 나서 주어진 판자에서 잘라내는 정사각형의 한 변의 길이에 따라 변하는 직육면체의 두 밑변의 길이와 높이, 그 때의 부피를 시각적으로 확인할 수 있도록 하는 프로그램을 작성하였다. 또한 프로그램을 점검하고 수정하는 절차를 반복함으로써 구하고자 하는 직육면체의 부피의 최대값을 한 눈에 확인할 수 있도록 프로그램을 완성하였다.

다음 <그림 4>는 현성이가 문제를 해결하기 위해 완성한 프로그램이다.

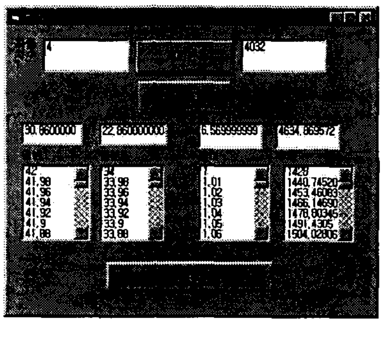


```
Command1        Click
q = Val(Text1.Text)

x = 44 - 2 * q
y = 36 - 2 * q
V = x * y * q
Text2.Text = V

End Sub

Private Sub Command2_Click()
a = 44
b = 36
g = 0
If a < b Then
c = a
a = b
b = c
End If
For q = 1 To 18 Step 0.01
x = a - 2 * q
y = b - 2 * q
V = x * y * q

List1.AddItem (x)
List2.AddItem (y)
List3.AddItem (q)
List4.AddItem (V)
If V > g Then
g = V
h = x
i = y
j = q
Else

Text3.Text = h
Text4.Text = i
Text5.Text = j
Text6.Text = g
End If

Next q

End Sub
```

<그림 4> 최대 부피를 구하는 프로그램

현성이가 작성한 프로그램을 실행한 결과는 <그림 5>와 같다. 이 결과에서 어떤 절차를 거쳐서 프로그램을 완성하였는지 추측할 수 있다.

현성이는 컴퓨터 프로그래밍 활동을 통해 분명히 자신에게 부족한 메타인지적 기술 능력을 연습하고 활성화시키고 있다고 판단된다.



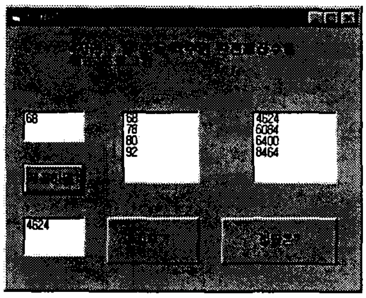
<그림 5> 최대 부피 결과

4) 7월 28일

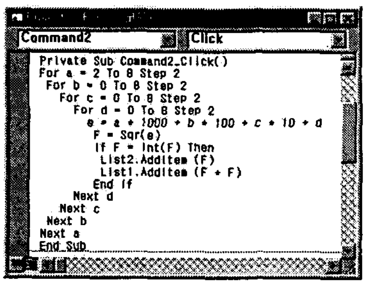
모두 짝수로 이루어진 네 자리 정수 중에서 완전제곱수를 찾는 프로그램을 작성하도록 지시하였다. 현성이는 자신의 프로그램 작성 과정에 대해서 다음과 같이 진술하였다.

> 처음에는 직접 제곱해서 알맞은 수를 알아보았다. 완전제곱수보다는 제곱근을 먼저 찾으려고 했었다. 네 자리수가 일의 자리수부터 짝수가 되게 하는 수를 구하려고 하였지만 잘 되지 않아서, 잠시 놓아두고. for next 구문을 이용하여 네 자리 모두 짝수인 완전제곱수를 구할 수 있었다.
> 그리고 선생님의 도움으로 if then 구문을 이용하여 또 다른 프로그램을 만들어 보았다. 두 프로그램의 결과는 같았다.

현성이가 비주얼 베이직 도구를 활용하여 먼저 자신이 생각한 것 즉, 직접 제곱해서 해서 알맞은 수를 확인하는 과정을 <그림 6>에서 볼 수 있다.



<그림 6> 네 자리수의 각 자리수가 모두 짝수인 완전제곱수



```
Command2        Click
Private Sub Command2_Click()
For a = 2 To 8 Step 2
 For b = 0 To 8 Step 2
   For c = 0 To 8 Step 2
     For d = 0 To 8 Step 2
       e = a * 1000 + b * 100 + c * 10 + d
        F = Sqr(e)
        If F = Int(F) Then
         List2.AddItem (F)
         List1.AddItem (F * F)
        End If
     Next d
   Next c
 Next b
Next a
End Sub
```

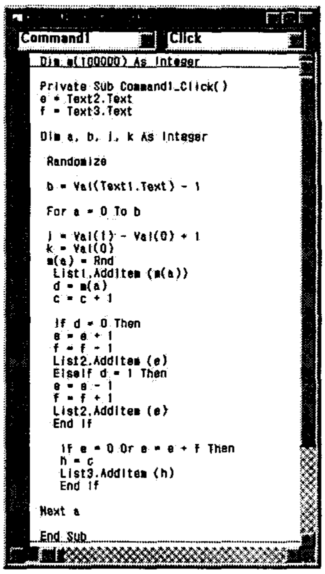
<그림 7> 네 자리의 수가 모두 짝수인 완전제곱수를 구하는 프로그램

5) 8월 3일 (동전 던지기 게임)

100원짜리 동전 던지기 게임을 모의실험하기 위한 프로그램을 작성하도록 지시하였다. 현성이는 자신의 프로그램 작성 과정에 대해서 다음과 같이 진술하였다.

> 처음 문제를 봤을 때는 확률이 0.5 이어서 결과가 나오지 않을 것 같다고 생각했었다.
> 먼저 문제에 필요한 연산으로는 랜덤을 이용해 보기로 했다. 랜덤함수를 잘 사용하지 못해서 많은 시간이 걸린 것 같다.
> 랜덤함수로 확률이 이분의 일(0과 1)이 되게 만든 후 0이 나왔을 때와 1이 나왔을 때를 각각 if then 문으로 계산을 하고, 그때의 결과들을 출력하게 하려고 했지만 잘못된 점들이 많았다. 잘못된 점들을 하나하나 고쳐 나갔는데, 특히 0과 1이 나오게 하는 랜덤 함수를 프로그램 하기가 어려웠고, if then 연산들을 매끄럽게 연결시키기가 쉽지 않았다. 계산 과정은 거의 완성이 되었는데, 그 때의 반복횟수가 몇 번째인지를 출력하는 게 쉽지 않았다. 그래서 for next 구문을 이용해서 반복횟수가 몇 번인지를 알아내려고 했지만 잘 되지 않았다.

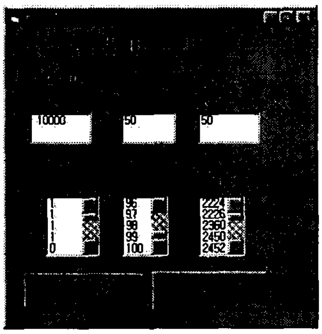
현성이는 이 문제를 해결하기 위하여 자신이 이미 알고 있는 확률에 관한 지식을 이용하였다. 그리고 목표를 달성하기 위한 계획과 전략을 선택한 후에 프로그램을 작성하였다. 작성한 프로그램을 실행시킨 다음 단계마다 나타나는 오류를 찾아 수정해 가면서 자신이 원하는 결과를 획득하는 프로그램을 완성하였다. 현성이는 이러한 과정에서 메타인지적 활동을 은연중에 숙달시키고 있음을 명백하게 보여주었다.



```
Command1                Click
Dim m(100000) As Integer

Private Sub Command1_Click()
e = Text2.Text
f = Text3.Text

Dim a, b, j, k As Integer

 Randomize

 b = Val(Text1.Text) - 1

 For a = 0 To b

 j = Val(1) - Val(0) + 1
 k = Val(0)
 m(a) = Rnd
  List1.AddItem (m(a))
  d = m(a)
  c = c + 1

  If d = 0 Then
  e = e + 1
  f = f - 1
  List2.AddItem (e)
  ElseIf d = 1 Then
  e = e - 1
  f = f + 1
  List2.AddItem (e)
  End If

   If e = 0 Or e = e + f Then
   h = c
   List3.AddItem (h)
   End If

Next a

End Sub
```

<그림 8> 동전 던지기 게임의 모의실험 프로그램

동전 던지기 게임의 모의실험 결과는 <그림 9>와 같다. 현성이는 갑과 을, 두 사람이 게임을 시작할 때 가지는 동전의 개수를 임의로 선택할 수 있도록 프로그래밍하였다. 동전을 던지는 횟수를 지정하여 실행하면 <그림 9>의 가운데 리스트 박스에는 갑이 갖게 되는 동전의 개수를 보여준다. 세 번째 리스트 박스의 맨 위의 수가 게임이 끝나는 횟수를 나타낸다.



<그림 9> 동전 던지기 게임의 모의실험 결과

6) 8월 12일 (스티커 모으기)

여섯 장의 스티커를 모으는 모의실험 프로그램을 작성하도록 지시하였다. 현성이는 자신의 프로그램 작성 과정에 대해서 다음과 같이 진술하였다.

> 문제를 읽어보니 저번 문제와 비슷해서. 저번 문제처럼 랜덤을 이용해야겠다고 생각을 하였는데, 문제는 저번 문제에서는 경우가 2가지였지만 이번에는 6가지 경우라는 점이었다.
> 랜덤 함수를 이용해서 6가지 경우를 만드는 것은 저번 문제 푸는 것처럼 하니까 쉽게 나왔다. 그 다음으로는 *if then* 문을 이용해서 각각의 경우에 따라 답을 찾게 프로그램을 찾으려고 했었는데, 시도를 해보니까 잘 되지 않았다.
> 그래서 비주얼 베이직 안내서를 뒤지다가 select case 문을 보고 이용해보면 어떨까 하고 1, 2, 3, 4, 5, 6 이 랜덤함수로 나왔을 때 각각의 경우마다 내용을 입력하고 if then 문을 같이 활용해서 프로그램을 만들 수 있었다.
> 그런데 저번처럼 그때의 반복횟수를 찾기는 했지만 그 숫자만 나오게 하는 것은 잘 되지 않았다. 여러 방법을 이용해 보았지만 잘 되지 않았다.

이 보고서를 통해 유추해 볼 때, 현성이가 계획, 점검, 수정하는 메타인지적 활동을 통하여 스티커 모으기 모의실험 프로그램을 완성했음을 알 수 있다.

현성이는 이전에 해결했던 문제를 떠올려서 유사한 전략을 이용하여 문제를 해결하려고 계획하였다. 이전에 해결했던 문제와의 차이점과 프로그램을 작성하는 과정에서도 추가적인 방법이 필요하다는 것을 메타인지적 실험과 점검 과정을 통해서 인식하고, 기존의 전략을 수정하여 문제해결에 알맞은 새로운 전략을 구상하고 문제를 해결하는 데 이용하였다.

7) 질문지를 통한 사후면담 결과

컴퓨터 프로그래밍 활동을 통한 문제해결 과정을 마치고 나서 질문지를 이용한 구조화된 사후면담을 실시하였다. 현성이가 특별히 많은 변화를 느낀 문항은 1번, 5번, 10번, 13번, 16번이었다. 문항 1번에 대해서는 "문제를 확실히 이해해야 답을 쉽게 구할 수 있다는 것을 알게 되었습니다."라고 답하였다. 문항 5번에 대해서는 "문제가 묻는 핵심과 조건들을 표시하게 되었다."라고 하였다. 문항 10번에 대해서는 "연관을 시키다보면 이런 쪽으로 풀 수 있겠구나하고 푸는 방법이 떠오릅니다."라고 답하였다. 문항 13번에 대해서는 "시행착오가 있더라도 목표를 두고 문제에 접근을 해야된다는 것을 알게 되었습니다."라고 답하였다. 문항 16번에 대해서 "단계별로 점검을 하지 않다가 오류가 생기면 어디를 고쳐야할지 찾기 어려운 적이 있었습니다."라고 대답하였다. 문항 16번에 대한 현성이의 대답은 컴퓨터 프로그래밍 과정에서 자신이 느꼈던 단계별 점검의 필요성에 대한 인식이라고 해석할 수 있다.

종합적으로 현성이는 수학 문제 해결자로서 자신에게 또는 자신의 태도에 생긴 변화에 대해 다음과 같이 진술하였다.

> 1. 문제를 좀 더 자세히 읽고 문제를 분석해 보게 되었습니다(문제 이해를 확실히 해야 된다는 것을 알게 되었습니다.).
> 2. 문제를 풀 때는 문제의 조건들을 보면서 이런 쪽으로 풀어야 되겠다는 방향을 잡아 놓고 문제에 접근을 하게 되었습니다.
> 3. 중간 중간 검산을 해보며 문제를 풀게 되었습니다(제가 원래 덧셈부터 시작해서 뺄셈까지 실수를 많이 하는데 그래서 검산을 확실히 해야겠다고 생각했습니다.).

질문지를 통한 면담결과를 분석해 보면 현성이는 메타인지적 능력의 활성화에 상당한 진전을 보였다는 것을 알 수 있다.

첫째, 현성이는 사전면담에서 문제 이해 단계에 필요한 메타인지적 능력이 뛰어났음에도 불구하고, 컴퓨터 프로그래밍 과정에서 문제가 묻는 핵심과 조건들을 하나하나 표시하여 자신이 알고 있는 내용과 연관시키는 방법을 연습함으로써 문제 이해 단계의 중요성에 대해서 더 많이 인식하게 되었다. 이것은 문제 이해 단계에서 필요한 메타인지적 능력이 활성화되었다는 증거임이 분명하다.

둘째, 현성이는 컴퓨터 프로그래밍 환경의 문제해결 과정에서 목표를 설정한 후에 목표를 향한 자신의 계획이 얼마나 잘 진행되는지, 조절을 위해 어떤 기회를 이용할 수 있는지 등에 대한 메타인지적 감시를 토대로 자신의 계획을 수정하고 점검하게 되었다. 이렇게 함으로써 현성이는 해결 방법이 금방 떠오르지 않는 문제에 대

해서도 목표를 설정한 후에 문제에 접근하는 메타인지적 전략과 메타인지적 조절 능력을 향상시켰다고 볼 수 있다.

셋째, 현성이는 문제해결 과정을 점검하지 않아 실수를 하고 있었음에도 불구하고 해결 절차에 대한 점검의 중요성을 인식하지 못하고 있었다. 그러나 컴퓨터 프로그래밍의 필수 절차인 오류 수정을 통해서 자신의 문제해결 과정에 대한 점검의 필요성을 인식하고 전이시켰다. 이것은 컴퓨터 프로그래밍을 통한 문제해결 과정에서 활성화된 메타인지적 기술이 일반적인 수학 문제해결 과정으로 전이되었다는 증거라고 할 수 있다.

따라서 현성이의 메타인지적 능력은 컴퓨터 프로그래밍을 이용한 문제해결 과정에서 연습을 통하여 활성화될 수 있고, 이러한 모든 능력이 일반적인 수학 문제해결 과정으로 전이될 수 있음을 알 수 있다.

V. 결 론

이 논문은 수학교육의 중심 목표인 학생들의 문제 해결력에 중요한 영향을 미치는 메타인지적 능력을 활성화시킬 수 있다는 가능성을 비주얼 베이식을 이용한 문제해결 과정에서 탐색하였다. 프로그래밍을 통한 문제해결 맥락 안에서 연습을 통하여 학생들의 메타인지적 능력을 활성화시킴으로써 정형화된 문제뿐만 아니라 비정형화된 문제, 탐구형 문제, 실생활에서 부딪히는 문제를 해결하는 데에도 도움을 주고자 하였다.

현성이의 사례를 통하여 다음과 같은 잠정적인 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 효과적인 메타인지적 교수가 뒷받침되면 메타인지적 전략과 기술을 습득하고 활용하는 것을 배울 수 있다는 것을 알 수 있다. 메타인지적 전략과 기술을 배울 수 있는 환경을 학생에게 제공하면, 그는 다양한 문제해결 상황의 요구를 처리하고 대응할 수 있음이 분명하다.

둘째, 한 측면에서의 메타인지적 능력이 향상되면 다른 측면에도 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 이것은 컴퓨터 프로그래밍을 통해 문제를 이해하고 계획하고 점검하여 오류를 찾아 수정하는 메타인지적 능력을 향상시킴으로써, 문제를 푸는 데 필요한 문제 이해력을 향상시키고 더 나아가 문제 해결력에 영향을 주었다는 결과에서 추론해 낼 수 있다.

하나의 사례를 통한 잠정적인 결론에서 고등학생에게도 메타인지를 인식하고 활성화시킬 수 있는 환경을 조성해 줄 필요가 있다는 시사점을 찾을 수 있다. 학생들에게 메타인지적 능력의 활성화에 필요한 경험을 할 수 있는 기회를 제공하여야 한다는 의미이다. 수업 주제로 메타인지를 직접적으로 도입하지는 않을지라도 수업 내용과 과정 속에 메타인지 개념을 포함시킴으로써 학생의 메타인지적 능력을 활성화시킬 수 있을 것이다. 또한 문제해결 과정에 메타인지 개념을 도입함으로써 학생으로 하여금 의식하도록 유도할 필요가 있다. 즉 학생에게 메타인지가 무엇이고 언제 어떻게 작용하는지에 대한 정보를 제공하고, 그것과 관련된 예를 학생들에게 제시하여 직접 경험할 수 있는 환경을 제공하면 메타인지적 능력을 활성화시킬 수 있고, 더 나아가 교육의 가장 큰 목표 중의 하나인 문제 해결력을 신장시킬 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

신동선·류희찬 (1998). 수학교육과 컴퓨터. 서울: 경문사.

Ahmed, A. M. (1992). *Learning to program and its transference to students' cognition.* Library Research Paper. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 352 261)

Blume, G. W. & Schoen, H. L. (1988). Mathematical problem-solving performance of eighth-grade programmers and nonprogrammers. *Journal for Research in Mathematics Education,* 19(2), 142-156.

Borkowski, J. G. (1992). Metacognition theory: A framework for teaching literacy, writing, and math skills. *Journal of Learning Disabilities,* 25(4). 253-257.

Borkowski, J. G.; Carr, M.; Rellinger, E. & Pressley, M. (1990). Self-regulated cognition: Interdependence of metacognition, attributions, and self-esteem. In B. F. Jones & L. Idol (Eds.), *Dimensions of thinking and cognitive instruction* pp.53-92, Hillsdale, NJ: Lawarence Erlbaum Association.

Brown, A. L. (1977). Knowing when, where, and how to remember: A problem of metacognition. Washington, DC: National Inst. of Education. (Eric Document Reproduction service No. ED 146 562).

Camp, J. S. & Marchionini, (1984). Programming and learning: Implications for mathematics education. In V. P. Hansen & M. J. Zweng (Eds.), *Computers in mathematics education* Yearbook, pp.118-126, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Clements, D. H. & Gullo, D. F. (1984). Effects of computer programming on young children's cognition. *Journal of Educational Psychology* **76(6)**, pp.1051-1058.

Derry, S. J. & Murphy, D. A. (1986). Designing system that train learning ability: From theory to math skills. *Journal of learning disabilities* **25(4)**, pp.1-39.

Flavell, J. H. (1985). *Cognitive development* (2nd ed.). NJ: Prentice-Hall, Inc.

Hatfield, L. L. & Kieren, T. E. (1972). Computer-assisted problem solving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, **3(2)**, pp.99-112.

Forrest-Pressley, D. L. & Waller, T. G. (1984). *Cognition, metacognition and reading*. Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg Tokyo.

Kluwe, R. H. (1982). Cognitive knowledge and executive control: Metacognition. In D. R. Griffin (Ed.), *Animal mind-human mind* pp.201-224, New York: Springer-Verlag.

Middlebrooks, A. E. (1996). *Effects of goal-orientation on activity*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New York. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 398 273)

Paris, S. G. & Winograd, P. (1990). How metacognition can promote academic learning and instruction. In B. F. Jones & L. Idol (Eds.), *Dimensions of thinking and cognitive instruction* pp.15-52, Hillsdale, NJ: Lawarence Erlbaum Association.

Printrich, P. R. & De Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance, *Journal of Educational Psychology* **82(1)**, pp.33-40.

Silver, E. A. (1985). Research on teaching mathematical problem solving: some underrepresented themes and needed directions. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives* pp.247-266, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* pp.189-215, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yamaguchi, T. (1993). A Study of Metacognition in Mathematical Problem Solving: The Rolls of Metacognition on Solving a Construction Problem. In I. Hirabayasaki, N. Nohda, K. Shigematsu & F. Lin (Eds.), *Proceedings of the seventeenth international conference for the Psychology of Mathematics Education* **2**, pp.278-285, Tsukuba Ibaraki, Japan: Tsukuba University, July 18-23.

Yussen, S. R. (1985). The role metacognition in contemporary theories of cognitive development. In D. L. Forrest-Pressley, G. E. MacKinnon & T. G. Waller (Eds.), *Metacognition, cognition and human performance* **1**, pp.253-283 New York: Academic.

A Case Study on Activating of High School Student's Metacognitive Abilities in Mathematical Problem Solving Process using Visual Basic

Lee, Bong Ju
Korea Institute of Curriculum & Evaluation, Samcheong-dong, Jongno-gu, Seoul 110-230, Korea
E-mail: yibongju@kice.re.kr

Kim, Won Kyung
Korea National University of Education, Cheongwon-gun, Chungbuk 363-791, Korea
E-mail: Wonkim@knue.ac.kr

Metacognition is defined to be 'thinking about thinking' and 'knowing what we know and what we don't know'. It was verified that the metacognitive abilities of high school students can be improved via instruction. The purpose of this article is to investigate a new method for activating the metacognitive abilities that play a key role in the Mathematical Problem Solving Process(MPSP).

Hyunsung participated in the MPSP using Visual Basic Programming. He actively participated in the MPSP. There are sufficient evidences about activating the metacognitive abilities via the activity processes and interviews. In solving mathematical problems, he had basic metacognitive abilities in the stage of understanding mathematical problems; through the experiments, he further developed his metacognitive abilities and successfully transferred them to general mathematical problem solving.

* ZDM Classification : C34
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30
* Key Word : mathematical problem solving, metacognition, metacognitive ability, computer programming.

부록 1. 사전면담 질문지

수학 문제를 어떻게 풀고 있습니까?

이 질문지는 여러분이 수학 문제를 어떤 방법으로 해결하고 있는지를 알아보기 위한 것이므로 성의껏 대답해 주시기 바랍니다.

1~5 단계에 따라 자신이 어떻게 문제를 풀고 있는지를 정확하고 정직하게 표시하면 됩니다. 물론 맞고 틀린 답이 있는 것이 아닙니다. 문항을 읽고 그 내용이 여러분에게 '전혀 그렇지 않다'면 '1'에, 그리고 '항상 그렇다'면 '5'에 표시해 주십시오. 문항의 내용이 어느 정도 사실이라면, 1과 5사이의 숫자 중에서 여러분의 문제 풀이 방법을 가장 잘 나타낸다고 생각하는 단계에 표시하면 됩니다.

이 검사의 결과는 연구에만 이용할 것이며, 그 외의 다른 목적에는 사용하지 않습니다.

이름 (   )

보기)

1 ------ 2 ------ ③ ------ 4 ------ 5
(전혀 그렇지 않다)   (항상 그렇다)

※ 자신의 생각과 일치하는 곳(숫자)에 ○표 하시오.

1. 문제가 잘 이해되지 않을 때, 다시 읽어보려고 노력한다. 1----2----3----4----5
2. 문제를 풀 때, 문제에 대하여 이해가 잘 안 되는 내용이 있는지 없는지를 살펴보려고 노력한다. 1----2----3----4----5
3. 문제를 읽어 나가다가 잘 모르는 것이 있으면, 앞에 나온 내용과 맞추어 보려고 노력한다. 1----2----3----4----5
4. 문제를 읽어 나가다가 잘 모르는 것이 있으면, 교과서 등의 참고 자료에서 찾아보려고 노력한다. 1----2----3----4----5
5. 문제를 읽을 때, 문제의 핵심 내용이 무엇인지 찾으려고 노력한다. 1----2----3----4----5
6. 문제를 읽고 나서 전체 내용에 대하여 윤곽을 그려보고 서로 연결시켜 본다. 1----2----3----4----5
7. 문제를 풀기 위하여 그림, 도표, 다이어그램 등을 만들어 본다. 1----2----3----4----5
8. 문제에 대한 답을 추측해 보고, 점검해 본다. 1----2----3----4----5
9. 문제에서 제시하고 있는 내용 중에서 중요한 정보는 기록한다. 1----2----3----4----5
10. 문제에서 제시한 내용을 내가 이미 알고 있는 사실과 연결시켜 본다. 1----2----3----4----5
11. 수학 내용을 서로 연결시켜 봄으로써 내용을 깊게 이해하려고 한다. 1----2----3----4----5
12. 문제를 정확하게 이해했는지 알아보기 위하여, 읽은 문제에 대하여 스스로 질문해 본다. 1----2----3----4----5
13. 문제를 풀 때는 먼저 목표를 세우고, 그 목표에 따라 문제를 어떤 방법으로 풀어 나갈 것인지를 결정한다. 1----2----3----4----5
14. 문제 풀이 단계에서 각 단계를 마칠 때마다 문제를 되돌아본다. 1----2----3----4----5
15. 문제 풀이 중간 단계에서 이미 수행한 단계로 되돌아가 다시 생각해 본다. 1----2----3----4----5
16. 문제를 풀었을 때, 단계별 풀이 활동을 점검하려고 노력한다. 1----2----3----4----5
17. 문제 풀이 과정에서 잘못된 것을 발견하면 단계별로 처음부터 다시 수행해 본다. 1----2----3----4----5
18. 문제 풀이 절차가 정확한가를 알아보기 위해 점검해 본다. 1----2----3----4----5
19. 문제를 다 풀고 난 후에, 또 다른 풀이 방법이 있는가를 생각해 본다. 1----2----3----4----5
20. 수학에 대한 나의 능력에 대한 자신감은 어느 정도인가?

매우 자신 없다.   불확실하다.   매우 자신 있다.
1---2---3---4---5---6---7---8---9---10

21. 여러분은 자신을 수학 문제 해결자로서 어떠하다고 생각하는가?

22. 문제 해결에 대해 어떤 경험이 있는가?

23. 수학 문제를 해결하는 나의 태도는 어떠한가?

부록 2. 사후면담 질문지

수학 문제를 푸는 데 있어서 어떤 변화가 생겼습니까?

이 질문지는 여러분이 이 과정에 참여하면서 수학 문제를 해결하는 데, 여러분 자신에게 어떤 변화가 일어났는지를 알아보기 위한 것입니다. 주어진 문항의 내용에 대하여, 자신의 생각이나 태도에 변화가 생겼다면, 어떻게 변화되었는지를 간략하게 적어 주십시오. 변화가 없다고 생각되면 생략하십시오.

1. 문제가 잘 이해되지 않을 때, 다시 읽어보려고 노력한다.

2. 문제를 풀 때, 문제에 대하여 이해가 잘 안 되는 내용이 있는지 없는지를 살펴보려고 노력한다.

3. 문제를 읽어 나가다가 잘 모르는 것이 있으면, 앞에 나온 내용과 맞추어 보려고 노력한다.

4. 문제를 읽어 나가다가 잘 모르는 것이 있으면, 교과서 등의 참고 자료에서 찾아보려고 노력한다.

5. 문제를 읽을 때, 문제의 핵심 내용이 무엇인지를 찾으려고 노력한다.

6. 문제를 읽고 나서 전체 내용에 대하여 윤곽을 그려보고 서로 연결시켜 본다.

7. 문제를 풀기 위하여 그림, 도표, 다이어그램 등을 만들어 본다.

8. 문제에 대한 답을 추측해 보고, 점검해 본다.

9. 문제에서 제시하고 있는 내용 중에서 중요한 정보는 기록한다.

10. 문제에서 제시한 내용을 내가 이미 알고 있는 사실과 연결시켜 본다.

11. 수학 내용을 서로 연결시켜 봄으로써 내용을 깊게 이해하려고 한다.

12. 문제를 정확하게 이해했는지 알아보기 위하여, 읽은 문제에 대하여 스스로 질문해 본다.

13. 문제를 풀 때는 먼저 목표를 세우고, 그 목표에 따라 문제를 어떤 방법으로 풀어 나갈 것인지를 결정한다.

14. 문제 풀이 단계에서 각 단계를 마칠 때마다 문제를 되돌아본다.

15. 문제 풀이 중간 단계에서 이미 수행한 단계로 되돌아가 다시 생각해 본다.

16. 문제를 풀었을 때, 단계별 풀이 활동을 점검하려고 노력한다.

17. 문제 풀이 과정에서 잘못된 것을 발견하면 단계별로 처음부터 다시 수행해 본다.

18. 문제 풀이 절차가 정확한가를 알아보기 위해 점검해 본다.

19. 문제를 다 풀고 난 후에, 또 다른 풀이 방법이 있는가를 생각해 본다.

20. 이 과정에 참여한 후 수학 문제 해결자로서 자신에게 또는 자신의 태도에 변화가 생겼다면 그 변화는 무엇입니까?