

## 러시아의 수학교사 양성을 위한 국가 수준 교육과정에 대한 연구<sup>1)</sup>

한 인 기 (경상대학교)

신 현 용 (한국교원대학교)

### 1. 서 론

대학교에서는 학생들 개개인의 흥미와 적성, 그리고 장래의 진로에 따라 특정한 학문 분야에 대한 전문적이고 체계적인 지식의 습득과 생산적 연구 활동의 경험을 가지게 되므로, 대학교육의 내용과 질은 한 나라의 학문적 발전을 판가름하는 중요한 잣대가 될 수 있다. 특히, 교사 양성 대학에서 수학교사 양성 교육은 중등학교 수학교육의 발전과 질적 향상에 직접적인 영향을 미치기 때문에, 교사 양성 대학의 수학과 교육과정의 내용과 수준, 교수-학습 방법에 대한 체계적인 연구는 매우 중요할 것이다.

국내에서 발표된 수학교육 분야의 연구 결과들을 보면, 대부분 초·중등학교 수학교육의 개선을 위한 연구들이 대부분을 차지하며, 대학교 수준에서 수학교육의 질적 향상을 위한 체계적인 연구는 아직 활성화되지 않았다.

대학교 수준의 수학교육에 관련된 국내 연구들은 크게 두 방향으로 나눌 수 있는데, 첫 번째는 대학교의 수학교육과정의 개선에 관련된 연구들(구광조, 1991; 전평국, 1993; 신현성, 1992; 박승안, 1990; 남승인·임정환, 2000; 신현용, 2003; 강미광, 2003; 현종익, 2003; 박혜숙, 2003; 이기석, 2003; 이병수, 2003; 이재학, 2003; 이강섭,

2003 등)이고, 두 번째는 대학교 수학교육의 효율성을 높이기 위한 교수-학습 방법 개선에 관련된 연구들(권오남, 2002; 최은행, 1994; 김병무, 1997; 정형찬·심재동·이경희, 1993 등)을 들 수 있다.

이들 연구 중에서 특히 주목할 만한 연구가 교사 양성 대학의 수학교육과 교육과정 개발에 관련된 몇몇 연구들(신현용, 2003; 강미광, 2003; 현종익, 2003; 박혜숙, 2003; 이기석, 2003; 이병수, 2003; 이재학, 2003; 이강섭, 2003)인데, 이들 연구에서는 수학교사를 양성하는 수학교육과의 특성에 바탕을 두고, 장래의 수학교사들에게 적합한 수학교육의 내용과 수준에 대해 미적분학, 기하학, 해석학, 미분방정식, 선형대수학, 이산수학, 현대대수학, 통계학 등의 분야에 대한 교육과정 개발 및 운영에 관련된 안을 제시하였다. 이들 연구들은 교사 양성 대학의 수학교육과정에 대한 체계적 연구의 필요성 및 합리적인 접근 방법을 제시했다는 측면에서는 의미가 있지만, 아직은 수학교사 양성에 관련된 많은 전문가들의 합의를 도출하지 못했고, 국가적인 수준에서 공인될 수 있는 방안도 제시하지 못했다.

우리 나라와는 달리, 러시아는 대학교육에서 모든 전공별로 최소 필수 내용과 수준을 규정한 국가 수준의 규준을 가지고 있다. 이 규준에는 입학 자격, 대학교육을 마친 후에 전공별로 요구되는 졸업생의 수준, 전공별 대학교육의 기본 교육과정, 대학교육에서 요구되는 최소 수준의 필수 교과목들, 교과목의 내용들 등이 규정되어 있기 때문에, 각 전공별 대학교육의 내용과 수준의 최소 기준을 제공하고 있다.

본 연구는 교사 양성 대학의 수학교육과정의 내용과 수준에 대한 기초 연구로서, 러시아 교육부에서 수학교사 양성을 위해 국가 수준에서 제시한 5년제 과정의 규준을 구체적으로 고찰하여, 러시아의 교사 양성 교육기관의 교육과정 조직, 최소 필수 수준의 수학과 교과목들

\* 2003년 5월 투고, 2003년 11월 심사 완료.

\* ZDM분류 : B59

\* MSC2000분류 : 97B50

\* 주제어 : 수학교사양성, 국가수준의 교육과정, 필수교과목, 교육실습과 교수실습, 수학입문, 해석학, 실변수합수론, 복소변수합수론, 미분방정식, 대수학, 기하학, 정수론, 수리 논리학, 알고리즘이론, 이산수학, 기초수학, 수학기초론.

1) 이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2002-076-C00008).

과 그 구체적인 내용들을 제시할 것이며, 이를 통해, 우리나라의 교사 양성 대학의 수학과 교육과정 개선을 위한 의미있는 시사점을 제시할 것이다.

## 2. 러시아의 수학교사 양성을 위한 규준의 개관

러시아의 수학 교사 양성에 관련된 교육을 세 종류로 나누어 볼 수 있는데, 4년제의 학사 양성을 위한 교육, 5년제의 전문가 양성을 위한 교육, 6년제의 석사 양성을 위한 교육이다. 4년제 과정을 마치면 '물리-수학교육 학사'를, 5년제 과정을 마치면 전문가로서 '수학교사'를, 6년제 과정을 마치면 '물리-수학교육 석사'라는 학위를 받으며, 이 학위를 가지면 초·중등학교에서 수학을 가르칠 수 있는 자격이 인정된다.

6년제 석사 과정은 4년제 학사 과정을 근거로 하며, 교육과정은 4년간의 '물리-수학교육 학사' 과정과 2년간의 석사 준비 과정으로 구성된다. 2년간의 석사 준비 과정의 교육 내용에는 수학, 수학교육학, 교육학, 심리학, 그리고 학술 세미나, 석사 논문 준비, 국가 종합 시험 등이 포함된다.

한편, 5년제 전문가 과정인 '수학교사' 과정은 4년제 학사 과정과는 독립적으로 운영되며, 이를 마치면 중등학교 수학교사의 자격이 주어지며, 6년제 석사 과정을 마친 것과 똑같이 같은 전공의 박사 과정에 입학할 수 있는 자격도 주어진다.

본 연구에서는 5년제 전문가 과정인 '수학교사' 양성을 위한 규준을 고찰할 것이다. 이 규준에는 입학 자격, 전문가 과정을 마친 후에 요구되는 졸업생의 수준, 교육과정의 기본 골격, 요구되는 최소 수준의 필수 교과목들, 교과목의 내용들 등이 규정되어 있다.

'수학교사' 양성은 260주 동안의 교육으로 이론적인 교육(학생들의 학술 탐구 실습을 포함하여) 156주; 시험 기간 27주; 현장실습 17주 이상; 국가 종합 시험(졸업 작품의 준비, 심사 기간을 포함하여) 8주 이상; 방학 38주 이상 등으로 구성된다. 이때, 1년에 방학기간은 7~10주이며, 이중에서 겨울 방학 기간이 두 주 이상으로 규정되어 있다.

러시아의 교육 기간을 1년 단위로 자세히 살펴보면,

이론적인 교육은 약 31주이고 시험 기간이 5주이므로 1년에 기본적으로 36주 정도 교육 활동에 참여하게 된다. 이것은 우리나라의 30~32주에 비해 많은 양이다. 한편, 방학 기간을 살펴보면, 우리나라의 경우에는 20~22주 정도의 여름, 겨울 방학을 가지게 되는데, 러시아의 대학은 이보다 2~3배 정도가 적은 수준이다.

한편, 러시아에서 현장실습은 교육실습과 교수실습으로 구분되는데, 교육실습에서는 4~6주 동안 교육기관에서의 교수-학습 활동을 관찰하면서 전문적인 교수 활동을 위해 필요한 능력을 배우게 되며, 교수실습은 11주 이상으로 교육실습을 통해 얻어진 이론적 지식들을 심화시키며, 학생들과의 학습 활동을 진행하며, 학급의 지도자로서의 역할 수행을 배우게 된다.

우리나라의 경우에는 중등학교 교사 양성을 위한 교육기관에서는 4~6주의 현장 실습을 하는데, 이것은 러시아의 17주 이상과 비교하였을 때 그 기간이 3~4배 정도가 적다.

주당 학습 활동 시간과 관련하여서는, 강의실 수업과 강의실 이외의 (개인적인) 학습을 포함하는 학습 활동의 시간은 주당 최대 54시간이며, 학생들의 강의실 수업은 주당 10시간 이상 27시간 이하로 규정되어 있다(이때, 체육 실습과 심화교과 수업의 시수는 포함되지 않는다.).

러시아의 교사 양성 대학의 교과 내용은 전공에 관계없이 일반 인문 및 사회-경제 교과군(GSE), 일반 수학 및 자연과학 교과군(EN), 일반 전공 교과군(OPD), 교과 내용 교과군(DPP), 심화 선택 교과들(FTD), 현장실습(P), 국가 종합 시험(GA) 등으로 구성되어 있다.

이때, 일반 인문 및 사회-경제 교과군은 연방 요소, 지역(대학) 요소, 학생 선택 교과로 구성된다. 이때, 연방 요소에는 10개의 교과목 외국어, 체육, 국사, 문화학, 정치학, 법률, 러시아어와 언어문화, 사회학, 철학, 경제학 등이 나열되는데 이들 중에서 외국어(340시간 이상), 체육(408시간 이상), 국사, 철학 등은 필수적으로 이수해야 한다.

한편, 일반 수학 및 자연과학 교과군은 연방 요소와 지역(대학) 요소로 구성되어 있는데, 연방 요소는 기본 교과들과 대학 학습-방법론 연합에서 제시한 교과들로 구성된다. 기본 교과들로는 수학, 정보과학, 물리, 화학, 환경과 생물, 현대 자연과학의 개념들 등이 포함되며, 지

역(대학) 요소는 학생의 선택에 의한 교과들을 포함하여 대학이 지정한 교과들로 구성된다.

러시아 교육부(2000c)에 의하면, 일반 수학 및 자연과학 교과군은 전공에 따라 550시간에서 2500시간을 할당할 수 있으며, 이때 연방 요소는 전체의 80%이상이어야 하며, 나머지 시간들은 지역(대학) 요소와 대학 학습-방법론 연합이 제시한 교과들에 분배된다. 예를 들어, 수학(510100<sup>2)</sup>), 응용수학과 정보과학(510200), Mechanics(510300), 물리학(510400), 수학과 응용수학(511200), Mechanics와 응용수학(511300), 전파물리학(511500), 응용수학과 물리학(511600) 등은 연방 요소로 2160시간이 권장되며, 수학은 1000시간, 정보과학은 200시간, 물리학은 600시간, 화학은 140시간, 환경과 생물은 70시간, 대학 학습-방법론 연합에서 제시한 교과들에 대해선 150시간이 권장되며, 지역(대학) 요소에는 150시간이 권장되어, 총 2310시간이 권장된다. 수학교사 양성 기관에서는 수학 전공과 같은 수준에서의 일반 수학 및 자연과학 교과군의 교육이 권고된다.

일반 전공 교과군은 연방 요소와 지역(대학) 요소, 학생 선택 교과들로 구성되는데, 연방 요소에는 심리학, 교육학, 특수교육 및 심리의 기초, 수학교육 이론과 방법, 발달해부학, 생리학, 위생학, 의학 지식의 기초, 안전 생활, 공학적 교수 매체 등의 교과들이 포함된다.

교과 내용군에는 연방 요소, 전문화된 교과들, 지역(대학) 요소들, 학생 선택 교과들, 심화 선택 교과들, 현장 실습, 국가 종합 시험 등이 포함되는데, 연방 요소에는 수학 입문, 해석학, 실변수 함수론, 복소변수 함수론, 미분 방정식, 대수학, 기하학, 정수론, 수리 논리학, 알고리즘 이론, 이산수학, 기초수학, 수학사 등의 교과들이 포함된다.

이제, '수학교사' 전문가 과정의 졸업생들에게 필수적으로 요구되는 것들을 살펴보자. 졸업생들은 다음 사항이 준비되어야 한다:

- 교수 과목의 특성을 고려하여 학습자의 교수와 양육을 수행하고;
- 학습자에 대한 사회화, 사회의 공통 문화의 형성을 촉진시키고;
- 전문적인 교육 프로그램을 선택하여, 획득시킬 수 있고;

- 다양한 교육 방법, 도구들을 사용하고;
- 정부의 교육 규준에 상응하도록 학습자의 준비 수준을 보장하며;
- 러시아 연방의 교육법에 규정된 학생들의 권리와 자유의 준수 필요성을 인식하고;
- 체계적으로 자신의 전문적인 능력을 향상시키고;
- 교수방법론에 관련된 학회의 활동, 그리고 다른 여러 종류의 교수방법론적 작업에 참여하고;
- 학부모들과의 관계를 통해 교육의 과정에서 학생들의 건강, 삶을 보호하고, 화재나 위험요소로부터 학생들을 보호해야 한다.

그리고, '수학교사' 전문가 과정의 졸업생들은 다음을 알아야 한다:

- 러시아 연방의 헌법;
- 러시아 연방의 법률들;
- 교육의 문제에 관련하여 러시아 연방 정부와 교육 관리 기관의 결정들;
- 아동의 권리에 대한 국제협약;
- 교육적, 교수방법론적, 그리고 조직적 관리의 문제를 해결하기 위해 필요한 일반적 이론의 기초들;
- 교육학, 심리학, 발달해부학, 학교 위생학, 수학교육 방법론과 양육;
- 교육과정과 교과서;
- 보조적인 장소나 학습자료실의 시설 장비의 요건;
- 교육 도구들과 이들의 교수학적 가능성;
- 교육학과 교육의 발전 전망과 기본 방향들;
- 권리의 기초들, 노동의 과학적 조직;
- 노동의 규범이나 규칙들;
- 화재나 위험요소로부터의 방어 도구들.

살펴본 바와 같이, 수학교사 양성을 위한 러시아 국가 수준의 규준에서는 교육 기간, 교과군들, 각 교과군에 관련된 구체적인 교과들, 교과들의 구체적인 내용들, 졸업생들에 대한 필수 요구 내용 및 수준 등이 규정되어 있으며, 이러한 최소 필수 수준의 도달은 졸업을 하기 전에 치루게 되는 국가 종합 시험을 통해 관리하게 된다.

우리 나라의 경우에는 수학교사 양성 기관의 수학교육을 위한 국가 수준의 최소 필수 내용과 수준에 대한 규정이 없기 때문에, 국가 수준의 임용 시험을 치를 때조차 그 범위와 내용, 수준에 있어 자주 혼란이 야기된다.

### 3. '수학교사' 양성을 위한 수학 교육과정 예시

러시아 연방의 교육부(2000b)에서는 '수학교사' 양성을 위한 국가 수준의 규준에 따른 교육과정을 예시하여 제시하고 있다.

교과번호	교과명	시간			학기										평가		
		전체	강의	독習	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
일반 인문 및 사회-경제 교과군		1500	953	547													
GSE.F.00	연방 요소	1050															
GSE.F.01	외국어	340	170	170	0	0	0	0									2
GSE.F.02	체육	408	408	0	0	0	0	0	0	0	0						1
GSE.F.03	국사	100	50	50	0												2
GSE.F.04	문화학																
GSE.F.05	정치학																
GSE.F.06	법률																
GSE.F.08	러시아어와 언어 문화	100	50	50			0										1
GSE.F.09	사회학																
GSE.F.10	철학	102	51	51					0								2
GSE.F.11	경제학																
GSE.R.00	지역(대학) 요소	225	112	113													
GSE.V.00	학생 선택 교과들	225	112	113						0				0			1
일반 수학 및 자연과학 교과군		1000	525	475													
EN.F.00	연방 요소	850															
EN.F.01	수학	166	108	58					0	0							2
EN.F.02	정보과학	216	108	108	0	0											1
EN.F.03	물리	324	162	162				0	0	0							2
EN.F.04	화학	72	36	36			0										1
EN.F.05	환경과 생물	72	36	36			0										1
EN.R.00	지역(대학) 요소	150	75	75													
일반 전공 교과군		1600	800	800													
OPD.F.00	연방 요소	1280															
OPD.F.01	심리학	300	150	150		0	0										2
OPD.F.02	교육학	300	150	150	0			0	0	0	0						2
OPD.F.03	특수교육 및 심리의 기초	72	36	36							0						1
OPD.F.04	수학교육 이론과 방법	320	160	160							0	0	0				2
OPD.F.05	발달해부학, 생리학, 위생학	72	36	36		0											2
OPD.F.06	의학지식의 기초	72	36	36			0										1
OPD.F.07	안전 생활	72	36	36				0									1
OPD.F.08	공학적 교수 매체	72	36	36										0			1
OPD.P.00	지역(대학) 요소	160	80	80													
OPD.V.00	학생 선택 교과들	160	80	80						0				0			1

교과 내용 교과군	4334	2376	1958											
DPP.F.00 연방 요소	3834													
DPP.F.01 수학 입문	54	36	18	0										1
DPP.F.02 해석학	684	396	288	0	0	0	0							2
DPP.F.03 실변수 함수론	162	90	72					0						2
DPP.F.04 복소변수 함수론	126	72	54						0					2
DPP.F.05 미분방정식과 편도함수를 가진 방정식들	117	65	52							0				2
DPP.F.09 수체계	117	65	52							0				2
DPP.F.10 수리 논리학	126	72	54					0						2
DPP.F.11 알고리즘 이론	108	54	54						0					2
DPP.F.12 이산수학	78	52	26							0				2
DPP.F.13 기초수학	360	200	160						0	0	0	0		1
DPP.F.14 수학에서 정보공학	108	54	54				0							1
DPP.F.15 수학사	54	36	18								0			1
DPP.DS 전문화된 교과들	500	250	250		0		0			0	0	0		2
DPP.R.00 지역(대학) 요소	200	100	100											
DPP.V.00 학생 선택 교과들	300	150	150							0	0	0		1
FTD.00 심화 선택 교과들	450	450												
FTD.01 교련	450	450												
P 현장실습	17주													
GA 국가 종합 시험	8주													
합계	8884	5104	3780											
DPP.F.06 대수학	520	288	232	0	0	0	0							2
DPP.F.07 기하학	558	306	252	0	0	0	0	0						2
DPP.F.08 수론	162	90	72							0				2

위에서 살펴본 표에서 '일반 수학 및 자연과학 교과군'에서는 정보과학, 물리, 화학, 환경과 생물 등의 교과들이 우리 나라의 교사 양성 기관의 교육과정에 비해 강조되고 있으며, '교과 내용 교과군'에서는 수리논리학, 알고리즘 이론, 이산수학, 수학에서 공학기술 등이 우리나라와 비교했을 때 특이한 교과들로 주목할만 하다.

한편, 러시아에서의 평가 방법은 '자춧'과 '에그자민'의 두 종류가 있는데, 자춧은 합격, 불합격만을 판정하며, 에그자민에서는 평가 결과에 따라 1, 2, 3, 4, 5의 점수를 부여하게 되는데, 1점과 2점은 낙제 점수이며, 이 경우에 재시험을 치루어야 한다. 표에서 평가 항목의 '1'은 자춧에 의한 평가이고 '2'는 에그자민을 의미한다.

러시아의 교육과정에서의 한 특징은 교과목별 시수를 계산할 때에 강의실에서의 강의 시수와 학생들이 스스로 공부하는 자습의 시수를 따로 산정한다는 것이다(자습의

시수에는 강의 후에 진행되는 세미나, 가정에서 주어진 과제를 수행하는 자율 학습 등이 포함된다). 이러한 특징은 러시아의 중등학교 수학과 교육과정 운영에서도 볼 수 있는데, 한인기 외 9인(2000)에 의하면, 러시아의 중등학교 교육과정 운영에서 교육과정에 대한 행정 명령으로 학생들에게 제시하는 숙제의 분량을 규정하고 있다. 이와 같은 개인별 학습을 위한 시간 규정을 통해, 교육과정의 원활한 운영을 위해 학생들 개개인에게 요구되는 필수적 학습의 양을 규정하게 된다.

러시아 교사 양성을 위한 기준에서 볼 수 있는 다른 특징으로는 인문-사회 계열 교과의 교사 양성을 위한 기준에도 수학 및 자연 과학 과목이 필수로 들어간다는 것이다. 예를 들어, 러시아 교육부(2000c)에 의하면, 철학, 언어학, 심리학, 역사학과 상응하는 교과의 교사 양성을 위한 기준에서 '일반 수학 및 자연과학 교과군' 중

에서 수학과 정보 과학 300시간이 권장되며, 사회학, 경영학, 경제학, 건축학 등의 전공에서는 '일반 수학 및 자연과학 교과군'에서 수학 600시간이 권장된다.

수학이 모든 학문의 기초가 된다는 것을 감안하면, 인문-사회 전공을 비롯한 모든 분야에서 수학을 필수적으로 요구하는 것은 바람직할 것이다.

#### 4. 규준에서 수학 관련 교과목의 내용

수학교사 양성을 위한 규준에서 일반 수학 및 자연과학 교과군, 일반 전공 교과군, 교과 내용 교과군 등에 수학교육 관련 교과들이 나열되어 있으며, 이들 교과들에 대한 최소 필수 내용이 규정되어 있다(러시아 교육부, 2000a). 이들을 구체적으로 살펴보자.

##### ▶ 일반 수학 및 자연과학 교과군(EN; 1000시간)

· 연방 요소(EN.F.00; 850시간)

##### (1) 수학(EN.F.01; 166시간)

수치적 방법. 확률과 통계: 확률 이론, 확률 과정, 가설의 통계적 평가와 검증, 실험적으로 주어진 자료 조작의 통계적 방법들

##### (2) 정보과학(EN.F.02; 216시간)

##### (3) 물리학(EN.F.03; 324시간)

##### (4) 화학(EN.F.04; 72시간)

##### (5) 환경과 생물(EN.F.05; 72시간)

· 지역(대학) 요소(EN.V.06; 150시간)

##### ▶ 일반 전공 교과군(OPD; 1600시간)

· 연방 요소(OPD.F.00; 1280시간)

##### (1) 심리학(OPD.F.01; 300시간)

##### (2) 교육학(OPD.F.02; 300시간)

##### (3) 특수교육 및 심리의 기초(OPD.F.03; 72시간)

##### (4) 수학교육의 이론과 방법(OPD.F.04; 320시간)

학문으로서의 수학과 학교 교과목으로서의 수학. 학교에서 수학교육의 방법론적 체계, 방법론적 체계의 기본 요소들의 일반 특성들.

학교에서 수학교육의 목적과 문제들.

학교의 기초교육의 방법론: 1~5학년에서 수학의 일반 초등 준비; 5~6학년에서의 수학의 입문적 준비; 7~

9학년에서 수학의 바탕이 되는 체계적 과정, 기본이 되는 블록들: 대수와 기하학(평면); 중등학교 고학년에서 수학의 학습 방법(10~11학년), 블록들: 대수와 기초 해석과 기하학(공간).

수학에서 차등화된 학습. 수학 학습에서 학생들의 개인적 특성들과 재능들.

##### (5) 발달해부학, 생리학, 위생학(OPD.F.05; 72시간)

##### (6) 의학 지식의 기초(OPD.F.06; 72시간)

##### (7) 안전생활(OPD.F.07; 72시간)

##### (8) 공학적 교수 매체(OPD.F.08; 72시간)

· 지역(대학) 요소(OPD.P.00; 160시간)

· 학생 선택 교과들(OPD.V.00; 160시간)

##### ▶ 교과 내용 교과군(DPP; 4334시간)

· 연방 요소(DPP.F.00; 3834시간)

##### (1) 수학 입문(DPP.F.01; 54시간)

집합. 집합에서의 연산들. 집합의 대수(algebra). 이항 관계와 동치 관계. 순서 관계. 함수. 식에 대한 대수적 연산들. 명제 논리의 정식들(formulas). 논리적 유도. 술어와 한정기호. 술어 정식들, 조합론의 기초.

##### (2) 해석학(DPP.F.02; 684시간)

실수의 그 성질들. 함수와 그 성질들.

함수에 대한 연산들, 함수의 합성, 역함수.

수열의 극한. 함수의 극한. 점에서 그리고 집합에서 함수의 연속성. 연속함수의 성질. 기본적인 함수들의 연속성. 함수의 미분가능성, 도함수, 미분. 미분의 규칙들. 미분 계산과 이들을 함수의 탐구에 이용하는 것에 관련된 기본 정리들.

부정적분과 적분의 기본적 방법들. 정적분. 뉴턴-라이프니츠 공식. 구적 가능한 도형의 개념, 부피를 구할 수 있는 입체의 개념, 길이를 갖는 곡선의 개념.

특이적분.

급수. 수렴 조건들. 함수적인 수열과 급수. 수열과 급수의 균등 수렴의 성질들. 멱급수. 테일러 공식과 테일러 급수. 기초적인 함수들의 멱급수 전개. 푸리에의 삼각 급수.

다변수 함수. 극한과 연속성. 다변수 함수의 편미분과 미분가능성. 극값의 탐구.

음함수.

이중적분과 삼중적분, 기하학적 양의 계산에서 이들의 사용. 선적분과 그 활용.

### (3) 실변수 함수론(DPP.F.03; 162시간)

집합의 크기. 가산집합과 비가산집합. 수직선에서 개 집합과 폐집합의 구성. 르베그 측도. 르베그에 의한 가측 집합과 가측 함수들.

르베그 적분.

거리 공간의 개념. 완비 거리 공간. 임의의 힐베르트 공간에서 푸리에 급수.

### (4) 복소변수 함수론(DPP.F.04; 126시간)

복소변수 함수들. 복소변수 함수의 극한과 연속성. 복소변수 함수의 미분. 해석함수의 개념. 복소변수 함수의 적분. 코시의 정리. 테일러 급수와 로렌츠 급수. 유수와 그 활용.

### (5) 미분방정식과 편도함수를 가진 방정식들(DPP.F.05; 117시간)

상미분방정식론의 기본 개념들. 코시의 해 존재성과 유일성 정리.

간단한 미분방정식들과 이들의 해결 방법들.  $n$ 차 선형미분방정식과 선형방정식 체계.

편도함수를 가진 방정식들. 푸리에 방법.

### (6) 대수학(DPP.F.06; 520시간)

군, 환, 체의 개념. 대수적 체계. 잉여환. 복소수체. 체 위의 다항식환. 나머지정리.

연립일차방정식, 행렬과 행렬식. 벡터 공간. 유클리드 공간. 선형 변환과 이들의 행렬. 고유벡터와 선형변환의 고유치.

부분군. 부분군에 의한 잉여류, 상군. 부분환. 이데알, 상환. 주 이데알 정역, 유클리드 정역, 유일인수분해정역.

다변수 다항식, 대칭 다항식. 복소수체의 대수적 닫힘성. 실수체에서 기약 다항식, 체의 확장, 대수적 확대체와 유한 확대체, 자와 컴퍼스를 이용한 작도 문제.

### (7) 기하학(DPP.F.07; 558시간)

벡터와 벡터에서의 연산들. 평면과 공간에서 좌표 방

법. 평면에서 직선, 공간에서 직선과 평면. 2차의 선들, 2차의 면들. 평면과 공간의 변환.

$n$ 차원 아핀 공간과 유클리드 공간. 이차형식과 2차 곡면.

사영공간들과 이들의 모델. 사영 기하의 기본 사실들. 평행사영에서 평면도형과 공간도형의 표현. 축측투상법(axonometry).

위상기하의 기초. 매끄러운 선과 매끄러운 표면의 개념. Frénet의 공식. 표면의 첫 번째, 두 번째 이차형식. 표면의 내재(intrinsic)기하학.

기하학 기초의 역사적 개관. 유클리드의 “원론”. 로바체프스키 기하학의 기초. 공리적 방법에서의 일반적 문제들. 유클리드 공간에 대한 베일의 공리체계. 비유클리드 공간.

선분의 길이. 다각형의 넓이. 존재성과 유일성 정리.

### (8) 수론(DPP.F.08; 162시간)

약수와 배수. 소수. 산술의 기본 정리. 소수의 기본적 성질.  $\pi(x)$ 에 대한 체비셰프의 부등식. 합동식 이론. 잉여환과 체. 오일러 정리와 페르마 정리. 1차 합동식. 연립합동식. 소수를 법으로 하는 합동식. 소수 차수의 합동식. 합성수를 법으로 하는 합동식을 소수를 법으로 하는 합동식이나 소수 차수의 합동식으로 축소. 주어진 법에 따른 class나 수의 exponent. 주어진 exponent를 가지는 class의 수. 소수인 법에서 원시근 존재의 정리. 주어진 법에서 수와 class의 index. 소수를 법으로 하는 이차 합동식. 제곱 잉여와 비잉여. 르장드르 기호.

합동식 이론의 산술적 활용.

연분수. 연분수 값의 존재와 유일성. 연분수에 의한 실수 표현.

2차 무리성에 대한 르장드르 정리. 연분수 수렴에 의한 실수의 표현. 디리클레 정리와  $p \equiv 1 \pmod{4}$ 인 형태의 소수를 두 제곱의 합의 형태로 나타내기 위해 디리클레 정리의 사용.

대수적 수와 초월수. 리우빌 정리와 초월수 구성과 무리성 증명을 위해 리우빌 정리의 사용.

### (9) 수체계(DPP.F.09; 117시간)

자연수의 공리적 이론. 자연수의 공리적 이론의 정형

화. 자연수의 덧셈과 곱셈. 자연수 집합에서 부등식. 반군(semigroup) 원소들의 자연수 배수와 거듭제곱, 이들의 성질.

자연수의 공리적 이론의 범주성. 귀납 공리의 독립성과 산술에서 이것의 역할.

귀납 공리와 최소 원소에 대한 정리의 상등성.

순서 집합과 체계.

정수의 공리적 이론. 정수의 성질, 순서에 대한 정리. 정수의 공리적 이론의 비모순성과 범주성.

유리수의 공리적 이론. 첫 번째 용어들과 공리들. 유리수의 성질들. 유리수체의 조밀성. 유리수의 공리적 이론의 비모순성과 범주성.

normed field에서의 수열

실수의 공리적 이론. 유리수 수열의 극한으로서 실수, 양의 실수에 대한 거듭제곱근의 존재.

체에서의 선형대수. Frobenius의 정리.

#### (10) 수리논리학(DPP.F.10; 126시간)

수학의 연역적 성격. 수리논리학의 대상, 수학 기초에 대한 물음에서 수리논리학의 역할. 다양한 이론들의 학습에서 형식화 방법의 확산 및 통제의 자동화된 시스템의 발명과 사용에 관련하여 현재 수리논리학의 급진적 발전.

명제에 대한 논리적 조작. 정식. 정식의 참값. 상등성. 정식의 상등변환. 참인 함수들을 정식으로 표현하기. 함수의 완전한 그리고 불완전한 체계. 항등-명제논리의 법칙들. 대우의 법칙, 배중률, 이중부정, 배리법 등등. 명제논리의 공리적 구성(명제계산). 도출 규칙들과 공리들. 정식의 증명가능성. 가설들로부터 도출가능성. 도출 규칙들. 연역 정리. 명제 계산의 비모순성, 완전성, 그리고 가해성. 공리의 독립성. 공리적 틀을 이용한 정식화.

술어의 개념. 술어 논리의 정식들. 정식들의 참값. 상등성. 논리표준형, 정식의 일반적 타당성과 실현성. 성질들. 일반적인 경우에서 정식의 일반적 타당성, 실현성, 비가해성에 대한 해결 문제. 수학 명제, 정의를 기술하기 위해 술어 논리의 언어 사용, 명제의 부정 만들기.

1차 언어. 항들과 정식들. 논리적인 그리고 특별한 공리들. 도출 규칙들. 이론에서 증명들. 연역 정리. 이론의 비모순성, 완전성, 가해성의 문제들. 술어 계산의 비모순

성. 이론의 언어 해석. 해석에서 정식의 참값. 이론의 모델. 동형사상. 이론의 범주성. 완전성 정리. 자연수 이론. 언어. 특별한 공리들. 불완전성에 대한 괴델의 정리.

#### (11) 알고리즘 이론(DPP.F.11; 108시간)

수학에서 알고리즘. 알고리즘의 기본적 형태들. 알고리즘 개념의 정교화 필요성. 수치 함수와 이들의 계산 알고리즘. 계산가능 함수의 개념, 가해집합의 개념. 부분적 귀납적 함수, 원시 함수.

귀납적 술어. 논리적 연산들. 한정기호들. 술어에서 함수들의 대치. 함수의 부분적인 제시. 튜링기계. 기계에서의 연산. Church의 thesis.

귀납적인 그리고 귀납적으로 나열된 집합들. 귀납적으로 나열된 술어들, 이들의 성질. 귀납적으로 나열된 집합들.

번호붙이기. 보편적인 함수. Kleene의 정리.

비가해 알고리즘적 문제들.

알고리즘적 약분가능성.

#### (12) 이산수학(DPP.F.12; 78시간)

귀납적 관계들. 귀납적 관계로 귀착되는 문제들. 피보나치 수들. 귀납적 관계의 해결 방법들.

합과 귀납성. 합의 변환. 중복합. 합을 구하는 몇 가지 방법들.

정수함수들.

점근적 방법의 도입. 기호  $\sim$ ,  $o$ ,  $O$ . 이들 기호 사용의 기본 규칙들. 귀납적 관계의 점근적 해결. 오일러 합의 공식.

그래프 이론의 기본 개념들(유사그래프, 다중그래프, 그래프, 그리고 이들의 방향설정된 유추들). 그래프 꼭지점의 차수. 그래프 꼭지점의 차수의 합에 대한 정리와 이것의 따름 정리. 부분 그래프. 길, 고리, 단순 고리, 순환, 단순 순환.

연결된 그래프들. 그래프 연결성의 요소들, 이들의 수.  $k$ 개의 꼭지점을 가진 다양한 그래프의 수. 동형그래프. 오일러 그래프. 오일러성의 기준. 해밀턴 그래프.

나무. 특성화된 정리. 그래프의 포장. 평면적 그래프. 평면 그래프. 오일러 정리와 이것의 따름 정리.  $K_5$ 와  $K_{3,3}$ 그래프의 비평면성. 그래프의 모서리와 꼭지점의 색



칠. bichromatic graph. König의 정리. 5색에 의한 평면적 그래프 꼭지점의 채색 가능성. 4색의 가설.

### (13) 기초수학(DPP.F.13; 360시간)

산술. 나누어짐의 성질. 산술의 기본정리. lcm과 gcd. 유클리드 알고리즘. 유리수를 연분수로 나타내기.

조합론. 수학적 귀납법. 이항공식. 세기. 순열과 조합. 확률을 계산하는 조합 문제들. 조합의 항등식들.

기초적 함수들. 식의 항등변환. 방식과 부등식. 삼각 함수. 변수를 가지는 문제들.

평면기하. 공리와 절대 기하학의 정의. 기본적 기하학적 도형들과 이들의 성질. 평면에서 도형의 닮음. 내접 외접 다각형. 평면에서 기하학적 작도.

공간기하학. 공간기하학의 공리들과 정의들. 공간에서 직선들과 평면들의 평행성과 직교성. 다면체. 기본적인 기하학적 입체의 부피 계산.

### (14) 수학에서 정보공학(DPP.F.14; 108시간)

기호 계산 프로그램들의 개관(Mathematica, Derive, Maple V, MathCAD).

기호 계산 프로그램들의 사용. 일변수와 다변수 함수의 미분과 적분 계산 문제에서의 사용. 함수들과 표면들의 그래프 작도를 위해 사용. 행렬대수 문제의 해결을 위해 사용. 선형 방정식 체계의 해석적 풀이의 탐색을 위해 사용. 비선형 방정식의 해결을 위해 사용. 미분방정식의 해결을 위해 사용. 조합론이나 수론의 문제해결을 위해 사용.

수학적 문장의 준비를 위한 공학 기술. Tex(LaTex) 프로그램.

### (15) 수학사(DPP.F.15; 54시간)

수학 발전의 기본적 시대들. 수학 발전에서 다양한 문명의 의의(고대이집트, 로마제국, 그리스, 인도와 중국, 르네상스 시대 등등). 가장 위대한 수학자들의 경력. 학교 수학 과정의 내용적-방법적인 역사적 발전.

이상에서 살펴본 교과목들과 내용은 수학교사 양성을 위한 최소 필수 수준에 해당하는 것들이다. 이것을 우리나라의 수학 교사 양성 기관의 교육과정과 비교하면, 수

리논리학, 알고리즘 이론, 이산수학, 수학에서 정보공학 등이 깊이 있게 다루어짐을 알 수 있다.

한편, 우리 나라의 수학 교사 양성 기관의 교육과정에서 다루는 교과목들 중에서 러시아의 수학교사 양성을 위한 최소 필수 내용에서 약하게 다루는 교과목들은 집합론, 미분기하학, 확률 및 통계 등을 들 수 있다. 이들은 독립된 강좌의 형태로 제시되지 않고 다른 강좌에서 부분적으로 다루었다(수리 논리, 관계, 함수, 괴델 정리, Frenet 정리, 내재기하학, 확률 및 통계의 일부 내용 등이 다른 강좌에서 다루어짐).

## 5. 결론

본 연구는 교사 양성 대학의 수학 교육과정의 내용과 수준에 대한 기초 연구로서, 러시아 교육부에서 수학교사 양성을 위해 국가 수준에서 제시한 5년제 과정의 수준을 구체적으로 고찰하여, 러시아의 교사 양성 교육기관의 교육과정 조직, 최소 필수 수준의 수학과 교과목들과 그 구체적인 내용들을 제시하였다.

본 연구에서는 5년제 전문가 과정인 '수학교사' 양성을 위한 기준을 고찰하였는데, 이 기준에는 입학 자격, 전문가 과정을 마친 후에 요구되는 졸업생의 수준, 교육과정의 기본 골격, 요구되는 최소 수준의 필수 교과목들, 교과목의 내용들 등이 규정되어 있다.

'수학교사' 양성은 260주 동안의 교육으로 이론적인 교육 156주; 시험기간 27주; 현장실습 17주 이상; 국가 종합 시험 8주 이상; 방학 38주 이상 등으로 구성된다. 이를 자세히 살펴보면, 이론적인 교육이 1년에 평균 약 31주가 되고 시험 기간이 5주가 되므로 1년에 평균 36주 이상 교육 활동에 참여하게 된다. 이것은 우리나라의 30~32주에 비해 많은 양이다. 한편, 방학 기간은 우리나라 대학이 러시아의 대학보다 2~3배 정도가 길다.

러시아에서 현장실습은 교육실습과 교수실습으로 구분되는데, 교육실습은 4~6주 동안 교육기관에서의 교수-학습 활동을 관찰하고 교수 활동을 위한 능력들을 배우며, 교수실습은 11주 이상으로 학생들과의 학습 활동을 한다. 우리나라의 교사 양성을 위한 교육기관에서는 4~6주의 현장 실습을 하는데, 이것은 러시아의 17주 이상과 비교하였을 때 그 기간이 3~4배 정도가 적다.

러시아의 교사 양성 대학의 교과 내용은 전공에 관계 없이 일반 인문 및 사회-경제 교과군, 일반 수학 및 자연과학 교과군, 일반 전공 교과군, 교과 내용 교과군, 심화 선택 교과들, 현장실습, 국가 종합 시험 등으로 구성되어 있다.

일반 인문 및 사회-경제 교과군은 연방 요소, 지역(대학) 요소, 학생 선택 교과로 구성된다. 이때, 연방 요소에는 10개의 교과목 외국어, 체육, 국사, 문화학, 정치학, 법률, 러시아어와 언어문화, 사회학, 철학, 경제학 등이 나열되는데 이들 중에서 외국어(340시간 이상), 체육(408시간 이상), 국사, 철학 등은 필수적으로 이수해야 한다.

일반 수학 및 자연과학 교과군은 연방 요소와 지역(대학) 요소로 구성되어 있는데, 연방 요소는 기본 교과들과 대학 학습-방법론 연합에서 제시한 교과들로 구성된다. 기본 교과들로는 수학, 정보과학, 물리, 화학, 환경과 생물, 현대 자연과학의 개념들 등이 포함되며, 지역(대학) 요소는 학생의 선택에 의한 교과들을 포함하여 대학이 지정한 교과들로 구성된다. 러시아에서는 정보과학, 물리, 화학, 환경과 생물 등의 교과들이 우리나라의 교사 양성 기관의 교육과정에 비해 강조되고 있었다.

일반 전공 교과군은 연방 요소와 지역(대학) 요소, 학생 선택 교과들로 구성되는데, 연방 요소에는 심리학, 교육학, 특수교육 및 심리의 기초, 수학교육 이론과 방법, 발달해부학, 생리학, 위생학, 의학 지식의 기초, 안전 생활, 공학적 교수 매체 등의 교과들이 포함된다.

교과 내용 교과군에는 연방 요소, 전문화된 교과들, 지역(대학) 요소들, 학생 선택 교과들, 심화 선택 교과들, 현장 실습, 국가 종합 시험 등이 포함되는데, 연방 요소에는 수학 입문, 해석학, 실변수 함수론, 복소변수 함수론, 미분 방정식, 대수학, 기하학, 정수론, 수리 논리학, 알고리즘 이론, 이산수학, 기초수학, 수학사 등의 교과들이 포함된다. 이들을 우리나라의 수학 교사 양성 기관의 교육과정과 비교하면, 러시아에서는 수리논리학, 알고리즘 이론, 이산수학, 수학에서 정보공학 등이 깊이 있게 다루어짐을 알 수 있다. 한편, 우리나라의 수학 교사 양성 기관의 교육과정에서 다루는 교과목들 중에서 러시아의 수학교사 양성을 위한 최소 필수 내용에서 약하게 다루는 교과들로는 집합론, 미분기하학, 확률 및 통계 등이 있었다.

러시아의 교육과정에서의 한 특징은 교과목별 시수를 계산할 때에 강의실에서의 강의 시수와 학생들이 스스로 공부하는 자습의 시수를 따로 산정한다는 것이다. 이를 통해, 교육과정의 원활한 운영을 위해 학생들 개개인에게 요구되는 필수적 학습의 양을 규정할 것으로 생각된다.

## 참 고 문 헌

- 강미광 (2003). 교사 양성대학에서의 미적분학 강좌 운영, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 15, pp.11-16. 서울: 한국수학교육학회.
- 구광조 (1991). 수학교육과 교육프로그램 개발연구, 연구보고 제 91-2-98호. 서울: 한국대학교육협의회.
- 권오남 (2002). 대학 미분방정식의 새로운 방향: RME 접근, 논문 초록집 39(1), 서울: 대한수학회.
- 김병무 (1997). 흥미 및 동기유발을 위한 대학 수학 수업 자료와 평가, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 36(2), pp.127-134. 서울: 한국수학교육학회.
- 김수환·박영희·정지선 (2001). 수학 교사의 전문성 개발 프로그램에 관한 연구, 연구보고 RR2000-VI-1. 충북: 한국교원대학교 교과교육공동 연구소.
- 남승인·임정환 (2000). 전국 교육대학교 교육과정 비교·분석: 수학·과학 교과를 중심으로, 강현국 외 5인. 교육과정 개선 연구. 대구: 대구교대 초등교육연구소.
- 박근생·권영인·이상근·조열제·전영배 (1993). 중등 수학교사 양성 교육의 개선에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 32(4), pp.431-451, 서울: 한국수학교육학회.
- 박승안 (1990). 수학과 교육프로그램 개발연구, 연구보고 제 90-7-80호. 서울: 한국대학교육협의회.
- 박혜숙 (2003). 교사 양성기관에서의 기하교육, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 15, pp.17-22. 서울: 한국수학교육학회.
- 신현성 (1992). 수학교육학과의 교육과정 과목설정에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 31(1), pp.79-92. 서울: 한국수학교육학회.
- 신현용 (2003). 교사양성대학에서의 선형대수학 강좌 운영, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>

- 15, pp.35-42. 서울: 한국수학교육학회.
- 이강섭 (2003). 교원양성기관의 통계분야 교육과정에 대한 기본 자료, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 15, pp.59-64. 서울: 한국수학교육학회.
- 이기석 (2003). (수학교육과) 현대대수학 교재 개발, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육 논문집> 15, pp.53-58. 서울: 한국수학교육학회.
- 이병수 (2003). 교사양성대학 수학교육과 “해석학” 강좌 운영: 교육과정 및 교수학습 방법 개발과 관련한, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 15, pp.23-28. 서울: 한국수학교육학회.
- 이재학 (2003). 교사양성대학에서의 이산수학 교육과정, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 15, pp.43-52. 서울: 한국수학교육학회.
- 전평국 (1993). 수학교육과의 교육 프로그램의 개발에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 32(4), pp.404-411. 서울: 한국수학교육학회.
- 정형찬 · 심재동 · 이경희 (1993). 공학 기초과목으로서 수학 교과 과정 및 교육 방법에 관한 연구-한국기술교육 대학의 경우를 중심으로-, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 32(3), pp.256-262. 서울: 한국수학교육학회.
- 최운행 (1994). 공과대학생을 위한 수학교육의 개선, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 33(2), pp.195-196. 서울: 한국수학교육학회.
- 한인기 외 9인 (2000). 세계의 학교교육과 교사 양성 교육, 서울: 교육과학사.
- 현종의 (2003). 교사 교육을 위한 초등수학기초론 교재 개발연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 15, pp.9-10. 서울: 한국수학교육학회.
- <러시아어 자료>
- 러시아 교육부 (2000a). 고등 전문 교육의 국가 교육 기준(전공: 수학교사). 인터넷자료(<http://db.informika.ru/>).
- 러시아 교육부 (2000b). 고등 전문 교육의 국가 교육 기준에 따른 교육과정 예시(전공: 수학교사). 인터넷 자료(<http://db.informika.ru/>).
- 러시아 교육부 (2000c). “일반 수학 및 자연과학 교과군의 최소 필수 수준과 내용에 대한 요구”. 인터넷 자료 (<http://db.informika.ru/>).

## **A Study on the Russian National Curriculum for Training of Mathematics Teachers at Universities.**

**Han, Inki**

Department of Mathematics Education, Gyeongsang National University

E-mail: inkiski@nongae.gsnu.ac.kr

**Shin, Hyunyong**

Department of Mathematics Education, Korea National University of Education, 363-791, Korea

Email: shin@knue.ac.kr

In this paper we analyze the Russian national curriculum for training of mathematics teachers at universities published by Russian Ministry of Education. From the document we are able to know the structure of the curriculum, compulsory subjects, and minimum mathematical contents for training mathematics teachers at universities.

---

\* ZDM Classification : B59

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97B50

\* Key Word : national curriculum for preparing mathematics teachers, structure of the curriculum, compulsory subjects, minimum mathematical contents for training mathematics teachers.