

Study on the Three Dimensional Magnetic Field Analysis of Superconducting Rotary Machine

曹永植* · 孫明煥** · 白承珪*** · 權永吉[§] · 洪正杓^{§§}

(Young-Sik Jo · Myung-Hwan Sohn · Seung-Kyu Baik · Young-Kil Kwon · Jung-Pyo Hong)

Abstract - A Superconducting Rotary Machine (SRM) is characterized by an air-cored machine with its rotor iron and stator iron teeth removed. For this reason, the SRM is featured by 3D magnetic flux distribution, which decreases in the direction of axis. Therefore, 3D magnetic field analysis method is required to know about characteristic of magnetic field distribution of SRM. In this paper, 3D flux distribution of SRM is calculated by analytical method. The magnetic field distribution of the field coils is calculated by Biot-Savart equation. The magnetic core is represented by magnetic surface polarities. This paper describes the combined use of above methods for the total field computation, and compares results of analytical method and 3D FEM(Finite Element Method).

Key Words : Superconducting rotary machine, 3D analysis, 3D FEM

1. 서 론

초전도 회전기의 연구 개발은, 초기에는 저온초전도체(Low Temperature Superconductor: LTS)를 이용한 저온초전도 발전기에서 최근 고온초전도(High Temperature Superconductor: HTS) 전동기로 진행되고 있다. 국내에서는 1992년 서울대학교의 20kVA급 저온초전도 발전기의 연구를 시작으로 현재는 한국전기연구원에서 100hp급의 고온초전도 전동기를 개발하고 있다. 최근 미국의 AMSC (American superconductor Corporation)에서는 미군함의 추진선으로 사용할 계획으로 25MVA급 고온초전도 전동기를 개발하고 있다 [1]-[3].

대부분의 초전도 회전기는 최외각의 자기철드를 제외하고는 자성체를 사용하지 않고 자기적인 공극의 길이가 매우 커서 축 방향으로 자속밀도가 저감하는 3차원적인 자속분포 특성을 가지고 있다. 따라서 초전도 회전기의 정확한 자장 분포 특성을 예측하기 위해서는 3차원 자계 해석이 필수적이다 [4]-[5].

일반적으로 전기기기에서 자계를 분포적으로 해석하는 방법은 크게 수치적인 방법과 해석적인 방법으로 나누어진다. 대부분 전자의 경우에 유한요소법 (Finite Element Method: FEM), 유한차분법(Finite Difference Method: FDM), 경계요소법(Boundary Element Method: BEM) 등이 주로 이용되

고 있다. 이와 같은 수치해석 방법에 의한 자계 해석은 높은 정밀도를 갖는 해를 구할 수 있다. 특히 FEM은 해의 정확성과 유용성이 검증되어 전기기기의 해석 및 설계에 주로 사용되는 해석방법이다. 하지만 3차원 해석문제에 FEM을 적용할 경우 3차원 모델링을 위해서 요구되는 선처리 작업과 계산시간, 해석결과를 추출하는 작업에 매우 많은 시간이 소요된다. 하지만 초전도 마그네트의 경우에는 해석적으로 경계의 형상을 간단하게 모델링 할 수 있고, 자기철드를 제외한 모든 매질이 선형이어서 해석식의 유도가 그다지 어렵지 않아 정밀한 해를 빠르게 계산할 수 있어서 매우 유용하다.

하지만 초전도 회전기의 경우에 유한한 길이의 자기철드를 수학적으로 모델링하여야 정확한 해석해를 구할 수 있다. 본 논문에서는 자기철드를 표면 자하로 묘사하고 코일에 의한 자계와 자하에 의한 자계를 중첩하여서 전기자 코일에 쇄교하는 자계의 분포를 구하였다. 해석적 방법에 의한 결과의 검증은 위해서 실험 및 3차원 유한요소결과와 비교하였다.

2. 초전도 회전기

2.1 해석 모델

본 논문에서는 한국전기연구원에서 개발하였던 30kVA급 저온초전도발전기와 현재 개발 진행 중인 100hp급 고온초전도 전동기를 해석모델로 선정하였다. 그림 1은 1998년에 개발되었던 30kVA급 저온초전도 발전기의 단면을 나타낸다. 최 외각의 자기철드를 제외한 모든 구조물의 재료는 비자성체이고 저온과 고온 덤퍼 두 개를 사용하였으며 액체 헬륨을 사용하여 운전온도를 유지하였다. 표 1은 30kVA급 저온초전도 발전기의 사양을 나타낸다.

* 正 會 員 : 韓國電氣研究院 초전도응용그룹, 위촉연구원

** 正 會 員 : 韓國電氣研究院 초전도응용그룹, 선임연구원

*** 正 會 員 : 韓國電氣研究院 초전도응용그룹, 선임연구원

§ 正 會 員 : 韓國電氣研究院 초전도응용그룹, 그룹장

§§ 正 會 員 : 昌原大學 電氣工學科, 副教授

接受日字 : 2003年 6月 16日

最終完了 : 2003年 9月 3日

그림 2는 고온초전도 전동기의 단면을 나타낸다. 고온초전도체를 사용하여 계자코일을 권선하였으며 최외각의 자기철드만 자성체의 재료를 사용하였다. 복사 열 침입과 시변자계를 차폐하기 위해서 하나의 댐퍼를 채택하였다. 현재는 사용할 도체를 확정하고 초기설계에서 몇 가지 수정을 하였으며, 계자코일과 고정자를 제작하고 냉각 시스템의 실험 중에 있다.

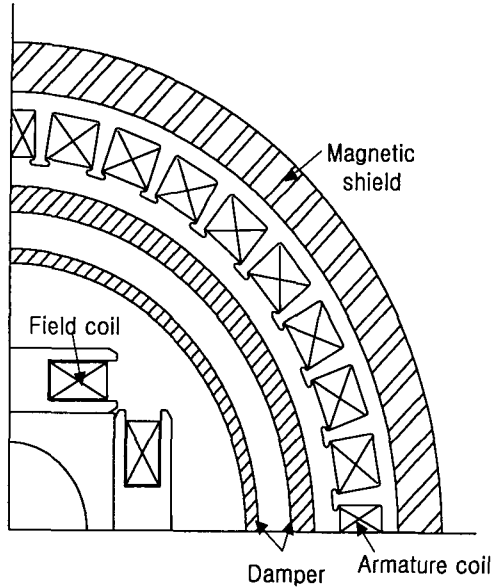
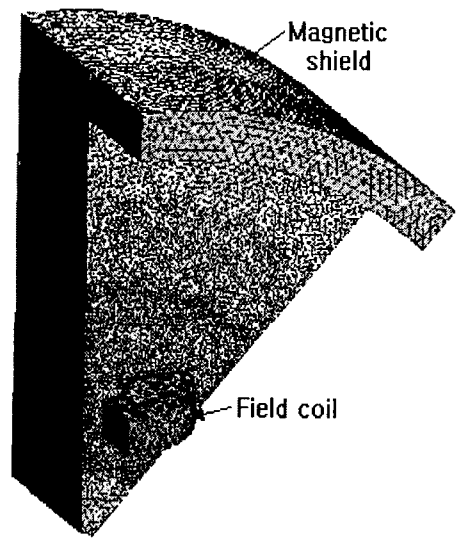


그림 1 30kVA급 저온초전도 발전기의 단면
Fig. 1 Cross section of 30kVA LTS generator

표 1 30kVA급 저온초전도 발전기의 사양

Table 1 Specifications of 30kVA LTS generator

정격출력	30kVA	초전도체	NbTi
정격속도	1800 rpm	극수	4
슬롯수	36	임계전류	580A(5T, 4.2K)
상당턴수	72	계자턴수	532
		입력전류	200A



(a) 30kVA 저온초전도 발전기

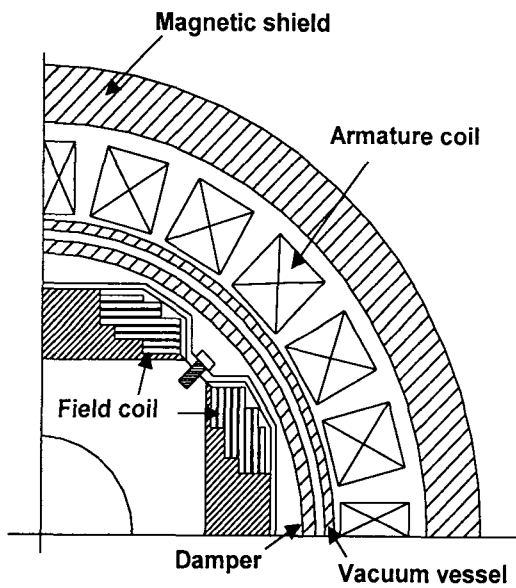
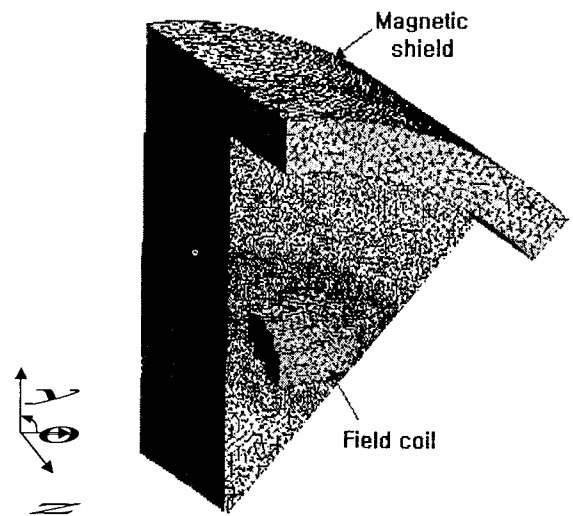


그림 2. 100hp급 고온초전도 전동기의 단면
Fig. 2 Cross section of 100hp HTS motor



(b) 100hp 고온초전도 전동기

그림 3 3D FEM 요소분할도

Fig. 3 Mesh generation for 3D FEM

2.2 3D FEM 해석 모델

3D FEM는 상용 패키지인 MagNet VI를 사용하였다. 그림 3의 (a)는 30kVA 저온초전도 발전기, (b)는 100hp 고온초전도 전동기의 3D FEM의 요소분할도를 나타낸다. 각 해석모델은 대칭성을 고려하여 전체의 1/16을 채택하였다.

3. 해석적 방법

준정상 자계분포에 대한 맥스웰 방정식과 보조 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \tag{2}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \tag{4}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \tag{5}$$

$$\mathbf{J} = k \mathbf{E} \tag{6}$$

여기서 \mathbf{B} 는 자속밀도, \mathbf{H} 는 자계의 세기, \mathbf{J} 는 전류밀도, μ 는 투자율, \mathbf{E} 는 전기계의 세기, k 는 도전율을 나타낸다.

만일 와전류가 유도되지 않는다면 식(4)~(6)은 무시된다. 따라서 전체 자계는 전류에 의한 자계와 자화된 철심에 의한 자계를 중첩의 원리를 이용해서 더하여 구할 수 있다.

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_J + \mathbf{H}_m \tag{7}$$

여기서, $\mathbf{H}_m = -\nabla \phi_m$ 이다.

우변의 첫 번째 항은 Biot-Savart의 법칙을 이용해서 구할 수 있고 우변의 두 번째 항은 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla \cdot (\mu \nabla \phi_m) = \nabla \cdot (\mu) \mathbf{H}_J + \mu \nabla \cdot (\mathbf{H}_J) \tag{8}$$

즉 자기 스칼라 포텐셜은 투자율의 변화가 있는 경우에만 값을 가지므로 자기철드의 내면에만 존재함을 의미한다.

자기철드가 단순한 모양의 동심 관 형상을 가지므로 표면 자하를 수학적으로 표현할 수 있다. 실제로 표면 자하는 축 방향으로 유한하지만 무한히 긴 주기분포를 가진다고 가정하고 푸리에 급수로 표현할 수 있다. 여기서 다음 주기와의 거리는 연속해서 존재하는 다른 자기철드의 표면에 의한 영향이 매우 적어질 수 있도록 충분히 크게 하여야 한다.

전 해석영역에서 $\nabla^2 \phi = 0$ 이므로 표면자하는 경계조건으로 계산할 수 있다. 원통좌표계에서 자기스칼라 포텐셜

은 다음과 같이 표현되고

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \tag{9}$$

해를 구하기 위해서 변수를 분리하면 자기스칼라 포텐셜은 다음 식과 같다.

$$\phi = R(r) \cdot T(\theta) \cdot Z(z) \tag{10}$$

이를 식(9)에 대입한 후 RTZ 로 나누면 다음과 같다.

$$0 = \frac{1}{R} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{T} \frac{1}{r^2} \frac{d^2 T}{d\theta^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \tag{11}$$

한 변수만의 함수이고, 나머지 항에 그 변수가 나타나지 않을 때 그 항은 상수가 되므로 식(11)의 마지막 항은 상수가 되는데, 본 논문에서는 분리 상수로 $-k^2$ 로 치환하였다.

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -k^2, \rightarrow Z = \begin{cases} \sin kz \\ \cos kz \end{cases} \tag{12}$$

이러한 이유는 자하가 z 축을 따라서 주기적으로 분포한다고 가정했으므로 스칼라 포텐셜 ϕ 도 z 축을 따라서 주기적인 분포를 가지기 때문이다.

만약 $\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = +k^2$, $\rightarrow Z = \begin{cases} e^{kz} \\ e^{-kz} \end{cases}$ 이므로 원하는 해가 아니다.

그림 4는 z 축 방향의 자하 분포를 나타내며, 이와 같이 좌표축을 잡는다면 Z 의 해는 식 (13)과 같다. 여기서

$$k = 2\pi \frac{1}{2g} = \frac{n\pi}{g} \text{가 되므로}$$

$$Z(z) = \sum_{n=1, 3, \dots}^{\infty} \dots \cos \frac{n\pi}{g} z \tag{13}$$

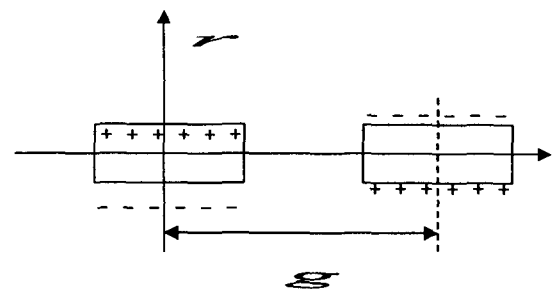


그림 4 z축 방향 표면자하 분포

Fig. 4 Distribution of surface polarity in the direction of z-axis

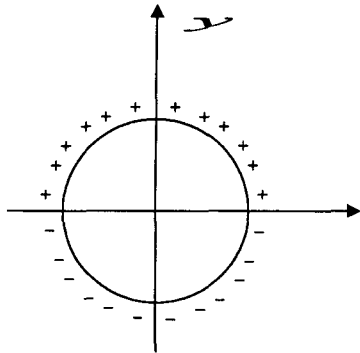


그림 5 θ 방향 표면자하의 분포
 Fig. 5 Distribution of surface polarity in the direction of θ

급수의 형태로 표현하는 이유는 표면자하의 분포를 푸리에 급수로 표현하기 때문에 각 고조파에 대한 해를 표현하기 위해서이다. 식(11)의 세 번째 항 대신에 $-k^2$ 을 대입하고, 양변에 r^2 을 곱하면,

$$\frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{d\theta^2} - k^2 r^2 = 0 \quad (14)$$

여기서 식(14)의 둘째항도 상수로 표현할 수 있는데, 이번에는 분리 상수로 $-n^2$ 으로 치환하였다.

$$\frac{1}{T} \frac{d^2 T}{d\theta^2} = -n^2, \rightarrow T = \begin{cases} \sin n\theta \\ \cos n\theta \end{cases} \quad (15)$$

그림 5는 θ 에 대해서 주기적으로 분포하는 자하를 도식화한 것이다. 이러한 분포는 기기의 극쌍수 p 에 영향을 받는다. 즉, $n = p$ 가 되어 그림 5와 같이 축을 잡았을 때 $T = \cos p\theta$ 가 된다. 따라서, 식 (14)의 두 번째 항을 $-p^2$ 으로 바꾸고, R 을 양변에 곱하면 식 (16)과 같다.

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + (-k^2 r^2 - p^2) R = 0 \quad (16)$$

식 (16)의 형태를 베셀 방정식으로 부르고 $R(r)$ 은 식 (17)로 표현된다.

$$R(r) = AI_p(kr) + BK_p(kr) \quad (17)$$

여기서, $k = \frac{n\pi}{g}$ 이며 $n = 1, 3, \dots, \infty$ 이므로 $R(r)$ 도 급수의 형태로 표현하면 식 (18)과 같다.

$$R(r) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} AI_p(kr) + BK_p(kr) \quad (18)$$

따라서, 스칼라 포텐셜 $\phi(r, \theta, z)$ 는 식 (19)와 같다.

$$\phi = \cos(p\theta) \cdot \left\{ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[AI_p\left(\frac{n\pi r}{g}\right) + BK_p\left(\frac{n\pi r}{g}\right) \right] \cdot \cos \frac{n\pi}{g} z \right\} \quad (19)$$

여기서, p 는 극쌍수, g 는 축 방향 주기, r 은 반경, A 와 B 는 상수, I_p 와 K_p 는 각각 수정된 Bessel 함수의 1종, 2종 급수를 나타낸다. 자기철드의 내 반경 R_i 라 할 때, $r < R_i$ 에서는 $B = 0$ 이고, $r > R_i$ 에서는 $A = 0$ 이다.

자화된 철심에 의한 자계는 식(20)과 같이 표현된다.

$$H_m = -\nabla \phi = -\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (20)$$

$r < R_i$ 에서는 $B = 0$ 이므로 식 (19)는 다소 간단한 식으로 변경되므로 식 (20)에서 우측항의 각 성분에 따른 편미분은 상수 A 만 포함한 형태가 되며, 상수 A 는 경계조건에서 구할 수 있다. 공기와 철심의 경계면 R_i 에서 경계조건은 식 (21)과 같다.

$$B_{n \text{ air}} = B_{n \text{ iron}} \quad (21)$$

R_i 에서 법선방향 성분의 자계의 세기 H_n 은 불연속이므로 표면자하 q 는 식(22)와 같이 정의된다.

$$q = \mu_0 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} H_{n \text{ air}} \quad (22)$$

따라서, 전류에 의해서 발생하는 자계의 반경방향 성분을 구하고, 식 (20)에서 우측의 첫 번째 항에 대입하면 라플라스 방정식 일반해의 상수 A 가 결정된다. 따라서 $r < R_i$ 에서 표면자하에 의한 자계의 반경방향 성분은 상수 A 가 결정된 식 (20)의 우측의 첫 번째 항에 의해서 결정된다.

4. 해석결과 및 검토

4.1 저온초전도 발전기

그림 6은 30kVA급 저온 초전도 발전기의 반경에 따른 3D FEM과 해석적 방법에 의한 자속밀도의 반경방향 성분(Br)을 도시한 것이다. 도시한 해석결과는 자극의 중심인 각 $\pi/2$ 에서의 값을 z 축의 변화에 따라 보여준다. 3D FEM과 해석적 방법에 의한 결과를 비교하면 반경에 관계없이 약 2% 정도의 차이로 매우 정확한 해석결과라 할 수 있다.

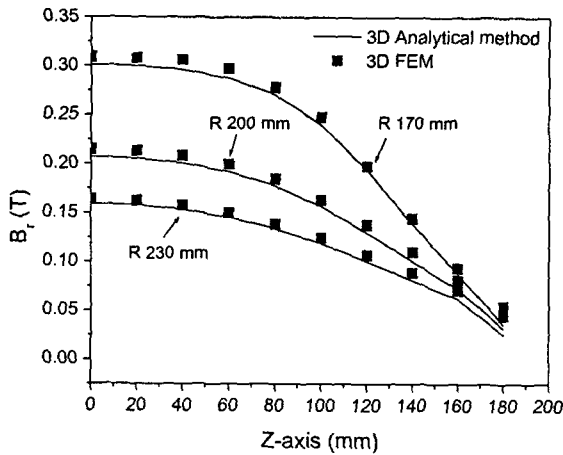


그림 6 3D FEM과 해석적 방법에 의한 결과
Fig. 6 Results of analytical method and 3D FEM

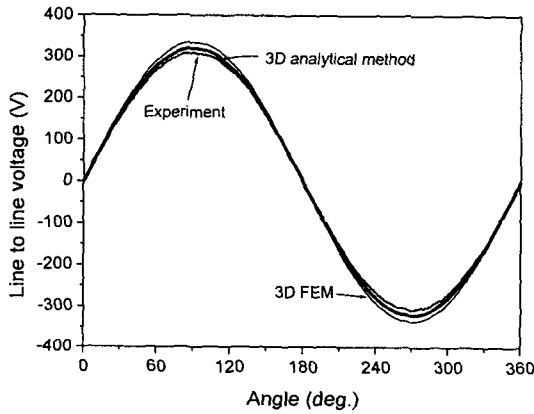


그림 7 해석 및 실험결과
Fig. 7 Results of analysis and experiment

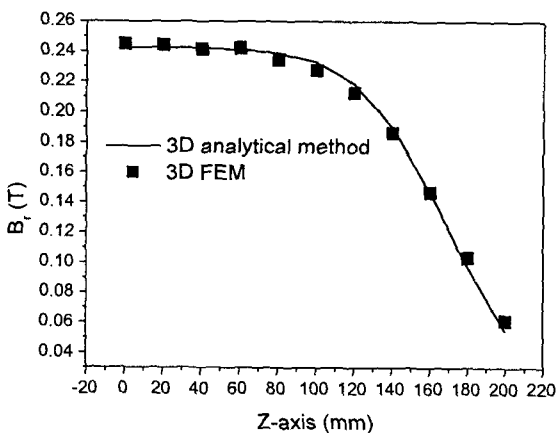


그림 8 3D FEM과 해석적 방법에 의한 결과
Fig. 8 Results of analytical method and experiment

그림 7은 저온초전도 발전기의 선간전압에 대한 해석적 방법, 3D FEM, 실험에 의한 결과를 비교한 것이다. 실험결

과와 비교하여 3D FEM은 약 7%, 해석적 방법에 의한 결과는 약 4%로 차이를 보였다. 3D FEM의 경우는 요소수의 제약에 의한 오차로 보여지며, 해석적 방법의 경우는 제작에 따른 오차에 의한 차이로 판단된다.

4.2 고온초전도 전동기

그림 8은 전기자 중심 반경 180mm에서 자극의 중심인 각 $\pi/2$ 에서의 B_z 를 z 축의 변화에 따라 해석한 결과를 도시한 것이다. 고온초전도 전동기에 대한 3D FEM의 결과와 해석적 방법에 의한 결과는 약 3%정도 차이가 있어 매우 유사하다고 할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 초전도 회전기의 자계 분포를 빠르고 정확히 계산할 수 있는 해석적 방법에 대하여 연구하였다. 해석적 방법을 사용한 계산 결과는 저온초전도 발전기의 3D FEM 결과와 실험결과와 비교 검토를 통해서 해의 정밀도를 검증할 수 있었다. 또한 현재 개발 중인 고온초전도 전동기에 적용하여 해석적 방법과 3D FEM의 결과를 비교하여도 3%정도의 적은 차이를 나타내어 이를 이용한 자체 계산의 유용성을 확인 할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 21세기프론티어 연구개발사업인 차세대 초전도응용기술개발 사업단의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다

참고 문헌

- [1] 권영길, 조영식, "초전도 기술의 산업응용 및 연구현황", 대한전기학회 학회지, 제50권 9호, pp. 32-38, 2001.
- [2] 윤용수 외 5, "고온초전도동기모터의 전기적 손실에 따른 회전자의 유로 설계에 관한 연구", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, pp. 98-100, 1998.
- [3] www.amsuper.com
- [4] Young-Sik Jo, et al., "An Approach to the Shape Optimum Design of Superconducting Synchronous Generator", IEEE Trans. on Applid. Supercon., Vol. 10, No. 1, 2000.
- [5] B.Bodner, et al., "3-Dimensional Magnetic Field Calculation for an Arrangement of S.C. Coils with an Outer Magnetic Core", IEEE Trans. on Magn., Vol. 28, No., 2, 1992.

저 자 소 개



조 영 식(曹永植)

1970년 8월 20일생. 1997년 창원대 전기공학과 졸업. 2002년 동 대학원 졸업(공학박). 2003년~현재 한국전기연구원 위촉연구원.

Tel: 055-280-1655, Fax: 055-280-1697
E-mail: youngsikjo@korea.com



손 명 환(孫明煥)

1963년 4월 21일생, 1986년 부산대 자연대 물리학과 졸업, 1988년 동 대학원 물리학과 졸업(이학석사), 1998년 동 대학원 물리학과 졸업(이학박사), 1988년~현재 한국전기연구원 초전도응용연구그룹 선임연구원

Tel: 055-280-1692, Fax: 055-280-1696
E-mail : mhsohn@keri.re.kr



백 승 규(白承珪)

1972년 11월 19일생, 1995년 부산대학교 전기공학과 졸업, 1997년 동대학원 전기공학과 졸업(공학석사), 현재 한국전기연구원 초전도응용연구그룹 선임연구원

Tel: 055-280-1693, Fax: 055-280-1696
E-mail : skbaik@keri.re.kr



권 영 길(權永吉)

1959년 7월 28일생. 1982년 부산대학교 기계공학과 졸업. 1984년 대학원(공학석사), 1990년 부산대학교 대학원 기계공학과 졸업(공학박사), 현재 한국전기연구원 초전도응용연구그룹 그룹장

Tel: 055-280-1501, Fax: 055-280-1696
E-mail: ykkwon@keri.re.kr



홍 정 표(洪正杓)

1959년 4월 17일생. 1983년 한양대 공대 전기공학과 졸업. 1985년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1985년~1990년 LG정밀(주) 중앙연구소 주임연구원 1990년~1992년 삼성전기(주) 종합연구소 선임연구원. 1995년 동 대학원 전기

학과 졸업(공학박). 1996년~1996년 한양대 산업 과학연구소 선임연구원. 1996~현재 창원대 공대 전기공학과 부교수. 2003~현재 신전력기기연구센터 센터장.

Tel: 055-279-7517 Fax: 055-263-9956
E-mail : jphong@sarim.changwon.ac.kr