

# 인공위성 자세결정 시스템을 위한 등가 오차모델

## Equivalent Error Model for Spacecraft Attitude Determination System

조 윤 철\*, 유 명 종  
(Yun-Cheol Cho and Myeong-Jong Yu)

**Abstract** : We introduce the error models for an attitude determination system(ADS) with gyroscopes and stellar sensor. The ADS error models are derived according to the definition of the reference frame and of the attitude error. The equivalent error models applicable to the attitude determination system with large attitude errors are presented. The simulation results show that the proposed error models improve performance of the attitude determination system.

**Keywords** : attitude determination, quaternion error model, kalman filter

### I. 서론

위성 자세 결정 시스템은 자이로 및 기준 자세를 측정하는 센서인 별센서, 태양센서, 지구센서, 지자기센서 등을 이용하여 위성의 자세를 결정하는 시스템이다. 기준자세를 측정하는 센서들은 정확한 자세를 제공하나 자세 계산 주기가 느린 반면에 자이로를 이용할 경우 자세를 빠른 속도로 얻을 수 있으나, 초기 자세오차나 자이로의 고유오차인 바이어스, 랜덤 워크(random walk) 등에 의하여 자세오차는 증가하게 된다. 따라서 빠른 속도로 정확한 자세를 계산하기 위하여 상호 보완적으로 두 가지 이상의 센서와 필터를 결합하여 최적자세를 구하게 된다[1]. 그리고 필터를 구성하기 위해서는 시스템 및 측정 오차모델이 필요하며, 이러한 어차 모델들은 쿼터니언을 매개 변수로 사용하여 기준 좌표계에 따라서 다양한 모델들이 연구되어 왔다. Thompson/Quasius, Wu, Roumeliotis 등은 관성 좌표계를 기준으로 오차모델을 유도하였고[3-5], Lefferts/Markley/Shuster, Vathal, Sedlak/Chu, Choukroun/ Bar-Itzhack/Oshman은 동체 좌표계를 기준으로 오차모델을 유도하였다[2,6,7,8]. 유도된 오차모델은 자세오차가 충분히 작다는 조건 하에서 얻어진 선형 3변수 곱형 쿼터니언 오차모델이다. 따라서 이러한 가정은 HRG(Hemisphere Resonant Gyroscope)와 같은 아주 정밀한 자이로를 가진 자세 결정 시스템에서 성립된다. 그러나 LN200과 같은 수 deg/h의 성능을 가지는 자이로를 사용하는 경우에는 기존의 오차모델은 큰 모델링 오차를 유발할 수 있으며, 이러한 모델링 오차는 필터구성에서 불확실성으로 작용하여 필터의 성능을 저하시킨다[9]. 일반적으로 적용 가능한 오차모델의 연구가 요구되어 왔다.

본 논문에서는 일반적인 오차모델을 유도하기 위하여 회전벡터 오차를 도입하고, 이것을 이용하여 곱형 쿼터니언 오차 및 곱형 쿼터니언 오차를 각각 정의한다. 그리고 관성 좌표계 및 동체 좌표계를 기준으로 각각의 오차모델을 유도하고 기존의 오차모델과 비교한다. 관성 좌표계에 대하여

합형 쿼터니언 오차모델과 곱형 쿼터니언 오차모델을 이용한 확장칼만필터를 구성하고 시뮬레이션을 수행하여 성능을 비교한다.

### II. 자세 결정 시스템

자세결정 시스템은 자이로의 출력 값을 이용하여 항체의 자세를 계산하고, 자이로의 오차 및 계산된 자세 값을 보정하기 위하여 기준 자세센서인 태양센서, 지구센서 혹은 별센서 등을 이용한다. 자이로를 이용한 항체의 자세 계산 및 기준 자세센서를 이용한 자세측정을 간단하게 설명하면 다음과 같다.

#### 1. 자세 방정식

항체의 자세는 자이로가 측정하는 출력을 이용하여 계산된다. 자세계산 방법은 여러 가지가 있으나 쿼터니언,  $\hat{Q}_b^i$  을 이용한 (1)의 방정식을 사용하여 계산한다.

$$\dot{\hat{Q}}_b^i = \frac{1}{2} \hat{Q}_b^i \otimes \tilde{\omega}_{ib}^b \quad (1)$$

여기서  $\hat{Q}_b^i = [\hat{q}_0, \hat{q}_1, \hat{q}_2, \hat{q}_3]^T$  는 관성좌표계에 대하여 쿼터니언이고,  $\tilde{\omega}_{ib}^b (\equiv \omega_{ib}^b + \delta\omega_{ib}^b)$  는 자이로의 출력이며,  $\otimes$  는 쿼터니언 곱을 나타낸다. 일반적으로 쿼터니언의 계산은 (1)을 직접 적분하여 구하는 것보다 코닝 오차나 비교환 오차를 줄이는데 효율적인 회전벡터를 이용하여 구한다. 회전벡터는 현재의 측정된 각속도와 이전 각속도 값을 이용하여 구하게되며, 구해진 회전벡터 값을 이용하여 쿼터니언을 계산하게 된다. 그런 다음 쿼터니언으로부터 자세 변환행렬 (2)와 같이 주어지는  $\hat{C}_b^i$  를 구하고 이 식을 이용하여 항체의 자세를 계산하게 된다. 그리고 자이로를 이용한 항체의 자세계산을 수 msec 마다 가능하다.

$$\hat{C}_b^i = \begin{bmatrix} \hat{q}_0^2 + \hat{q}_1^2 - \hat{q}_2^2 - \hat{q}_3^2 & 2(\hat{q}_1\hat{q}_2 - \hat{q}_0\hat{q}_3) & 2(\hat{q}_1\hat{q}_3 + \hat{q}_0\hat{q}_2) \\ 2(\hat{q}_0\hat{q}_3 + \hat{q}_1\hat{q}_2) & \hat{q}_0^2 - \hat{q}_1^2 + \hat{q}_2^2 - \hat{q}_3^2 & 2(\hat{q}_2\hat{q}_3 - \hat{q}_0\hat{q}_1) \\ 2(\hat{q}_1\hat{q}_3 - \hat{q}_0\hat{q}_2) & 2(\hat{q}_0\hat{q}_1 + \hat{q}_2\hat{q}_3) & \hat{q}_0^2 - \hat{q}_1^2 - \hat{q}_2^2 + \hat{q}_3^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

그러나 항체의 자세는 관성센서에서 출력된 각속도를 이

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2003. 2. 24., 채택확정 : 2003. 5. 9.

조윤철, 유명종 : 국방과학연구소

(yccho@add.re.kr/mjyu@add.re.kr)

용하여 구하기 때문에 관성센서의 고유오차인 바이어와 초기 자세오차 등에 의해 자세오차는 시간이 증가함에 따라서 증가 하게된다. 따라서 자세 정확도를 향상시키기 위해 비관성센서인 별센서와 같은 외부의 기준 자세정보를 이용하여 보정필터를 구성하고, 이들 오차를 보정하는 시스템을 구성하게된다.

2. 측정방정식

기준자세를 측정하기 위하여 태양센서, 지구센서 혹은 별센서와 같은 기준 자세센서들이 사용되는데 태양센서와 지구센서는 오일러 각을 측정하고, 별센서의 경우는 자세변환 행렬의 일부를 측정하기도하며, 2개 이상의 별이 보일 경우에는 TRIAD, QUEST등 자세결정 알고리즘 이용하여 쿼터니언을 계산하고 측정치로 출력한다. 그러나 자세계산 주기가 보통 1초 주기로써 느리다. 기준 자세센서들 이용한 자세 측정치는 센서의 종류에 따라서 다음 세 가지가 가능하다.

1) 오일러 각 측정 : 지구센서(롤 및 피치각), 태양센서(방위각 및 고각) 등은 오일러 각을 측정한다.

2) 자세변환 행렬의 일부 측정 : 태양센서 및 별센서는 센서 좌표축에서의 Bore sight 방향으로 측정치,  $p_S$ 를 측정하게 되는데 그 값은 (3)과 같이 기준 좌표계에서의 방향,  $p_R$ 으로부터 구해진다.

$$p_S = TC_i^b p_R \tag{3}$$

여기서  $T$ 는 센서정렬행렬,  $C_i^b$ 는 항체의 자세, 그리고  $p_R$ 는 기준 좌표에서의 방향이다.

3) 쿼터니언 측정: 별센서에서 2개 이상의 별이 보일 경우, 항체의 기준 자세정보인 쿼터니언을 측정할 수 있다.

앞에서 설명한 세 가지 중에서 본 논문에서는 쿼터니언을 측정하는 경우를 가정한다. 이 경우, 자세 결정 알고리즘은 TRIAD 혹은 QUEST 알고리즘을 이용하게된다. 별센서의 센서축과 동체좌표계사이의 행렬인 센서 정렬행렬을 정확히 알고있다고 가정하면 측정오차의 정의에 따라서 다음의 두 가지 경우로 측정된 쿼터니언을 표현할 수 있다. 측정된 쿼터니언은  $Q_m$ 이라 정의한다. 먼저, 관성 좌표계를 기준으로 측정오차를 표현할 경우, 측정된 쿼터니언,  $Q_m$ 은 (4)와 같다.

$$Q_m = Q_i^{im} \otimes Q_b^i = \tilde{Q}_b^{im} \tag{4}$$

여기서  $Q_b^i (\equiv [q_0, q_1, q_2, q_3]^T)$ 은 참 쿼터니언이며,  $Q_i^{im} (\equiv [q_{0mi}, q_{1mi}, q_{2mi}, q_{3mi}]^T)$ 는 관성 좌표계를 기준으로 한 측정오차이다. 또한, 동체 좌표계를 기준으로 측정오차를 표현할 경우, 측정된 쿼터니언,  $Q_m$ 은 (5)와 같이 표현 가능하다.

$$Q_m = Q_b^i \otimes Q_{bm}^b = \tilde{Q}_b^{im} \tag{5}$$

여기서  $Q_{bm}^b (\equiv [q_{0mb}, q_{1mb}, q_{2mb}, q_{3mb}]^T)$ 은 동체 좌표계 기준 측정오차를 의미한다.

인공위성 자세결정 시스템은 자이로를 이용하여 자세를 계속 계산하며, 1초 혹은 수초에 한번, 외부 기준 자세 센서로부터 받은 자세를 이용하여 자세오차를 추정하고, 보정하게 된다. 이러한 자세결정 시스템은 오차를 추정하기 위하여 다양한 필터를 사용할 수 있다. 그리고 필터를 구성하기 위하여 시스템 및 측정 오차모델이 필요하다.

III. 오차모델

II절에서 별센서로부터 측정된 쿼터니언을 측정오차의 종류에 따라서 두 가지로 정의하였다. 또한, 앞에서 설명한 것과 같이 자이로 출력 값을 이용하여 계산된 쿼터니언에도 오차가 존재한다. 그러므로 기준 자세 센서 경우와 같이 오차의 정의에 따라서 두 종류로 표현 가능하다. 본 절에서는 자이로를 이용하여 계산된 쿼터니언을 관성 좌표계를 기준으로 오차를 정의한 경우와 동체 좌표계를 기준으로 오차를 정의한 경우로 나누어 각각에 대한 오차 모델을 구하고, 대응되는 기준 자세 측정 값 으로부터 측정오차모델을 구한다. 3.1절에서는 관성 좌표계를 기준으로 오차모델을 구하며, 3.2절에서는 동체 좌표계를 기준으로 오차모델을 유도한다.

1. 관성 좌표계 기준 시스템 오차모델

본 절에서는 회전벡터 오차를 이용하여, 관성 좌표계를 기준으로 한 오차모델을 제시하고, 기존의 결과와 비교한다.

1.1 자세오차 사이의 관계

자세오차는 자세오차의 정의에 따라서 여러 가지로 표현 가능하다. 본 연구에서는 자세오차를 합형 쿼터니언 오차(AQE), 곱형 쿼터니언 오차(MQE), 회전벡터 오차(RVE) 및 비틀림 각 오차(ET)로 각각 정의하고 이들 사이의 관계를 유도한다[3]. 관성 좌표계를 기준으로 회전벡터 오차를 정의하고, 각각의 자세오차를 정의하면 다음과 같다. 먼저, 관성좌표계에서 참 관성(true inertial)좌표계에 대한 오차가 포함된 관성(indicated inertial)좌표계사이의 회전벡터오차를  $\Delta\Phi^i (\equiv [\Delta\phi_{i1}, \Delta\phi_{i2}, \Delta\phi_{i3}]^T)$ 로 정의한다. 여기서  $\Delta\phi_{i1}, \Delta\phi_{i2},$  와  $\Delta\phi_{i3}$ 는 관성좌표계의 세축  $i_1, i_2$  및  $i_3$  각각의 회전벡터 성분을 의미한다. 두 번째는  $\delta Q (\equiv \tilde{Q}_b^i - Q_b^i)$ 는 AQE를 정의한다. 여기서  $Q_b^i (\equiv [q_0, q_1, q_2, q_3]^T)$ 와  $\tilde{Q}_b^i (\equiv [\tilde{q}_0, \tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3]^T)$ 는 참 쿼터니언(true quaternion)과 오차가 포함된 쿼터니언(indicated quaternion)을 나타낸다. 마지막으로  $Q_i^i (\equiv [q_{0i}, q_{1i}, q_{2i}, q_{3i}]^T)$ 로 정의되는 MQE를 회전벡터를 이용하여 정의할 수 있다. 여기서  $i'$  는 오차가 있는 관성 좌표계를 나타낸다.

$$Q_i^i = [q_{0i}, q_{1i}, q_{2i}, q_{3i}]^T = [1 + c_i, s_i \Delta\phi_{i1}, s_i \Delta\phi_{i2}, s_i \Delta\phi_{i3}]^T \tag{6}$$

여기서

$$c_i = \cos\left(\frac{\Phi_{0i}}{2}\right) - 1, \quad s_i = \frac{1}{\Phi_{0i}} \sin\left(\frac{\Phi_{0i}}{2}\right),$$

$$\Phi_{0i} = \sqrt{(\Delta\phi_n)^2 + (\Delta\phi_2)^2 + (\Delta\phi_3)^2}$$

RVE와 AQE 사이의 관계는 아래와 같이 유도 할 수 있다. 오차를 포함한 쿼터니언은 (7)과 같이 정의한다.

$$\tilde{Q}_b^i \equiv Q_b^i = Q_i^i \otimes Q_b^i \quad (7)$$

여기서  $Q_i^i$  는 관성 좌표계와 관련된 MQE이다. (8)은 (7)로부터 변환 가능하다.

$$Q_b^i = Q_i^i \otimes \tilde{Q}_b^i \quad (8)$$

(8)를 다시 쓰면 (9)와 같다.

$$Q_b^i = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{0i} & -q_{1i} & -q_{2i} & -q_{3i} \\ q_{1i} & q_{0i} & -q_{3i} & q_{2i} \\ q_{2i} & q_{3i} & q_{0i} & -q_{1i} \\ q_{3i} & -q_{2i} & q_{1i} & q_{0i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q}_0 \\ \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

(9)을 이용하면, AQE 와 RVE의 관계는 (10)과 같이 표현된다.

$$\delta Q = -c_i \tilde{Q}_b^i - s_i Y(\tilde{Q}_b^i) \Delta\Phi^i \quad (10)$$

여기서

$$Y(\tilde{Q}_b^i) \equiv Y = \begin{bmatrix} -\tilde{q}_1 & -\tilde{q}_2 & -\tilde{q}_3 \\ \tilde{q}_0 & \tilde{q}_3 & -\tilde{q}_2 \\ -\tilde{q}_3 & \tilde{q}_0 & \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 & -\tilde{q}_1 & \tilde{q}_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

그리고 (10)의 양변에 Y의 전치행렬을 곱하여 정리하면, RVE는 (12)와 같다.

$$\Delta\Phi^i = -\frac{1}{s_i} Y^T \delta Q \quad (12)$$

또한, (12)의 양변에 Y를 곱하여 정리하면 다른 AQE 관계식은 (13)과 같다.

$$\delta Q = -s_i Y \Delta\Phi^i + \tilde{Q}_b^i \tilde{Q}_b^i{}^T \delta Q \quad (13)$$

자세오차가 충분히 작다고 가정하면, RVE는 ET와 같게 되며, 그들의 관계식은 (14) 및 (15)와 같이 간략화 된다.

$$\Delta\Phi^i = 2Y^T \delta Q \quad (14)$$

$$\delta Q = -\frac{1}{2} Y \Delta\Phi^i + \tilde{Q}_b^i \tilde{Q}_b^i{}^T \delta Q \quad (15)$$

기존의 관계식인 (14) 및 (15)를 본 논문에서 제시한 (10), (11) 및 (13)과 비교하면 제시된 관계식들은 자세오차가 큰 경우에도 사용 가능한 식이 된다.

동일하게 AQE 와 MQE 사이의 관계식은 아래와 같다.

$$\delta Q = (1 - q_{0i}) \tilde{Q}_b^i - Yq^i \quad (16)$$

$$q^i = -Y^T \delta Q \quad (17)$$

$$\delta Q = -Yq^i + \tilde{Q}_b^i \tilde{Q}_b^i{}^T \delta Q \quad (18)$$

여기서  $q^i$ 는  $[q_{1i}, q_{2i}, q_{3i}]^T$ 으로 표현되는 3변수 합형 쿼터니언으로 정의한다. 또한, (6), (10), (12), (16), 및 (18)을 이용하면 (6)에서 정의한  $c_i$ 는 (19)와 같다.

$$c_i = \cos\left(\frac{\Phi_{0i}}{2}\right) - 1 = q_{0i} - 1 = -\tilde{Q}_b^i{}^T \delta Q = -(\tilde{q}_0 \delta q_0 + \tilde{q}_1 \delta q_1 + \tilde{q}_2 \delta q_2 + \tilde{q}_3 \delta q_3) \quad (19)$$

(19)는 자세오차가 클 경우, 쿼터니언 정규화에도 불구하고  $c_i$ 는 무시될 수 없다는 것을 보여준다.

### 1.2 시스템 오차모델

앞에서 정의한 자세오차에 따른 각각의 오차모델을 유도하고 오차모델 사이의 관계를 제시한다. 먼저, AQE 모델을 설명하면 다음과 같다. 쿼터니언 미분방정식은 (20)과 같다.

$$\dot{\tilde{Q}}_b^i = \frac{1}{2} \tilde{Q}_b^i \otimes \tilde{\omega}_{ib}^b \quad (20)$$

(20)을 이용하면, 합형 자세오차 모델은 (21)과 같다 [9,11,12,13].

$$\delta \dot{Q} = M \delta Q + \frac{1}{2} U \delta \omega_{ib}^b \quad (21)$$

여기서  $\delta \omega_{ib}^b$  는 자이로 오차모델을 나타내며,  $M$  및  $U$  는 다음과 같다.

$$M \equiv \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix},$$

$$U = \begin{bmatrix} -\tilde{q}_1 & -\tilde{q}_2 & -\tilde{q}_3 \\ \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_3 & \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_3 & \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_1 \\ -\tilde{q}_2 & \tilde{q}_1 & \tilde{q}_0 \end{bmatrix}$$

(10), (12), (20) 및 (21)를 이용하면, AQE와 등가인 RVE모델은 다음과 같이 구해진다.

(12)를 미분하면 (22)와 같다.

$$\Delta\dot{\Phi}^i = -\frac{1}{s_i} Y^T \delta\dot{Q} - \frac{1}{s_i} \dot{Y}^T \delta Q - \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{s_i} \right) Y^T \delta Q \quad (22)$$

(10) 및 (21)을 (22)대입 하여 정리하면 (23)과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\Phi}^i &= -\frac{1}{s_i} Y^T \delta\dot{Q} - \frac{1}{s_i} \dot{Y}^T \delta Q - \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{s_i} \right) Y^T \delta Q \\ &= \left[ Y^T M Y + \dot{Y}^T Y + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{s_i} \right) s_n Y^T Y \right] \Delta\Phi^i \\ &+ \frac{c_i}{s_i} \left[ Y^T M \tilde{Q}_b^i + \dot{Y}^T \tilde{Q}_b^i + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{s_i} \right) s_i Y^T \tilde{Q}_b^i \right] \\ &- \frac{1}{2s_i} Y^T U \delta\omega_{ib}^b \end{aligned} \quad (23)$$

(23)의 요소를  $\dot{Y}^T$ 에 대입하고, 행렬  $Y$  와  $U$ 의 성질로부터 아래의 관계가 구하여 진다.

$$Y^T Y = I \quad (24a)$$

$$Y^T U = \tilde{C}_b^i \quad (24b)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{s_i} \right) s_i \Delta\Phi^i = c \Delta\Phi^i (\Delta\Phi^i)^T \Delta\dot{\Phi}^i \quad (24c)$$

$$Y^T M Y + \dot{Y}^T Y = 0 \times \quad (24d)$$

$$Y^T M \tilde{Q}_b^i + \dot{Y}^T \tilde{Q}_b^i = 0 \quad (24e)$$

$$Y^T \tilde{Q}_b^i = 0 \quad (24f)$$

$$c = \frac{1}{\Phi_{0i}^2} \left\{ 1 - \frac{\Phi_{0i}}{2} \cot \left( \frac{\Phi_{0i}}{2} \right) \right\} \quad (24g)$$

여기서  $\tilde{C}_b^i$  는 동체좌표계에서 관성좌표계로 변환을 나타내는 오차를 포함한(indicated) 좌표변환행렬이고,  $0 \times$  는 0의 왜 대칭 행렬이다. (24)을 (23)에 대입하여 정리하면 RVE모델은 (25)와 같이 구해진다.

$$\Delta\dot{\Phi}^i = [I - c \Delta\Phi^i (\Delta\Phi^i)^T]^{-1} \cdot \left\{ -\frac{1}{2s_i} \tilde{C}_b^i \delta\omega_{ib}^b \right\} \quad (25)$$

이항 정리를 이용하여 (25)에서  $[I - c \Delta\Phi^i (\Delta\Phi^i)^T]^{-1}$ 항을 근사화하고, 첫 번째 항만 선택하여 정리하면 (25)는 (26)과 같이 간략화 된다.

$$\Delta\dot{\Phi}^i = -\frac{1}{2s_i} [I + c \Delta\Phi^i (\Delta\Phi^i)^T] \cdot \tilde{C}_b^i \delta\omega_{ib}^b \quad (26)$$

또한 자세오차가 매우 작다고 가정하면, 고차 항은 무시 가능하다. 따라서, (26)은 (27)과 같이 간략화 된다.

$$\Delta\dot{\Phi}^i = -\tilde{C}_b^i \delta\omega_{ib}^b \quad (27)$$

(27)은 RVE 모델에서 근사화된 ET모델이며, 기준 자세 측정 센서가 오일러 각을 측정할 때 사용 가능한 오차모델이다. 이 경우 앞에서 설명한 것과 같이 AQE모델보다 여러

가지 가정에 의하여 단순화된 오차모델임을 알 수 있다.

앞의 연구 결과들로부터 AQE모델과 RVE모델은 서로 등가이며, 자세오차의 크기에 관계없이 일반적으로 성립되는 오차모델임을 보여준다. 그리고 오차가 작을 때는 AQE모델은 ET모델과 등가이나, 오차가 큰 경우에는 등가가 성립되지 않음을 앞에서 유도한 관계식들로부터 알 수 있다.

동일한 방법으로 AQE모델로부터 MQE모델을 유도하면 다음과 같다. (17)의 양변을 미분하고, 정리하면 MQE모델은 (28)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{q}^i &= -Y^T \delta\dot{Q} - \dot{Y}^T \delta Q \\ &= -[Y^T M + \dot{Y}^T] \Delta Q - \frac{1}{2} Y^T U \delta\omega_{ib}^b \\ &= (q_{0i} - 1) [Y^T M + \dot{Y}^T] \tilde{Q}_b^i \\ &+ [Y^T M Y + \dot{Y}^T Y] q^i - \frac{1}{2} Y^T U \delta\omega_{ib}^b \\ &= -\frac{1}{2} \tilde{C}_b^i \delta\omega_{ib}^b \end{aligned} \quad (28)$$

또한 쿼터니언이 정규화되어 있다는 가정을 사용하여  $\dot{q}_{0i}$ 을 구해보면 (29)를 얻을 수 있으며, 이 둘 관계식으로부터 근사화 된  $\dot{c}_i$  는 (30)과 같이 주어진다.

$$\dot{q}_{0i} = \frac{-1}{2q_{0i}} q^{i^T} \tilde{C}_b^i \delta\omega_{ib}^b \quad (29)$$

$$\dot{c}_i = -\frac{1}{4} \Delta\Phi^{i^T} \tilde{C}_b^i \delta\omega_{ib}^b \quad (30)$$

(28)은 자세결정 시스템에서 기존에 많이 사용되어온 오차모델이며 3변수 MQE 모델이다. 그러나 (29) 및 (30)을 고려하면, (28)은 근사화된 오차모델임을 알 수 있다. 또한, 근사화 되지 않은 오차모델인 4변수 MQE 모델을 구성하기 위하여 (29) 및 (30)을 고려 할 경우 MQE 모델은 비선형 오차모델임을 알 수 있다. 지금까지 제시된 결과를 요약하면, RVE모델 및 4변수 MQE모델은 비선형 모델이며, AQE모델 및 기존에 많이 사용되어온 3변수 MQE모델은 선형임을 알 수 있다. 또한 AQE모델은 자체가 선형이며, 모델링 오차가 없기 때문에 자세오차를 표현하기 위하여 가장 효과적인 오차모델임을 보여준다.

### 1.3 관성 좌표계 기준 측정 오차모델

앞에서 시스템 오차 모델을 제시하였다. 1.3절에서는 1.2절과 관련된 측정 오차모델을 유도한다. 1.2절에서 AQE모델 및 3변수 MQE 모델이 선형 모델임을 강조하였다. 따라서 측정 오차모델도 이와 관련된 오차모델을 유도한다.

별센서에서 측정된 쿼터니언은 (4)와 같이 관성 좌표계 기준으로 오차가 존재한다고 가정하고, MQE에 대한 측정 오차모델 및 AQE에 대한 측정 오차모델 각각 유도하여 비교한다.

관성 좌표계에 대한 MQE 오차모델은 다음과 같다. 시스템 쿼터니언, (8)과 별센서 측정 쿼터니언, (4)를 이용하여 MQE모델을 위한 측정오차모델  $Z$  ( $\equiv [z_1, z_2, z_3, z_4]^T$ )를 구하면 (31)과 같다.

$$\begin{aligned}
 Z &= Q_m \otimes \tilde{Q}_b^{-1} = Q_i^{im} Q_b^i Q_i^b Q_i^i \\
 &= Q_i^{im} Q_i^i = Q_i^i + \delta Q_m \\
 &= Q_i^i - c_{mi} Q_i^i - Y(Q_i^i) q^{mi} \\
 &\approx Q_i^i + v
 \end{aligned} \tag{31}$$

여기서  $c_{mi} = q_{0mi} - 1$ ,  $q^{mi} (\equiv [q_{1mi} \ q_{2mi} \ q_{3mi}]^T)$ , 그리고  $\tilde{Q}_b^{-1} (\equiv [\tilde{q}_0 \ -\tilde{q}_1 \ -\tilde{q}_2 \ -\tilde{q}_3]^T)$ 이다. 또한, 자세오차가 충분히 작다고 가정하면 (4) 및 (6)으로부터 아래 식들이 성립한다.

$$Q_i^i = \begin{bmatrix} q_{0i} \\ q_{1i} \\ q_{2i} \\ q_{3i} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ q_{1i} \\ q_{2i} \\ q_{3i} \end{bmatrix}, \quad Q_i^{im} = \begin{bmatrix} q_{0mi} \\ q_{1mi} \\ q_{2mi} \\ q_{3mi} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ q_{1mi} \\ q_{2mi} \\ q_{3mi} \end{bmatrix} \tag{32}$$

이 경우, 측정오차에서  $z_1$ 은 생략되며, 따라서 (32)는 (33)과 같이 3변수 MQE로 구성되는 단순화된 측정 오차 모델이 된다.

$$Z = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{1i} \\ q_{2i} \\ q_{3i} \end{bmatrix} + v \tag{33}$$

(28)과 (33)으로 구성되는 3변수 MQE 오차모델은 선형모델이나, 자세오차가 충분히 작은 경우에만 성립됨을 보여준다. 그러나 자세오차가 크면 측정 방정식은 (34)와 같다.

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{0i} \\ q_{1i} \\ q_{2i} \\ q_{3i} \end{bmatrix} + v \tag{34}$$

따라서 이 경우, (28), (29) 그리고 (34)를 고려하면 4변수 MQE모델은 비선형 모델임을 확인할 수 있다.

지금부터 AQE를 위한 측정 오차모델을 유도한다. 별선서 측정 쿼터니언, (4)와 시스템 쿼터니언, (7)을 각각 합형 오차를 가지는 쿼터니언으로 표현하면 그 식들은 각각 (35)와 (36)으로 표현된다. (35)와 (36)을 이용하여 AQE를 위한 측정 오차모델을 구하면 (37)과 같다.

$$Q_m = Q_b^i + \delta Q_m \tag{35}$$

$$\tilde{Q}_b^i = Q_b^i + \delta Q \tag{36}$$

$$\begin{aligned}
 Z &= \tilde{Q}_b^i - Q_m = Q_b^i + \delta Q - (Q_b^i + \delta Q_m) \\
 &= Q_b^i + \delta Q - (Q_b^i - c_{im1} \tilde{Q}_b^{im} - Y(\tilde{Q}_b^{im}) q^{mi}) \\
 &= \delta Q + c_{im1} \tilde{Q}_b^{im} + Y(\tilde{Q}_b^{im}) q^{mi} \\
 &\approx \delta Q + v
 \end{aligned} \tag{37}$$

(37)은 측정 오차모델이 근사화 과정 없이 선형으로 표현됨을 보여준다. 그리고 (21)과 (37)을 결합하면 AQE 모델이 된다. 따라서 AQE모델은 근사화 과정 및 가정이 포함되지 않은 일반화된 오차모델로써 다른 오차모델과 비교하면

모델링 오차가 없는 오차모델이다. 그러므로 자세오차의 크기에 관계 없이 사용 가능한 오차모델임을 알 수 있다.

2. 동체 좌표계 기준 오차모델 유도

본 절에서는 동체 좌표계를 기준으로 자세오차를 정의한 경우에 대하여 오차모델을 유도하고, 그 결과를 비교한다.

2.1 자세오차 사이의 관계

관성 좌표계를 기준으로 정의한 자세오차와 동일하게 자세오차를 합형 쿼터니언 오차(AQE), 곱형쿼터니언 오차(MQE) 및 회전벡터 오차(RVE)로 정의한다. 먼저 참 동체(true body)좌표계에 대한 오차가 포함된 동체(indicated body) 표계 이의 RVE는  $\Delta\Phi^b (\equiv [\Delta\phi_x, \Delta\phi_y, \Delta\phi_z]^T)$ 와 같이 정의한다. 여기서  $\Delta\phi_x, \Delta\phi_y$  와  $\Delta\phi_z$ 는 동체 좌표계인 x, y, z의 회전벡터오차 성분이다. 그리고 AQE는  $\Delta Q (\equiv \tilde{Q}_b^i - Q_b^i)$ 로 정의한다. 여기서  $Q_b^i (\equiv [q_0, q_1, q_2, q_3]^T)$  와  $\tilde{Q}_b^i (\equiv [\tilde{q}_0, \tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3]^T)$ 는 각각 참 쿼터니언(true quaternion)과 오차가 포함된 쿼터니언(indicated quaternion)을 나타낸다. 마지막으로 MQE,  $Q_b^b$ 는 (38)과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 Q_b^b &= [q_{0b}, q_{1b}, q_{2b}, q_{3b}]^T \\
 &= [1 + c_b, s_b \Delta\phi_{b1}, s_b \Delta\phi_{b2}, s_b \Delta\phi_{b3}]^T
 \end{aligned} \tag{38}$$

여기서  $b'$  는 오차가 포함된 동체 좌표계를 나타내며 아래의 관계가 성립된다. 그리고  $c_b = \cos\left(\frac{\Phi_{0b}}{2}\right) - 1$ ,

$$s_b = \frac{1}{\Phi_{0b}} \sin\left(\frac{\Phi_{0b}}{2}\right)$$

$$\Phi_{0b} = \sqrt{(\Delta\phi_{b1})^2 + (\Delta\phi_{b2})^2 + (\Delta\phi_{b3})^2} \text{이다.}$$

자이로의 출력 값으로부터 계산된 오차가 포함된 쿼터니언은 (38)을 이용하면 (39)와 같이 정의 할 수 있다.

$$\tilde{Q}_b^i \equiv Q_b^i = Q_b^i \otimes Q_b^b \tag{39}$$

또한, (39)는 (40)과 같이 변환이 가능하다.

$$Q_b^i = \tilde{Q}_b^i \otimes Q_b^b \tag{40}$$

그리고 쿼터니언 곱을 이용하면 (40)은 (41)과 같다.

$$Q_b^i = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_1 & -\tilde{q}_2 & -\tilde{q}_3 \\ \tilde{q}_1 & \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_3 & \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_2 & \tilde{q}_3 & \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_3 & -\tilde{q}_2 & \tilde{q}_1 & \tilde{q}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{0b} \\ q_{1b} \\ q_{2b} \\ q_{3b} \end{bmatrix} \tag{41}$$

(41)을 이용하여 AQE 와 RVE의 관계식을 구하면 (42)가 얻어진다.

$$\Delta Q = -c_b \tilde{Q}_b^i - s_b U(\tilde{Q}_b^i) \Delta \Phi^b \quad (42)$$

여기서

$$U(\tilde{Q}_b^i) \equiv U = \begin{bmatrix} -\tilde{q}_1 & -\tilde{q}_2 & -\tilde{q}_3 \\ \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_3 & \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_3 & \tilde{q}_0 & -\tilde{q}_1 \\ -\tilde{q}_2 & \tilde{q}_1 & \tilde{q}_0 \end{bmatrix}$$

(42) 양변에  $U$ 의 전치행렬을 곱하고, 정리하면 RVE는 (43)과 같다.

$$\Delta \Phi^b = -\frac{1}{s_b} U^T \Delta Q \quad (43)$$

또한 (43) 양변에  $U$ 를 곱하여 정리하면 다른 AQE 관계식인 (44)를 구할 수 있다.

$$\Delta Q = -s_b U \Delta \Phi^b + \tilde{Q}_b^i \tilde{Q}_b^{i T} \Delta Q \quad (44)$$

자세오차가 충분히 작으면, RVE는 비틀림 각 오차(ET)와 같게 되며, (43)과 (44)은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\Delta \Phi^b = -2U^T \Delta Q \quad (45)$$

$$\Delta Q = -\frac{1}{2} U \Delta \Phi^b + \tilde{Q}_b^i \tilde{Q}_b^{i T} \Delta Q \quad (46)$$

동일하게 AQE 와 MQE 사이의 관계식은 아래와 같다.

$$\Delta Q = (1 - q_{0b}) \tilde{Q}_b^i - U q^b \quad (47)$$

$$q^b = -U^T \Delta Q \quad (48)$$

$$\Delta Q = -U q^b + \tilde{Q}_b^i \tilde{Q}_b^{i T} \Delta Q \quad (49)$$

여기서  $q^b (\equiv [q_{1b}, q_{2b}, q_{3b}]^T)$ 는 3변수 MQE로 정의한다.

### 2.2 시스템 오차모델

자세오차인 RVE, AQE 및 MQE의 관계식들을 이용하여 시스템 오차모델을 유도한다. 쿼터니언 미분 방정식인 (1)을 이용하면 AQE모델은 (50)과 같다[13].

$$\Delta \dot{Q} = M \Delta Q + \frac{1}{2} U \delta \omega_{ib}^b \quad (50)$$

여기서  $\delta \omega_{ib}^b$ 는 랩탑 바이어스, 드리프트 및 백색잡음 등을 포함하는 자이로스코프의 오차모델을 나타낸다.

먼저, AQE모델인 (50)을 이용하여 RVE모델을 구한다. RVE모델은 (8), (10), (17), (18) 및 (51)의 관계식을 이용하면 (52)와 같이 얻어진다.

$$U^T U = I \quad (51a)$$

$$U^T Y = \tilde{C}_b^i \quad (51b)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{s_b} \right) s_b \Delta \Phi^b = d \Delta \Phi^b (\Delta \Phi^b)^T \Delta \Phi^b \quad (51c)$$

$$U^T M U + \dot{U}^T U = -\omega_{ib}^b \times \quad (51d)$$

$$U^T M \tilde{Q}_b^i + \dot{U}^T \tilde{Q}_b^i = 0 \quad (51e)$$

$$U^T \tilde{Q}_b^i = 0 \quad (51f)$$

$$d = \frac{1}{\phi_{0b}^2} \left\{ 1 - \frac{\phi_{0b}}{2} \cot \left( \frac{\phi_{0b}}{2} \right) \right\} \quad (51g)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\Phi}^b &= -\frac{1}{s_b} U^T \Delta \dot{Q} - \frac{1}{s_b} \dot{U}^T \Delta Q - \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{s_b} \right) U^T \Delta Q \\ &= \left[ U^T M U + \dot{U}^T U + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{s_b} \right) s_b U^T U \right] \Delta \Phi^b \\ &\quad + \frac{c_b}{s_b} \left[ U^T M \tilde{Q}_b^i + \dot{U}^T \tilde{Q}_b^i + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{s_b} \right) s_b U^T \tilde{Q}_b^i \right] \\ &\quad - \frac{1}{2s_b} U^T U \delta \omega_{ib}^b \quad (52) \\ &= [I - d \Delta \Phi^b (\Delta \Phi^b)^T]^{-1} \\ &\quad \cdot \left\{ -\omega_{ib}^b \times \Delta \Phi^b - \frac{1}{2s_b} \tilde{C}_b^i \delta \omega_{ib}^b \right\} \end{aligned}$$

여기서  $\tilde{C}_b^i$ 는 동체 좌표계에서 관성 좌표계로 변환을 나타내는 오차를 포함한(indicated) 좌표변환행렬이다. 자세오차가 매우 작을 경우, (52)에서 고차 항들이 무시되며, (53)의 비틀림 각 오차모델(ET)로 간략화 된다.

$$\Delta \dot{\Phi}^b = -\omega_{ib}^b \times \Delta \Phi^b - \delta \omega_{ib}^b \quad (53)$$

(53) 모델은 기준 자세 측정을 위해 지구센서 및 태양센서를 사용 할 경우 일반적으로 사용되는 시스템 오차모델이다. 그러나 자세오차가 큰 경우 큰 모델링 오차를 유발할 수 있다. 반면에 (50)과 (52)는 자세오차가 큰 경우에도 성립한다.

동일한 방법으로 AQE모델로부터 MQE모델을 유도 할 수 있다. (48)의 양변을 미분하여 정리하면 MQE 모델이 다음과같이구해진다.

$$\begin{aligned} \dot{q}^b &= -U^T \Delta \dot{Q} - \dot{U}^T \Delta Q \\ &= -[U^T M + \dot{U}^T] \Delta Q - \frac{1}{2} U^T U \delta \omega_{ib}^b \\ &= (q_{0b} - 1) [U^T M + \dot{U}^T] \tilde{Q}_b^i \quad (54) \\ &\quad + [U^T M U + \dot{U}^T U] q^b - \frac{1}{2} U^T U \delta \omega_{ib}^b \\ &= -\omega_{ib}^b \times q^b - \frac{1}{2} \delta \omega_{ib}^b \end{aligned}$$

또한  $\dot{q}_{0b}$ 를 구하기 위해  $q_{0b}$ 의 관계식을 이용한다.

$$\begin{aligned} q_{0b} &= c_b + 1 = 1 - \tilde{Q}_b^i T \Delta Q \\ &= 1 - (\tilde{q}_0 \Delta q_0 + \tilde{q}_1 \Delta q_1 + \tilde{q}_2 \Delta q_2 + \tilde{q}_3 \Delta q_3) \quad (55) \end{aligned}$$

쿼터니언 오차가 정규화되어 있다고 가정하면, (56)이 성립한다.

$$\dot{q}_{0b} = \frac{-1}{2q_{0b}} q^{b T} \delta \omega_{ib}^b \quad (56)$$

3변수 MQE 모델인 (54)는 선형이다. 그러나 (56)을 고려한 4변수 MQE 모델은 비선형임을 알 수 있다. 3절에서의 결과와 동일하게 AQE 모델이 모델링 오차를 감소시킬 수 있는 모델이며, 동시에 선형 모델임을 알 수 있다.

2.3 동체 좌표계 기준 측정 오차모델

앞 절에서 AQE 모델과 3 변수 MQE모델이 선형 모델임을 보였다. 따라서 측정오차 모델은 이와 관련된 오차모델을 유도한다. (5) 및 (40)을 이용하여 동체 좌표계를 기준으로 MQE에 대한 측정 오차모델,  $Z(\equiv [z_1, z_2, z_3, z_4]^T)$ 를 구해보면 (57)과 같다.

$$\begin{aligned} Z &= \tilde{Q}_b^{i-1} \otimes Q_m = Q_b^b Q_i^i Q_b^b Q_{bm}^b \\ &= Q_b^b Q_{bm}^b \\ &= Q_b^b + \Delta Q_m \\ &= Q_b^b - c_{mb} Q_b^b - Y(Q_b^b) q^{mb} \\ &\approx Q_b^b + v \end{aligned} \tag{57}$$

여기서  $c_{mb} = q_{0mb} - 1$ ,  $q^{mb} = [q_{1mb} \ q_{2mb} \ q_{3mb}]^T$

$$\tilde{Q}_b^{i-1} = [\tilde{q}_0 \ -\tilde{q}_1 \ -\tilde{q}_2 \ -\tilde{q}_3]^T$$

자이로 및 별센서에서 측정된 쿼터니언의 자세오차가 충분히 작다고 가정하면 아래 (58)이 성립한다.

$$Q_b^b = \begin{bmatrix} q_{0b} \\ q_{1b} \\ q_{2b} \\ q_{3b} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ q_{1b} \\ q_{2b} \\ q_{3b} \end{bmatrix}, \quad Q_{bm}^b = \begin{bmatrix} q_{0mb} \\ q_{1mb} \\ q_{2mb} \\ q_{3mb} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ q_{1mb} \\ q_{2mb} \\ q_{3mb} \end{bmatrix} \tag{58}$$

이 경우에 측정모델에서  $z_1$ 이 생략되며, 측정 방정식은 (59)와 같이 단순화된다.

$$Z = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{1b} \\ q_{2b} \\ q_{3b} \end{bmatrix} + v \tag{59}$$

(54)과 (59)를 이용하면 기존에 일반적으로 사용된 쿼터니언 오차모델인 3 변수 MQE모델이 된다. 그러나 앞에서 언급한 바와 같이 자세오차가 작은 경우에만 만족됨을 알 수 있다. 또한 자세오차가 크면 측정모델에서  $z_1$ 을 생략할 수 없으며, 이 경우 (54), (56) 및 (57)로 구성되는 4변수 MQE 모델인 비선형 오차모델이 된다.

또한, 동체 좌표계에 대한 AQE 모델은 (5)와 (40)를 합형 쿼터니언으로 표현한 (60) 및 (61)를 이용하면 (62)와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} Q_m &= Q_b^i + \Delta Q_m \\ &= Q_b^i - c_{mb} \tilde{Q}_b^{im} - U(\tilde{Q}_b^{im}) q^{mb} \end{aligned} \tag{60}$$

$$\tilde{Q}_b^i = Q_b^i + \Delta Q \tag{61}$$

$$\begin{aligned} Z &= \tilde{Q}_b^i - Q_m = Q_b^i + \Delta Q - (Q_b^i - c_{mb} \tilde{Q}_b^{im} - U(\tilde{Q}_b^{im}) q^{mb}) \\ &= Q_b^i + \Delta Q - (Q_b^i - c_{mb} \tilde{Q}_b^{im} - U(\tilde{Q}_b^{im}) q^{mb}) \\ &= \Delta Q + c_{mb} \tilde{Q}_b^{im} + U(\tilde{Q}_b^{im}) q^{mb} \\ &\approx \Delta Q + v \end{aligned} \tag{62}$$

(50)과 (62)로 구성되는 AQE 모델은 선형 오차모델이며,

모델링 오차가 존재하지 않음을 알 수 있다.

IV. 시뮬레이션 결과

AQE 4차 오차모델과 MQE 3차 오차모델을 비교하기 위한 시뮬레이션 모델은 다음과 같다. 고도685km 궤도주기 98.46분인 태양동주기위성을 대상으로 하였으며, 별센서는 잘 알려진 Ball사의 CT-631을 적용하였고, 별센서의 배치는 동체좌표계에 b1축에 배치되어 있고 그 단위벡터는 다음과 같다.  $e = 1.0 \cdot b_1 + 0.0 \cdot b_2 + 0.0 \cdot b_3$ , 그리고 잡음의 표준편차는 30arcsec를 가진다. 자이로는 클레멘틴 위성에 사용된 리튼사의 LN200 FOG자이로를 모델링 하였다. 자이로의 잡음 표준편차는 1deg/hr이다. 자이로 바이어스의 참 값은 x, y, z 축에 각각 1.0 deg/hr, -1.0 deg/hr 그리고 1.0 deg/hr, 로 선택하여 시뮬레이션 하였다.

제안된 오차 모델의 성능은 시뮬레이션을 통하여 자세오차가 추정되는 것을 확인 하였다. AQE 4차 오차 모델을 이용한 확장형 칼만필터(EKF)가 MQE 3차 오차 모델을 이용한 확장형 칼만필터보다 성능이 우수한 것으로 나타난다. 그림 1에서는 위성의 위치 궤적을 나타낸다. AQE 4차 오차 모델을 사용하여 칼만 필터를 구성한 자세오차 결과는 그림2와 같다. 그림 3은 MQE 3차 오차모델을 사용한 확장형 칼만필터 구성 결과에 따른 자세오차 결과를 나타낸다. AQE의결과는 xyz 축의 각도의 표준편차가 각각 8.4188(arcsec), 7.3525(arcsec), 7.3525(arcsec)이고, MQE의 결과는 13.2370(arcsec), 12.6047(arcsec), 13.6015(arcsec)이다.

시뮬레이션 결과 AQE 오차모델을 이용한 경우가 MQE 오차 모델을 사용한 경우 보다 모델 불확실성이 작고, 성능이 우수함을 알 수 있다.

V. 결론

관성 좌표계 혹은 동체 좌표계를 기준으로 인공위성 자세결정 시스템에 대한 자세모델 사이의 정확한 관계식을 유도하였다. 또한 정확한 관계식을 이용하여 RVE, MQE, AQE로 표현되는 등가 오차모델을 유도하였다.

유도된 식은 기존의 자세 오차모델을 표현하는 식 보다 생략이 없는 정확한 모델이며 필터의 모델링 오차를 줄여,

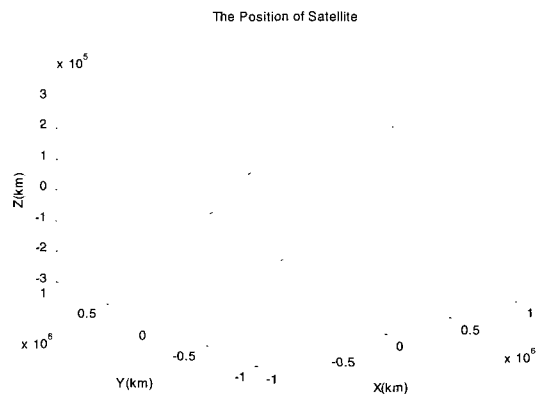


그림 1. 위성의 위치 궤적.  
Fig. 1. Spacecraft position.

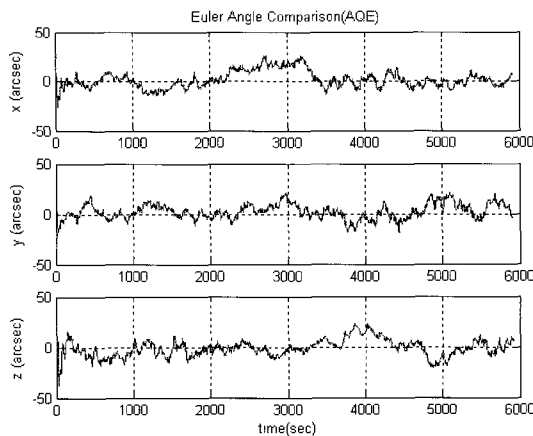


그림 2. AQE 모델 이용한 필터링 결과.

Fig. 2. Results of filtering using AQE model.

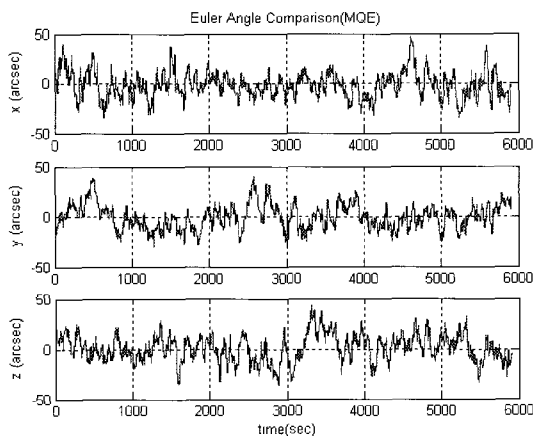


그림 3. MQE 모델 이용한 필터링 결과.

Fig. 3. Results of filtering using MQE model.

필터의 성능을 향상시킬 수 있다. 자세오차가 큰 경우에도 성립하는 생략되지 않은 4차의 MQE 모델은 비선형 모델이지만 4차의 AQE 모델은 선형이다. 자세오차가 큰 경우에도 성립하는 일반적인 오차모델, 유도된 자세오차 사이의 관계식들 및 등가의 오차모델들은 저급 자이로스코프나 자세오차가 큰 시스템에서 기존의 오차모델보다 모델링 오차를 줄이는데 효율적이다. 시뮬레이션 결과는 제시된 4차의 AQE 오차모델을 이용한 필터알고리즘이 3차의 MQE 오차모델을 이용한 필터알고리즘보다 성능이 향상되는 것을 확인하였다.

**참고문헌**

[1] G. Creamer, "Spacecraft attitude determination using

gyros and quaternion measurements", *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 44, no. 3, July-September, 1996, pp.357-371

[2] E. J. Lefferts, F. L. Markley, M. D. Shuster, "Kalman filtering for spacecraft attitude estimation", *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 5, no. 5, pp. 417-429, 1982.

[3] I. C. Thompson, G. R. Quasius, "Attitude determination for the P80-1 satellite", *AIAA Paper No. 80-001, AAS Guidance and Control Conference*, Keystone, Colorado, February, 1980.

[4] A. Wu, "Stellar inertial attitude determination for LEO spacecraft", *Proceedings of 35th Conference of Decision and Control*, Japan, December. 1996

[5] S. I. Roumeliotis, G. S. Sukhatme, G. A. Bekey, "Smoother based 3-D attitude estimation for mobile robot localization", *Proceedings of the IEEE, International Conference on Robotics & Automation*, Detroit, Michigan, May, 1999

[6] S. Vathsar, "Spacecraft attitude determination using a second-order nonlinear filter", *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 10, no. 6, pp. 559-566, 1987.

[7] J. Sedlak, D. Chu, "Kalman filtering estimation of attitude and gyro bias with the quest observation model", *Advances in Astronautical Sciences*, 84(1), pp.683-696, 1993

[8] D. Choukroun, I. Y. Bar-Itzhack, and Y. Oshman, "A novel quaternion kalman filter", *AIAA GNC Conference*, Aug. 2002; AIAA2002-4460

[9] M.-J. Yu, J. G. Lee, and H.-W. Park, "Comparison of SDINS In-Flight alignment using equivalent error models," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 3, pp. 1046-1054 July, 1999.

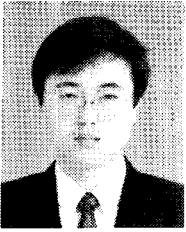
[10] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics System: A Modern Synthesis*, Academic Press, 1993.

[11] M.-J. Yu, H.-W. Park, and C. B. Jeon, "Equivalent nonlinear error models of strapdown inertial navigation system," *In Proceedings of the AIAA 1997 GNC Conference*, Aug., 1997; AIAA Paper 97-3536.

[12] S. Vathsar, "Derivation of the relative quaternion differential equation," *J. of Guidance and Control*, vol. 14, no. 5, pp. 1061-1064, Sept.-Oct., 1991.

[13] 유명중, 이장규, 박찬국. "Lyapunov 변화를 이용한 SDINS 등가오차모델," *제어 및 자동화 시스템공학 논문지*, 제8권, 제2호, pp. 167-177, 2002.





### 조 윤 철

1967년 2월 27일생. 1989년 부산대학교 공대 기계공학과 졸업. 1991년 동대학원 석사. 1991년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 2002년~현재 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공 박사과정 재학 중. 관심분야는

관성항법시스템, 위성 자세결정시스템, 비선형추정이론, 보조센서 등.



### 유 명 종

1964년 12월 20일생. 1987년 경북대학교 공대 전자공학과 졸업. 1990년 동대학원 석사. 2002년 서울대학교 전기컴퓨터공학부 졸업(공학박사). 1990년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 관성항법시스템, 위성자세

결정 시스템, 오차 모델링, 강인필터링, 적응 필터링 등.