

이동질량을 가진 단순지지 보의 동특성에 미치는 크랙의 영향

Influence of Crack on Dynamic Behavior of Simply Supported Beam with Moving Mass

윤한익[†] · 이용운* · 손인수**

Han-Ik Yoon, Young-Woon Lee and In-Soo Son

(2003년 6월 4일 접수 : 2003년 8월 29일 심사완료)

Key Words : Moving Mass(이동질량), Open Crack(개구형 크랙), Euler-Bernoulli Beam Theory(오일러-베르누이 보이론), Flexibility Matrix(유연행렬)

ABSTRACT

An iterative modal analysis approach is developed to determine the effect of transverse open cracks on the dynamic behavior of simply supported Euler-Bernoulli beam with the moving mass. The influences of the depth and the position of the crack in the beam have been studied on the dynamic behavior of the simply supported beam system by numerical method. The crack section is represented by a local flexibility matrix connecting two undamaged beam segments i.e. the crack is modelled as a rotational spring. This flexibility matrix defines the relationship between the displacements and forces across the crack section and is derived by applying fundamental fracture mechanics theory. As the depth of the crack is increased the frequency of the simply supported beam with the moving mass is increased.

1. 서론

크랙과 같은 결함을 갖는 구조물에서는 같은 하중에서도 구조물의 탄성에 의한 변형에너지 외에 크랙에 의해서 추가로 변형에너지가 존재하게 되고 이 부가 에너지만큼 변형이 더 발생한다. 이처럼 구조물 손상의 하나인 크랙은 구조물의 진동특성과 안정성을 변화시켜 구조물의 불안정 및 파괴의 주요 원인이 된다. 즉, 크랙을 가지는 구조물의 동적특성을 파악하는 것은 구조물의 안전진단 및 사고예방을 위해 중요한 문제라고 할 수 있다. 특히, 이동질량을 가지는 단순지지 보에 크랙이 존재하게 되면 이동질량과의 연성

관계에 의해 단순지지 보의 동특성에 큰 영향을 미칠 것으로 생각된다. 크랙이 구조물의 동적특성에 미치는 영향을 연구하기 위하여 초기에는 구조물에서 단지 크랙이 존재하는 부분의 강성을 줄이는 방법⁽¹⁾이 시도되었고, 최근에는 유연행렬을 이용하여 크랙에 의해서 부가되는 에너지를 고려하는 해석방법을 사용하고 있다.⁽²⁻⁴⁾

Chondros^(5, 6)는 크랙을 가진 오일러-베르누이 보의 고유 진동수와 진동모드 변화를 이론과 실험을 통하여 제시하였다. Dimarogonas⁽⁷⁾ 등은 회전축에 존재하는 크랙부분의 유연행렬을 계산하여 회전축의 진동특성을 연구하였으며, 크랙을 가지는 보 형태의 구조물에 대해 연구된 많은 연구자들의 연구결과들을 총괄적으로 정리하여 발표하였다.⁽⁸⁾ 또, 티모셴코 보 이론을 적용하여 중동력을 받는 보의 안정성 해석에 미치는 크랙의 영향에 대해서도 많은 연구 결과가 발표되고 있다.^(9, 10)

Barnios⁽¹¹⁾ 등은 크랙과 하중의 위치에 따른 외팔

[†] 책임저자, 정회원, 동의대학교 기계정보산업공학부
E-mail : hiyoon@dongeui.ac.kr
Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-2232

* 한국항만 연수원

** 정회원, 동의대학교 대학원 기계공학과

보의 동적특성을 연구하였으며, Mahmoud⁽¹²⁾ 등은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하여 집중질량을 가진 크랙 단순보의 동적응답을 전달행렬법으로 해석하였다. 또, 최근 이동질량의 영향을 받는 유체유동 파이프의 진동특성에 대한 연구^(13, 14)와 크랙이 존재하는 복합재료 보의 동적특성^(15, 16) 및 균열이 있는 일반 회전체계의 동적해석⁽¹⁷⁾에 대해서도 많은 연구 결과가 발표되어지고 있다.

이 연구에서는 산업현장 등에서 생산된 제품이 다음 공정으로 이동할 때 이용되는 컨베이어형 구조물을 고려한 것이다. 즉, 이동질량을 가지는 단순지지 보에 진전이 없는 개구형 크랙이 존재할 때 크랙의 크기와 크랙이 존재하는 위치가 단순지지 보의 횡방향 진동에 미치는 영향에 대하여 연구하였다. 단순지지 보의 해석은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하였다.

2. 시스템 모델링

Fig. 1은 크랙을 가진 단순지지 보 위를 이동질량이 일정한 속도로 이동하는 탄성계의 개략도를 나타내고 있다. 여기서 m_m 은 보 위를 이동하는 이동질량, v 는 이동질량의 속도, 그리고 L 은 단순지지 보의 전체 길이를 나타낸다. 또, a 는 크랙의 깊이를 의미하며 a_c , h , 그리고 b 는 각각 크랙의 깊이와 크랙이 존재하는 보 단면의 지름, 그리고 크랙의 길이를 표현하고 있다. Fig. 2는 크랙을 가지는 단순지지 보를 수학적 해석을 위해 간략히 모델링한 것이다. 단순지지 보에서 크랙위치를 기준으로 두 부분으로 구분하여 모델링 하였으며, 의미상 스프링으로 연결되

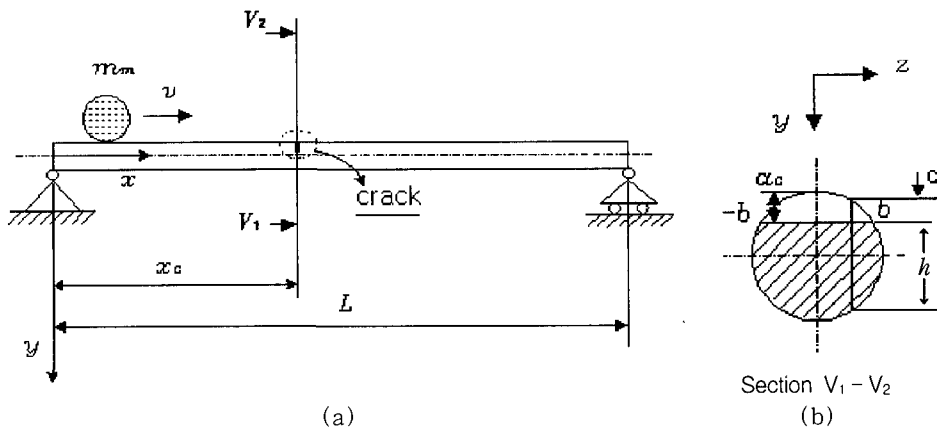


Fig. 1 Geometry of the cracked simply supported beam with the moving mass

어지는 부분인 L_c 는 길이가 없다. 또, x_c 는 크랙이 존재하는 위치를 나타낸다. 크랙이 존재하는 경우 크랙위치에서는 크랙의 영향에 의한 파괴역학적 변수를 구하여 보의 횡방향 진동에 영향을 미치는 등가의 회전 스프링 상수(K_R)로 변환하여 수치해석에 이용하였다. 연속 보 형태의 구조물에서 크랙에 의한 부분적인 강성저하는 불연속 구간을 초래하게 되므로 크랙위치에서 별도의 연속조건을 설정해야한다.

2.1 단순지지 보 및 이동질량의 에너지

단순지지 보의 횡변위 $y(x, t)$ 는 이동질량이 없는 경우, 경계조건을 만족시키는 단순지지 보의 고유함수 $\phi_i(x)$ 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) q_i(t) \quad (1)$$

여기서, $q_i(t)$ 는 일반화 좌표, μ 는 모드의 수를 나타낸다. 또, $\phi_i(x)$ 는 단순지지 보의 횡방향 진동의 모드모양을 표현하고 있다. 따라서 크랙을 가진

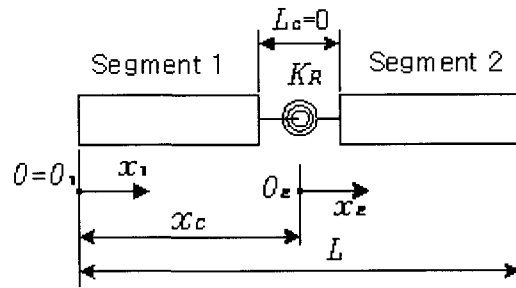


Fig. 2 Modeling of a cracked element

단순지지 보의 포텐셜 에너지를 오일러-베르누이 보 이론을 적용하여 구하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_p = \frac{1}{2} EI \sum_{i=1}^n \left[\int_0^{x_c} \left\{ \frac{d^2 \phi_{i1}(x) q_i(t)}{dx^2} \right\}^2 dx + \int_{x_c}^L \left\{ \frac{d^2 \phi_{i2}(x) q_i(t)}{dx^2} \right\}^2 dx \right] + \frac{1}{2} K_R (\Delta y'_c)^2 \quad (2)$$

여기서 K_R 은 크랙으로 인하여 부가되는 회전 스프링상수를 의미하며, E 는 영계수를 나타낸다. 또, $\Delta y'_c$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta y'_c = \frac{dy(x_2=0)}{dx} - \frac{dy(x_1=x_c)}{dx} \quad (3)$$

또, 단순지지 보의 운동에너지를 구하면 다음과 같다.

$$T_p = \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^n \left[\int_0^{x_c} \{ \phi_{i1}(x) \dot{q}_i(t) \}^2 dx + \int_{x_c}^L \{ \phi_{i2}(x) \dot{q}_i(t) \}^2 dx \right] \quad (4)$$

이동질량은 단순지지 보와 분리되지 않고 접촉된 상태로 이동한다고 가정하였으며, 따라서 이동질량의 연직방향 변위와 속도를 이용하여 이동질량의 운동에너지를 구하면 다음과 같다.⁽¹⁴⁾

$$T_m = \frac{1}{2} m_m \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \left[\left\{ v q_i(t) \frac{\phi_{ij}(x_m)}{dx} \right\}^2 + 2 v q_i(t) \dot{q}_i(t) \phi_{ij}(x_m) \left\{ \frac{\phi_{ij}(x_m)}{dx} \right\} + \dot{q}_i^2(t) \phi_{ij}^2(x_m) \right] + \frac{1}{2} m_m v^2 \quad (5)$$

$$\text{where, } j = \begin{cases} 1 & (0 \leq x_m \leq x_c), \\ 2 & (x_c < x_m \leq L) \end{cases}$$

여기서 x_m 은 이동질량의 수평 변위로 다음과 같다.

$$x_m = f(t) = \begin{cases} \int_0^t v dt & (0 \leq x_m \leq L), \\ 0 & (x_m > L) \end{cases} \quad (6)$$

2.2 크랙에 의한 탄성변형 에너지

단순지지 보에 크랙이 존재할 경우 크랙주위에 응

력집중현상에 의하여 유연성이 증가하게 된다. 즉, 같은 하중이 작용하는 구조물에서도 크랙이 존재하는 경우에 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 크랙에 의한 변형에너지가 존재하고 이 부가 에너지만큼 추가적인 변형이 더 발생하게 된다. 선형 탄성구간에서 Castigliano의 정리에 의하여 크랙에 의해서 부가되는 변위와 크랙 부분의 유연행렬은 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_i = \frac{\partial}{\partial P_i} \int_{-b}^b \int_0^{a_c} J(\alpha) d\alpha \quad (7)$$

$$C_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial P_j} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \left[\int_{-b}^b \int_0^{a_c} J(\alpha) d\alpha dz \right] \quad (8)$$

여기서 P_i 는 i 방향에서의 일반화된 힘($i=1, 2, \dots, 6$)이고, $J(\alpha)$ 는 변형률 에너지 밀도함수^(10, 15)(strain energy density function), b 는 크랙의 길이로서 각각 다음과 같다.

$$J(\alpha) = \frac{1}{E^*} \left[\left(\sum_{i=1}^6 K_{ii} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 K_{iii} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 K_{iiii} \right)^2 \right] \quad (9)$$

$$b = \sqrt{R^2 - (R - a_c)^2} \quad (10)$$

여기서 E^* 은 평면변형에 대하여 $E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$

로 표현된다. 또, K_{ii} , K_{iii} 그리고 K_{iiii} 는 각각 제 1파괴모드(개구형), 제 2파괴모드(면내전단형), 그리고 제 3모드(면외 전단형)의 응력집중계수를 의미한다. 또, R 은 보의 반지름을 나타낸다. 굽힘모드에 대해서 변형률 에너지 밀도함수는 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$J(\alpha) = \frac{1}{E^*} (K_{IM} + K_{IP})^2 \quad (11)$$

여기서 K_{IP} 는 전단력에 의한 응력집중계수, K_{IM} 은 모멘트에 의한 응력집중계수를 나타낸다. 실측 원형단면인 경우 식 (11)의 각 요소는 다음과 같다.

$$K_{IP} = \frac{2V}{\pi R^4} L \sqrt{R^2 - z^2} \sqrt{\pi \alpha} F_I(\alpha/h) \quad (12)$$

$$K_{IM} = \frac{4M}{\pi R^4} \sqrt{R^2 - z^2} \sqrt{\pi \alpha} F_I(\alpha/h)$$

여기서, V, M 은 각각 힘과 모멘트이고, z 는 Fig. 1 (b)의 가로축을 의미하며, $F_I(a/h)$ 는 다음과 같다.^(9,10)

$$F_I(a/h) = \sqrt{\frac{1}{\xi} \tan(\xi)} \frac{[0.923 + 0.199(1 - \sin \xi)^4]}{\cos \xi} \quad (13)$$

여기서 $\xi = \frac{\pi a}{2h}$ 이다. 따라서, 식 (9)~(13)을 식 (8)에 대입하면 유연행렬 (6×6)을 얻을 수 있으며, 해석에 필요한 회전 스프링 상수는 이 행렬의 역수를 취함으로써 구할 수 있다. 또, 크랙위치를 기준으로 고유함수 $\phi_i(x)$ 는 다음과 같이 x 의 추가적인 다항식 함수 (plus a polynomial function)로 표현할 수 있다.⁽¹⁸⁾

$$\phi_{ij}(x) = \begin{cases} \phi_{i1}(x) = \phi_i(x) + B_0 + B_1x + B_2x^2 + B_3x^3, & 0 \leq x \leq x_c, \\ \phi_{i2}(x) = \phi_i(x) + C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3, & x_c \leq x \leq L \end{cases} \quad (14)$$

식 (14)에서 상수 B_k 와 C_k ($k=0, 1, \dots, 3$)는 크랙위치에서 4개의 연속조건과 단순지지 보의 양단 경계조건을 대입하여 구할 수 있다. 크랙위치 ($x = x_c$)에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_{i1}(x) &= \phi_{i2}(x), \quad \frac{d^2\phi_{i1}(x)}{dx^2} = \frac{d^2\phi_{i2}(x)}{dx^2}, \\ \frac{d^3\phi_{i1}(x)}{dx^3} &= \frac{d^3\phi_{i2}(x)}{dx^3}, \\ \frac{d\phi_{i2}(x)}{dx} - \frac{d\phi_{i1}(x)}{dx} &= \frac{EI}{K_R} \frac{d^2\phi_{i2}(x)}{dx^2} \end{aligned} \quad (15)$$

또, 단순지지 보의 양단 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{for } x=0, \quad \phi_{i1}(x) &= 0 \text{ and } \frac{d^2\phi_{i1}(x)}{dx^2} = 0, \\ \text{for } x=L, \quad \phi_{i2}(x) &= 0 \text{ and } \frac{d^2\phi_{i2}(x)}{dx^2} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

식 (15)~식 (16)의 경계조건들을 대입하여 식 (14)의 미지수를 구하여 정리하면 다음과 같이 구할

수 있다.

$$\phi_{i1} = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) - \left(1 - \frac{L}{x_c}\right) \left\{ \frac{x_c}{L} \frac{EI}{K_R} \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 \times \sin\left(\frac{i\pi x_c}{L}\right) \right\} x, \quad 0 \leq x \leq x_c \quad (17)$$

$$\phi_{i2} = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) + \left(1 - \frac{x}{L}\right) x_c \frac{EI}{K_R} \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 \times \sin\left(\frac{i\pi x_c}{L}\right), \quad x_c \leq x \leq L \quad (18)$$

2.3 계의 운동방정식

계의 운동방정식은 식 (2)~(6)의 에너지 식을 Lagrange 방정식에 대입하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left[\left\{ m \int_0^{x_c} \dot{\phi}_{i1}^2(x) dx + m \int_{x_c}^L \dot{\phi}_{i2}^2(x) dx \right. \right. \\ \left. \left. + m_m \sum_{j=1}^2 \dot{\phi}_{ij}^2(x_m) \right\} \ddot{q}_i(t) \right. \\ \left. + m_m \sum_{j=1}^2 \frac{d}{dt} \left\{ \dot{\phi}_{ij}^2(x_m) \right\} \dot{q}_i(t) \right] \\ + \sum_{i=1}^n \left[EI \int_0^{x_c} \left\{ \frac{d^2\phi_{i1}(x)}{dx^2} \right\}^2 dx + EI \int_{x_c}^L \left\{ \frac{d^2\phi_{i1}(x)}{dx^2} \right\}^2 dx \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^2 \left\{ v m_m \frac{d^2(\phi_{ij}(x_m))}{dt dx} \phi_{ij}(x_m) \right. \right. \\ \left. \left. - m_m v^2 \left\{ \frac{d\phi_{ij}(x_m)}{dx} \right\}^2 \right. \right. \\ \left. \left. + v m_m \frac{d}{dt} \left\{ \phi_{ij}(x_m) \right\} \frac{d\phi_{ij}(x_m)}{dx} \right\} \right. \\ \left. + K_R \left[\left\{ \frac{d\phi_{i2}(x_2=0)}{dx} \right\}^2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \frac{d}{dx} \left\{ \phi_{i2}(x_2=0) \phi_{i1}(x_1=x_c) \right\} \right. \right. \\ \left. \left. + \left\{ \frac{d\phi_{i1}(x_1=x_c)}{dx} \right\}^2 \right] \right] q_i(t) = 0 \quad (19) \end{aligned}$$

where, $j = \begin{cases} 1 & (0 \leq x_m \leq x_c), \\ 2 & (x_c < x_m \leq L) \end{cases}$

식 (19)의 운동방정식을 무차원화하기 위하여 무차원 매개변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L}, \quad \xi_c = \frac{x_c}{L}, \quad \xi_{1,2} = \frac{x_{1,2}}{L}, \\ \beta &= \frac{m_m L}{\sqrt{mEI}} v, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad A = \frac{a}{L} \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{m_m L^3}{EI} \bar{v}^2, \quad M_m = \frac{m_m}{mL}, \quad K_R^* = \frac{K_R L}{EI},$$

$$\bar{x}_m = \bar{v} L^2 \sqrt{\frac{m}{EI}} \tau, \quad d = \frac{q}{L} \quad (20)$$

여기서 \bar{v} 는 v/L 이다. 식 (20)의 무차원 매개변수를 이용하여 계의 무차원화된 운동방정식을 행렬형태로 표현하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{0} \quad (21)$$

여기서 (\cdot) 는 무차원화된 시간 τ 에 대한 미분을 나타내며, 식 (21)의 각 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^{\xi_c} \phi_{i1}^2(\xi) d\xi + \int_{\xi_c}^1 \phi_{i2}^2(\xi) d\xi + \sum_{j=1}^2 M_m \phi_{ij}^2(\bar{x}_m) \right\} \quad (22)$$

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left\{ M_m \frac{d}{d\tau} [\phi_{ij}^2(\bar{x}_m)] \right\} \quad (23)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^n \left[\int_0^{\xi_c} \left\{ \frac{d^2 \phi_{i1}(\xi)}{d\xi^2} \right\}^2 d\xi + \int_{\xi_c}^1 \left\{ \frac{d^2 \phi_{i2}(\xi)}{d\xi^2} \right\}^2 d\xi + \sum_{j=1}^2 \left[\beta \frac{d\{\phi_{ij}(\bar{x}_m)\}}{d\tau d\xi} \phi_{ij}(\bar{x}_m) - \gamma \left\{ \frac{d\phi_{ij}(\bar{x}_m)}{d\xi} \right\}^2 + \beta \frac{d}{d\tau} \{ \phi_{ij}(\bar{x}_m) \} \frac{d}{d\xi} \{ \phi_{ij}(\bar{x}_m) \} \right] + K_R^* \left[\left\{ \frac{d\phi_{2i}(\xi_2=0)}{d\xi} \right\}^2 - 2 \frac{d}{d\xi} \{ \phi_{i2}(\xi_2=0) \} \phi_{i1}(\xi_1=\xi_c) \right] + \left\{ \frac{d\phi_{1i}(\xi_1=\xi_c)}{d\xi} \right\}^2 \right] \quad (24)$$

식 (21)은 고유치 문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\mathbf{M}^* \frac{d\eta}{d\tau} + \mathbf{K}^* \eta = \mathbf{0} \quad (25)$$

여기서 식 (26)의 각 항은 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\{\eta\} = \begin{Bmatrix} \frac{d\{d\}}{d\tau} \\ d \end{Bmatrix} \quad (27)$$

복소모드 해석에서 식 (28)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\eta = e^{\lambda \tau} \Theta \quad (28)$$

여기서 λ 는 복소수 값의 고유치이고, Θ 는 모드형을 나타내는 행렬이다. 구해진 계의 고유치는 다음과 같이 복소수 값을 갖는데 이 값으로부터 계의 진동수(Ω)를 계산할 수 있다.⁽¹⁹⁾

$$\lambda = b + \omega i$$

$$\Omega = \sqrt{b^2 + \omega^2} \quad (29)$$

3. 수치해석 결과 및 고찰

이 연구에서는 이론해석에서 유도된 무차원 운동방정식을 이용하여 크랙의 크기와 위치에 따른 단순지지 보의 횡방향 진동에 미치는 영향을 수치해석을 통해 비교, 고찰하였다. 수치해석은 Matlab(6.1)에서 4차의 Runge-Kutta 방법으로 수행하였으며, 수치해석에 있어서 제 1차 모드에서 제 3차 모드까지의 횡변위에 대해서 고찰하였다. 수치해석 예제에 사용한 보의 파라미터는 Table 1에 나타내었다.

또, 무차원화된 이동질량의 크기(M_k)는 0.1을 사용하여 해석하였다.

Fig. 3은 크랙이 존재하는 위치(x_c/L)가 단순지지 보의 0.2인 지점에 존재하는 경우 크랙의 깊이에 따른 단순지지 보의 진동수를 이동질량의 위치에 따라 제 3차 모드까지 각각 표현하였다. 전 모드에 걸

Table 1 Specifications of the cracked beam

Property	Data
Total length of beam(L)	2 m
Radius of beam (R)	0.1 m
Velocity of moving mass(v)	2 m/s
Young's modulus(E)	2.08×10^{11} N/m ²
Density	7860 kg/m ³
Pisson ratio(ν)	0.3

쳐서 크랙의 깊이와 진동수는 서로 반비례적임을 알 수 있다. Fig. 3(a)의 제 1차 모드를 살펴보면 이동질량이 단순지지 보의 0.5인 위치에 있을 때 크랙의 깊이에 관계없이 진동수가 가장 작은 값을 보이고 있으며, 이동질량의 위치가 0인 지점과 1인 지점에 있을 때 진동수는 같은 값을 가진다. 그 지점은 이동질량이 없을 때의 크랙을 가진 단순지지 보의 고유진동수임을 판단할 수 있다. 이동질량의 위치가 단순지지 보의 중앙에 위치할 때의 진동수를 보면, 크랙이 존

재하지 않는 경우와 비교해서 크랙의 깊이 $c_D (= \frac{a_c}{R})$ 가 0.2일 때는 진동수가 약 0.31% 정도 감소하였으며, 크랙의 깊이가 0.4인 경우에는 약 1.37%, 그리고 0.8일 때는 약 6.17% 정도 진동수가 감소하였다. Fig. 3(b)의 제 2차 모드에서는 이동질량의 위치가 0.25일 때와 0.75인 위치를 지날 때 진동수가 가장 작으며, Fig. 3(c)의 제 3차 모드에서는 이동질량의 위치가 각각 1/6, 1/2, 그리고 5/6인 위치를 지날 때 진동수가 가장 작은 값을 가진다. 이는 단순지

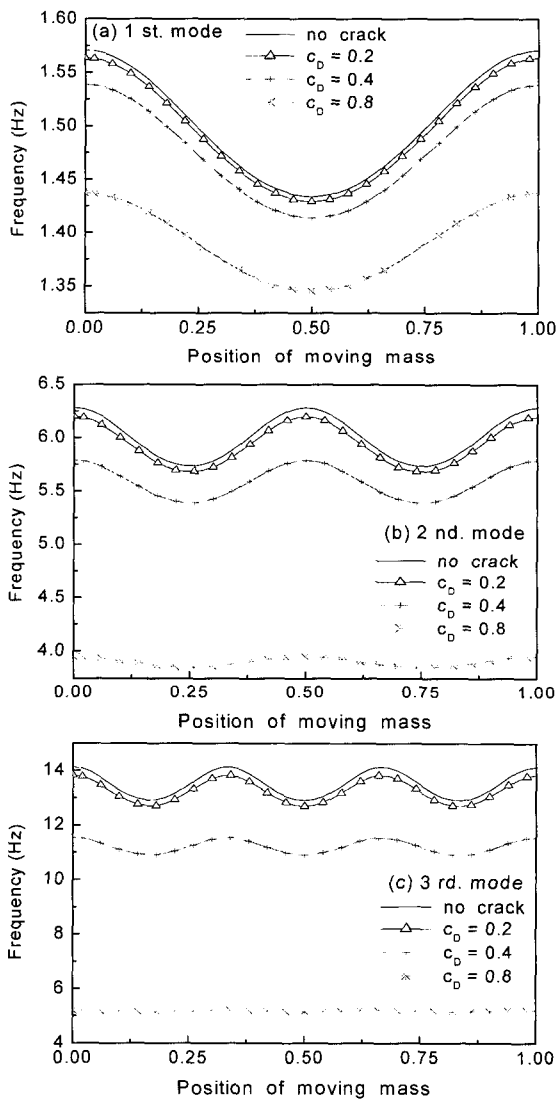


Fig. 3 Frequency of the cracked simply supported beam with the moving mass ($M_k=0.1$, $x_c/L=0.2$)

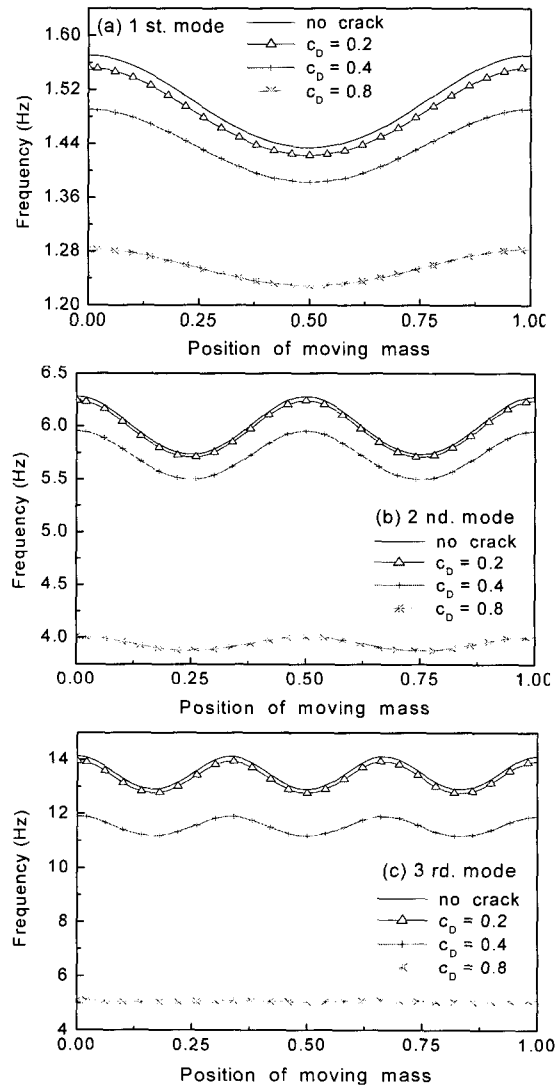


Fig. 4 Frequency of the cracked simply supported beam with the moving mass ($M_k=0.1$, $x_c/L=0.6$)

지 보의 각 모드 형상에 기인한 것으로 판단된다.

Fig. 4와 Fig. 5는 크랙이 존재하는 위치(x_c/L)가 단순지지 보의 0.6 과 0.9 인 위치에 존재할 때 크랙의 깊이에 따른 단순지지 보의 진동수를 이동질량의 위치에 따라 제 3차 모드까지 각각 도시한 것이다. Fig. 3의 제 1차 모드와 마찬가지로 크랙의 깊이와 진동수는 서로 반비례적이다.

Fig. 4(a)의 1차 모드와 Fig. 5(a)의 1차 모드에서 크랙이 존재하지 않는 경우와 크랙의 깊이가 0.8인

경우 이동질량의 위치가 단순지지 보의 중앙에 위치할 때의 진동수를 서로 비교해 보면 크랙의 위치가 0.6 인 Fig. 4(a)에서는 크랙의 깊이가 0.8 인 경우에 약 14.27 % 정도, 그리고 크랙의 위치가 단순지지 보의 0.9인 위치에 존재할 때는 약 1.75 % 정도 진동수가 감소하였다. 앞서 Fig. 3(a)의 1차 모드에서 진동수가 약 6.17 % 정도 감소한 것을 고려한 다면 크랙의 위치가 양 끝단 부근에 위치하는 경우보다 크랙이 단순지지 보의 중앙 부근에 위치할 때 크랙의 깊

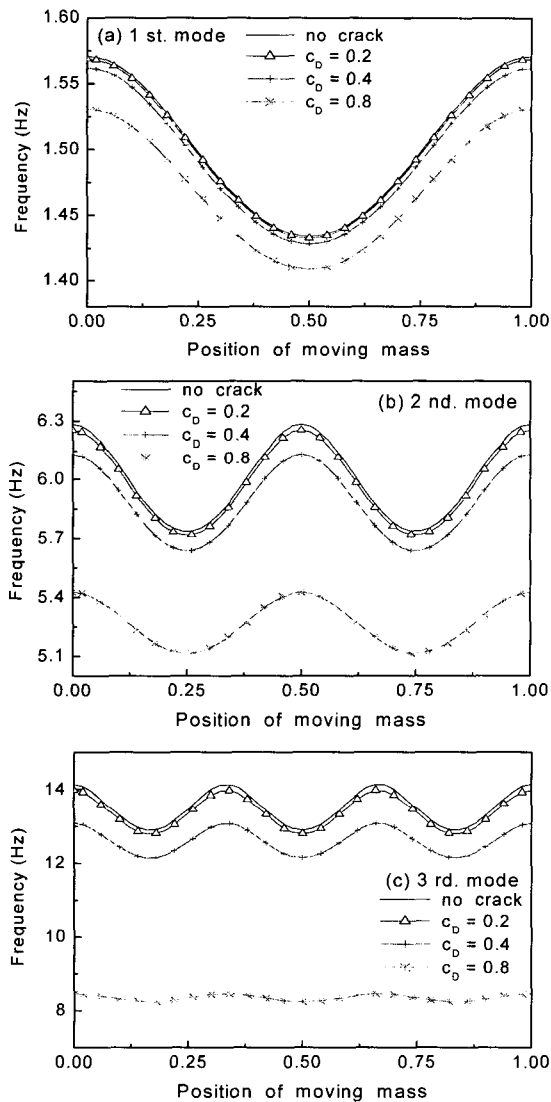


Fig. 5 Frequency of the cracked simply supported beam with the moving mass ($M_k=0.1$, $x_c/L=0.9$)

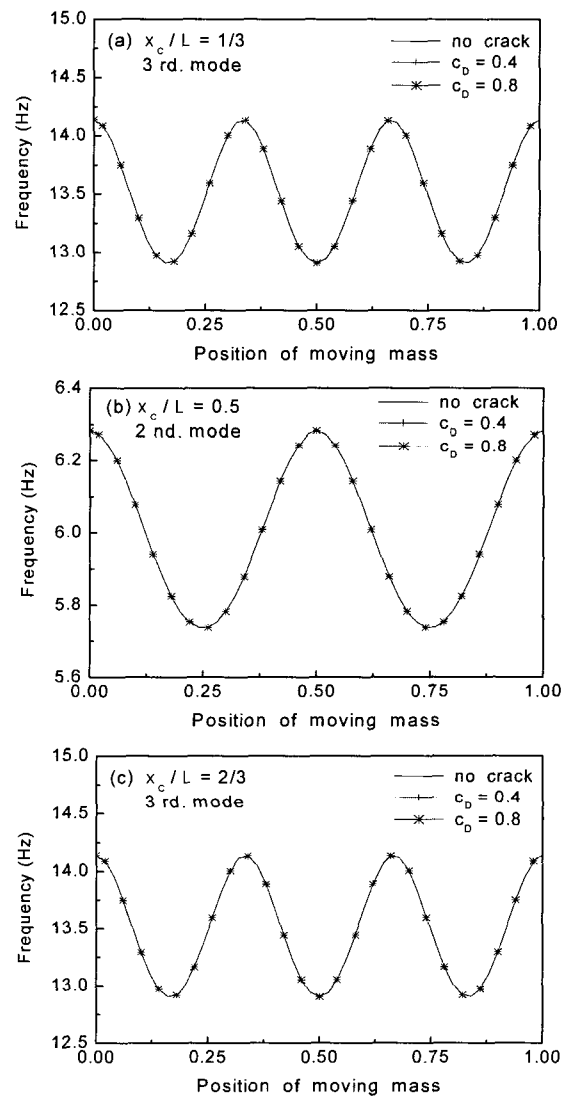


Fig. 6 Frequency of the cracked simply supported beam with the moving mass ($M_k=0.1$)

이에 따른 진동수 변화가 더 크음을 알 수 있다.

Fig. 3~Fig. 5의 결과에서 크랙이 없는 경우와 크랙의 크기가 0.2인 경우 진동수는 확연한 차이를 보이고 있지는 않지만 이들 수치를 데이터 베이스화하여 진동특성을 관찰한다면 구조물에 발생하는 크랙의 존재 유무 및 크기를 판단할 수 있을 것이다.^(20, 21)

Fig. 6은 수치해석 예제를 검증하기 위하여 단순지지 보의 각 노드(node)에 크랙이 존재하는 경우의 진동수 변화를 이동질량의 위치에 따라 표현한 것이다. Fig. 6(a)는 크랙이 단순지지 보의 1/3인 위치에

존재하는 경우 제 3차 모드를 나타내었다. 크랙의 깊이와 관계없이 항상 일정한 진동수를 보이고 있음을 알 수 있다. Fig. 6(b)와 Fig. 6(c)는 각각 크랙의 위치가 단순지지 보의 0.5인 위치에 존재할 때의 제 2차 모드와, 크랙의 위치가 단순지지 보의 2/3인 위치에 존재하는 경우의 제 3차 모드를 나타내고 있다. 이들 두 경우 모두 크랙의 깊이와 관계없이 항상 일정한 진동수를 나타내고 있다. 만약 단순지지 보에 크랙이 각 모드의 노드에 존재하는 경우 크랙의 존재 및 위치를 판단하는데 어려움이 생길 수 있으므로 항상 제 1차 모드의 진동수 변화를 참고하여야 한다는 것을 판단할 수 있다.

Fig. 7은 크랙의 깊이가 0.4인 경우 크랙이 단순지지 보에 존재하는 위치에 따른 단순지지 보의 진동수를 이동질량의 위치에 따라 제 3차 모드까지 각각 표현한 것이다. Fig. 7(a)의 제 1차 모드를 살펴보면, 크랙이 단순지지보의 0.5인 지점에 위치할 때 진동수가 가장 작으며, 크랙이 단순지지 보의 0.9인 지점에 위치할 때 진동수가 가장 크게 나타남을 알 수 있다. 전반적으로 제 1차 모드에서는 크랙이 존재하는 위치가 중앙 부근에 있는 경우에 단순지지 보의 양 단 부분에 크랙이 존재하는 경우보다 진동수가 더 작다. Fig. 7(b)의 제 2차 모드에서는, 크랙이 단순지지 보의 0.5인 지점에 위치할 때 진동수가 가장 크게 나타났으며, 크랙이 단순지지 보의 1/3인 지점과 2/3인 지점에 위치할 때 진동수가 가장 작은 값을 나타낸다. Fig. 7(c)의 제 3차 모드에서는 Fig. 7(a)의 제 1차 모드에서와 마찬가지로 단순지지 보의 0.5인 지점에 위치할 때 진동수가 가장 작게 나타나며, 크랙이 단순지지 보의 1/3과 2/3인 지점에 위치할 때 진동수가 가장 큰 값을 가진다. Fig. 7(a)~Fig. 7(c)의 제 3차 모드까지 각 진동 모드의 노드에 존재하는 크랙의 영향에 의한 단순지지 보의 횡진동 특성들을 배제한다면 크랙이 단순지지 보의 오른쪽 끝단 부근에 위치할 때 전체적으로 진동수가 큰 경향을 나타나는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

이동질량을 가지는 오일러-베르누이 보 구조물에 크랙 형태의 결함이 존재할 때 보 구조물의 횡진동 특성에 미치는 크랙의 영향을 수치해석하였다. 이론적

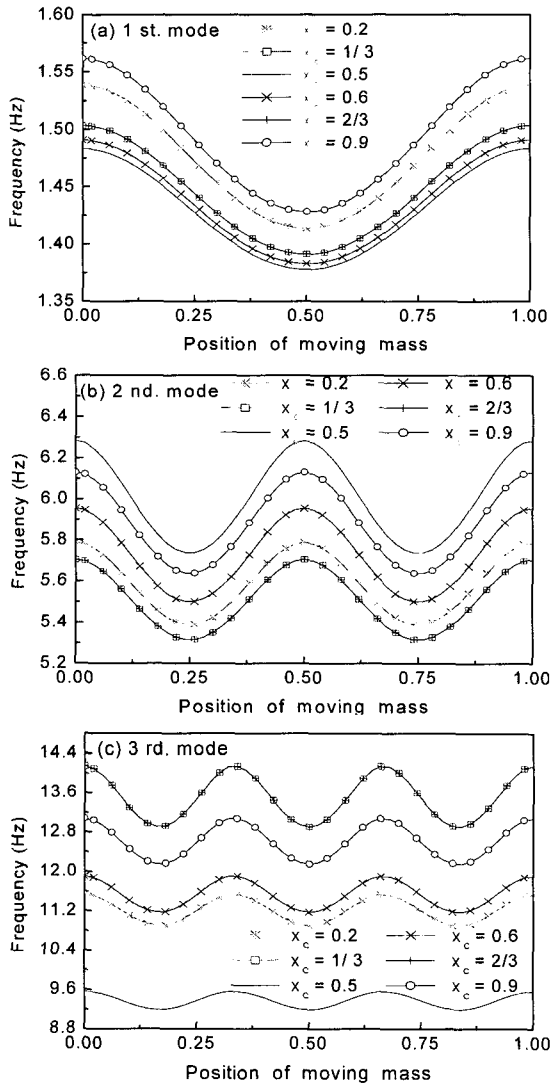


Fig. 7 Frequency of the cracked simply supported beam with the moving mass ($M_k=0.1$, $a_c/R=0.4$)

개에서 크랙에 의해 부가되는 변형에너지는 유연행렬을 구하여 전체 계에 적용하였다. 크랙은 항상 열려 있는 것으로 가정하여 이동질량이 단순지지 보 위를 이동하는 위치에 따라 보의 진동특성을 고찰하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 이동질량에 관계없이 1차 모드에서 크랙의 위치가 양 끝단 부근에 위치하는 경우보다 크랙이 단순지지 보의 중앙 부근에 위치할 때, 크랙의 깊이에 따른 진동수 변화가 더 크고, 크랙이 깊을수록 진동수가 더 작다.

(2) 단순지지 보에 존재하는 크랙이 각 진동 모드의 노드에 존재하는 경우, 크랙의 존재 및 위치를 판단하는데 있어 1차 모드의 진동특성이 중요한 역할을 한다.

(3) 1차 모드와 3차 모드에서 같은 크기의 크랙이 존재하는 경우, 그 크랙의 위치가 단순지지 보의 중앙 부분에 위치할 때 진동수가 가장 작은 값을 나타낸다.

(4) 위의 연구결과를 바탕으로 크레인 및 컨베이어와 같이 이동질량을 가지는 보 형태 구조물의 진동특성을 관찰하여 크랙과 같은 결함의 존재, 크랙이 존재하는 위치 및 크기를 파악하는데 도움이 될 수 있을 것으로 판단되어 진다.

후 기

이 논문은 동의대학교 대학자체일반연구과제비 지원에 의하여 연구되었음(2003AA154).

참 고 문 헌

(1) Datta, P. K. and Lal, M. K., 1992, "Parametric Instability of a Non-prismatic Bar with Localized Damage Subjected to an Intermediate Periodic Axial Load," *Computer and Structures*, Vol. 4, No. 6, pp. 1199~1202.

(2) Ruotolo, R., Surace, C., Crespo, P. and Storer, D., 1996, "Harmonic Analysis of The Vibrations of a Cantilevered Beam with a Closing Crack," *Computers & Structures*, Vol. 61, No. 6, pp. 1057~1074.

(3) Ghondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and

Yao, J., 1998, "A Continuous Cracked Beam Vibration Theory," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 215, No. 1, pp. 17~34.

(4) Tsai, T. C. and Wang, Y. Z., 1997, "The Vibration of a Multicrack Rotor," *Int. Journal of Mech. Sci.* Vol. 39, No. 9, pp. 1037~1053.

(5) Chondros, T. G., 1977, "Dynamic Response of Cracked Beams," *Dipl. Engng Thesis*, University of Patras, Greece.

(6) Chondros, T. G., 1981, "Dynamic of Cracked Structures," *Dr. Engng Thesis*, University of Patras, Greece.

(7) Papadopoulos, C. A. and Dimarogonas, A. D., 1992, "Coupled Vibration of Cracked Shafts," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 114, pp. 461~467.

(8) Dimarogonas, A. D., 1996, "Vibration of Cracked Structures : A State of the Art Review," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 55, No. 5, pp. 831~857.

(9) Takahashi, I., 1998, "Vibration and Stability of a Cracked Shaft Simultaneously Subjected to a Follower Force With an Axial Force," *Int. Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, No. 23, pp. 3071~3080.

(10) Kim, K. H. and Kim, J. H., 2000, "Effect of a Crack on The Dynamic Stability of a Free-free Beam Subjected to a Follower Force," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 233, No. 1, pp. 119~135.

(11) Bannios, G. and Trochides, A., 1995, "Dynamic Behaviour of a Cracked Cantilever Beam," *Applied Acoustics*, Vol. 45, pp. 97~112.

(12) Mahmoud, M. A. and Abou Zaid, M. A., 2002, "Dynamic Response of a Beam With a Crack Subject to a Moving Mass," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 256, No. 4, pp. 591~603.

(13) 윤한익, 손인수, 진종태, 김현수, 2002, "유체 유동 외팔 파이프의 고유진동수에 미치는 설계인자의 영향," *한국소음진동공학회논문집*, 제 12 권, 제 11 호, pp. 840~846.

- (14) 윤한익, 임순홍, 2002, "이동질량들을 가진 단순지지된 유체유동 파이프의 동특성," 한국소음진동공학회논문집, 제 12 권, 제 2 호, pp. 132~140.
- (15) Krawczuk, M., Ostachowicz, W. and Żak, A., 1997, "Modal Analysis of Cracked, Unidirectional Composite Beam," Composites Part B, 28B, pp. 641~650.
- (16) 하태완, 송오섭, 1999, "크랙이 존재하는 복합재료 보의 동적 특성 연구," 한국소음진동공학회논문집, 제 9 권, 제 5 호, pp. 1019~1028.
- (17) 홍성욱, 최성환, 이종원, 2003, "열린 균열이 있는 일반 회전체계의 동적 모델링 및 해석," 한국소음진동공학회논문집, 제 13 권, 제 4 호, pp. 290~300.
- (18) Fernández-Sáez, L., Rubio, L. and Navarro, C., 1999, "Approximate Calculation of the Fundamental Frequency for Bending Vibrations of Cracked Beams," Journal of Sound and Vibration, Vol. 225, No. 2, pp. 345~352.
- (19) Inman, D. J., 1994, Engineering Vibration, Prentice Hall.
- (20) Krawczuk, M., Palacz, M. and Ostachowicz, W., 2003, "The Dynamic Analysis of a Cracked Timoshenko Beam by the Spectral Element Method," Journal of Sound and Vibration, Vol. 264, pp. 1139~1153.
- (21) Owolabi, G. M., Swamidas, A. S. J. and Seshadri, R., 2003, "Crack Detection in Beams Using Changes in Frequencies and Amplitudes of Frequency Response Functions," Journal of Sound and Vibration, Vol. 265, pp. 1~22.