KJHM Vol. 16, No. 2, 2003, 11-22

구장산술에 포함된 증명의 유형과 역할

이화여자대학교 수학교육과 **이종희**

Abstract

In this paper, we investigate the types and roles of ancient mathematical proof by exploring *Gu-Jang-Sal-Sul*. *Gu-Jang-Sal-Sul* is a ancient Chinese mathematics book. Types of proof contained in *Gu-Jang-Sal-Sul* are enactive proof and intuitive proof and the role of proof is explanation. And we suggest social background of proof in *Gu-Jang-Sal-Sul* topographically, culturally, and logically.

0. 서론

증명은 수학의 본질적인 특징이며 수학의 핵심이라고 해도 과언이 아니다. 그러나 증명의 본성과 역할 그리고 그것이 견지하는 규범에 대해서는 철학에 따라 다르고 계속적으로 발전하고 변화하였다.

증명에 대한 다양한 견해는 19세기에서 20세기 초에 논쟁이 되어온 수학의 본질에 대한 재평가에서 다양하게 주장되었다. 그것은 논리주의, 형식주의, 직관주의와 같은 철학에 따라 증명에 대해서 다양하게 생각하게 된 것을 말하는데, 이러한 차이들은 지난 50년 동안의 수학의 놀라운 발전과 수학 연구에서 컴퓨터의 계속적 사용으로 등장한 실험적 수학, 준-경험적 수학에서의 증명에 대한 생각의 불일치에 의해서 점차 드러나고 있다.

서보(Szabo)는 "그리스 문화의 발달 이전에 연역적 과학의 개념은 고대 동양인들에게는 알려지지 않았다. 이들로부터 우리에게 전해 내려온 수학 기록 어디에도 어떠한 정리 또는 논증도 없으며, 연역법의 기본적 개념, 정의, 공리 역시 형식화되지 않았었다. 이러한 기본 개념들은 그리스 수학에서 최초로 등장하였다."고 하였다[12]. 연역적 논증이란 엄밀한 증명을 말하는데, 엄밀한 증명이란 증명에서 사용되는 모든 정의, 가정, 추론 규칙 등이 명확히 언급되는 경우를 말한다. 이것은 어떤 공리 체계 내에서 증명이 이루어지며 증명에 속하는 모든 연역 단계가 명확해야 함을 말한다.

'증명에 의해서'라는 문장을 정당화만이 아니고 좀더 넓게 해석한다면, 그리스 시대의 수학 외에도 고대 수학의 여러 문헌에 증명이 있음을 발견할 수 있다. 이 점에 대해 와일더(Wilder)는 "증명을 구성하는 것은 문화에서 문화로, 그리고 시대에서 시대로 변화한다는 것을 잊지 말아야 한다."고 했다[12]. 증명을 명제에 대하여 명확하게 형식화된 정의와 공리에 기초를 둔 연역적 논증만을 의미한다면, 고대 중국 수학에서 증명이 있음을 발견할 수 없고, 또한 다른 동양의 고대 수학에서 증명에 대한 어떠한 소재도 발견하지 못할 것이다. 증명을 수학적 진리가 참임을 보장하는 수단으로서 뿐 아니라, 수학 사회에서 공적인 지식으로 받아들이는 과정에서 수학적 진리에 대한 자기 확신과 이해, 타인에 대한 설득의 수단으로 본다면 증명의 다양한 성격을 받아들일 수 있을 것이며, 이러한 전제 하에서는 다양한 증명의 유형과 역할이 있을 수 있다.

본 연구에서는 중국의 수학 책인 **구장산술**(九章算術)에 포함된 증명의 유형과 증명의 역할, 그리고 그러한 증명이 나오게 된 배경을 중심으로 논의하고자 한다.

1. 구장산술에 포함된 증명

본 논문에서는 고대 중국 수학을 **구장산술**에 대한 유휘(劉徽)의 주석에 한정하여 논의하고자 한다. 고대 중국 수학과 그리스 수학은 다른 환경에서 다른 양식과 특성으로 각각 발전해 왔으며, 이중 **구장산술**에 포함된 증명을 중심으로 살펴보고자 한다.

구장산술은 대략 기원전 100년과 서기 100년 사이에 쓰여진 매우 오래된 중국 수학서이다. 이것은 9개의 장으로 구분된 다양한 주제에 대한 246개의 수학 문제의 모임이다. 기원전 200년경에 씌어진 것으로 추정되는 이 책은 문제에 수치적인 자료를 포함하고 있어서, **구장산술**과 현저히 닮아있다.[1]

구장산술은 고대 이래의 중국의 기본적인 산서이다. 흔히 동양의 **원론**으로 불리고 있는 이 수학의 고전은 기하학과 수론에 관해서는 그리스에 비할 수 없지만, 산술과 대수의 면에서는 디오판토스 이전의 수준을 능가하고 있다[4]. **구장산술**의 양식은 대부분의 고대 동양 수학 교재의 전형이다. 즉 하나의 특별한 유형에 따른 몇몇 문제들이 답과 함께 제시되며, 문제를 풀 때 사용되는 방법 그러나 방법에 대해 설명이나 정당화하지 않고 서술되는 문제들로 구성된다. 특히, **구장산술**에는 관리에게 필요한 수학 지식이 집대성되어 정리되어 있는데, 관리들이 실무적인 일을 처리하는데서 부딪히는 여러 문제들을 다루고, 산법 자체의 내용도 풍부하게 담겨있다[3]. **구장산술**의 마지막 장 제 9 장 구고장은 피타고라스 정리를 응용해서 푸는 문제가 그 내용으로 되어 있다. 구고는 고대 중국 수학의 널리 퍼진 주제였다. 직

1) 구장 산술은 진한 시대의 산술서를 계승하고, 후한 시대가 되어서야 비로소 본 모습을 갖추게 된 산술서이다. 이 책을 집필한 사람은 알려져 있지 않지만, 263년에 삼국시대 위나라의 유휘가 주석을 펴낸 것으로 알려져 있다.

각 삼각형의 내접원을 구하는 문제인 9장의 16번 문제를 중심으로 **구장산술**에 나오는 증명에 대해 살펴보고자 한다.

9장의 16번 문제는 다음과 같다.

> 지금 (직각 삼각형의)밑변이 8보이고 높이가 15보이다. 내접원의 지름은 얼마인가?
>
> 답; 6보.
>
> 풀이법에 따라서, 8보를 밑변으로 삼고, 15보를 높이로 삼아서 빗변을 구한 다음, 셋을 더하여 나눗수로 삼고, 밑변과 높이를 곱한 것을 두 배로 곱하여 나뉨수로 삼아서 나뉨수를 나눗수로 나누면 지름이 나온다.

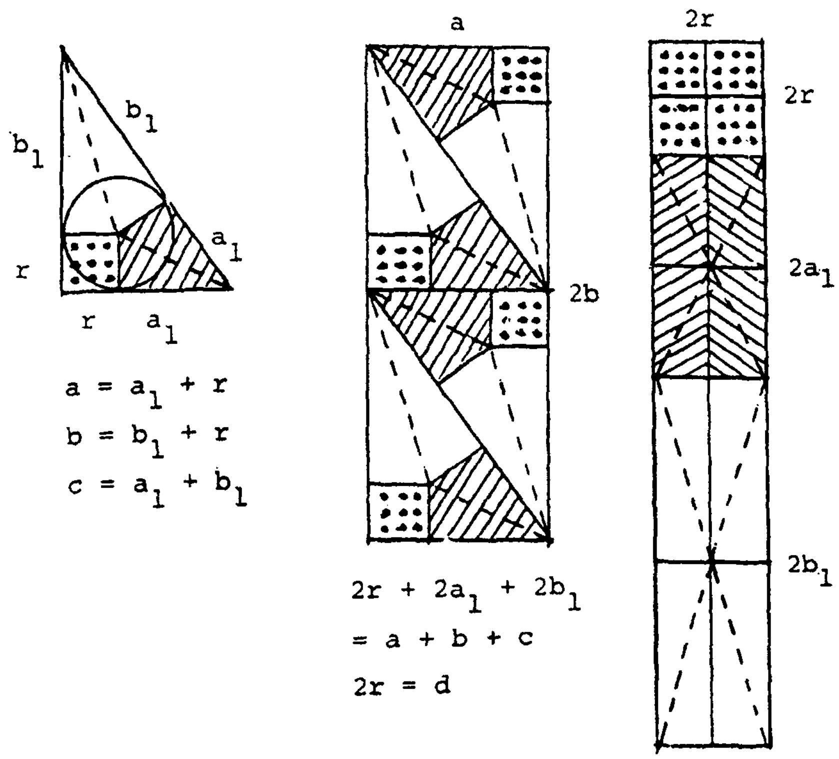
이 방법은 수학적으로 변 a, b, c중 c가 빗변인 직각 삼각형의 내접원의 지름 d에 대한 공식, 즉 $d=2ab/(a+b+c)$을 말한다.

유휘는 이 공식에 대하여 세 가지 서로 다른 증명을 제시하였다[12].

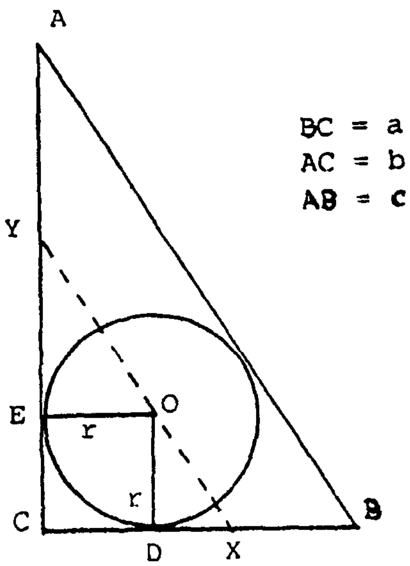
첫 번째 증명은 유휘가 사용하였던, 다양한 색채에 의한 분해 방법을 이용하였다. <그림 1>과 같이, 주어진 삼각형을 색색의 조각으로 분해하여 사각형을 만드는 방법으로 증명한다. 그림에서, 점이 찍힌 영역은 아마도 노란색으로 색칠된 것 같고, 빗금 친 부분은 아마도 빨강 색으로 색칠된 것 같다. 그리고 흰색 부분은 남색으로 색칠된 것으로 보인다.

두 번째 증명은 비례하는 양에 대한 지식을 사용한다. 그 연구는 '쇠분'에 의한 것인데, 이는 **구장산술**의 3장의 제목이다. 쇠분은 차이를 뜻한다. 3장의 쇠분장에는 차를 두어 분배하는 계산법이 주제로 되어 있다. 유휘의 주석에서는, <그림 2>에서 볼 수 있듯이, 밑변을 제외한 두 개의 변, 그 각각은 한 변이 내접원의 반지름 r과 같은 변을 가진 두 개의 닮은 직각 삼각형을 만드는 그림의 보조선 즉, 내접원의 중심을 지나는 빗변을 그었다. 증명은 다음과 같다.

$a:b:c=\mathrm{DX}:r:\mathrm{OX}$이므로,
$b:(a+b+c)=r:(\mathrm{DX}+r+\mathrm{OX})$
$=r:(\mathrm{CX}+\mathrm{OX})=r:(\mathrm{CX}+\mathrm{XB})=r:a$이다.
따라서 $r=ab/(a+b+c)$이고 $d=2r=2ab/(a+b+c)$이다.



<그림1> 유휘의 증명 I



<그림 2> 유휘의 증명 II

유휘의 주석에서 d를 구하는 다음 5가지 공식을 제시하였다.

(i) $d=a-(c-b)$

(ii) $d=b-(c-a)$

(iii) $d=(a+b)-c$

(iv) $d=\sqrt{2(c-a)(c-b)}$

(v) $d=2ab/(a+b+c)$

(i)에서 (iii)은 <그림 1>에 의하여, $c-b=a_1-r=a-d$, $c-a=b_1-r=b-d$, 그리고 $a+b=a_1+b_1+2r=c+d$이므로 가능하다.

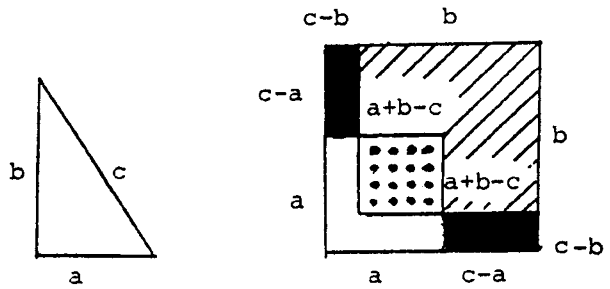
(iv)는 공식 $2(c-a)(c-b)=(a+b-c)^2$과 같다. 실제로, 이 공식은 **구장산술** 9장의 12번 문제로 알 수 있다. 그 문제는 다음과 같다.

> 지금 문의 높이와 너비를 모르며, 낚싯대의 길고 짧음도 모른다. 그것을 누이면 4자가 못나가고, 세우면 2자가 못 나가는데, 비스듬히 기울이니 꼭 맞게 나간다. 문의 넓이, 너비, 대각선의 길이는 각각 얼마인가?
>
> 답: 너비 6자, 높이 8자, 대각선의 길이 1장.
>
> 풀이법에 따라, 가로, 세로로 못 나가는 길이를 서로 곱해서 2배하여 제곱근을 구한다. 그 값에 세로로 못 나가는 길이를 더하면 곧 문의 넓이가 되며, 양쪽으로 못 나가는 길이를 더하면 문의 대각선 길이가 된다.

이것을 수학적으로 나타내면, 직각 삼각형이 세 변 a, b, c에서 c가 빗변이라면, 주어진 공식은 $a=\sqrt{2(c-a)(c-b)}+(c-b)$, $b=\sqrt{2(c-a)(c-b)}+(c-a)$, 즉, $2(c-a)(c-b)=(a+b-c)^2$이다.

유휘는 그의 주석에서 이 식을 증명하기 위해 다양한 색채에 의한 분해의 방법을 사용하였다. 재구성된 그림은 <그림 3>과 같다.[2] 그림으로부터 다음을 알 수 있다.

2) 점 찍힌 부분 또는 빗금 친 부분 또는 그냥 흰색 부분들은 아마도 각각 노란색, 빨강, 남색이 칠해져 있을 것 같다. 검은 부분은 아마도 색이 안 칠해져 있는 것 같다.



<그림3> 유휘의 증명 III

(남색의 L자 모양)=(변 a의 정사각형)−(노란 정사각형)[3]이고,

(빨강 L자 모양)=(변 b의 정사각형)−(노란 정사각형)이다.

따라서 다음이 성립한다.

(변 c의 정사각형)−2×(직사각형)−(노란 정사각형)
=(변 a의 정사각형)+(변 b의 정사각형)−2×(노란 정사각형)

즉, 다음이 성립한다.

$c^2-2\times$(직사각형)$=a^2+b^2-$(노란 정사각형)

이때, $a^2+b^2=c^2$임을 알고 있으므로, (직사각형)=(노란 정사각형)이다.
직사각형의 변은 $c-a$와 $c-b$이며, 노란 정사각형의 변은 $a+b-c$이다.
그러므로 $2(c-a)(c-b)=(a+b-c)^2$이다.
따라서 (iv)가 증명되었다.

마지막으로, (v)의 $d=2ab/(a+b+c)$을 유도하기 위해서, $(a+b+c)(a+b-c)=2ab$를 보여야만 한다. $(a+b)^2-c^2=a^2+b^2+2ab-c^2$이기 때문에, $a^2+b^2=c^2$을 이용한다면 $(a+b+c)(a+b-c)=2ab$가 된다. 따라서 (v)가 증명되었다.

13세기에 양휘는 실제로 이 결과에 대한 유 휘의 분해 방법에 기초한 생각과 유사한 증명을 보완하였다[12].

---

3) 이후부터 '(***)'은 ***의 면적을 의미한다.

2. 증명의 유형과 역할

절대주의는 절대적인 진리로서의 수학의 존재성과 오류 없는 수학의 절대적 기초를 인성하며, 증명을 공리 체계 내에서의 유한 번의 연역으로 규정하며, 이는 공리, 정의, 이전에 증명된 정리 등을 이용하여 명제의 가정으로부터 선형적으로 결론을 이끌어내는 방식을 의미한다. 이에 반하여, 사회적 구성주의에서 수학적 지식은 사회적 합의에 의한 사회적 구성물로 규정된다. 따라서 수학적 지식의 객관성은 사회적으로 인정되는 것과 동일시된다. 이 이론에 의하면, 타당한 증명이란 사회적으로 인정되고 합의되는 것이다[1]. 따라서 사회적 구성주의에서의 증명은 증명의 유형, 역할, 타당성, 엄밀성의 문제에서 절대주의에서의 증명과는 다르게 해석해야 할 것이다[10].

사회적 구성주의의 입장에 터한다면, 증명은 형식화된 공리에 기초로 둔 연역적 논증만을 의미하지 않고, 좀 더 넓은 의미로 볼 수 있으며, 증명에는 다양한 유형과 그 역할이 있을 것이다. 본 장에서는 **구장산술**에 포함된 증명의 유형과 역할, 그리고 다음 장에서는 그 사회에서 그러한 증명이 나오게 된 배경을 살펴보고자 한다.

1) 증명의 유형

브랜포드(Branford)는 증명에 대한 역사적 발달을 실험적, 직관적, 과학적 카테고리로 구분하였다.[4] 그는 증명의 발달 과정을 처음에는 감각-지각에 주로 의존하는 실험적인 과정의 형태였다가, 뒤에서는 주로 직관적이 되어가고, 전체적으로는 과학적 체계의 특성을 지닌다고 하였으며, 그 발달 과정에서 이러한 요소들 중 어떤 것도 완전히 없어지지는 않는다고 하였다. 발달의 실제적인 순서는 실험적 증명에서 직관적 증명을 거쳐 과학적 증명으로 나아간다[2].

실험적 증명은 특수한 사실을 보여줄 수 있고 일반적인 사실을 제안할 수는 있다. 그러나 절대적인 보편적인 사실을 제안할 수 있는 것은 아니고, 주로 감각 지각을 이용한다. 진 과정이 구체적인 단위로 측정하는 실험적인 것이며, 특정한 사실만을 보여줄 수 있다.

직관적 증명은 보편적 사실을 입증할 수 있으나, 필요할 때마다 감각적 경험에 의존한다. 그러나 실험적 증명은 많은 예를 통해서 증명하지만 아무리 많은 예가 주어진다고 하여도 그러한 양적인 실험에서는 일반성이 수립될 수 없다. 반면에 직관적인 증명에서는 창조력이 그 고유의 증명 방법으로 작용하기 때문에 직관을 형성하기에 충분하다는 점에서 실험적 증명과는 다르다. 이것은 초기 그리스 수학의 특징이기도 하다.

과학적 증명은 이미 발견한 일반적인 사실을 상호적으로 연결하는 체계화를 의미한다. 그것은 순수한 논리적인 추론만을 사용한다. 이것은 후기 그리스 수학의 특징이다.

---

4) 실제로 그는 피타고라스 정리 증명을 역사적 발달의 관점에서 이러한 카테고리로 분석하였다.

이와 유사하게, 톨(Tall)은 브루너(Bruner)가 구분한 사고 발달 수준 즉, 활동적 수준, 영상적 수준, 기호적 수준을 토대로 다양한 증명의 유형을 제시하였다[6]. 가장 초보적인 증명으로는 물리적 환경과의 상호작용을 통해 이루어지는 활동적 증명이다. 다음은 언어적 설명과 논의를 통해 의미가 보다 정교해지는 시각적 증명이 존재한다. 활동적 증명의 수준에서는 구체적인 활동을 통해 어떤 명제가 참이라는 것을 확인하고 왜 참인지를 설명한다. 활동적 증명에서는 시각적 언어적인 설명이 포함되기도 하지만 활동에 초점을 두고 있다. 이는 활동과 몸짓을 통한 환경과의 상호작용과 의사소통에 근거를 둔 증명이기도 하다. 시각적 증명은 활동적인 요소는 물론, 언어적 요소도 수반하지만 시각적 표현이 그 중심에 있다. 그리고 형식적 정의와 공리 체계를 토대로 이루어지는 전통적인 의미에서의 형식적 증명이 있다.

이상의 고찰을 토대로 살펴볼 대, **구장산술**에 포함된 증명은 브랜포드의 관점에서 실험적 증명과 직관적 증명의 형태, 톨의 유형으로는 활동적 증명, 시각적 증명의 형태임을 알 수 있다.

2) 증명의 역할

벨(Bell)은 증명의 역할을 정당화, 설명, 체계화의 세 가지로 구분하였다[8]. 정당화는 명제의 참에 대한 주장과 관련된 것으로서 증명은 어떤 명제가 참임을 주장하기 위한 근거가 되는 것이다. 이 때의 증명은 추론 규칙에 따라 나타나며 논리적 필연성이 강조된다. 설명의 역할이란 증명이 어떤 명제가 참인 이유를 보여주는 역할을 함을 의미한다. 정당화와 설명은 증명의 목적과 관계가 있으며, 정당화를 목적으로 하는 증명은 명제가 참임을 보이기 위한 것이고, 설명을 목적으로 하는 증명은 명제가 참임을 보일 뿐 아니라 명제가 왜 참인지에 대한 이유도 밝힌다는 것이다. 체계화의 역할은 증명이 여러 가지 결과를 공리, 주요 개념 및 정리, 여기서 유도되는 결과 등을 연역적 체계로 조직한다는 것을 의미하며, 이것은 매우 수학적이다. 이것의 예로 부르바키(Bourbaki)의 업적을 들 수 있으며, 이것은 점진적으로 정확성을 보장하고, 단순성을 지향한다.

이 외에, 증명의 역할에 발견, 의사소통이 포함된다[6]. 발견은 증명이 새로운 결과를 발견 또는 발명하는데 기여할 수 있음을 의미하는 것으로, 준 경험주의 수리철학의 증명에 대한 관점이 이에 해당한다. 의사소통의 역할을 하는 증명은 '수학적 지식을 전달하는 것'으로 보고 의사소통의 범위를 수학자들 사이, 교사와 학생 사이, 학생들 사이에서 일어나는 것으로 보았으며, 전달 자체의 목적보다는 전달을 전제로 이루어지는 설명이나 논쟁을 받아들이는 기준을 습득하는데 목적이 있다.

이상과 같이 수학적 증명의 여러 역할을 살펴 본 바를 근거로 **구장산술**에 포함된 (유휘의 주석에 의한) 증명의 역할은 주로 설명이라고 할 수 있다. 유 휘는 대안적인 증명을 연구하는 과정에서 수용된 수학적 결과의 체계에 대한 정리의 일관성을 찾으려고 한 것 같다[12].

또한, 이러한 논의는 증명의 역할을 설명의 강화라는 측면에서 이해할 수 있다. 증명의 역할이 검증뿐이라면, 같은 정리에 대한 상이한 증명을 제공함으로써 새로이 얻는 것은 없다. 그러나 같은 정리에 대한 상이한 증명은 단순히 정당화 뿐 아니라, 설명하는 것도 지지함을 말한다.

3. 구장산술에 포함된 증명의 배경

증명을 그 사회에서 인정되고 합의된 것으로 보고 다양한 유형의 증명과 역할이 있음을 살펴보았다. 그렇다면 어떠한 사회적 배경에서 구장산술에 이러한 증명이 포함되게 되었는가를 다양한 관점에서 살펴보고자 한다. 특히, 브랜포드의 구분에 의한 증명의 유형 고찰에서 구장산술에 포함된 증명은 활동적 증명, 직관적 증명의 유형으로 확인될 수 있었으나 과학적 증명의 형태로 나아가지 못한 원인에 대해 살펴보고자 한다.

우선, 지형적 관점에서 살펴볼 수 있다. 이집트에서는 토지의 측량을 통해서 넓이 등의 계산 기술이 발전하였고, 바빌로니아 역시 계산 기술이 발전하였으며, 그리스는 이러한 지식을 받아들였다. 중국의 수학도 역시 계산 기술이 중심에 있었다. 그런데 그리스 수학에서는 왜 연역적 증명이 발생한 것인가에 대해서는 지형적으로 설명할 수 있다[3]. 중국의 문화나 문명은 중국인의 재능과 노력에 의해 점차 발전되어 갔는데, 외부에 지리적으로 차단된 중국의 자연 환경은 외래 문화를 자유롭게 받아들이는데 방해가 되었다. 이에 반하여, 그리스는 그리스 사람들이 그리스 본토와 시칠리아, 그리고 이탈리아 해변에서 발생한 상업 도시들에 거주하고 있었으며, 이들은 미래 지향적이고 상상력이 풍부하여서 새로운 문명이 출현하기에 적당한 조건을 지니고 있었으며, 점차로 분위기가 합리주의적으로 되었다. 합리주의가 점차 증가하는 분위기 속에서 '어떻게'와 마찬가지로 '왜'에 대한 질문에 대한 대답을 위하여 논증적인 방법에 의한 시도가 생기게 되었다[9].

둘째, 문화적인 입장에서 살펴볼 수 있다. 평면 및 입체 도형에 관한 중국인의 관심은 주로 측량의 실용적인 필요에서 생긴 것이었기 때문에, 그 방법은 적어도 비논증적일 수밖에 없다[5]. 순수하게 수학적인 문제는 중국 수학자들의 주목을 끌지 못하였다. 중국인은 증명 방법에서 특유의 '유별의 정신'에 의해서 명제를 유형별로 파악하려는 경향이 있었다. 그러한 분위기 가운데에서 그들은 나름대로 수학적 일반화와 추상화를 시도하고자 했었고, 후기에 갈수록 그 형식이 한층 세련되어 간다는 사실을 알 수 있다. 특히, 직각 삼각형에 관한 피타고라스 정리에서 대해서는 실제적 관점에서 수학을 위한 수학의 지적 호기심을 충족하는 쪽으로 기울어지고 있음을 알 수 있으며, 앞에서 논의한 직각 삼각형의 내접원에 관한 정리에서도 이러한 경향을 볼 수 있다. 그러나 과학적 증명 즉 논증적인 성격을 띠지는 못하였다.

이에 반해서 그리스 기하학은 실험 기하학에서 논증적인 기하학으로 발전되었는데, 그리스 인들은 기하학적 사실들을 실험에 의한 것보다는 논리적 증명에 의해 보장되어야만 한다고 생각하였다. 그 이유에 대해 이브스(Eves)는 다음과 같이 설명하고 있다[9]. 우선, 철학적 탐구에 대해서 고대 그리스 사람들이 갖고 있는 특유의 지적경향에서 찾을 수 있는데, 경험적인 방법은 주어진 결과를 옹호하는데 어느 정도의 가능성만을 줄 뿐 이라고 생각하고 가정된 전제로부터 유도되는 필연적인 결과에 의한 결론에 관심을 갖고 그 도구로 연역법을 사용하였다. 그리고 지적인 아름다움을 추구하려는 경향을 연역적 논증에서 찾고자 하였는데, 그들은 연역적 논증에서는 질서정연, 무모순성, 완비성, 설득력 등의 지적인 아름다움을 발견할 수 있다고 생각하였다.

셋째, 논리에 대한 그들의 방법에서 생각해 볼 수 있다. 고대 그리스 철학과 중국 사상이 이루어질 때 그들은 다 같이 존재의 질서와 인생의 근본을 탐구하며 지혜의 처방을 모색했는데, 그들은 서로 다른 논리와 합리성의 개념을 바탕으로 하였으며, 이러한 논리와 합리성의 개념은 사고의 표현에서 다른 형식과 스타일을 갖도록 하였다[5]. 그들이 생각하는 지혜로운 판단의 논리는 그리스와 중국에서 서로 달랐는데, 중국의 사상에서는 사례에 따른 추리(reasoning case by case)에 의해 판단하였다. 사례에 의존하는 추리란 귀납적인 절차에서처럼 사례들의 추상화나 일반화를 하는 것이 아니라 구체적인 실제의 상황에 주어지는 사례를 통과해 가는 사이에 그것이 암시하는 모범 또는 범례를 유도하고 판단하는 방법이다. 개별적 사례를 떠나 전개되는 추상적 일반화 과정은 실제의 주어진 사례와는 거리가 먼 하나의 관념 또는 개념의 놀이로 전락해 버리는 것이라고 본다. 그들은 추상적 일반화에 따르는 형식 논리의 극단적인 추상성과 모순을 피하기 위하여 구체적이고 개별적으로 주어지는 사례 즉 실제에 집착하였다. 이는 유휘의 주석 서문 중 다음과 같은 글에서 찾아볼 수 있다.

> 나는 **구장산술**을 어린 나이에 공부하였고 나이가 들어가면서 숙독하였다. 나는 음과 양의 분리를 알았고 산술의 뿌리에 도달하였다. 엄밀히 조사하는 과정에서 나는 그 의미를 이해하였다. 나의 부분적인 무지와 무능에도 불구하고, 나는 감히 이 주석에서 내가 이해한 것을 나타내고자 한다. 문제들은 마치 나무의 가지처럼 논리적인 추론을 통해 서로 관련되어 있고 다양화가 가능하다. 그럼에도 불구하고 문제들은 하나의 본체로부터 나온다. 만일 우리가 글로 해명하고 그림으로 예증한다면, 우리는 통찰뿐만 아니라 간결함을 그리고 엄밀함뿐만 아니라 명쾌함을 얻을 수 있다. 한 부분을 살필 때, 우리는 나머지를 이해할 것이다[12].

이와는 달리 서양에서는 구체적으로 주어지는 실제의 사례와 일상적 담화의 차원을 넘어서 일반화 또는 형식화를 시도하는 귀납과 연역의 논리를 형식화하였다[5]. 그리스의 철인들은 일반화 또는 추상화의 논리는 실제의 개별적인 사례들을 초월하여 형상화하는데서 그치지 않고 그것을 다시 보편의 본질로 절대화함으로써 순수 이론의 지식에 대한 그들의 강한

편향성을 보여준다. 이러한 순수 이론에의 편향성으로써 사례에 의존하는 추리와 일상적 담화의 세계를 지양시켜 서구의 형식논리적 추론의 규범과 여기에 대응하여 형식논리의 규범에 의한 합리성의 개념이 형성될 수 있었다.

중국의 사례에 의존하는 추론과 판단은 극단의 추상과 모순을 피하기 위하여 받아들이게 되었으며, 중국인들은 높은 단계의 지혜는 구체적으로 주어지는 실제의 사례들에 바탕을 두고 이루어져야 한다고 생각하였다.

4. 결론

본 연구는 중국의 수학서 **구장산술**과 유휘의 주석에 포함된 증명을 중심으로, 사회적 구성주의의 입장에서 증명의 유형과 역할 그리고 그러한 증명이 나오게 된 배경을 살펴보았다. **구장산술**에 포함된 증명은 활동적 증명과 직관적 증명이었으며, 증명에서 설명의 역할이 두드러지게 나타났다. 그리고 이러한 증명이 나타나게 된 배경을 지형적, 문화적, 논리의 관점에서 살펴보았다.

폴리아(Polya)는 직관적으로 알게 된 것을 형식적으로 증명하는 것과 형식적으로 증명한 것을 직관적으로 아는 것은 증명에서 모두 중요하다고 하였다[11]. 이러한 관점에서 본다면, **구장산술**에 포함된 증명은 증명에서 중요한 부분을 담당하고 있다고 할 수 있으며, 이러한 점에서 다른 문화에서 볼 수 있는 좀더 구체적이며 다양한 연구가 이루어져야 할 것이다.

참고 문헌

1. 나귀수, **증명의 본질과 지도의 실제 분석**, 서울대학교 대학원 박사학위 논문, 1998.
2. 우정호, 민세영, 박미애, "역사발생적 수학교육 원리에 대한 연구: Branford를 중심으로," **대한수학교육학회 동계 수학교육학연구 발표대회논문집**, 2003, 617-634.
3. 유휘(역)/김혜경, 윤주영 옮김, **동양 최고의 수학서 구장산술**, 서해 문집, 1998.
4. 김용운, 김용국, **중국 수학사**, 1996.
5. 박동환, **동양의 논리는 어디에 있는가**, 고려원, 1993.
6. 조완영, 권성룡, "학교수학에서의 증명," **수학교육학연구** 11권(2001), 385-402.
7. 차종천(역), **구장산술 · 주비산경**, 범양사 출판부, 2000.
8. Bell, A. W., "A study of pupils' proof-explanations in mathematical situation," *Educational Studies in Mathematics*, 7(1976), 23-40.
9. Eves, H./허민(역), **수학의 위대한 순간들**, 경문사, 1999.
10. Hanna, G., Jahnke, H.N., "Proof and proving." In A.J. Bishop et al. (Eds.), *Interna-*

tional Handbook of Mathematics Education(part 2), Kluwer Academic Publisher, 877-908.

11. Polya, G./우정호(역), 어떻게 문제를 풀 것인가, 천재교육, 1986.
12. Siu, M., "Proof and pedagogy in ancient China: Examples from Liu Hui's Commentary on Jiu Zhang Suan Shu," *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 24(1993), 345-357.