

TIMSS-R 국제성취수준에 따른 우리나라 학생들의 수학 성취도 분석-교육과정, 교과서와의 관련성을 중심으로-

나 귀 수*

본 논문에서는 TIMSS-R 국제성취수준에 따라 우리나라 학생들의 성취도를 살펴보았을 때 나타나는 특징에 대해 조사하고자 한다. 본 논문에서 살펴볼 구체적인 내용은, 첫째, TIMSS-R에서 설정한 국제성취수준 상위 10%, 상위 25%, 상위 50%, 하위 25%에 비추어 볼 때 나타나는 우리나라 학생들의 수학 성취도의 특징과 수학적 능력을 조사하는 것이다. 둘째, TIMSS-R에서 설정한 각각의 국제성취수준별 예시문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률과 오답 유형을 교육과정과 교과서와의 관련성을 중심으로 살펴보는 것이다. 이러한 분석을 통해서 우리나라 학생들의 성취도가 미흡한 수학 주제는 어떤 것이며 그 원인은 무엇인가를 조사함으로써 수학교육에 시사점을 도출하고자 한다.

1. 국제성취수준에 따른 수학 성취도¹⁾

TIMSS-R(Third International Mathematics and Science Study-Repeat: 제3차 수학·과학 성취도 국제비교 반복연구)은 TIMSS(Third International Mathematics and Science Study: 제3차 수학·과학 성취도 국제비교 연구)의 후속 연구로서, 그 목적은 TIMSS-R 참가국의 8학년 학생들의 수학과 과학 학업 성취도 추이 변화와 함께 교수·학습의 실제 및 교육 정책을 국제적으로 비교

하는 것이다. 국제 교육성취도 평가협회(IEA: International Association for Evaluation of Education Achievement) 정회원 50여 개국 중 우리나라를 비롯한 미국, 영국, 일본 등 38개국이 참여하였으며, 수학과 과학 평가 도구와 4종의 설문지가 사용되었다. 우리나라에서는 1999년 2월에 150개 학교의 약 6,200명 학생을 대상으로 TIMSS-R 본검사를 시행하였으며, 이 학생들은 제6차 교육과정을 이수한 학생들이다.²⁾

본 논문에서는 TIMSS-R 국제성취수준에 따라 우리나라 학생들의 성취도를 살펴보았을 때 나타나는 특징에 대해 조사하고자 한다. 본 논문에서 살펴볼 구체적인 내용은, 첫째, TIMSS-

* 한국교육과정평가원, gsna21@kice.re.kr

- 1) 본 연구의 1장~2장에 제시된 점수, 정답률, 통계적 유의미성 등은 TIMSS-R 본부에서 발간한 보고서 TIMSS International Mathematics Report: Findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eighth Grade(Mullis 외, 2000)에서 인용한 것이다.
- 2) TIMSS, TIMSS-R의 후속 연구로서 TIMSS-trends(the Trends in International Mathematics and Science Study)가 진행 중에 있다. TIMSS-trends는 2003년 4월에 본검사를 시행하였으며, 그 결과는 2004년에 발표될 예정이다. TIMSS, TIMSS-R, TIMSS-trends를 본검사가 시행된 연도에 따라, 각각 TIMSS-1995, TIMSS-1999, TIMSS-2003으로 부르기도 한다.
한편, 2003년에 TIMSS-trends 본검사를 수행한 중학교 2학년 학생들은, 초등학교 교육과정은 제6차 교육과정을 이수했으며, 중학교 교육과정은 제7차 교육과정을 이수하고 있다.

R에서 설정한 국제성취수준 상위 10%, 상위 25%, 상위 50%, 하위 25%에 비추어 볼 때 나타나는 우리나라 학생들의 수학 성취도의 특징과 수학적 능력을 조사하는 것이다.

둘째, TIMSS-R에서 설정한 각각의 국제성취수준별 예시문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률과 오답 유형을 교육과정과 교과서와의 관련성을 중심으로 살펴보는 것이다. 이러한 분석을 통해서 우리나라 학생들의 성취도가 미흡한 수학 주제는 어떤 것이며 그 원인은 무엇인가를 조사함으로써 수학교육에 시사점을 도출하고자 한다. TIMSS-R에서 나타난 우리나라 학생들의 수학 성취도는 평균 587점으로서, 604점을 나타낸 싱가포르에 이어 참가국 38개국 중에서 두 번째로 높은 성취도를 보였다(<부록> 참조).³⁾ 우리나라 다음으로 높은 성취를 나타낸 국가들을 순서대로 살펴보면, 대만(585점), 홍콩(582점), 일본(579점), 벨기에(558점), 네덜란드(540점)이다. 이 중에서 싱가포르, 우리나라, 대만, 홍콩의 성취도 차이는 통계적으로 의미 있는 수준이 아니며, 일본의 성취도는 싱가포르와 우리나라에 비해서 통계적으로 유의미하게 낮은 수준이다.

TIMSS-R에서는 학생들의 성취 정도를 더욱 구체적으로 설명하기 위하여, TIMSS-R에 참가한 모든 학생들을 고려하여, 학생들의 성취를 구분하는 4개의 국제성취수준, 상위 10%, 상위 25%, 상위 50%, 하위 25%를 설정하였다. 또한 국제성취수준을 구분하는 기준 점수를 설정한 다음, 각각의 국제성취수준에 해당하는 예시문항들을 선별하여 각 성취수준에 대한 질적인 진술을 하고 있다.

상위 10%, 상위 25%, 상위 50%, 하위 25%의 성취수준을 구분하는 점수는 각각 616점, 555점, 479점, 396점이다. 이는, TIMSS-R에 참여한 모든 학생들 중에서 10%의 학생들이 616점 이상의 점수를, 25%의 학생들이 555점 이상의 점수를, 50%의 학생들이 479점 이상의 점수를, 75%의 학생들이 396점 이상의 점수를 얻었다는 것을 의미한다. TIMSS-R에서 성취수준을 구분하는 세 가지 주된 요인은, 문제 상황의 본질을 파악하는 능력, 수나 수 체계의 복잡성을 이해하는 능력, 필요한 수학적 연산 수행 능력으로 분석되었다(Mullis 외, 2000).

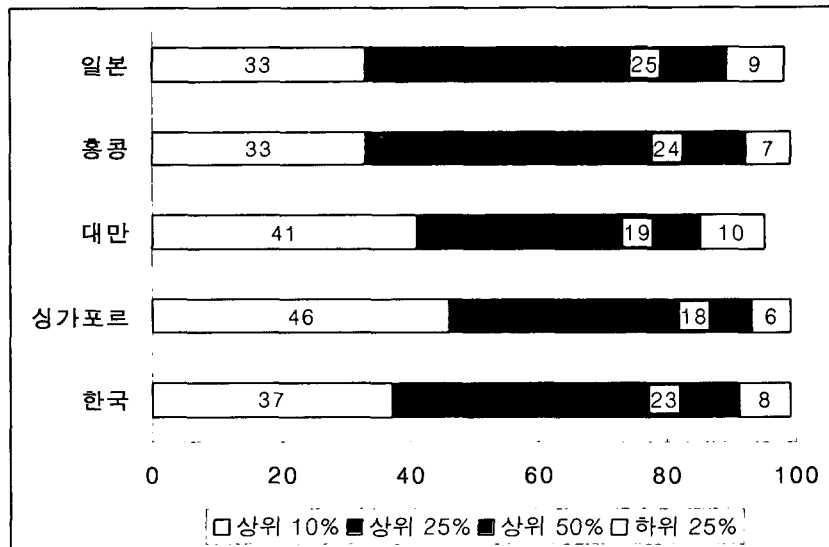
국제성취수준 상위 10%, 상위 25%, 상위 50%, 하위 25% 수준에 도달한 우리나라 학생들의 비율은 각각 37%, 68%, 91%, 99%로 나타났다(<부록> 참조).

이러한 결과를 토대로 TIMSS-R 국제성취수준별 수학적 능력에 비추어 우리나라 학생들의 수학적 능력을 설명할 수 있다. 우리나라 중학교 2학년 학생들의 37%는 비정형적인 문제 상황의 본질을 파악하고 그 해결 전략을 설명할 수 있으며 정보를 조직하여 일반화할 수 있는 것으로 나타났다. 68%의 학생들은 분수, 소수, 기하학적 성질, 대수식을 포함한 복잡한 상황을 수학적으로 이해하고 수학적 지식을 적용하여 문제를 해결할 수 있는 것으로 나타났다. 91%의 학생들은 직접적인 상황에서 수학적 지식을 적용할 수 있고, 도형의 기본 성질, 간단한 대수 관계 등과 관련된 계산 문제나 덧셈, 뺄셈과 관련된 1 단계 문장제를 해결할 수 있으며, 99%의 학생들은 범자연수를 더하고 빼고 곱할 수 있는 것으로 나타났다.

3) TIMSS-R의 점수는 문항반응이론과 척도화 방법에 근거하여 TIMSS-R에 참여한 학생 전체의 평균을 500점, 표준편차를 100으로 한 표준변환점수이다. 따라서 TIMSS-R에 참여한 전체 학생들의 %가 평균 500점을 기준으로 ± 100 점인 400점에서 600점 사이에 존재하며, TIMSS-R의 점수는 200점에서 800점 사이에 분포하게 된다.

다음의 [그림 I-1]은 우리나라를 포함한 상위 5개국 학생들의 국제성취수준에 대한 도달 비율을 그림으로 나타낸 것이다. [그림 I-1]에서 알 수 있는 것은, 우리나라 학생들의 평균 점수는 싱가포르에 이어 두 번째로 대만보다 앞서지만, 국제성취수준 상위 10%에 도달한 학생의 비율은 37%로 싱가포르 46%, 대만 41%에 이어 세 번째라는 것이다. 이는 우리나라 학생들의 평균적인 수학적 능력은 대만의 학생들보다 앞서지만, 상위권에 속하는 학생들의 수학적 능력은 대만에 비해 뒤쳐진다는 것을 나타낸다. 또한, 싱가포르와 비교하여 우리나라의 상위권 학생들의 수학적 능력은 상당히 뒤쳐져있

다고 할 수 있다. 우리나라의 상위권 학생들에게서 나타나는 이러한 특징은 우리나라의 평균적인 성취도와 비교하여 독특한 현상이라고 할 수 있다. 한편, 우리나라의 학생들 중에서 하위 25% 수준 이하에 속하는 학생들은 9%이며, 싱가포르는 7%, 대만은 15%, 홍콩은 8%, 일본은 11%이다. 이러한 TIMSS-R의 결과는, PISA 2000에서 나타난 우리나라 학생들의 수학 성취도와 일맥상통하는 면이 있다.⁴⁾ PISA 2000에서 우리나라 학생들의 전체 수학적 소양 점수는 3위인 반면, 상위 5% 학생들의 점수는 6위인 것으로 나타났다(OECD & UNESCO, 2003). 이러한 학업 성취도 국제 비교 연구의 결과는 우



[그림 I-1] 상위 5개국의 국제성취수준별 학생 분포비율

4) PISA(Program for International Student Assessment)는 OECD가 주관하는 학업 성취도 국제 비교 평가로서 만 15세 학생들을 대상으로 한다. PISA 2000은 2000년과 2001년(PISA PLUS)에 본검사가 실시된 PISA 1주기 평가를 말하며, 우리나라는 2000년 7월에 본검사를 실시하였다. 본검사 실시 대상 중 98%는 고등학교 1학년 학생들이었으며 중학교 3학년 학생들이 1.3%, 고등학교 2학년 학생들이 0.7%였다(노국향 외, 2000). 우리나라에서 TIMSS-R은 1999년 2월에 중학교 2학년인 학생들을 대상으로 실시하였고, PISA 2000은 2000년 7월에 고등학교 1학년 학생들을 대상으로 평가를 실시하였다. 이로부터, 두 평가 대상의 모집단이 거의 동일함을, 즉 98% 정도로 일치함을 알 수 있다. 한편, PISA 2000에는 우리나라를 포함하여 일본, 홍콩 등 43개국이 참여하고 있지만, TIMSS-R에서 상위권에 속해 있는 싱가포르와 대만은 PISA 2000에 참여하지 않았다.

리나라의 상위권 학생들에 대해 더 많은 교육적 관심을 기울일 필요가 있음을 시사한다. 수학적 능력이 낮은 학생들에 대한 지속적인 관심을 기울임과 동시에 수학적 능력이 높은 학생들에 대한 관심과 정책적 배려를 강화해야 할 필요가 있다고 생각된다.

II. 국제성취수준별 예시문항 분석

TIMSS-R의 국제성취수준별 예시문항은 각각의 국제성취수준에 도달한 학생들이 정확하게 응답할 것으로 기대되는 대표적인 문항들이다. 국제성취수준 각각에 도달한 우리나라 학생들의 비율에 토대한 예시문항 분석은 중요한 수학교육적 시사점을 제시한다. 예컨대, 상위 10% 국제성취수준에 도달한 우리나라 학생들의 비율이 37%임을 고려한다면, 상위 10% 국제성취수준의 예시문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률은 37% 정도로 나타나는 것이 정상적이다. 따라서 상위 10% 국제성취수준의 예시문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률이 37%보다 낮다면, 그 문항과 관련된 내용에 대해서 우리나라 학생들이 특히 취약하다는 것을 의미한다. 이하에서 전개될 예시문항 분석은 이러한 관점을 전제로 한 것이며, 우리나라 학생들이 특이하게 낮은 정답률을 나타낸 예시문항을 중심으로 우리나라의 교육과정과 교과서

측면에 집중된 것이다.

본 논문에서 분석의 초점을 이와 같이 맞춘 이유는, 우리나라 학생들이 미흡한 성취도를 나타낸 문항 분석을 통해서 우리나라의 수학교육과정과 교과서 개선에의 시사점을 얻기 위해서이다.

TIMSS-R의 국제성취수준별 예시문항과 정답률을 논의하기 전에, TIMSS-R에서 설정한 8학년 수학 평가들의⁵⁾ 내용 영역과 주요 주제를 살펴보면 다음과 같다.

- 분수와 수 감각
범자연수, 분수와 소수, 정수, 지수, 거듭과 근사, 비례
- 대수
수의 규칙성, 식의 계산, 상황의 수식 표현, 간단한 일차방정식의 풀이, 관계와 함수의 해석
- 측정
표준 단위와 비표준 단위, 공통 척도, 둘레, 넓이, 부피, 측정의 어렵
- 기하
점, 선, 면, 각, 시각화, 삼각형, 다각형, 원, 변환, 대칭, 합동, 닮음, 작도
- 자료의 표현 및 해석, 확률⁶⁾
표, 도표, 그래프로 나타내고 해석하기, 계급과 평균, 비형식적인 가능성, 간단한 수치적 확률

이하에서는 이러한 TIMSS-R 수학 평가들의 내용 영역을 염두에 두고, 국제성취수준별 예시문항을 살펴보기로 한다.

5) TIMSS-R의 수학 평가들은 내용 영역(content), 행동 영역(performance expectation), 정의적 영역(perspectives)으로 설정되어 있다. 내용 영역은 평가에 포함되는 교육과정상의 주제를, 행동 영역은 학생들에게 기대되는 성취 행동을, 정의적 영역은 수학 과목에 대한 학생들의 태도, 관심, 동기 등에 초점을 두고 있다. 행동 영역은 정형화된 절차 수행, 복합적인 절차 활용, 문제해결, 의사소통과 추론으로 구성되어 있으며, 정의적 영역은 태도, 진로, 참여, 동기유발, 사고습관으로 구성되어 있다.

6) 우리나라의 제7차 국민공통기본교육과정의 영역은, 수와 연산, 문자와 식, 측정, 기하, 확률과 통계, 규칙성과 함수의 6개 영역으로 구분된다. 이를 TIMSS-R의 내용 영역과 관련지어 보면, 수와 연산은 분수와 수 감각에, 문자와 식은 대수에, 측정은 측정에, 기하는 기하에, 확률과 통계는 자료의 표현 및 해석과 확률에 대응되며, 규칙성과 함수는 대수 영역과 자료의 표현 및 해석과 확률 영역에 걸쳐 있다.

1. 상위 10% 국제성취수준

<예시문항 1>⁷⁾

물의 온도가 5℃ 식을 때마다 걸린 시간을 초 단위로 5개 제시한 후, 물이 식는 데 걸린 전체 시간을 분으로 어렵 계산하고 그 풀이 과정을 써 보아라.

국가	한국	싱가포르	대만	홍콩	일본
정답률 (%)	28.8	47.0	27.7	22.1	30.4

이 문항은 분수와 수 감각에 속하는 문항으로서, 상위 10% 수준의 학생들이 비정형 문제 해결 상황에서 정보를 조직하여 일반화하고 해결 전략을 설명할 수 있음을 보여준다. 이 문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률은 28.8%이며, 이 문항은 우리나라 학생들이 TIMSS-R 검사 문항 중에서 가장 낮은 정답률을 나타낸 문항이다.⁸⁾ 이 문항에 대해 우리나라 학생들이 정답률이 낮은 가장 큰 이유는, 제6차 교육과정과 교과서에서 ‘어림(estimation)’이라는 주제를 소홀히 그리고 인위적으로 다루고 있기 때문인 것으로 생각된다.⁹⁾ 제6차 교육과정에서는, 측정값의 처리 방법으로 반올림(rounding off), 올림(rounding up), 버림(discarding)을 엄격히 구분하여 강조하고 있다(교육부, 1994). 다시 말해

서, 어렵이 필요한 상황에서 어렵이라는 주제를 자연스럽게 지도하기보다는, 지극히 인위적인 맥락에서 반올림, 올림, 버림을 구분하여 지도하는 것을 강조하고 있다. 어렵은 유연한 사고를 양성하는 데 의미 있는 주제임에도 불구하고, 제6차 교육과정에서는 어림을 정형화된 방식으로 다루므로써 학생들이 유연한 사고력을 육성할 수 있는 기회를 제한하고 있는 것이다.

실제로, 제6차 교육과정의 교과서에서는 ‘다음을... 반올림(올림, 버림)하여라’와 같은 문제를 주로 다루고 있다(교육부, 1996c). 이러한 문제에 익숙한 학생들은 <예시문항 1>과 같이 ‘분 단위로 어렵 계산하라’와 같은 문제에 접했을 때, ‘분으로 어렵하는’ 것의 의미를 모르기 때문에 어려움에 직면하게 된다. 한편, 제6차 교육과정의 교과서에서는 초 단위까지 시간의 덧셈과 뺄셈과 같이 정확한 계산에 대해서는 많은 시간을 할애하여 연습을 하도록 하고 있는 반면에 시간의 어렵셈과 같은 주제는 전혀 다루지 않고 있다(교육부, 1996b). 다시 말해서, 우리나라의 제6차 교육과정에서는 정확한 계산을 과도하게 강조하는 반면에 어렵셈은 매우 소홀하게 다루고 있다고 할 수 있다. 위에서 기술한 제6차 교육과정의 미흡한 측면은, 우리나라 학생들이 <예시문항 1>에 대해 대표적으로 나타낸 오류에서 더욱 분명하게 나타난

7) <예시문항 1>과 같이 문항의 내용이 자세하게 기술되지 않고 개략적으로 기술된 문항은 TIMSS-R의 비공개 문항으로서 TIMSS-trends에서 추이 분석을 위해 사용될 문항이다. 비공개 문항임에도 불구하고 여기에서 분석하는 이유는, 이 문항들에 대한 우리나라 학생들의 정답률로부터 교수·학습에의 시사점을 이끌어 내기 위해서이다.

8) 이 장에서는 각각의 예시문항에 대한 우리나라 학생의 정답률과 함께 다른 상위 4개국의 정답률을 제시하고 있다. 이는 우리나라 학생들의 정답률을 상위 4개국의 정답률과 비교하여 상대적으로 가름하기 위한 것이다. 물론, 여기에서 우리나라 학생들의 정답률을 교육과정과 교과서와 관련하여 분석하므로, 다른 상위 4개국의 정답률을 각국의 교육과정과 교과서와 관련하여 분석한다면 더욱 의미 있는 연구가 되겠지만, 이러한 내용까지를 본 연구에서 다루기에는 무리가 있으므로 이러한 내용은 차후의 연구에서 다루기로 한다.

9) TIMSS-R에 참여한 우리나라의 학생들이 제6차 교육과정을 이수했기 때문에, 본 논문에서는 제6차 교육과정과 제7차 교육과정을 동시에 분석할 것이다.

다. 예컨대, 문제에서 5℃ 식을 때마다 걸린 시간이 3분 12초, 5분 17초, 6분 45초, 8분 57초, 9분 44초로 제시되었다고 하자. 우리나라 학생들이 가장 대표적으로 보이는 오류는 두 가지인데, 첫 번째는 다음과 같이 3분 12초, 5분 17초, 6분 45초, 8분 57초, 9분 44초의 덧셈을 초 단위까지 정확하게 한 것이다(김성숙 외, 1999).

$$3\text{분}12\text{초} + 5\text{분}17\text{초} + 6\text{분}45\text{초} + 8\text{분}57\text{초} + 9\text{분}44\text{초} = 33\text{분}55\text{초}$$

위와 같은 오류를 보인 학생들은, ‘분 단위로 어렵 계산하라’는 문제의 의미를 알지 못하고 자신들이 익숙한 ‘초 단위까지 시간의 덧셈’을 한 것이다. 이러한 결과는 시간의 어렵셈은 다루지 않고 ‘초 단위까지 시간의 덧셈과 뺄셈’과 같은 정확한 계산을 강조하는 제6차 교육과정을 그대로 반영하는 결과라고 할 수 있다. 우리나라 학생들이 가장 대표적으로 보이는 두 번째 오류는 다음과 같은 유형의 오류이다(김성숙 외, 1999).

$$(3 + 5 + 6 + 8 + 9) \Rightarrow 31\text{분}$$

이러한 오류를 보인 학생들은 문제에 제시된 시간에 대해 ‘초’ 단위의 시간을 버림한 것인데, ‘분 단위로 어렵하라’는 의미를 모르고 ‘분 단위로 계산’한 것이다. 이러한 결과는 어림을 자연스럽게 지도하지 않고 인위적인 맥락에서 반올림, 올림, 버림을 명확히 구분하여 지도한 결과라고 할 수 있다. 초 단위까지의 정확하고 엄밀한 시간 계산을 요구하는 경우는 엄격한

실험과 같은 특별한 상황을 제외하고는 그리 많지 않다. 그러므로 초 단위까지의 시간의 정확한 덧셈이나 뺄셈을 교육과정에서 과도하게 강조하는 것은 개선의 여지가 있으며, 정확한 계산과 어림 계산을 동등하게 강조할 필요가 있다. 또한, 교과서에서는 정확한 계산이 필요한 상황과 어림셈이 필요한 상황을 다양하게 제시함으로써, 학생들이 주어진 상황에 적절한 계산의 정확성 정도를 판단하여 필요한 계산, 즉 어림셈이나 정확한 계산을 수행할 수 있도록 배려해야 한다.

제7차 교육과정에서는 이전의 교육과정에 비해 어림셈을 많이 강조하고 있는 것으로 파악된다. 제7차 교육과정에서는 ‘여러 가지 물건의 길이를 어렵해 보고, 재어 봄으로서 양감을 기른다’, ‘계산하기 전에 답을 어렵해 보게 한다’, ‘어림의 의미를 알고, 이를 실생활에 활용할 수 있다’, ‘반올림, 올림, 버림이 쓰이는 예를 통하여 그 의미와 필요성을 알게 한다’ 등을 목표로 강조하고 있다(교육부, 1997c). 이러한 제7차 교육과정의 방향은 실생활을 포함한 상황과 결부시켜 어림을 강조하고 있다는 점에서 바람직하다고 할 수 있지만, 더욱 중요한 것은 교육과정의 이러한 목표를 충실하게 구현할 수 있는 교과서의 개발이다. 현재 개발된 제7차 교육과정의 교과서를 분석해 보면 어림과 어림셈에 대한 내용이 제6차 교육과정에 비해서 강조되고 있다고 할 수 있다(교육인적자원부, 2000a, 2000b, 2001b).

그러나 더욱 풍부하고 의미 있는 상황과 결합하기 위해서는 지속적인 연구와 개선을 필요로 한다고 생각된다.

<예시문항 2>

한 출판업자가 서점에 어떤 책 140권을 보냈다. 출판업자는 책을 두 종류의 상자에 포장했다. 그 중 한 상자는 8권을 담을 수 있고 다른 상자는 12권을 담을 수 있다. 각 상자마다 책을 가득 채웠고, 두 종류의 상자의 개수는 같다고 한다. 서점으로 보내진 책 중에서 작은 상자에 포장되어 보내진 책의 비율은?

국가	한국	싱가포르	대만	홍콩	일본
정답률 (%)	30.1	48.1	42.6	42.8	31.6

이 문항 또한 분수와 수 감각에 속하는 문항으로서 국제성취수준 상위 10% 수준의 학생들이 비정형 문제 해결 상황에서 수치적 관계인 비율을 활용하여 문제를 해결할 수 있음을 보여준다.¹⁰⁾ 이 문항의 정답은 $\frac{2}{5}$, 0.4, 40%이며, 우리나라 학생들의 정답률은 상위 5개국 중에서 가장 낮은 수준이다. 이 문항에 대한 우리나라 학생들의 대표적인 오류는 2:5, 2:3, 3:2 등으로 비를 답으로 제시한 것이다(김성숙 외, 1999). 우리나라 학생들의 이러한 오류는 교육과정과 교과서의 영향을 강하게 받은 것으로 분석되는데, 제6차 교육과정의 교과서에서는 5학년에서 비율, 백분율을 다음과 같이 다루고 있다(교육부, 1997b, pp.94- 95).

지은이는 오늘 전화를 2번 걸었고, 어머니는 5번 걸었다. 어머니가 전화를 건 횟수에 대한 지은이가 전화를 건 횟수의 비의 값을 알아보아라.

... [그림 생략] ...

그림에서 나에 대한 가의 비는 2:5이고, 그 비의 값은 $\frac{2}{5}$ 이다. 이 비의 값은 기준량 나를 1

로 보았을 때, 비교하는 양 가가 $\frac{2}{5}$ 임을 뜻하며, 이것을 비율이라 한다.

5에 대한 2의 비율은 $\frac{2}{5} = 0.4$

비율의 분수 표시 비율의 소수 표시

다음 그림을 보고 비율을 알아보아라.

... [그림 생략] ...

축구공 수에 대한 배구공 수의 비율

$$= \frac{\square}{\square} = \square$$

... [중략] ...

비율에서 기준량을 100으로 보았을 때, 비교하는 양을 나타낸 수를 백분율 또는 퍼센트라 하고, 기호 %로 나타낸다.

20에 대한 7의 비율은 $\frac{7}{20} = \frac{35}{100}$

20에 대한 7의 백분율은 35%

이러한 우리나라의 제6차 교육과정의 교과서에서는, 즉 ‘~ 중에서 ~이 차지하는 비율’(예컨대, 서점으로 보내진 책 중에서 작은 상자에 포장되어 보내진 책의 비율)과 같이 자연스러운 맥락의 문제는 거의 다루고 있지 않다. 대신에 ‘어머니가 전화를 건 횟수에 대한 지은이가 전화를 건 횟수의 비의 값’, ‘5에 대한 2의 비율’, ‘축구공 수에 대한 배구공 수의 비율’과 같이 인위적인 내용으로 비율을 도입하여 다루고 있다. 즉, ‘전체-부분 비율’은 거의 다루지 않고 ‘부분-부분 비율’을 과도하게 강조하고 있다. 또한, ‘5에 대한 2의 비율은 $\frac{2}{5}=0.4$ ’, ‘비율의 분수 표시’, ‘비율의 소수 표시’, ‘비율을 %로, 비율을 할푼리로’, ‘ $\frac{3}{4}=\square\%$ ’, ‘1:5의 비율은 \square ’와 같이 비율을 개념 이해의 측면보다는 기능 습득과 계산의 측면에서 다루고 있다.

10) 예시문항 중에서 수행형 문항에 대한 정답률은 부분 점수 1점과 만점 2점을 받은 학생을 모두 고려한 비율이다.

비를 지도함에 있어서도 'A에 대한 B의 비'와 'B에 대한 A의 비'를 구분하여 강조하는데, 이는 매우 인위적이라고 생각된다. 우리나라 학생들 중에서 2:5라는 오답을 쓴 학생들은 비와 비율 개념을 명확하게 이해하지 못하고 혼란스러워 한다고 할 수 있다. 이러한 학생들은 '서점으로 보내진 책 중에서 작은 상자에 포장되어 보내진 책의 비율'을 구한 것이 아니라 '서점으로 보내진 책에 대한 작은 상자에 포장되어 보내진 책의 비'를 구한 것이다. 이는 '~에 대한 ~의 비율'과 '~에 대한 ~의 비'를 학생들이 혼란스러워한 결과이다. <예시문항 2>는 자연스러운 맥락에서 '전체 중에서 부분의 비율'로 해석한다면 그리 어려운 문제가 아니지만, '~에 대한 ~의 비', '~에 대한 ~의 비의 값', '~에 대한 ~의 비율'과 같은 식으로 비와 비율 교육을 받은 우리나라 학생들에게는 상대적으로 어려운 문제가 된다.

그리고, 2:3이나 3:2라는 오류를 나타낸 학생들은 '서점으로 보내진 책 중에서 작은 상자에 포장되어 보내진 책의 비율'을 구한 것이 아니라 '두 종류의 상자에 들어있는 책의 비'를 구한 것이다. 이러한 오류 또한 교육과정과 교과서의 영향을 강하게 받은 것으로 분석된다. 비와 관련하여, 제6차 교육과정의 교과서에서는 '(재활용품 중에서) 플라스틱병의 수와 유리병 수의 비', '(주차장에서) 택시의 수에 대한 트럭의 수의 비'와 같은 '부분-부분 비율'을 주로 다루며 '전체-부분 비율'은 거의 다루지 않는데, 2:3이나 3:2라는 학생들의 응답은 이러한 교과서의 영향을 받은 결과라고 할 수 있다. 한편, 제7차 교육과정 문서에서는 '두 수량 사이의 비와 비율의 의미를 이해하고, 비율을 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있다'를 학습

목표로 제시하면서 비율의 이해를 강조하고 있다(교육인적자원부, 1997c). 그러나, 교과서에서는 비율의 의미 이해보다는 비의 값을 분수나 소수로 나타내는 기능 위주의 지도에서 벗어나지 못하고 있는 것으로 파악된다. 제7차 교육과정의 교과서에서는 비율을 다음과 같이 다루고 있다(교육인적자원부, 2002a, pp. 84-87).

자원봉사자 8명을 기준으로 하여 여자 5명을 비교할 때, 8명을 기준량, 5명을 비교하는 양이라고 한다. 기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 비율이라고 한다.

기준량을 1로 볼 때, 비율을 비의 값이라고 한다. 자원봉사자 8명을 1로 볼 때, 8에 대한 5의 비의 값은 $\frac{5}{8}$ 이다.

$$(\text{비율}) = \frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$$

... [중략] ...

사과 수에 대한 딸기 수의 비를 구하여라.

사과 수에 대한 딸기 수의 비의 값을 구하여라. 사과 수에 대한 딸기 수의 비의 값을 말할 때, 기준량과 비교하는 양을 말하여라.

... [중략] ...

2:5의 비에 대해 비의 값을 분수, 소수로 나타내어라.

... [중략] ...

기준량을 100으로 할 때의 비율을 백분율이라고 하고, 기호 %를 써서 나타낸다.

... [중략] ...

20에 대한 9의 비율을 백분율로 나타내는 방법을 알아보아라.

$$\text{백분율}(\%) = (\text{비의 값}) \times \square$$


제7차 교육과정의 교과서는 '비→비율→비의 값'의 계열을 따르고 있는데,¹¹⁾ '비율'로부터 '비의 값'을 도입한 이후에는 '비의 값'을 위주로 지도하고 있다. 다시 말해서, 비율은 여러

11) 제6차 교육과정의 교과서에서는 비의 값을 이용하여 비율을 도입하면서 '비→비의 값→비율'의 계열을 따르고 있다.

가지 양을 서로 비교하기 위한 수학적 수단임에도 불구하고, 의미 풍부한 맥락에서 비율을 지도하는 대신에 인위적 개념인 ‘비의 값’을 과도하게 강조함으로써, 비율의 자연스러운 의미를 학생들이 학습할 수 있는 경험을 제공하지 못하고 있다.¹²⁾ 따라서 비율 지도와 관련하여 제6차 교육과정과 교과서가 가지고 있는 약점은 제7차 교육과정의 교과서에서 크게 개선되지 않은 것으로 보인다. 또한 ‘비율’의 의미 이해보다는 ‘비의 값’의 기능 습득 측면을 강조하는 제7차 교육과정의 교과서는 ‘비율’의 의미 이해를 강조하는 방향으로 개선되어야 한다고 생각된다.

<예시문항 3>

다음 직사각형에서 가로와 세로의 길이의 비는 세로의 길이의 2배이다.



둘레의 길이에 대한 세로의 길이의 비율은 다음 중 어느 것인가?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$
 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{6}$

국가	한국	싱가포르	대만	홍콩	일본
정답률 (%)	29.7	56.0	52.6	45.3	44.5

이 문항은 측정 영역에 속하는 문항으로서 상위 10% 수준의 학생들이 직사각형의 넓이와 둘레에 대한 문제를 해결할 수 있음을 보여준다. 그러나 이 문항에 대한 우리나라 학생들의 성취도는 싱가포르나 일본 등 성취도가 높은

상위권 국가들에 비해 현저하게 떨어지는 이상한 결과를 나타낸다.

이러한 현상이 이 문항에 대해 독특하게 나타나는 이유를 우리나라 학생들의 대표적인 오류와 관련지어 분석할 수 있다. 우리나라 학생들의 33.7%가 ①을 답으로 선택하여 정답률보다도 높은 오답율을 나타냈는데, 이 학생들은 ‘둘레의 길이에 대한 세로의 길이의 비율’ 대신에 ‘가로의 길이에 대한 세로의 길이의 비율’을 구한 것이다. 이러한 오류는 앞의 <예시문항 2>에서 설명한 바와 같이, 우리나라의 제6차 교육과정에서 ‘전체-부분 비율’(예컨대, 둘레의 길이에 대한 세로의 길이의 비율)은 거의 다루지 않고 ‘부분-부분 비율’(예컨대, 가로의 길이에 대한 세로의 길이의 비율, 또는 세로의 길이에 대한 가로의 길이의 비율)을 강조해서 다룬 결과라고 생각된다. 제6차 교육과정을 이수한 학생들은 ‘전체에 대한 부분의 비율’보다는 ‘(전체를 이루는) 어떤 한 부분에 대한 다른 부분의 비율’에 더 익숙하며, 심지어는 문제를 충실하게 이해하지도 않고 ‘어떤 한 부분에 대한 다른 부분의 비율’에 고착하는 현상까지도 나타낸다고 할 수 있다.

<예시문항 4>

L 단위로 제시된 양을 채우는 데 필요한 mL 단위로 제시된 양의 개수를 보기(①, ②, ③, ④)에서 선택하기

국가	한국	싱가포르	대만	홍콩	일본
정답률 (%)	35.6	63.3	43.1	56.0	46.7

이 문항은 측정 영역에 속하는 문항으로서 상위 10% 수준의 학생들이 L와 mL의 관계를

12) 참고로, ‘비의 값’은 제7차 교육과정 문서의 <용어와 기호>에 제시되어 있지 않은 용어이다.

적용하여 문장제를 해결할 수 있음을 나타낸다. 이 문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률은 35.6%로 측정 영역에서 가장 낮은 정답률을 나타낸다. <예시문항 4>에서 600L의 양을 채우는 데 150mL의 양이 몇 개 필요한가를 질문했다고 하자. 이 문항에 대한 우리나라 학생들의 오답을 살펴보면, 40을 택한 학생이 27.4%, 400을 택한 학생이 32.2%, 40000을 택한 학생이 4.6%이다.

이 문항을 해결하기 위해서는, $1L=1000mL$ 임을 이용하여 단위를 변환한 후, 나눗셈 $600000 \div 150$ 이나 $600 \div 0.15$ 을 정확하게 수행해야 한다. 따라서, 이 문항에서의 오류는 $1L=1000mL$ 를 이용하여 단위를 변환하는 과정에서 발생하거나 나눗셈의 정확한 수행에서 발생할 가능성이 높다. TIMSS-R 문항 중에서 나눗셈 $15.45 \div 0.003$ 의 답을 묻는 J14 문항에 대한 우리나라의 정답률이 61.7%인 것을 고려하면,¹³⁾ 우리나라 학생들의 오류는 정확한 나눗셈의 수행보다는 L와 mL의 단위 변환 과정에서 발생했을 가능성이 높다. 제6차 교육과정에서는 dL, L, mL, kL 등 들이의 여러 가지 단위를 지도하는 동시에 cm^3 , m^3 와의 연결도 강조하여 다루고 있다(교육부, 1994).

실제로, 제6차 교육과정의 교과서에서는 3학년에서 들이의 단위에 대해 L, dL, $1L=10dL$ 를 다루고, 5학년에서 mL, kL, $1L=1000cm^3$, $1dL=100cm^3$, $1mL=1cm^3=(1/1000)L$, $1L=1000mL$, $1kL=1cm^3=1000L$ 를 다루고 있다(교육부, 1996a, 1997b).

이 문항에서 우리나라 학생들의 정답률이 뒤떨어지는 결과는, 들이의 단위에 대한 지도가 체계적이지 못하고 너무 산만하게 이루어짐으로 인해서 학생들에게 측정 단위에 대한 지식이 정착되지 못하고 있음을 의미한다.¹⁴⁾

2. 상위 25% 국제성취수준

<예시문항 5>

소수 세 자리수와 소수 두 자리수의 곱셈

국가	한국	싱가포르	대만	홍콩	일본
정답률 (%)	47.1	73.2	68.2	62.2	61.6

이 문항은 분수와 수 감각에 속하는 문항으로서 상위 25% 수준의 학생들이 소수 세 자리

13) J14. 다음 나눗셈을 하여라

$$0.003 \overline{) 15.45}$$

① 0.515 ② 5.15 ③ 51.5 ④ 515 ⑤ 5150

이 문항에 대한 정답률은, 우리나라는 61.7%, 싱가포르는 44.8%, 대만은 64.3%, 홍콩은 66.4%, 일본은 70.2%이며, 국제 평균 정답률은 39.2%이다.

한편 <예시문항 4>에 대한 우리나라 학생들의 오답을 살펴보면, 40을 택한 학생이 27.4%, 400을 택한 학생이 32.2%, 40000을 택한 학생이 4.6%이다.

14) 제7차 교육과정에서는 들이의 단위와 관련하여 dL와 kL가 삭제되었으며, 제6차 교육과정에서 5학년에서 다루던 mL가 3학년에서 다루게 되어 있다. 이 문항은 추이 분석 문항으로서 TIMSS-trends에서도 활용되지만, TIMSS-trends 검사를 치른 우리나라 학생들은 여전히 제 6차 초등학교 수학과 교육과정을 이수한 학생들이다. 따라서, 다음에서 설명할 <예시문항 5>와는 달리, <예시문항 4>에 대한 교육과정의 변화에 따른 학생들의 성취 정도를 TIMSS-trends에서 파악하는 데는 근본적인 한계가 있다.

수와 소수 두 자리수의 곱셈을 할 수 있음을 보여준다. 이 문항에 대한 우리나라의 평균 정답률은 47.1%이며, 이러한 정답률은 우리나라 학생들의 68%가 국제성취수준 상위 25%에 도달했다는 점을 감안한다면 매우 특이한 결과라고 할 수 있다.

이 문항은 우리나라 제6차 교육과정의 5학년에서 다루어지는 전형적인 문제로서, 우리나라 학생들에게 매우 익숙한 문제이며 또한 어떤 특별한 문맥의 해석을 요구하지도 않는 간단한 문제이다. 그럼에도 불구하고, 우리나라 학생들의 정답률 47.1%는 예상외의 결과이며, 싱가포르, 대만, 홍콩, 일본에 비해서도 상당히 뒤쳐지는 결과이다. 이렇게 낮은 정답률은 우리나라 학생들이 대표적으로 나타낸 오류 분석에서 그 원인을 찾을 수 있다.

예컨대, 이 문항이 곱셈 0.304×0.62 를 요구하는 것이라고 할 때, 우리나라 학생들이 대표적으로 나타낸 오류는 다음과 같다(김성숙 외, 1999).

$$0.30 \times 0.62 = 0.186$$

이러한 오류를 나타낸 학생들은 0.304×0.62 를 두 근사값의 곱셈으로 생각하고, 유효숫자의 개수를 맞추어 계산한 것이다. 우리나라의 제6차 교육과정에서는 중학교 2학년에서 근사값의 곱셈을 다루고 있는데, 이런 오류를 보인 학생들은 중학교 2학년에서 배운 근사값의 곱셈과 초등학교 5학년에서 배운 단순한 소수의 곱셈을 착각하고 있는 것이다. 이러한 학생들에게 있어서는, 근사값의 곱셈과 소수의 곱셈 개념이 혼란스러운 상태로 존재하고 있다

고 할 수 있다. 중학교 1학년에서 배운 근사값의 곱셈에 대한 부정확한 이해로 인해 초등학교에서 배운 소수의 곱셈 개념이 흔들리고 있는 것이다.

다시 말해서, 소수의 곱셈 개념에 대해 정착된 기존의 인지 구조가 근사값의 곱셈 개념을 적절하게 동화하지 못한 결과이다.

또한, 학생들의 이러한 오류는 과거의 지식과 현재의 지식에 있어서 소위 '인식론적 장애'와는 그 순서가 반대로 작용하면서 나타나는 오류이다. '인식론적 장애'는 학생의 과거의 지식이 현재의 학습에, 또는 현재의 지식이 장애의 학습에 장애로 작용하는 것을 의미한다(Brousseau, 1997, pp.86-87).

이와 관련하여, 이 예시문항에서 우리나라 학생들이 보인 오류는 나중에 학습한 지식이 과거에 확립된 지식에 대해 장애가 되는 현상을 보이며, 이는 '인식론적 장애'의 역방향으로 나타나는 장애라고 할 수 있다.

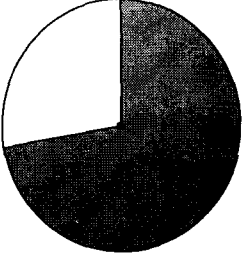
만약 우리나라 학생들이 근사값의 곱셈을 배우지 않았다면, 싱가포르, 대만, 홍콩, 일본과 유사한 정도의 정답률을 나타냈을 것으로 추측된다. 실제로, 우리나라에서 근사값의 곱셈과 나눗셈의 교수학적 의미에 대해서 많은 문제 제기가 있었다. 이러한 문제 제기에 대한 논의의 결과로 현행 제7차 교육과정에서는 근사값의 곱셈과 나눗셈이 삭제되었다.

이러한 측면에서 제7차 교육과정으로 중학교 교육과정을 이수하고 있는 학생들이 검사 대상이 된 TIMSS-trends에서의 이 문항에 대한 우리나라 학생들의 응답 결과를 주목할 필요가 있다.

<예시문항 6>

다음 중 원의 어두운 부분이 나타내는 분수값을 포함하는 범위는?

① 0과 $\frac{1}{4}$ 사이
 ② $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{1}{2}$ 사이
 ③ $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{3}{4}$ 사이
 ④ $\frac{3}{4}$ 과 1 사이



국가	한국	싱가포르	대만	홍콩	일본
정답률 (%)	49.7	71.5	61.3	71.5	61.0

이 문항은 분수와 수 감각에 속하는 문항으로서 상위 25% 수준의 학생들이 그림으로 표현된 양을 분수로 어림할 수 있음을 나타낸다. 이 문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률은 49.7%로서, 다른 상위 4개국에 비해 매우 낮은 수준이다. 또한 우리나라 학생들의 68%가 국제 성취수준 상위 25%에 도달했다는 점을 감안한다면, 이 문항에 대한 심층적인 분석이 필요하다고 할 수 있다. 이 문항에서 우리나라 학생들의 30.2%가 보기 ④를 답으로 택하는 오류를 나타냈는데, 이러한 오류를 보인 학생들은 보기 ④에 제시되어 있는 분수 $\frac{3}{4}$ 으로 인해 혼란을 겪은 것으로 생각된다.

이 문항에 대한 낮은 정답률은, 다음에 제시될 <예시문항 7>과 비교하면 그 차이점이 분명

하게 드러난다. <예시문항 6>과 <예시문항 7>은 모두 분수와 관련된 문제이기는 하지만 문항의 구체적 내용에 있어서는 차이가 있다.

<예시문항 6>은 그림으로 표현된 부분에 대한 분수값의 어림을 요구하는 반면에, <예시문항 7>은 분수를 주고서 그 분수를 정확하게 그림으로 표현할 것을 요구하고 있다. 두 문항의 이러한 구체적 내용과 우리나라 학생들의 정답률을 관련지어 생각해 보면, 우리나라 학생들이 분수를 정확하게 표현하는 것과 같은 정확한 사고에는 강한 반면에 분수값을 어림하는 것과 같은 유연한 사고에는 취약하다는 것을 알 수 있다. 우리나라 학생들의 이러한 사고 경향은 교육과정과 관련하여 분석할 수 있다.

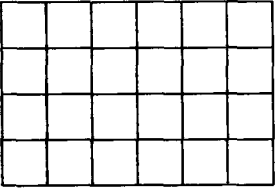
우리나라의 경우, 교육과정은 국가 수준에서 주도되며 지역 수준이나 학교 수준의 독특한 교육과정을 꾸리기는 현실적으로 어려운 상황에서, 국가 수준의 교육과정에서 다루어지지 않거나 소홀하게 다루어지는 주제에 대한 학생들의 수학적 능력은 저조할 수밖에 없다. 이미 <예시문항 1>에서도 언급하였듯이, 제6차 교육과정에서 어림은 소홀하게 다루어지는 주제이며, 다른 나라의 교육과정에 비해서도 소홀히 다루어지고 있다(나귀수 외, 2001). 교육과정의 포함 여부가 곧바로 학생들의 수학적 능력과 직결되는 우리나라의 상황에서 교육과정에서 어림이 소홀히 다루어지고 있다는 것은, 어림과 관련된 문제에 있어서 학생들의 낮은 성취와 곧바로 직결된다고 할 수 있다.

제7차 교육과정에서는 제6차 교육과정보다는 어림을 강조하고는 있지만, 어림 능력과 유연한 사고를 육성하기에는 여전히 부족한 수준이

라고 판단된다. 그러므로, 학생들이 충실한 어렵 능력을 양성할 수 있도록 교육과정과 교과서에서 어림을 더욱 풍부하게 지도할 필요가 있다.

<예시문항 7>

다음 모눈종이에 전체의 $\frac{3}{8}$ 만큼 빗금을 쳐라.



국가	한국	싱가포르	대만	홍콩	일본
정답률 (%)	81.3	89.4	80.5	87.2	78.2

이 문항은 상위 25% 수준의 학생들이 주어진 분수를 그림으로 표현할 수 있음을 보여준다. 이 문항은 직사각형 격자에 빗금을 칠해서 주어진 분수를 나타내는 문제로서, 주어진 영역의 $\frac{3}{8}$ 을 나타내도록 24개의 정사각형 중 9개의 정사각형에 빗금을 칠해야 하는 문제이다. 이 문항은 우리나라 제6차 교육과정의 5학년에서 다루는 내용으로서, 우리나라 학생들의 정답률은 81%로서 위의 <예시문항 6>의 정답률과는 많은 차이를 보인다.

3. 상위 50% 국제성취수준

<예시문항 8>

어떤 주차장에 자동차가 68열로 주차되어 있고, 각 열에는 92대의 자동차가 있다. 주차되어 있는 자동차의 전체 대수를 어렵 계산으로 구할 때 가장 적합한 식은 다음 중 어느 것인가?

① $60 \times 90 = 5400$ ② $60 \times 100 = 6000$
 ③ $70 \times 90 = 6300$ ④ $70 \times 100 = 7000$

국가	한국	싱가포르	대만	홍콩	일본
정답률 (%)	81.7	94.0	81.3	85.0	82.3

이 문항은 분수와 수 감각에 속하는 문항으로서 상위 50% 수준의 학생들이 두 수를 어렵하고 그 곱에 대해 가장 좋은 어렵값을 제시하는 식을 찾을 수 있음을 보여준다.

이 문항은 학생들이 반올림을 이해하고 있는지, 그리고 반올림을 이용하여 계산 결과를 어렵할 수 있는가를 묻는 문제이다. 우리나라 학생들의 91%가 국제성취수준 상위 50% 수준에 도달한 점을 고려하면, 이 문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률은 다소 낮으며, 어렵에 대해 우리나라 학생들이 취약하다는 것을 다시한 번 확인할 수 있다.

한편, 이 문항에 대한 우리나라 학생들의 정답률(81.7%)은 어렵과 관련된 <예시문항 1>에 대한 정답률(28.8%)과 대조를 이룬다.

<예시문항 1>은 우리나라의 제6차 교육과정과 교과서에서 소홀하게 다루는 주제와 관련된 문제로서, 초 단위로 제시된 시간을 분 단위로 어렵하여 덧셈을 해야 하는 자유반응형 문제이다. 반면에, <예시문항 8>은 일의 자리 수의 반올림을 요구하는 선다형 문제로 우리나라 교육과정에서 중점적으로 다루고 있다.

<예시문항 1>과 <예시문항 8>의 대조적인 정답률을 통해, 교육과정에서의 강조 정도가 우리나라 학생들의 성취도에 커다란 영향을 미친다는 것을 확인할 수 있다.

4. 하위 25% 국제성취수준

<예시문항 9>

691 + 209 의 값과 가장 가까운 계산은?	
① 600 + 200	② 700 + 200
③ 700 + 300	④ 900 + 200

국가	한국	싱가포르	대만	홍콩	일본
정답률 (%)	92.5	96.8	89.4	93.4	95.4

이 문항은 분수와 수 감각에 속하는 문항으로서, 하위 25% 수준의 학생들이 범자연수를 가장 가까운 백 단위의 수로 어렵할 수 있음을 보여주는 문제로서, 691과 208의 합이 700과 200의 합에 가깝다는 것을 어렵하는 문제이다.

이 문항을 국제성취수준 상위 50%의 <예시문항 8>과 비교해보면, 두 문항 모두 범자연수의 어렵과 관련된 문제이지만, <예시문항 8>은

상황과 결부되어 있는 곱셈과 관련된 문제인 반면, <예시문항 9>는 상황과 결부되어 있지 않는 덧셈과 관련된 문제이다. 이는 상황과 결부된 문제의 해결 능력이 학생들의 수학적 능력을 구분하는 한 가지 기준이 될 수 있음을 의미한다.

이상에서는 국제성취수준별 예시문항을, 우리나라 학생들이 미흡한 성취도를 보이는 문항을 중심으로 정답률, 오답 유형, 교육과정, 교과서와 관련하여 분석하였다.¹⁵⁾ 우리나라 학생들은 분수와 수 감각 영역의 어렵, 비율, 비례와 관련된 문제, 소수 세 자리수와 소수 두 자리수의 곱셈, 측정 영역의 직사각형의 둘레의 길이에 대한 세로의 길이의 비율, 측정 단위 L와 mL 등의 주제에서 낮은 성취도를 나타내는 것으로 분석되었다.

이러한 분석 결과는 TIMSS-R 본부에서 발표한 내용 영역별 성취도 결과와 일관되는 면이 있다. TIMSS-R 본부에서 발표한 보고서에 따르면, 우리나라는 분수와 수 감각 영역과 측정 영역에서 싱가포르에 비해 통계적으로 유의미하게 낮은 수준인 것으로 나타났다(Mullis 외, 2000).

다시 말해서, 전체적인 성취도에 있어서는 싱가포르와 통계적으로 유의미한 차이를 보이지 않지만, 분수와 수 감각 영역과 측정 영역에 있어서는 싱가포르에 비해 통계적으로 유의미하게 낮은 수준이라는 것이다.

이러한 결과는 우리나라 학생들이 분수와 수 감각 영역과 측정 영역에서 어렵, 비율, 측정 단위와 관련된 문항에서 예상 외의 낮은 성취도를 나타낸 데서 기인한다고 할 수 있다.

15) 내용 영역에 따른 상세한 국제성취수준별 수학적 능력이나 예시문항은 박정 외(2001)에 제시되어 있으므로 참고하기 바란다.

III. 요약 및 제언

본 연구는 TIMSS-R 국제성취수준에 따른 우리나라 학생들의 성취도의 특징을 교육과정과 교과서와 관련하여 살펴보는 데 그 목적이 있었다. 본 논문에서 분석된 우리나라 학생들의 수학 성취도 결과와 그 시사점은 다음과 같다.

첫째, 우리나라 중학교 2학년 학생들은 평균 587점으로 참가국 38개국 중에서 평균 604점을 나타낸 싱가포르에 이어 두 번째로 높은 성취도를 나타냈으며, 국제성취수준 상위 10%에 대한 우리나라 학생들의 도달 비율은 37%로, 싱가포르 46%, 대만 41%에 이어 세 번째이다. 이는 우리나라 전체 학생들의 평균적인 수학적 능력에 비해, 상위권 학생들의 수학적 능력은 다소 뒤쳐져 있으며, 특히 싱가포르와 비교해서 우리나라의 상위권 학생들의 수학적 능력은 상당히 뒤떨어져 있음을 의미한다. 이러한 결과는 수학적 능력이 높은 학생들에 대한 관심과 정책적 배려를 더욱 강화해야 함을 시사한다.

둘째, TIMSS-R 국제성취수준, 상위 10%, 상위 25%, 상위 50%, 하위 25%에 도달한 우리나라 학생들의 비율은 각각 37%, 68%, 91%, 99%이다. 이러한 결과로부터, 우리나라 학생들의 수학적 능력을 설명할 수 있는바, 37%의 학생들은 비정형적인 문제 상황의 본질을 파악하고 정보를 조직하여 일반화할 수 있다고 할 수 있다. 68%의 학생들은 분수, 소수, 기하학적 성질, 대수식을 포함한 복잡한 문제 상황을 해결할 수 있으며, 91%의 학생들은 도형의 기본 성

질과 간단한 대수 관계와 관련된 간단한 문제 상황을 해결할 수 있으며, 99%의 학생들은 범자연수를 더하고 빼고 곱할 수 있다고 할 수 있다.

셋째, 국제성취수준별 예시문항을 우리나라 학생들의 성취도가 미흡한 문항을 중심으로 살펴본 결과, 분수와 수 감각 영역의 어렵, 비율, 소수 세 자리수와 소수 두 자리수의 곱셈, 측정 영역의 직사각형의 둘레의 길이에 대한 세로의 길이의 비율, 측정 단위 L와 mL 등의 주제에서 낮은 성취도를 나타내는 것으로 분석되었다. 이는 어렵, 비율, 비례식의 지도와 관련되어 제6차 교육과정과 교과서가 가지고 있는 취약점이 그대로 반영된 결과라고 할 수 있다. 이와 관련하여 제7차 교육과정과 교과서를 살펴보면, 어렵과 어렵셈에 대한 내용이 이전에 비해서 강조되고 있지만, 풍부하고 의미 있는 상황과의 결합은 여전히 미흡한 상태에 있다. 또한, 비율의 지도에 있어서는, 제6차 교육과정과 교과서가 가지고 있는 약점이 제7차 교육과정의 교과서에서 거의 개선되지 않은 것으로 분석되었다.

본 연구를 통해 우리나라 학생들의 성취도가 미흡한 것으로 나타난 주제들에 대해서는 교육과정과 교과서에서의 개선이 필요하다고 생각된다. 본 연구의 범위를 넘어서는 것이므로 이 논문에서는 자세히 제시하지 않았지만, 예를 들어, MiC(Mathematics in Context) 교육과정과 교과서에서 비와 비율을 지도하는 방식은 우리나라와는 상당한 차이를 드러내고 있는 것으로 파악된다.¹⁶⁾

16) MiC 교육과정에 대한 더욱 자세한 정보는 인터넷 사이트 <http://mic.britanica.com>를 참고하기 바란다. MiC 교육과정과 교과서에서 비와 비율을 지도하는 방식을 우리나라의 교육과정과 교과서에서의 지도 방식과 비교·분석함으로써, 우리나라 학생들에 대한 비와 비율의 지도 방식에 대한 보다 구체적인 시사점을 이끌어낸다면 더욱 의미 있는 연구가 될 것이다. 그러나 본 연구는 여기까지는 나아가지 못하고 있으며, 이는 본 연구의 한계인 동시에 추후에 수행되어야 할 중요한 연구 과제이다.

제7차 교육과정과 교과서가 이전의 교육과정과 교과서의 미흡한 측면을 보완하고 개선한 측면은 매우 가치있고 존중받아야 하지만, 이와 더불어 외국의 교육과정과 교과서의 장점과 단점을 참고하여 더욱 바람직한 교육과정과 교과서를 개발하기 위한 시도는 지속적으로 이루어져야 할 것이다.

특히, 교육과정의 철학과 정신을 제대로 구현해낼 수 있는 교과서를 개발하기 위한 다각적인 연구와 실제적인 작업이 필요하다고 생각된다.

참고문헌

김성숙, 유준희, 서동엽, 이춘식, 임찬빈(1999). 제3차 수학·과학 성취도 국제비교 반복 연구 국내 평가 결과 분석 연구(중간보고서). 한국교육과정평가원.

박정, 홍미영, 나귀수, 김성숙(2001). TIMSS-R 국제성취수준에 따른 우리나라 학생들의 수학·과학 성취도. 한국교육과정평가원.

교육부(1994). 국민학교 교육과정 해설(Ⅰ)-총론, 국어, 수학-. 대한교과서주식회사.

교육부(1996a). 수학 3-2. 국정교과서주식회사.

교육부(1996b). 수학 4-1. 국정교과서주식회사.

교육부(1996c). 수학 4-2. 국정교과서주식회사.

교육부(1997a). 수학 5-1. 국정교과서주식회사.

교육부(1997b). 수학 5-2. 국정교과서주식회사.

교육부(1997c). 수학과 교육과정. 대한교과서주식회사.

교육인적자원부(2000a). 수학 2-가. 대한교과서주식회사.

교육인적자원부(2000b). 수학 2-나. 대한교과서

주식회사.

교육인적자원부(2001a). 수학 4-가. 대한교과서주식회사.

교육인적자원부(2001b). 수학 4-나. 대한교과서주식회사.

교육인적자원부(2002a). 수학 6-가. 대한교과서주식회사.

교육인적자원부(2002b). 수학 6-나. 대한교과서주식회사.

나귀수, 황혜정, 한경혜(2001). 수학과 교육목표 및 내용 체계 연구(Ⅱ). 한국교육과정평가원.

노국향, 최승현, 신동희, 이소영(2000). 2000년 OECD 학업성취도 국제비교 연구-읽기 수학 과학 영역을 중심으로-. 한국교육과정평가원.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Gregory, K. D., Garden, R. A., O'Connor, K. M., Chrostowski, S. J. & Smith, T. A. (2000). *TIMSS international mathematics report: findings from IEA's repeat of the third international mathematics and science study at the eighth grade*. Boston: Boston College, Center for the Study of Testing, Evaluation, and Educational Policy.

OECD & UNESCO(2003). *Literacy skills for the world of tomorrow: further results from PISA 2000*. <http://www.oecd.org>. <http://mic.bratanica.com>

〈부 록〉

1. TIMSS-R 참가국의 수학 성취도

순위	국가	평균(표준오차)	순위	국가	평균(표준오차)
1	싱가포르	604(6.3) ▲	21	뉴질랜드	491(5.2) ●
2	한국	587(2.0) ▲	22	리투아니아	482(4.3) ●
3	대만	585(4.0) ▲	23	이탈리아	479(3.8) ●
4	홍콩	582(4.3) ▲	24	사이프러스	476(1.8) ▼
5	일본	579(1.7) ▲	25	루마니아	472(5.8) ●
6	벨기에	558(3.3) ▲	26	몰디바	469(3.9) ▼
7	네덜란드	540(7.1) ▲	27	태국	467(5.1) ▼
8	슬로바키아	534(4.0) ▲	28	이스라엘	466(3.9) ▼
9	헝가리	532(3.7) ▲	29	튀니지	448(2.4) ▼
10	캐나다	531(2.5) ▲	30	마케도니아공화국	447(4.2) ▼
11	슬로베니아	530(2.8) ▲	31	터키	429(4.3) ▼
12	러시아 연방	526(5.9) ▲	32	요르단	428(3.6) ▼
13	호주	525(4.8) ▲	33	이란	422(3.4) ▼
14	핀란드	520(2.7) ▲	34	인도네시아	403(4.9) ▼
15	체코	520(4.2) ▲	35	칠레	392(4.4) ▼
16	말레이시아	519(4.4) ▲	36	필리핀	345(6.0) ▼
17	불가리아	511(5.8) ▲	37	모로코	337(2.6) ▼
18	라비타	505(3.4) ▲	38	남아프리카	275(6.8) ▼
19	미국	502(4.0) ▲			
20	영국	496(4.1) ●			

▲ 표시는 국제 평균보다 통계적으로 유의미하게 높은 국가를, ▼ 표시는 국제 평균보다 유의미하게 낮은 국가를, ● 표시는 국제 평균과 통계적으로 유의미한 차이가 없는 국가를 나타냄

2. TIMSS-R 참가국의 국제성취수준별 누적 비율

국가	상위 10% (표준오차)	상위 25% (표준오차)	상위 50% (표준오차)	하위 25% (표준오차)
싱가포르	46 (3.5)	75 (2.7)	93 (1.3)	99 (0.3)
대만	41 (1.7)	66 (1.5)	85 (1.0)	95 (0.6)
한국	37 (1.0)	68 (0.9)	91 (0.5)	99 (0.2)
홍콩	33 (2.3)	68 (2.4)	92 (1.5)	99 (0.6)
일본	33 (1.1)	64 (0.9)	89 (0.5)	98 (0.3)
호주	12 (1.8)	37 (2.7)	73 (2.4)	94 (0.8)
영국	7 (0.9)	24 (1.9)	58 (2.1)	89 (1.3)
체코	11 (1.4)	33 (2.1)	69 (2.3)	94 (1.1)
러시아 연방	15 (1.8)	37 (2.8)	72 (2.7)	94 (1.2)
네덜란드	14 (2.3)	45 (4.1)	81 (3.5)	96 (1.3)
슬로베니아	15 (1.2)	39 (1.4)	74 (1.4)	95 (0.7)
미국	9 (1.0)	28 (1.6)	61 (1.9)	88 (1.0)
핀란드	6 (0.9)	31 (1.7)	75 (1.5)	96 (0.5)
슬로바키아	14 (1.4)	40 (2.3)	78 (1.8)	96 (0.6)
캐나다	12 (1.1)	38 (1.5)	77 (1.3)	96 (0.6)
불가리아	11 (2.3)	30 (3.0)	66 (2.6)	91 (1.3)
뉴질랜드	14 (2.3)	45 (4.1)	81 (3.5)	96 (1.3)
벨기에	23 (1.4)	54 (1.7)	85 (1.4)	98 (0.7)
헝가리	18 (1.2)	41 (1.9)	74 (1.6)	94 (1.0)
라트비아	7 (0.9)	26 (1.8)	63 (2.0)	92 (1.0)
이탈리아	5 (0.7)	20 (1.4)	52 (2.1)	83 (1.4)
이스라엘	5 (0.6)	18 (1.3)	47 (1.8)	77 (1.9)
말레이시아	12 (1.4)	34 (2.4)	69 (2.2)	94 (0.8)
리투아니아	4 (0.7)	17 (2.0)	52 (2.4)	86 (1.8)
루마니아	5 (1.1)	19 (1.9)	49 (2.6)	80 (2.1)
마케도니아공화국	3 (0.4)	12 (1.0)	38 (1.9)	72 (1.8)
몰디바	4 (0.7)	16 (1.5)	45 (2.2)	81 (1.7)
요르단	3 (0.5)	11 (0.9)	32 (1.5)	62 (1.4)
태국	4 (0.8)	16 (1.8)	44 (2.6)	81 (1.6)
사이프러스	3 (0.4)	17 (0.8)	51 (1.1)	84 (0.8)
이란	1 (0.2)	5 (0.8)	25 (1.7)	63 (1.5)
인도네시아	2 (0.4)	7 (0.9)	22 (1.4)	52 (2.2)
터키	1 (0.3)	7 (1.0)	27 (1.9)	65 (2.0)
칠레	1 (0.5)	3 (1.1)	15 (1.8)	48 (2.0)
필리핀	0 (0.1)	1 (0.5)	8 (1.4)	31 (2.5)
튀니지	0 (0.1)	4 (0.5)	32 (1.6)	80 (1.3)
남아프리카	0 (0.2)	1 (0.4)	5 (1.0)	14 (2.0)
모로코	0 (0.0)	0 (0.2)	5 (0.4)	27 (1.1)

Korean students' mathematics achievement according to the TIMSS-R international benchmarks - focused on the relationship with mathematics curriculum and text -

Na, Gwi Soo (KICE: Korea Institute of Curriculum & Evaluation)

This study intends to examine the characteristics of Korean students' mathematics achievement according to the TIMSS-R International Benchmarks in the relation with mathematics curriculum and text. The concrete contents of this study are as followings. First, we consider the Korean students' mathematical abilities according to the TIMSS-R international benchmarks classified into Top 10% Benchmark, Upper Quarter Benchmark, Median Benchmark, and Lower Quarter Benchmark. Second, we examine the present correct and the error-types of Korean students on the anchor items of such benchmarks. From these examinations, we grasp the mathematical titles that Korean students showed insufficient performance and lead the educational implications.

핵심어: TIMSS-R International Benchmarks(TIMSS-R 국제성취수준), mathematics achievement(수학성취도), mathematics ability(수학적 능력), mathematics curriculum and text(수학 교육과정과 교과서)