大韓數學敎育學會誌 數學敎育學硏究 第 13 卷 第 3 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XIII, No.3, 351-364. August 2003

Clairaut의 〈기하학 원론〉에 나타난 역사발생적 원리에 대한 고찰

장 혜 원*

Clairaut의 <기하학 원론>은 Euclid의 <원론>의 논리-연역적인 전개 방식에 대항하여 역사발생적 원리에 입각하여 쓰여진 최초의 기하 교재이다. 본 논문은 <기하학 원론>을 고찰함으로써 Clairaut가 생각한 역사발생적 원리를 파악하고, 아울러 학교 수학에의 적용 방안을 탐색하는 것을 목표로 한다. 이를 위해, <기하학 원론>의 내용 전개 방식으로부터 저자의 기본 아이디어에서 비롯된 다섯 가지 특징을 추출한다: 필요에 의한 기하의 출현, 실생활 문제 해결을 통한 접근, 초보자에게 자연스런 방법으로서 직관적 요소와 논리적 요소의 조화, 기본 원리의 파악, 활동적 원리의 구현. 이러한 특징은 Clairaut의 역사발생적 원리를 구체적으로 드러내며, 기하 영역의 교재 구성 및 교수 실제를 위한 시사점을 제공한다. 그리고, 학교 기하에서 매우 유용한 두 개의 정리를 예로 들어 그의 역사발생적 원리를 재음미한다.

Ⅰ. 머리말

수학 인식론에 있어, 완성된 논리-연역 체계로서의 수학과 인간 활동의 산물로서 만들어져 가는 과정 중의 수학을 대별하는 것은 새로운 것이 아니다. 수학에 대한 관점의 차이는 수학을 가르치는 교수-학습 방법에서의 차이를 야기시키며 그 구체적인 모습이 드러나는 수학 교재의 전개 방식 또한 차별화한다. 전자의 특징을 파악하는 것은 Euclid의 <원론> 및 그것을 본보기로 삼는 많은 수학 교재에 힘입어 어렵지 않다. 후자의 관점은 배를 만들기 위해 적분 개념으로의 모델링을 이용한 Archimedes로부터 비롯된 것으로 실세계 문제 상황 속에서 수학의 응용력을 강조하는 입장이며, 그러한 입장에서 수학을 지도하는 원리로 간주되는 것 중의 하나가 바로 발생적 원리이다. 발생적 원리에 따라 수학 교재를 구성할 때 대원칙은 인간의 정신에 자연스럽도록 전개한다는 것이다. 다만 자연스럽다는 것의 기준을 역사발생에 둘 것인가, 주체의 심리발생에 둘 것인가에 따라 구별가능하며, 전자를 역사발생적 원리라 부른다.

따라서 수학교육에서 역사발생적 원리는 어떻게 아동이 수학을 잘 학습하도록 할 수 있는가하는 문제에 대한 해법을 수학의 역사로부터 찾는다. 그 방법에 있어서는 차이가 있을지언정 수학 교수-학습 방법에 대한 수학사의 중요성은 Poincaré, Toeplitz, Klein, Freudenthal, Arcavi, Brousseau등에 의해 인식되어 왔으며, 그들은 수학을 학습하는 가장 좋은 방법이 역사발생적 원리라고 여겼다. 역사발생적 원리에 따르면, 수학 학습 과정은 수학의 역사적 발달

* 한국수학사학회, chwlyon@yahoo.com

과정에서 보여 주듯이 소박하고 직관적인 관념으로부터 출발하여 점차적으로 형식화 경험을 통해 완성된 연역 체계에 도달하는 것이 자연스러우며, 그 과정에서 수학자들이 당면했던 어려움을 학습 장애로서 경험할 것임을 예측할 수 있기 때문에 수학사를 통해 그것을 파악하고 학생들에게 그것을 극복하기 위한 도움을 주는 것은 중요한 교수 활동이다. 그러한 학습 장애의 제거를 이유로 엄밀한 논리적 추론을 따르게 하는 것은 부자연스럽고 학습자를 질리게 하는 결과를 초래할 뿐이다.

Euclid의 연역적인 방법에 대항하여 분석적, 발생적 원리가 수학교육 원리로 등장한 것은 16세기까지 거슬러 오르지만, 수학 발달사를 근거로 하여 학습 내용과 활동을 조직하는 역사발생적 원리를 최초로 구현한 교재는 Clairaut의 <기하학 원론(Eléments de Géométrie)>이다(Steiner,1988). 역사발생적 원리의 태동이 Euclid의 <원론>에 대해 가해진 많은 비판에 기인한다는 점을 고려할 때, Clairaut의 교재 전개 방식은 수학교육을 연구하는 이들에게 무한한 호기심을 자극할 것이다. 이에 본고는 <기하학 원론>의 구체적인 내용 및 기본 아이디어에 대해 고찰함으로써 저자가 의도하는 역사발생적 원리를 파악하는 것을 목표로 한다.

II. Clairaut와 〈기하학 원론〉의 기본 아이디어

앞서 말했듯이, 1741년 A.C. Clairaut(1713~1765)에 의해 저술된 <기하학 원론>은 역사발생적 원리에 근거한 최초의 기하 교재라는 의의를 지닌다. Clairaut는 이러한 역할을 수행할 만한 천부적인 능력을 지녔고, 특히 수학자인 아버지 Jean-Baptiste Clairaut의 영향 아래, 어려서부터 수학과 언어에 탁월함을 보였다. 20세라는 나이 제한이 있었음에도 불구하고 왕의 권한으로 18세의 나이에 과학 아카데미의 회원이 되었으며 수많은 천문, 수학 논문과 저서를 낸 것으로 알려진다. 그가 <기하학 원론>을 저술한 의도는 기존 기하 교재의 전개 방식의 문제점을 의식하고 그에 대한 대안을 마련하고자 한 것이다. 기존 기하 교재에 대한 그의 비판은 두 가지로 생각할 수 있다. 하나는 Euclid 기하에 대한 것으로, <원론>의 논리-연역적 전개 방법은 무미건조하고 학습자를 질리게 만들기 때문에 학습하기 어렵다는 것이다:

> 기하 그 자체가 추상적일지라도, 기하에 열중하기 시작하는 사람들이 느끼는 어려움은, 매우 종종 그것이 Euclid의 <원론>[1]에서 지도되는 방식에서 비롯됨을 인정해야 한다. 그 책에서는 항상 아주 많은 수의 정의, 공리, 공준, 예비적 원리로 시작하며, 그것들은 독자에게 무미건조한 것만을 약속하는 듯하다. 잇따라 오는 명제는 정신을 보다 흥미로운 대상에 고정시키지 못하고, 특히 파악하기 어려우므로, 초보자들은 그들에게 가르치고 싶은 것에 대한 어떠한 분명한 아이디어도 갖기 전에 지치고 질리게 되는 것이 보통이다.(p. IX)[2]

다른 하나는 명제를 제시한 후 그 명제의 응용을 다룸으로써 기하의 유용성을 통해 Euclid의 방식을 개선하려는 노력에 대한 것으로, 그 경우 역시 정리가 응용에 선행하므로 정신이 형식적 학습의 무미건조함을 참아내는 고통을

1) 원문에는 '보통의 원론'이라 되어있지만 결국 Euclid의 <원론>을 지칭한다.
2) 이하 인용문의 쪽수는 <Les Maîtres de la pensée scientifique> 전집의 한 권으로 1920년에 재발행된 <Eléments de géométrie>를 참조한 것이다.

겪은 후에만 응용을 통해 의미를 파악할 수 있으므로 역시 어렵다고 비판한다:

> 기하 학습에 자연스럽게 부착된 이러한 무미건조함을 구하기 위해, 몇몇 저자들은 각각의 본질적인 명제에 이어 실세계에서 그것이 이용 가능함을 제시할 것을 구상했음이 사실이다. 그러나 그렇게 함으로써 그들은 기하의 유용성을 입증하지만, 기하의 학습 방법을 아주 용이하게 하지는 못한다. 각 명제는 항상 그 활용 이전에 오기 때문에, 정신은 추상적인 아이디어를 파악하는 수고를 겪은 후에만 의미 있는 아이디어로 돌아온다.(pp. IX-X)

양자에 대한 그의 대안적인 전개 방법이 바로 필요에 따른 발생적 방법이다:

> 나는 기하의 기원에 대한 몇 가지 생각을 통해 초보자들을 흥미롭게 하고 계발하는 두 가지 이점을 통합하면서 이러한 불편함을 피할 것을 희망하였다. 나는 이 과학이 다른 모든 과학처럼 점차적으로 형성되어야 하며, 첫발을 내딛도록 했던 것은 진정으로 어떤 필요였고, 그렇게 했던 사람들이 바로 초보자였으므로 이 첫발은 초보자의 범위를 벗어날 수 없었다고 생각했다.(p. X)

위의 인용문에서 알 수 있듯이 그가 독자로 여긴 대상은 기하 초보자이다. 실제로 기하의 기본 개념을 획득하고자하는 Châtlet 공작에게 기하학의 기초를 가르치기 위해서 썼다는 이 교재는 상식과 기초 산술 능력만 있으면 쉽게 이해할 수 있도록 일상 언어로 쓰여있다. 수학사에서 첫 발견이 이루어진 그 당시 발견자들 자신이 바로 초보자였으므로 그들이 경험한 방식, 즉 필요에 의해 시작하고 점차적으로 형식화하는 수학 전개는 훗날의 초보자인 수학 학습자에게 흥미를 유발시키고 학습을 용이하게 한다는 아이디어이다.

이 때 "필요"는 구체적으로, 토지 측량이다. 그는 기하가 토지를 측정하기 위해 발생했다는 역사적 설명과 관련하여, 토지 측량이라는 필요에 근거하여 기하의 여러 개념과 명제들을 자연스런 방식으로 전개하고 있다.

Clairaut가 Euclid의 <원론>을 "보통의 원론"이라 칭할 정도로 그것이 학문의 전형으로 간주되던 상황에서, Clairaut의 의도는 수학의 전개 방식에 충분히 반영되지 못하였다고 평가되지만, 그가 진리를 모호하게 하고 독자를 질리게 한다고 평한 Euclid의 <원론>에 대한 대안으로서 기하에 대한 새로운 접근 방식을 시도했다는 점은 높이 살 만하다.

III. 〈기하학 원론〉의 구성 및 전개 방법

<기하학 원론>은 두 권의 책으로 구성되는데 그 중 I권은 평면기하, II권은 원과 입체기하의 내용을 담고 있다. 본고에서 주로 다루어지는 I권은 1, 2부로 나뉘어 제 1부에서는 "토지를 측량하기 위해 사용한 가장 자연스러웠던 방법", 제 2부에서는 "다각형을 비교하는 기하학적인 방법에 대하여"라는 주제 하에 각각 75개, 28개의 절에서 기하학 명제들을 다룬다. 주요 내용은 길이, 넓이의 측정 방법, 수직과 평행선, 기본 도형과 그 측도, 합동과 닮음, 각, 비와 비례, 통약불가능성, 측정 오류의 수정, 기본 도형의 작도, 도형의 변환(합과 분할) 등으로, 기하의 가장 기본적인 대상 및 그 성질에 관한 것들이다. 한편 II권은 3, 4부로 나뉘어, 제 3부에서는 "원형 도형의 측정과 그 성질에 대하여"라 하여 원 관련 성질을, 제 4부에서는 "입체와 그 표면을 측정하는 방법에 대

하여"라 하여 입체 도형에 관한 것을 다룬다.

상응하는 내용이 Euclid의 원론 속에서도 발견되는 기하학의 명제들을 다만 발생적 원리에 따라 전개한다는 데 의미가 있다. 보다 구체적으로, 측정 원리를 발명가가 고안했음직한 경로를 따라 초보자로 하여금 발견하도록 한다는 아이디어이다:

> 이 책에서 발명가의 것일 듯한 경로를 좇기 위해, 나는 우선 토지와 접근 가능 또는 불가능한 거리 등의 간단한 측정을 위해 의존할 수 있는 원리들을 초보자로 하여금 발견하도록 하는 데 착안한다. 그것으로부터 다른 탐구로 넘어가는데, 후자는 전자와 어찌나 유사한지 모든 사람들이 지닌 자연스런 호기심은 그들을 거기에 집착하도록 이끈다. 그리고 이어 몇 가지 유용한 응용을 통해 이 호기심을 정당화하면서, 기본 기하가 지닌 가장 흥미로운 모든 것을 주파하도록 하는 데 이른다.(p. XI)

이 방법의 이점을 두 가지 측면에서 옹호하는데, 하나는 기하의 적용가능성에 관련하여 기존 기하 전개의 응용 없는 무미건조함을 보완하는 것이며, 다른 하나는 탐구 및 발견 능력과 관련하여 인간의 정신으로 하여금 탐구하고 발견하는 데 익숙하게 하는 것이다. 특히 후자는 명제를 완성된 정리의 형태로 제시하는 것을 피함으로써 추구된다:

> 내게는 이 방법이 적어도 응용 없는 기하 진리의 무미건조함에 의해 싫증날 수 있는 사람들을 격려하기에 적합하다는 것을 누구도 부정할 수 없을 것 같아 보인다. 그러나 나는 이 방법이 보다 중요한 또 다른 유용성을 지니길 바란다. 그것은 이 방법이 정신으로 하여금 탐구하고 발견하는 데 익숙하게 한다는 것이다. 왜냐하면 나는 어떠한 명제도 정리, 다시 말해 그것을 발견하는 데 어떻게 이르렀는지 알려주지 못하고 이러저러한 진리가 무엇인지를 증명하는 명제의 형태로 주는 것을 조심스레 피하기 때문이다.(pp. XI-XII)

Ⅳ. 역사발생적 원리에 따른 전개 방법의 특징 및 학교 수학에의 적용

이미 지적했듯이 이 책의 전개 방식은 수학자가 발견한 정리의 완성품을 제시하는 것이 아니라 그것에 도달하기 위해 거친 발견 과정을 독자로 하여금 경험하게 하려는 의도가 뚜렷하다. 그것이 바로 이 책을 역사발생적 원리에 입각한 최초의 기하교재로 간주하는 이유이기도 하다. 이제 내용 전개 방식의 몇 가지 특징을 추출할 것인데, 이것은 역사발생적 원리의 구현이라는 대원칙의 파생물로 볼 수 있다. 그리고 Clairaut가 독자에게 발견 과정을 경험하게 한다는 의도를 살려서, 학습자에게 동일한 경험을 할 수 있도록 학교 수학에 적용 가능한 방안을 아울러 모색한다. 학교 수학에서 다루는 기하 내용 및 전개 방식의 많은 부분이 Euclid의 전개 방식을 근거로 한다는 사실을 상기한다면, 그에 대항한 Clairaut의 의도가 학교 수학에서 어떻게 구현될 수 있는가를 생각하는 것은 중요하고 흥미로운 과제일 것이다.

1. 기하학의 발생은 필요에 의한 것이다.

Clairaut를 인용하여, 기하의 출발은 필요에 의한 것이고 특히 'geometry'라는 용어의 어원에서 드러나듯이 토지 측량과 관련한 문제였음을 확인할 수 있다:

> 첫발을 내딛도록 했던 것은 진정으로 어떤 필요였고…(중략)…내게 토지 측량은 기하의 첫

명제들을 탄생시키는 데 가장 적절했던 것으로 보였다. 그리고 사실상 그것이 이 과학의 기원이다. 왜냐하면 기하는 토지의 측량을 의미하기 때문이다.(p. X)

뿐만 아니라 개념이나 명제를 목표 지식 또는 증명의 대상으로 제시하는 것이 아니라, 그 개념 및 명제가 요구되는 상황을 설정하여 그 필요성을 역설함으로써 독자를 안내한다. 예를 들어 삼각형의 결정 조건을 도입하기 위해서 장애물이 있어 직접 측정이 불가능한 토지 모양을 평평한 곳으로 옮겨 그려야 할 필요나, 삼각형의 닮음을 도입하기 위해 너무 커서 직접 측정하거나 다루기 어려운 토지 모양을 작게 그려서 측정할 필요를 설명하는 것이 그것이다.

도형의 닮음을 전개하기에 앞서 다음과 같이 설명한다:

내부에 선을 긋지 못하는 토지를 측량하기 위해 방금 했던 방법은 종종 실행 상 큰 어려움을 야기시킨다. 측정하고자 하는 토지를 이루는 삼각형과 합동인 삼각형을 그리기에 충분히 큰 한 덩어리의 자유로운 공간을 발견하기란 드물다. 그리고 찾았다할지라도 삼각형의 변의 거대한 길이는 조작을 매우 어렵게 할 수 있다. 한 직선으로부터 불과 500미터만 떨어져도 그 지점에서 수선을 내리는 것은 지극히 고된, 아마도 실행 불가능한 작업이다. 따라서 이 거대한 조작을 보충할 방법을 갖는 것이 중요하다.(p. 33)

그래서 도형을 작게 그릴 필요가 있고, 이 필요를 충족시키기 위해 도형의 닮음 개념이 도입된다. 평행선을 도입할 때에도 마찬가지로 그것이 요구되는 상황을 제시하며 시작한다:

성벽, 운하, 도로와 같은 건설 공사에서 평행선, 즉 그 간격이 어디서나 같은 길이의 수선이 되는 위치의 직선들을 그려야할 필요가 있다.(p. 9)

또한 임의 모양의 도형에 대한 측정법을 다음과 같이 도입한다:

측정해야하는 도형이 직사각형처럼 항상 반듯한 것은 아니지만, 종종 그 넓이를 알 필요가 있다. 때로는 반듯하지 않은 땅 위에 세운 건물의 면적을 결정하는 것에 관한 것이며, 때로는 불규칙하게 경계지어진 땅이 몇 평인지 알고자 할 때이다. 따라서 직사각형의 넓이를 결정하는 방법에 직각으로 이루어지지 않은 도형을 측정하는 방법을 첨가할 필요가 있다.(pp. 11-12)

학생들이 수학 학습시 당면하는 당혹감 중 하나가 최초에 그러한 개념이나 명제를 왜 생각하게 되었는가 하는 것이고, 그에 대한 답을 Clairaut의 역사발생적 원리에 입각해서 준다면 "필요하니까"이다. 물론 Euclid <원론>의 전개도 필요에 의한다. 다만 "다음에 나오는 명제의 증명을 위해서 필요하다"는 차이가 있다.

학교 수학에서 현행 교육과정에 따라 증명이 처음 등장하는 8단계의 기하 영역에는 여러 정리 및 그 정리의 증명에 필요한 개념과 성질들(Euclid식 전개)이 대거 출현하지만, 그 출현 이유(Clairaut식 전개)에 대한 언급 없이 곧바로 제시되고,[3] 제시된 성질들은 보통 삼각형의 합동 조건을 이용하여 증명되고, 일단 증명을 통과하면 정리로 인정되어 그 활용 문제를 푸는 활동으로 이어진다. 이러한 상황에서, Clairaut가 의도한 필요를 학생들에게 경험하도록 하는 문제 상황을 마련해줌으로써 학습의 긍정적인 동기화가 가능하리라 생각된다. 구체적인 방법

3) 반면, 개념이나 성질 자체를 설명하기 위한 문제 상황은 종종 이용되고 있다.

은 Clairaut가 제시한 것을 그대로 적용해도 무리가 없을 듯하다. 예컨대 삼각형의 결정조건과 아울러 합동이나 닮음을 도입할 때, 삼각형 모양의 땅을 측정하고자 하는데 내부에 연못이나 산과 같은 장애물이 있거나 또는 너무 거대해서 직접 측정이 곤란한 상황을 제시하고, 이러한 문제를 해결하기 위해 원래의 삼각형을 평평한 땅 위로 그대로 또는 더 작게 옮겨 그려야 할 필요성을 느낌으로써 다음에 등장할 명제에 대해 그 출현 이유나 의미, 활용을 생각할 수 있도록 하는 것이다.

그러나 Clairaut는 일상에서의 유용성 및 필요와는 별도로 초기 기하학자들이 자신의 발견을 보다 깊이 연구하도록 자극한 중요한 동기로서 인간 본연의 호기심 또한 놓치지 않는다.(p. 67)

2. 실생활 문제 상황의 해결 방법으로서 접근한다.

Clairaut의 입장에서 기하학의 필요는 논리적인 인과관계가 아니라 실생황 맥락의 필요이므로, 첫 번째 특징과 같은 맥락에서 수학의 응용력을 입증하는 이 특징은 발생적 원리의 기본 요건이라 할 만하다. 1.에서의 인용문은 모두 이 특징을 담고 있음을 확인할 수 있다.

오늘날 학교수학에서 이 원리를 구현하려는 노력은 역사발생적 원리를 언급하지 않더라도 부단히 추구되는 사항 중 하나이다. 특히 획득된 수학적 지식을 이용하여 실생활 문제를 푸는 사후 적용이 아니라 실생활 문제에서 출발하는 수학적 모델링과 관련한 측면을 말한다. 이 특징은 현실주의 수학교육에 입각한 수학교과서 Mathematics in contexts와 같은 교재에서 실생활 문제 중심의 전개 방식을 통해 검토될 수 있다.

3. 초보자에게 자연스러운 방식을 택한다.-직관적 요소와 논리적 요소의 조화

제 1부 1절에서 '일종의 자연 기하(une sorte de Géométrie naturelle)'라고 부를 만큼 자연스런 전개 방식을 추구한다. Euclid의 원론에 대한 많은 비판의 근원이 정의, 공리, 정리로 이어지는 논리적 추론 방식인데, 그것은 따지기 좋아하는 소피스트에 대항하기 위한 것이지 초보자들이 학습하기에 적절한 절차는 아니라는 것이다. 사실 기하는 도형을 다루는 시각적인 특성에 기인하여 직관적인 의미가 매우 두드러진다. 엄밀한 증명은 할 수 없지만 직관적으로 의미를 파악할 수 있는 개념과 성질이 풍부함을 부인할 수 없다.

개념이나 명제를 자연스런 방식으로 도입하는 대원칙은 책의 곳곳에서 확인된다. 예를 들어 수직의 개념은 '어느 쪽으로도 기울어지지 않고 내린 직선'이며, 각은 '한 직선이 다른 직선에 대해 기울어진 것'이다. 이것을 현행 교과서에서 양자를 정의한 내용, '두 직선의 교각이 직각'과 '한 점에 시작하는 두 반직선으로 이루어지는 도형'(고성은 외, 2001)과 비교하면 그 특성은 더욱 뚜렷이 드러난다.

또 다른 예로서 이등변삼각형의 두 밑각이 같음을 설명하는 방식은 이러한 특징을 잘 드러낸다:

XXXI

이등변삼각형은 두 변이 같은 삼각형이다. - 이 두 변이 밑변과 이루는 각은 서로 같다.

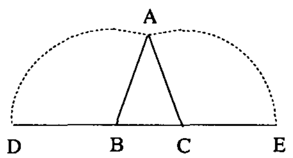


Fig. 31

삼각형 ABC(fig. 31)의 세 변 중 밑변 BC만 측정할 수 있고 이 삼각형이 이등변삼각형, 즉 두 변 AB와 AC가 같다는 것을 안다면, 두 각 ABC, ACB중 하나를 측정하는 것으로 충분함이 분명하다. 왜냐하면 다른 하나는 그것과 같기 때문이다.

삼각형 ABC의 두 변 AB, AC를 우선 밑변 BC의 연장선인 BD와 CE 위에 누인 다음, 점 A에서 그 끝점들을 다시 만나게 하기 위해 일으켜 세운다고 가정할 때, 어떤 일이 일어날까 생각하여 보면 그 이유를 쉽게 알 수 있다. 왜냐하면 두 변이 같다는 사실은 하나가 다른 하나보다 더 나아가는 것을 방해하기 때문이다. 따라서 그것들은 연결되면서 밑변 BC에 같게 기울어져 있다. 따라서 각 ABC는 각 ACB와 같다.(pp. 30-31)

결국 두 변을 뉘였다가 일으켜 세우는 정신적 조작이 타당성의 근거가 된 것이다. 이것은 중등 수준에서 삼각형의 합동을 이용한 연역적인 증명과는 비교할 수도 없고, 초등 수준에서 두 각을 서로 맞대어 반으로 접어보는 실제적인 조작에 의한 확인에 비해서도 지나치게 직관적이라는 의견이 있을 법하다.

Clairaut 자신도 두 가지 질책, 즉 눈으로의 확인에 지나치게 의존한다는 것과 수학적으로 엄밀한 증명을 소홀히 한다는 것에 대해 염려하였다. 그러나 그에게 수학적 엄밀성보다 더욱 중요한 것은 인간의 정신에 거스르지 않는 자연스러움이었던 것이다.

그에 따르면, '만나는 두 원은 같은 중심을 갖지 않으며, 다른 삼각형으로 둘러싸인 삼각형의 변의 합은 둘러싼 삼각형의 변의 합보다 작다'는 것은 결코 놀라운 사실이 아니며 증명을 필요로 하지 않는 명제이다. 그러나 Euclid는 가장 분명한 진리를 거부하는 것을 자랑으로 삼았던 소피스트들을 설득시켜야 할 필요에 의해 그것을 증명해야 했고 기하는 논리와 동일시되었다. 중요한 것은 오늘날 우리의 학생들은 그러한 소피스트를 만날 기회가 없다는 것이다.

이러한 Clairaut의 의도를 중학교 기하 영역에 반영하고자 한다면 증명 없이 보다 직관적으로 접근할 만한 내용에 대해서는 그렇게 하는 것이다. 예를 들어, '맞꼭지각의 크기가 서로 같다'는 성질[4]은 직관적으로 자명하다. 특히 <기하학 원론>에서의 각의 정의를 따른다면, 한 직선이 다른 직선에 대해 기운 정도를 두 직선의 교점의 양쪽에서 모두 생각할 수 있으므로 추론 없이도 직접 볼 수 있는 성질이다. 마찬가지로 평행선에서 동위각의 크기가 같다는 성질도 측정으로 확인할 필요 없이 직관적으로 파악할 수 있다.

반면에 Clairaut가 초보자의 정신에 어울리는 직관적 파악을 중시한 것을 사실이지만, 그렇다고 해서 전적으로 직관에만 의존하여 기하 내용을 전개한 것은 아니다. Cliaraut 자신이 항변하듯 '사람들이 별로 주목하지 않는 진리가 발견되는 명제에 대해서만 가볍게 지나친다는 사실'을 주목할 때, 그의 전개는 정당한 추론과 직관적인 요소를 결합함으로써 정신의 자연스런 절차에 맞도록 하는 것이 목표이다:

Clairaut는 순수하게 논리적인 기초 위에 기본 기하를 세우려는 실험적인 가치를 포기하고 이 주제를 제시하기 위해 습관적으로 사용하는 현학적이고 난해한 수단을 버리면서, 우아하고 정확한 형태로 추론의 완전한 정당함을 갖추고 가장 중요한 기하 진리를 전개하기 때문이다. 가장 행복한 방식으로 논리적인 요소와 직관적인 요소를 결합함으로써, 그의 기하학은 늘 꿈

4) 현행 교과서(고성은 외, 2002, p.43)에서는 8-나 단계에서 직선이 180도 임을 이용하여 '두 직선이 한 점에서 만날 때, 맞꼭지각의 크기는 같다'는 성질을 엄밀하게 증명한다.

꿔온 대로, 기묘한 특성을 잃고 정신의 자연스런 절차에 잘 따르게 된다.(p. VIII)

또 기하의 진보에 기여했던 것은, 없다면 정신이 결코 만족하지 못하는 이러한 엄밀한 정확성에 대해 자연스럽게 갖는 취향이다.(p. 67)

이와 같은 그의 생각은 수선을 올릴 때 시행착오의 부적절함이나 측정 오류를 보완해야 할 필요성을 설명하는 부분에서도 알 수 있다:

점 D를 구하기 위해 시행착오하면서 찾을 수도 있다. 그러나 시행착오는 정신을 만족시키지 못한다. 명확히 하는 방법을 원한다.(p. 5)

이미 말한 바와 같이, 실제로 각은 정확하게 측정되는 것이 중요하기 때문에, 가장 완전한 도구일지라도 그것으로 재는 것에 만족해서는 안된다. 필요하다면 수정하기 위해 그 측도를 확인할 수단을 다시 찾아야 한다.(p. 56)

따라서 Clairaut를 잘 이해하려면, 초보자에게 자연스러운 방식으로서 직관적 파악을 중시하지만 정당한 추론이라는 논리적 요소를 간과하지 않고 양자를 조화시키려는 의도가 있었음을 놓쳐서는 안 될 것이다.

4. 초보자로 하여금 원리를 파악하도록 한다.

일반적으로 초보자를 위한 학습 내용은 원리지향적이라기보다는 구체적이고 특수한 사례 위주가 되어, 나무를 보지만 숲을 보지 못하는 경우가 잦다. 이러한 통념과는 달리, Clairaut는 초보자의 정신에 어울리는 전개 방식을 피력하면서도 '간단한 측정이 의존할 수 있는 원리들을 초보자로 하여금 발견하도록(p.XI)' 한다는 생각을 구현하고 있다. 그 생각이 잘 드러나는 부분이 바로 닮음에 관한 내용이다. 1부와 4부에서 다루어지는 도형의 닮음 개념은 Euclid의 전개 양식과 뚜렷이 비교되어지는 부분이기도 한데, Euclid의 경우에 정의와 정리에 기초하여 잇따라 나오는 명제를 증명하는 방식으로 논리적인 고리를 연결해 나가다보면 단계마다 논리적 엄밀성은 보장되지만 전체적으로 담겨있는 원리를 파악하기는 어렵고 의도되는 것 같지도 않다. 그러나 Clairaut는 닮음의 필요성, 닮음의 직관적 정의와 형식적 정의, 닮은 도형의 작도법, 닮음을 이용한 등분 및 비례관계의 변 작도, 닮은 삼각형의 넓이의 비, 닮은 도형의 성질 등에 대해 설명한 다음, 결국에는 다음과 같은 닮음에 관한 대원리를 제시한다:

닮은 도형에 대해 말한 모든 것은 다음의 유일한 정리로 환원될 수 있다: 닮은 도형들은 그것이 구성되는 척도에 의해서만 구별된다.(p.46)

이것은 닮음비를 대응변의 길이의 비로 정의하는 학교 수학의 방식과는 구별된다. 대응변의 길이의 비라는 관점은 동일 척도로 측정할 때 도형에 포함되는 척도의 개수의 비를 말하지만, Clairaut는 각 도형을 구성하기 위해 이용하는 서로 다른 척도를 생각하여 자신의 척도를 같은 수만큼 갖되, 다만 척도 자체가 다르므로 척도의 비에 주목한다는 아이디어를 위 인용문에서처럼 '척도에 의해서만 구별된다'고 표현한 것이다. 이 원리는 넓이의 비와 부피의 비에도 그대로 적용되어 각각은 척도의 차원이 바뀌어 정사각형, 정육면체가 되었을 뿐 동일한 원리로 설명되어 각 평면도형과 입체도형을 구성하는 척도간의 비로 이해될 수 있다. 즉, 닮은 두 평면도형은 그것을 구성하기 위해 이용되는 두 정사각형 척도를 각각 같은 개수만큼 가지므로 넓이의 비는 척도인 두 정사각형

의 비이며, 곧 길이 척도의 제곱비가 성립하게 된다. 마찬가지로 닮은 두 입체도형의 부피의 비도 같은 개수가 포함되는 서로 다른 두 정육면체 척도로 생각하면, 길이 척도의 세제곱비가 된다는 것이 같은 원리로 설명된다. 그리하여 오늘날 학교 수학의 닮음비 개념인 닮은 도형의 대응변의 길이의 비가 같다는 성질은 위의 원리로 닮음을 설명한 다음에, 삼각형의 닮음으로부터 유도되는 부수적인 성질로 다루어진다.

Clairaut는 초보자로 하여금 닮음의 원리를 파악하도록 유도함으로써, 닮음 개념 및 그로부터 파생되는 다양한 성질에 대해 전반적인 이해를 도와주고자 하는 것이다. 닮음 원리의 기본 생각인 척도를 달리한다는 아이디어는 넓은 땅에서의 도형을 종이 위에 작게 그릴 때 훨씬 작은 다른 척도를 이용한다는 자연스러운 생각에 기초한 것이다. 예를 들어 땅에서 10걸음이었으면 종이 위에 10엄지를 그리면 되므로 이 경우의 두 척도인 걸음과 엄지 사이의 비만 생각하면 되는 것이고, 이러한 생각은 초보자에게 어렵지 않게 파악될 수 있으면서도 닮음의 개념을 포괄적으로 설명할 수 있는 원리로 간주된다.

5. 활동적 원리를 구현한다.

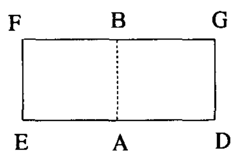
역사발생적 원리는 수학적 개념을 발생되는 것으로 보고 그 발생을 수업 과정에 재현하려는 학습-지도 원리인 발생적 원리 중 하나이므로, 인식 과정에서의 주체의 활동적, 구성적 역할을 강조하는 합리주의에 그 기원을 둔다(민세영, 2002). 따라서 역사발생적 원리에 입각한 수학 학습 과정에서 학습자의 활동 및 구성은 필수적이다.

Clairaut는 수학적 개념을 도입할 때, 종종 도구를 이용한 조작적 정의에 의존한다. 원은 '컴퍼스의 움직이는 다리가 다른 다리의 둘레로 도는 동안 그리는 전체 자취이다. 중심은 고정된 다리의 위치이다. 반지름은 컴퍼스가 벌어진 간격이다.'

또한 자와 컴퍼스 뿐만 아니라 각의 측정 및 작도를 위해 가운데가 고정되어 회전 가능한 두 자, 반원, 각도기, 운반기 등의 다양한 도구들이 등장하고 측정 및 작도 수행 절차를 예시함으로써 그 사용법을 자세하게 설명한다.

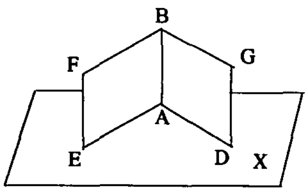
특히 II권 4부에서 Clairaut가 공간에서의 몇 가지 성질을 '매우 지각적인 방법으로 나타내기 위해' 이용한 도구인 '접은 직사각형'은 오늘날 중학교 공간기하 수업에서 효과적으로 활용할만한 도구이다. 공간 지각력에 대한 부족 및 3차원 공간에 대한 2차원 표현이라는 제약이 공간기하의 학습에 장애가 된다는 사실과 실제로 제 7차 교육과정에서 이전에 비해 공간상의 위치관계가 축소된 이유를 감안할 때, 학생들이 어려워하는 공간상의 위치관계를 보다 구체적인 상황으로 만들어줄 수 있을 것으로 기대된다.

우선 만드는 방법은 아주 간단하다. 마분지와 같은 두꺼운 종이로 직사각형 FGDE를 오려내어 변 ED, FG에 수직이등분선 AB를 긋는다. 다음에, 선분 AB를 따라 접기만 하면 도구가 완성된다. Clairaut는 이 도구를 이용하여 다음과 같은 위치관계 또는 구성 방법을 지각적으로 제시한다.



첫째, 한 평면에 수직인 직선은 그것이 평면과 만나는 점을 지나는 평면 위의 모든 직선과

수직이다. 이것은 도구를 다음 그림과 같이 놓으면 된다. 접힌 두 부분을 얼마큼 벌리더라도 AB의 X에 대한 위치는 변하지 않으며, 두 부분은 항상 평면에 닿아 있으므로 AE, AD는 벌리는 정도에 따라 문제의 평면 위의 모든 직선 역할을 할 것이기 때문이다.

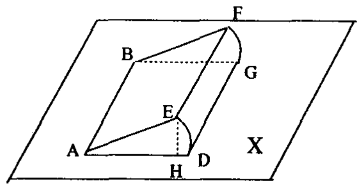


둘째, 평면 위의 한 점에서 수선을 올리거나 평면 밖의 한 점에서 수선을 내릴 때에는 AB가 주어진 점을 지나는 위치에 있도록 접은 직사각형을 평면 위에 갖다 놓기만 하면 된다. 그 때 AB가 곧 구하는 수선이 된다.

셋째, 한 평면에 수직인 평면을 세운다. 평면 위의 임의의 직선 l 위에 수직인 평면을 세우려면, 접은 직사각형의 두 부분 중 하나인 ADGB의 변 AD를 직선 l 위에 놓기만 하면 된다. 이 때 ADGB를 포함하는 평면이 구하는 평면이다.

넷째, 한 평면에 평행인 평면을 구한다. 접은 직사각형의 두 모서리 FB, BG 위에 제 3의 평면을 놓으면 그것은 AB에 수직이고, 결과적으로 평면 X에 평행이다.

다섯째, 평행이 아닌 두 평면의 기울기를 측정한다. 접은 직사각형의 ABGD를 평면 X에 대면 각 EAD는 평면 EABF와 DABG의 기울기를 나타낸다. 이 때 AB가 두 평면의 교선이고 EA, AD가 각각 AB에 수직임을 주목하여 일반화할 수 있다: 평행이 아닌 두 평면이 주어질 때, 그 교선을 찾는데서 시작한다. 그 다음, 교선의 임의의 한 점으로부터 두 평면에 하나씩 교선에 대한 수선을 긋는다. 이 두 수선이 이루는 각이 구하는 기울기이다.



여섯째, 평면에 대한 직선의 기울기를 측정한다. 위의 그림에서, ABFE가 AB 주위로 움직이는 동안 끝점 E가 호 ED를 그리는 선분 AE는 평면 X에 수직인 EAHD를 벗어나지 않으며, EA의 평면 X에 대한 기울기는 각 EAD이다. 즉 임의의 직선 EA의 평면 X에 대한 기울기는 이 직선과 직선 AH(단 H는 EA의 임의의 점으로부터 평면 X에 내린 수선의 발) 사이의 각으로 측정된다. 아울러 이것을 이용하면 도형 밖의 한 점 E로부터 평면 X에 수선을 내리는 새로운 방법을 얻는다.

이 밖에도 역사발생적 원리와 직접 관련되지는 않지만, 특수로부터의 일반화, 일반으로부터의 특수화, 유추적 사고 등 다양한 전략을 이용한다는 점과 순수하게 기하학적인 접근을 시도한다는 점도 주목할만하다. 전자의 특징은 작도 방법이나 도형의 닮음을 설명할 때 삼각형과 사각형을 다루고 n각형으로 일반화하는 경우, 임의의 모양의 토지 측정 방법을 제시한 후 특별히 정다각형에 적용할 수 있는 측정 방법을 설명하는 경우, 삼각형의 넓이 측정을 직사각형의 방법으로부터 유추하는 경우에서 확인되며, 후자의 특징은 보기 드문 산술 계산, 그리고 원주 위에서 정오각형의 작도를 다루지 않는 이유를 대수적 처리의 필요에 두는 것에서 확인된다.

Ⅴ. 역사발생적 원리에 따른 정리 제시의 예

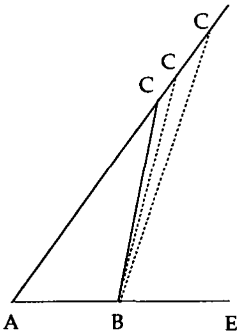
Clairaut가 기하에서 그 유용성이 무궁무진하다고 평한 두 가지 정리를 전개한 방식을 통해 그가 구현하고자 했던 역사발생적 원리의 기본 아이디어를 음미해보자.

1. 삼각형의 세 내각의 합은 2직각이다.

학교 수학에서 삼각형의 내각의 합에 대한 정리는 학습자에 따라 엄밀성 수준에는 차이가 있지만, 공히 그 자체가 목적이요, 증명의 대상으로 다루어진 후, 다른 명제를 증명하거나 문제를 푸는 데 중요한 수단이 된다. 아직 연역적인 추론이 불가능하다고 판단되는 초등 수준에서는 각도기로 세 각을 측정하거나, 삼각형의 세 각을 잘라내어 꼭지점을 한 곳에 모아 일직선으로 만드는 활동을 통해 정리를 확인한다. 이후 중학교에서는 평행선의 성질로서 엇각과 동위각을 이용하여 연역적인 증명을 하게 된다.

이에 비해, Clairaut의 경우에는 이 성질 역시 어떤 필요에서 야기된다. 이 때의 필요는 바로 삼각형의 각의 측정값을 확인하는 것이다. LIX절에서 반원이라는 도구를 이용하여 각의 크기를 측정한다. 이어 LXII절에서 각을 정확하게 측정하는 것이 중요한데, 아무리 완전한 도구라도 그것은 근사값만을 주므로 측정 오류를 수정하기 위해 측정 결과를 확인할 방법의 필요성을 제기한다. 그 확인 방법을 찾는 경로는 다음과 같고 바로 문제의 성질을 얻게 된다.

삼각형 ABC에서 각 A, B를 변화시키면 변 AC, BC의 위치가 변하고 결과적으로 그 끼인 각 C도 변하므로 각 C의 크기가 각 A, B의 크기에서 비롯됨을 안다. 각 A, B의 크기로부터 각 C에 대해 어떤 결론을 내릴 수 있는지 알기 위해 변 BC를 B 둘레로 AB로부터 떨어지고 BE에 접근하도록 회전시키면 B는 계속 열리는 반면, C는 점점 좁혀짐이 자명하다. 이 때 C의 감소분과 B의 증가분이 같다고 가정할 수 있으며 따라서 AC, BC의 AE에 대한 기울기에 관계없이 세 각 A, B, C의 합은 일정하다.



다음으로 삼각형 ABC에서 AC에 평행인 IB를 그으면서 첫 번째 성질로 두 평행선에서 엇각이 같음을 증명한다. 두 번째로 증명하는 것이 바로 삼각형의 세 내각의 합이 2직각이라는 성질이다. 따라서 삼각형의 두 각을 측정했을 때 세 번째 각을 결정짓기 위해 180도에서 두 측정값을 빼면 되고, 이것은 '삼각형의 각의 측도를 확인하는 매우 편리한 방법을 제공하는 성질(p. 59)'이다.

학교 수학에서의 접근과 비교할 때 이상의 접근 방식이 지닌 특징은 첫째, 본 정리가 목적이 아닌 측정값의 확인이라는 필요를 충족시키기 위한 도구로서 출현한다는 것이고, 둘째, 180도라는 수치적 대상에 주목하기에 앞서 삼각형의 모양에 관계없이 그 내각의 합이 변하지 않는다는 보다 근본적인 원리에 초점을 맞춘다는 것이고, 셋째, 합의 불변성을 인식시키는 방법이 시각적인 표현 및 이미지에 의존하여 매우 직관적으로 전개된다는 것이다.

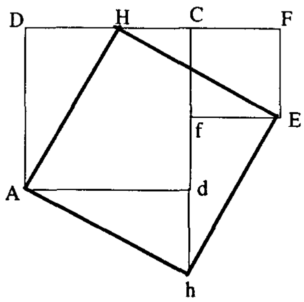
2. 피타고라스의 정리: 직각삼각형의 빗변은 가장 긴 변이며, 이 변의 정사각형은 다른 두 변 위에 만들어진 정사각형의 합과 같다.

다른 하나는 피타고라스의 정리로, Clairaut는 이 정리를 "직각삼각형의 유명한 성질"이라고만 언급한다. 제2부의 서문에서 닮은 도형을 하나의 닮은 도형으로 모으거나 하나의 도형을 여러 개의 닮은 도형으로 나누는 닮은 도형들의 합과 분할의 필요성을 제기하는데, 이것은 2부의 제목에서 암시하듯 다각형들을 비교하기 위한 기하학적 방법과 관련된다.[5]

우선 어떤 직사각형을 다른 높이의 직사각형으로 변환하는 두 가지 방법을 제시한다.(pp. 69-71) 이를 이용하면 서로 다른 두 개의 정사각형을 하나의 직사각형으로 바꾸는 것은, 한 정사각형을 다른 정사각형의 한 변을 높이로 하는 직사각형으로 변환하면 되므로 쉬운 일이다. 그러면 두 개의 정사각형을 하나의 정사각형으로 바꾸는 것은 어떠한가? 그 방법을 찾는 과정 중에 문제의 성질이 유도된다. 한 정사각형의 두 배인 정사각형은 대각선을 이용하여 쉽게 찾아진다. 그러나 다른 두 개의 정사각형(오른쪽 그림에서 ADCd, CFEf)의 합과 같은 정사각형을 만드는 것은 좀 더 복잡하다. 이는 선분 DF에서 다음의 두 가지 성질을 만족하는 점 H를 찾음으로써 가능한데, DH를 변 CF, 즉 EF와 같도록 점 H를 잡으면 된다.

— 선분 AH와 HE를 그어, 삼각형 ADH, EFH를 점 A와 E 둘레로 Adh, Efh 위치에 올 때까지 돌려서, 이 두 삼각형은 h에서 연결된다.

— 네 변 AH, HE, Eh, hA는 길이가 같고 서로 수직이다.



DH를 EF, CF와 같게 하여 찾은 점 H가 이상의 성질을 만족한다는 것을 증명(두 삼각형 ADH, EFH의 회전에서 두 경우 모두 H가 도달한 h는 C로부터 같은 거리 DF에 있음을 설명)함으로써 이제 두 정사각형 ADCd, CFEf의 합인 도형 ADFEfd는 정사각형 AHEh로 변하였다.

> 두 정사각형 ADCd, CFEf가 하나는 삼각형 ADH의 중간 변 AD위에, 다른 하나는 동일한 삼각형 ADH의 작은 변 DH와 같은 EF 위에 만들어지고, 이 두 개와 같은 정사각형 AHEh는 우리가 보통 직각삼각형의 빗변이라 부르는 가장 긴 변 AH 위에 그려진다는 것을 주목한다면 우리는 빗변의 정사각형은 다른 두 변 위에 만들어진 정사각형들의 합과 같다는 직각삼각형의 유명한 성질을 곧 발견할 것이다.(p. 79)

따라서 두 정사각형을 합하여 한 개의 정사각형을 만들고자 할 때, 두 정사각형의 두 변이 직각을 이루는 방식으로 놓고서 그 두 변의 다른 양끝을 잇기만 하면 구하는 정사각형의 한 변을 얻을 수 있는 간편한 방법을 찾은 것이다.

5) 예를 들어, 직사각형의 넓이를 비교하기 위해 가로와 세로의 곱을 통한 산술 계산에 의해서가 아니라 자와 컴파스만을 이용한 기하 작도에 의한 방법임을 의미한다.

이 전개 방식 역시 가장 큰 특징은 출발점이다. 피타고라스의 정리가 주어지고 나서-그것도 대부분은 제곱꼴이 들어있는 식의 형태로- 연역적인 방법이던지, 그림에 의존한 직관적인 방법이던지 주어진 정리를 증명하는데 온갖 시선과 정신을 몰두하는 것과는 차이가 있다. 여기서의 출발은 역시 필요이고, 구체적으로는 실생활에서 밭의 구획을 재정리해야 할 때 발생할 수 있을 법한 두 개의 정사각형을 하나의 정사각형으로 만들어야 할 필요이다. 그리고 증명 과정도 학교 수학에서처럼 삼각형의 합동을 이용한 논리적인 전개라기 보다 회전 이동이라는 정신적 활동에 의존한 직관적인 색채가 뚜렷하다.

Ⅵ. 맺음말

수학 교수-학습 원리로서 역사발생적 원리는 연역적 접근에 반대되며 따라서 각각에 대응하는 Clairaut의 <기하학 원론>과 Euclid의 <원론>은 정 반대의 생각을 기초로 하여 쓰여진 기하 교재라 할 수 있다. 정의, 공리, 정리로 구성되는 Euclid <원론>의 엄밀한 연역적 전개 방식은 기하 학습과 관련하여 그것이 받는 다각적인 협공의 겨냥점인 반면에 그러한 협공에도 불구하고 오늘날까지 기하 교재의 왕좌를 굳건히 지키고 있는 강력함의 토대라는 이중성을 지닌다. Clairaut의 Euclid에 대한 비판은 교재의 독자가 수학에 익숙한 사람들이 아니라 수학에 초보적인 사람들, 기하에 대해 별로 아는 바가 없는 사람들이라는 것을 전제로 성립된다. 즉 그들에게는 연역적 전개 방식의 논리적 엄밀성의 미(美)가 지각될만한 여유가 없으며 단지 응용력 없고, 숨막히게 하고, 흥미나 호기심 따위와는 무관하게 느껴지는 것이다. 이에 대한 대안이 바로 <기하학 원론>이다.

따라서 Euclid <원론>과의 비교를 통하지 않더라도 Clairaut의 <기하학 원론>이 받는 질책은 자신이 말한 지나친 직관성과 엄밀성의 결여임을 쉽게 수긍할 수 있다. 그러나 이 질책은 거꾸로 그 책을 Euclid의 <원론>과 구별되게 하는 특성이며, 우리의 수학교육과정에서 중학교 시기에 논증기하의 도입을 어려워하는 학교 현실을 감안할 때 우리가 Clairaut의 생각을 좇아 이 책의 활용 방안을 고려하는 것도 바로 그러한 특성에 기초해야 할 것이다. 논리적 전개 이전에 필요와 흥미를 바탕으로 하여 왜 그러한 정리들이 출현하게 되었는지, 어떻게 그러한 아이디어에 이를 수 있는지를 알려줌으로써 초보자의 정신에 자연스럽게 어울리도록 한다는 것이 기본 아이디어이다. 삼각형의 내각의 합이 180도임을 증명하기에 앞서 상보성에 의해 내각의 합이 불변이라는 사실에 먼저 주목하며 그 성질을 이용하여 각의 측정값을 확인할 수 있고, 피타고라스의 정리를 소개하고 증명하기에 앞서 두 정사각형의 합과 같은 하나의 정사각형을 어떻게 만들 수 있을지 생각해보고, 도형의 닮음을 배우기에 앞서 축도나 확대도를 그릴 필요가 있는 실생활 문제로부터 출발할 필요성을 일깨워준다. 이제 수학은 더 이상 삶과 동떨어진 기묘한 이론들을 모아놓아 뛰어난 능력의 소유자만이 누릴 수 있는 학문이 아니다. "왜? 어떻게?"라는 질문에 대한 답변을 수학의 역사 속에서 발견함으로써 '정신에 자연스런' 방식으로 학습을 전개시키는 것이 Clairaut의 의도를 학교 수학에 충실하게 적용하는 최적의 방법일 것이다.

참고문헌

고성은 외 9인(2001). **수학 7-나**. (주)블랙박스.

____________(2002). **수학 8-나**. (주)블랙박스.

민세영(2002). **역사발생적 수학 학습-지도 원리에 관한 연구**. 서울대학교 박사학위논문.

Clairaut, A. C. (1741). *Eléments de géométrie I, II*. Gauthier-Villars et Cle, Eds. (1920). Paris: Libraires du bureau des longitudes de l'école polytechnique.

Steiner, H. G. (1988). Two kinds of "Elements" and the dialectic between synthetic-deductive and analytic-genetic approaches in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, *8*(3), 7-15.

A study on the historico-genetic principle revealed in Clairaut's 〈Elements of Geometry〉

Chang, Hye Won (The Korea Society for History of Mathematics)

<Elements of Geometry> by A.C. Clairaut is the first geometry textbook based on the historico-genetic principle against the logico-deduction method of Euclid's <Elements>.

This paper aims to recognize Clairaut's historico-genetic principle by inquiring into this book and to search for its applications to school mathematics. For this purpose, we induce the following five characteristics that result from his principle and give some suggestions for school geometry in relation to these characteristics respectively :

1. The appearance of geometry is due to the necessity.
2. He approaches to the geometry through solving real-world problems.- the application of mathematics
3. He adopts natural methods for beginners.-the harmony of intuition and logic
4. He makes beginners to grasp the principles.
5. The activity principle is embodied.

In addition, we analyze the two useful propositions that may prove these characteristics properly.

핵심어: Elements of Geometry(기하학원론), historico-genetic principle(역사발생적원리), necessity(필요), real-world problem(실생활문제), intuition(직관), activity principle(활동적 원리)