大韓數學敎育學會誌 數學敎育學硏究 第 13 卷 第 3 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XIII, No.3, 329-349. August 2003

수학의 발달과정과 그 결과에 대한 변증법적 유물론에 의한 분석

조 윤 동*

수학교육은 교육과정과 같은 제도와 그것을 반영하는 교과서 등의 도구로 이루어진다. 그러한 제도나 도구는 인간이 만든다. 그러므로 그것들을 만드는 사람의 수학관은 중요한 요소로 작용한다. 수학관은 수학을 하고, 배우는 동안에 형성되지만, 형성된 수학관은 수학을 하고 가르치는데 영향을 미친다. 따라서 수학교육에 관계된 사람들이 어떠한 수학관을 가지고 있느냐 하는 것은 중요한 요인이다. 이 글은 수학관으로서 변증법적 유물론에 입각한 관점을 제시한다. 수학의 발달과정과 그 결과에 변증법적 유물론이 관철되고 있다. 곧, 수학 지식은 양질전화, 대립물의 통일과 투쟁, 부정의 부정이라는 변증법적 유물론의 기본 법칙에 따라 발전해왔다. 수학에 대한 이러한 관점은 수학을 절대주의적, 상대주의적으로 보는 것과 다른 수학교육의 관점을 제공할 것이다. 이 글은 수학을 유물론의 관점과 변증법의 관점으로 분리하여 살폈다. 분석의 편의를 위해 그렇게 하였을 뿐이다.

I. 서론

교사를 비롯한 수학교육에 관련된 사람들이 수학을 어떻게 바라보느냐 하는 것은 수학교육의 형태를 규정짓는 바탕이다. 이러한 수학에 대한 관점의 형성에서 개인의 주관은 일차요인이 아니다. 그것은 수학교육을 받고, 수학을 하는 동안에 외부로부터 영향을 받아 형성된다. 이렇게 형성된 관점은 다시 수학을 하고, 가르치고 배우는데 영향을 미치지만 그 관점이 고정되지는 않는다. 한번 형성된 관점도 한 인간이 사는 동안에 안팎의 요인에 의해 변화되기 마련이다. 그러나 변화되건 아니건 개인의 수학관은 수학을 하고, 가르치고 배우는 것에 관련된 것들에 영향을 끼치는 기본 요소로 작용한다. 결정의 중심에는 사람이 있기 때문이다. 수학관이란 수학 지식이 어떻게 형성되어 왔고, 어떻게 구성되어 있는지 하는 것에 대한 관점이다. 예를 들어 수학에 대한 상대주의 관점은 역사의 흐름에 따라 수학 지식이 변화되어온 모습을 보고, 하나의 대상을 다른 표기방법으로도 나타낼 수 있는 경우를 들어, 이해수준의 차이를 사실에 존재하는 차이로 보고, 지식은 기호(언어)로써 표현되는데 기호는 협의(協議)의 산물이라는 생각에서 지식을 협의의 대상으로 봄으로써 형성된 관점이다. 이런 오류가 발생하는 것은 대상, 사태를 파악하는 방법에 문제가 있기 때문이다. 대상의 겉모습만 보거나 일부만 보고, 아니면 대립되는 측면을 무시한 채 한 측면만 보게 된다면 대상을

* 성신여자대학교, jydong01@hanmail.net

옳게 판단할 수 없게 된다.

대상, 사태 전체를 있는 그대로 파악하고자 한다면 객관적으로 파악해야 한다. 인식은 대상이나 사태 자체를 향해야 한다. 그래야만 그것들을 가능한 한 정확하게 모사(模寫), 반영할 수 있다. 객관적 진리와 객관적으로 타당한 모사를 추구하여 대상을 정신적으로 재생산하고자 하는 것이 바로 고찰의 객관성에서 핵심을 이룬다. 인식의 객관성은 주체의 의식적인 노력이 있어야 확보된다. 또한 사태 자체를 있는 그대로 파악하고자 한다면 전면적으로 파악해야 한다. 전면적으로 파악하려면 대상의 운동과 발전을 개념화하는 것도 포함해야 한다. 그것과 대립을 이루는 것의 관련성도 탐구해야 하고 모든 사유 규정들의 상대성도 고려해야 한다. 상황마다 주어지는 인식의 가능성들은 신체, 정신, 역사, 문화적으로 한계가 지어지기 마련이다. 따라서 대상을 고찰할 때 인식 주관의 일면성을 떨쳐버리기 위한 의도적인 접근 방식, 곧 변증법적 유물론이 요구된다.

이러한 당위성에 입각하여 수학을 포함한 과학에 변증법적 유물론이 관철되는 것을 개괄적으로 정리하면 다음과 같다. 과학의 발생과 발전은 생산에 의해 결정되어 왔다. 고대에는 과학적 연구 조사가 천문학, 수학, 역학에 한정되어 있었다. 목축과 농경에는 계절이 중요하므로 천문학이 필요하였다. 천문학은 수학의 도움을 받아야 했으므로 고대인들은 수학에도 전념해야 했다. 더욱이 생산력이 특정 단계에 이른 지역에서는 도시와 대규모 건조물을 축조하기 위한 역학이 성립하였다. 역학은 항해와 전쟁을 위해서도 필요하였다. 이러한 역학은 수학의 도움을 필요로 하였고, 그 결과 수학의 발전을 재촉하였다. 그렇지만 원시 부족이 갖고 있던 동식물의 종류, 여러 소재의 특성이나 계절의 연속 등에 대한 지식이 아무리 정확하고 포괄적이라 하더라도 그것을 과학이라 할 수는 없을 것이다. 이러한 지식이 과학의 수준으로 되려면 그것이 단순한 사냥, 도구 제작, 식물 재배와 같은 실제 생산과 분리된 특수한 연구 대상이 될 때, 또 그 대상으로부터 발견되는 것들이 특수한 지식 체계로서 보편화되고 체계화될 때 비로소 과학으로 성립한다(Cornforth, 1984).

정리해서 말하면 수학을 비롯한 과학은 뿌리를 생산에 두고 있고 생산에 응용되지만 동시에 생산으로부터 분리된 전문화된 활동으로 발전한 것을 이른다. 더구나 수학은 과학을 뒷받침하는, 과학의 대상을 설명하는 수단이기 때문에 생산으로부터 더욱 분리되기 마련이다. 이 때문에 수학을 정신의 산물로 보는 입장이 등장하는데, 이는 수학의 현상적인 측면만 보고 그것의 역사성과 사회성을 간과한 일면적이고 주관적인 파악에 지나지 않는다. 이 글에서는 이러한 오류를 피하기 위해 수학의 발달과정과 내용을 변증법적 유물론에 입각해서 분석, 정리하려고 한다. 이는 수학이 객관적인 물적 세계로부터 발생된 것이고 변증법적으로 발전해왔음을 보이려는 것이다. 이것은 수학에 대한 하나의 관점을 제시함으로써 수학 교수-학습을 분석하는 이론의 바탕과 방법의 틀을 마련하는 기초를 제공하는데 그 목적의 하나가 있다. 그리고 분석의 결과를 실제에 적용함으로써 새로운 교수학적 패러다임의 구성에 이바지하는데 있다. 이 글의 구성은 다음과 같다.

2장에서는 수학관이 수학교육에서 차지하는 비중을 살펴보고, 우리나라에 소개되어 있는 교수-학습이론과 관련지어 간략히 분류한다. 그러고 나서 그것들이 가지는 인식론적 한계를 극복하는 대안으로서 변증법적 유물론에 입각

한 수학관이 필요함을 제안한다. 3장에서는 수학을 유물론의 관점에서 분석하려고 한다. 수학도 현실세계를 벗어나서는 아무런 의미도 갖지 못한다. 객관적 실재는 빈틈없이 엄밀한 모습을 띠면서 운동을 한다. 따라서 그것을 설명하는 도구나 방식도 논리적이고 엄밀함을 추구할 수밖에 없음을 보이고자 한다. 4장에서는 수학이 발전해온 과정과 그 구성에 변증법이 관철되고 있음을 보이고자 한다. 수학지식이 확대, 발전해온 역사를 보면 객관적 실재와 인간의 실천이 변증법적인 관계 속에서 상호 작용하여 왔음을 볼 수 있다. 그리고 수학 자체도 변증법적 과정을 그대로 반영하고 있음을 볼 수 있다. 이러한 과정이 교수-학습에도 적용되어야 함을 제기하고자 한다. 결론에서는 이 글을 마무르고자 한다.

이 글은 변증법적 유물론에 입각한 수학관을 제안하는데 목적을 둔다. 그로부터 도출되는 수학 교수-학습의 내용과 형식에 대해서는 지면 관계상 이후의 글에서 다루기로 한다. 그리고 변증법적 유물론에 대한 것을 따로 다루지 않고 수학과 관련지어서, 수학 안에서 다루기로 한다. 이 글은 수학에 중심을 두기 때문이다. 그렇지만 글 중간 중간에 변증법적 유물론에 대한 직접적인 언급은 있을 것이다.

II. 수학에 대한 교사의 관점과 수학교육

수학 교수방법의 개선부터 수학교육의 개혁까지 수학교육에 관한 여러 측면을 논의할 때 정책, 교육과정, 교사 교육, 교과서 개정과 같은 것을 언급한다. 이런 것을 바꾸고 새로운 방향을 결정하는 데 있어서 밑바탕에서 영향을 끼치는 것이 바로 수학관일 것이다. 수학 교육에 직간접으로 관련된 모든 것들은 수학을 어떻게 바라보고 있느냐하는 것으로부터 자유롭지 못하다. 수학관은 수학을 하는 방법과 태도 그리고 수학을 가르치고 배우는 이론과 방법에 그 바탕을 제공한다. 어떤 수학관을 기반으로 형성된 수학 교수-학습 이론과 방법은 수학교과서에 반영되고, 교수-학습은 이 교과서를 사용하여 이루어진다.

Gravemeijer(1994)는 네덜란드의 수학교육 개혁의 과정을 살핀 뒤 수학교육 개혁이 교육과정을 적절하게 실행하는 것을 전제로 할지라도, 그것은 새로운 교과서를 도입함으로써 근본적으로 일어났다고 하였다. 이렇듯 수학 교과서는 수학교육에서 매우 커다란 비중을 차지하고 있다. 이는 지향하는 교수-학습 이론이 교과서에 제대로 반영된다면, 교육과정에서 의도하는 바가 학습 결과에 긍정적인 영향을 미친다는 것으로써 교과서가 중요한 역할을 하고 있음을 시사하고 있다. 그런데 여러 사람들(Traffers, 1991; Verhage와 de Lange, 1987; Leithwood, 1981)에 따르면 폭넓은 개혁과 심대한 교수학적 변화를 이루기 위해서는 교과서와 교사용지도서를 변화시켜 그것을 사용하는 것말고 더 많은 것이 요구된다고 하였다. 그들은 교실에서 실제로 수업을 구성하는 것은 교사에게 맡겨져 있으므로 교사의 신념이나 태도 변화를 중요한 요소로 다루어야 한다고 하였다. Gravemeijer(1994)도 교과서로부터 파생되어 나오는 교수 실제의 방향이 교사의 신념과 깊이 결부되어 있다는 증거가 있다고 하면서, 교사의 수학관이 수학교육 개혁에서 상당한 비중을 차지하고 있음을 확인하였다. 그러므로 교사의 수학관에 대한 문제를 다루는 것은 분명 의미

있는 일이다. 여기서 수학에 대한 관점(신념)[1]과 교수-학습에 대한 신념과 실제의 관련성을 간략하게 살펴보자.

신념이란 경험을 통해 형성된 개인의 인지적 구성으로서, 개인이 진리라고 집착하는 개념이나 구조에 의해 구성되고 통합되어서 개인의 행위를 이끌어 간다(Peterman, 1993; 김미월, 2001에서 재인용). 여러 논문에서 교사의 수학에 대한 신념과 수학교수에 대한 신념 사이의 관계를 검토한 김미월(2001), 장인옥(2001)은 그 논문들이 수학교사가 지니고 있는 수학의 본질, 수학교수, 수학 학습에 대한 신념들 사이에 밀접한 관계가 있음을 보여주고 있다고 하였다. 모든 수학 교수법은 아주 일치하지는 않더라도 수리철학에 의존하고 있으며, 수학의 본질에 대한 교사의 신념은 수학의 교수-학습 모델을 설정하는 기초가 된다. 수학 교실에서 일어나는 교사와 학생 사이의 상호작용의 질은 수학에 대한 교사의 신념에 좌우된다(Nickson, 1994). 물론 개념과 실제 사이의 복잡한 관계를 간단히 원인과 결과로 정리할 수는 없지만, 교사의 교수 실제의 차이는 교사가 가지고 있는 수학관의 차이로 대부분 설명할 수 있다(Thompson, 1984, 1992). 교사는 교실 문화의 형성에 주도적인 역할을 하는데, 교사의 신념은 수업 형식과 구조에 많은 영향을 준다.

결국 수학관은 단지 관점으로 끝나는 것이 아니라 수학을 가르치고 배우는 방법과 그것을 실현시키는 방향에 영향을 끼친다. 구성주의, 급진적 구성주의, 상호작용주의는 모두 수학지식을 포함해서 지식을 상대주의 관점에서 규정하고 있다. 이 관점에 따라 그들은 수업을 구상하고 실행하며 바라는 바의 목적을 이루려고 한다. 이는 수학에 대한 신념과 수학 교수-학습에 대한 신념을 교수-학습 실제와 일치시키려는 매우 좋은 예이다.

이처럼 수학에 대한 신념은 수학 교수-학습과 밀접한 관련을 맺고 있다. 이런 의미에서 수학지식에 대해 객관적 관점[2]을 취하고 있는 변증법적 유물론의 시각에서 수학을 분석하는 것은 수학에 대한 또 다른 신념과 수학 교수-학습에 대한 신념을 형성하는데 바탕이 될 것이다. 수학지식을 포함한 지식과 관련하여 스토이스로프(1989)는 진리에 대한 관점을 세 가지로 정리하고 있다. 첫째, 객관적 관념론의 성격을 갖는 것으로 이 입장은 진리를 사물과 형상 뒤에 놓여 있는 이념적 실체로 파악한다. 진리는 존재와 상응해야 하며 사람의 인식과 독립되어 있다. 둘째, 진리의 주관화를 특징으로 하는 것으로 여기에서 진리는 주체의 영역에서만 존재한다. 진리는 순수한 주관적 가치로서 기껏해야 상호주관적인 가치로 간주되며 의식 내용과 언어 형태의 일치 속에서만 존재한다. 모든 주관적 관념론의 경향을 대표한다. 셋째, 진리를 사유된 모사와 현실에 있는 그 상응물의 일치 관계로 파악한다. 다시 말해서 이 입장에서 인식은 물(物)[3]과 그것에 대한 관념이 일치할 때 '참'이 된다.

---

1) 관점과 신념을 구별하지 않고 쓰기로 한다.
2) 수학지식을 비롯한 지식의 객관성이 이 글에서 밝히고자 하는 것이다. 객관은 주관에 대가 되는 말로서 지식이 인식 주체의 인식과 독립하여 존재함을 나타내는 말이다. 그런데 객관과 절대라는 말이 혼동되고 있는데 이는 객관적 관념론(플라톤, 헤겔)에서 말하는 절대이념(예, 이데아)이라는 개념의 영향이다. 객관적 진리는 상대성과 절대성의 통일체로서 존재하며, 인간의 활동을 가능하게 만든다. 이것이 변증법적 유물론에서 말하는 객관적 진리의 본질이다.(더 상세한 것은 조윤동(2002) 참조)
3) 여기서는 물질의 또 다른 표현으로 썼다. 물질은 객관적으로 존재하는, 곧 우리의 의식과 독립해 있고 우리의 감각에 반영되는 모든 것을 가리킨다. 단순히 물리학적 속성들의 집적이 아니라, 의식의 변증법적 대립물이라는 정식화를 통해서 정의한다.(Kuusinen, 1997)

위의 세 가지 관점에 따라 수학 교수-학습은 어떤 형태를 띠게 되는지 살펴보자. 먼저 객관적 관념론에 바탕을 두고 있는 절대주의 지식관에서 수학의 모든 것은 보편과 절대에 근거를 두고 있다. 수학은 완전한 통일체, 불변의 산물(産物)이다. 이 관점에서 수학 교수에 대한 한 가지 입장은 개념과 절차가 분명한 방법으로 제시되어야 한다는 것이다. 학습의 기회는 개념을 확인하고 절차를 연습하는 학생에게 주어진다. 교사의 역할은 정의, 증명, 설명하는데 모아진다. 학생은 수동적으로 듣고, 참여하면서 교사나 교과서가 제시하는 절차를 써서 문제를 푼다. 다른 한 가지는 학생의 머리 속에 이미 학습하려는 것이 있으므로 교사는 그것을 상기하도록 하기만 하면 된다는 것이다. 소크라테스의 산파법을 예로 들 수 있다.

다음으로 주관적 관념론에 바탕을 두고 있는 상대주의적 지식관에서는 개념은 물질에 들어있는 것이 아니라 반영적 추상에 의해 개인적으로 구축된다. 반영적 추상은 면밀한 관찰의 문제가 아니라 주변의 지각 자료와 양립할 수 있도록 하는 정신의 조작 문제이다. 따라서 물리적 자료들은 사실상 유용하지만 이것이 원하는 개념을 명백하게 나타내 보이는 것이 아니라 반성하고 추상할 기회를 제공하는 것으로 간주된다(Steffe와 Kieren, 1994). 이러한 관점에서 구성주의, 급진적 구성주의와 같은 교수-학습 방법론이 나온다. 그리고 수학지식은 상대적인 것으로서 개인이 구성하는 결과물인데 구성과정에 사회적 의사소통이 필요하다는 입장이 있다. 지식의 구성에서 개인적인 측면이 우세하지만 이차적이나마 사회적 상호작용의 중요성을 인정하고 있다. 수학지식의 존재성과 사회적 의사소통은 개인의 수학지식 구성에서만 관련을 맺는다. 그리하여 지식의 객관성을 의사소통을 통한 협상으로 확보하려 한다. 이 입장은 학생의 심리발달이 그들이 속해 있는 사회적 실재에 크게 영향을 받는다고 하면서도 이 실재를 구체화하려고 하지 않는다. 이는 지식의 객관성을 인정하지 않는 태도에서 비롯된다.

이러한 두 입장을 관통하고 있는 상대주의는 과학적 지식의 진보가 보여주는 변화에 주관주의적 의미를 부여하는 데서 생긴다. 상대주의는 인식 결과의 끊임없는 변화를 주장하고 영원한 진리의 존재를 부정한다. 이처럼 상대주의는 진리를 과정으로 이해하는 데서 출발하지만 이 과정에서 중요한 것인 객관적 내용을 제거한다. 곧, 상대주의는 객관적 진리의 존재를 부정하게 된다. 이러한 견해에서 진리를 과정으로 보게 되면, 진리는 오류와 구별되지 않고 인식운동은 하나의 오류에서 다른 오류로 이행하는 것으로 된다(코프닌, 1988).

지금 언급한 것들과 달리 지식은 객관적으로 존재하는 것이고 인간은 실천을 통해서 그 지식을 획득, 이해, 적용하면서 인식의 폭과 깊이를 더해간다는 입장이 있다. 진리가 객관적으로 존재한다는 것은 우리가 사물과 바깥 세계에 대한 지식으로부터 출발하여 실천을 통해 기대하는 성과를 얻는다는 사실에서 알 수 있다. 다른 모든 과학과 마찬가지로 수학도 물질세계에서 유래한 것이다. 수학자는 물질세계의 요구와 인간의 필요를 창조활동의 기반으로 삼는다. 이러한 요구와 필요는 우연하게 뽑힌 어느 한 사람이 아닌 사회의 특정한 계층에게 영향을 끼친다. 이 때문에 여러 지역에서 똑같은 발견이나 발명이 독립적으로 이루어지는 경우를 보게 된다. 그러나 모든 사유분야와 마찬가지로 일정한 발전 단계에서는 현실 세계에서 추상된 법칙이 현실 세계에서 분리, 독립된 것처럼 이에 대립하게 되고, 현실세계 밖에서 유래하여 이 세계를 지배하는 법칙인 양 이 세계와 대립하게 된다(Engels, 1987). 수학이 일단

어떤 발견의 궤도를 달리게 되면, 발견은 흔히 또 다른 발견을 낳는다. 그리고 거기에서 얻는 관념들을 보편화하고 체계화하는 과정은 실세계의 물적 토대와 관련된 특정한 실천의 문제와 관계없이 수학 자체의 논리를 좇아 진행된다. 이 때문에 관념론에서는 수학을 선험적으로 주어지거나 물질세계의 기반이 없어도 두뇌 속에서 만들어낼 수 있다고 본다.

수학의 정리들은 수학자 개인이나 조직의 활동과 의식에서 현실의 물질세계와 분리되어 존재한다. 그렇지만 동시에 수학의 성격과 수준은 언제나 현실세계의 성격과 수준에 따라 결정된다. 수학의 발전은 언제나 실세계의 발전에 좌우되며, 거꾸로 실세계를 유지·발전시킨다. 결국 수학의 문제는 현실에서 나오며 그 성과는 현실에 되돌려진다. 역사 발전 자체가 변증법적 유물론이 전개되는 과정이고, 그 결과물은 변증법적 유물론의 반영이다. 그러므로 변증법적 유물론의 법칙을 의식하면서 수학적 대상과 사실에 접근한다면 그것의 본질과 법칙을 더욱 효과적으로 파악하고 발견할 수 있게 된다. 변증법적 유물론은 대상을 전면적이고 객관적으로 보게 하는 방법론이자 수단이기 때문이다. 그리하여 "수학의 역사적 발전의 기술적, 사회적 기반을 변증법적 과정과 결부시켜 인식하는 것은 수학에 완전히 새로운 추진력과 힘을 부여할 수 있을 것이다"(라베렌느, 1988: 87). 이러한 변증법적 유물론의 관점은 교육에 대한 비고츠키(Выготский)의 관점과 일치하고 있다. 개인의 지식뿐만 아니라 인류의 지식은 당시까지 인간이 물질세계와 상호작용하면서 축적한 것을 그대로 받아들이고, 물질세계의 요구와 인간의 필요를 충족시켜 가는 가운데 기존의 지식 위에 새로운 지식을 구축하는 과정을 거쳐서 형성된다. 비고츠키는 이러한 지식의 객관성을 인정하는 데서 출발하여 그 지식을 인간이 어떻게 획득, 이해, 적용하면서 확장시켜 가는지를 모방, 내면화[4], 근접발달영역[5]이라는 개념을 이용하여 분석, 설명하고 있다. 그(1962, 1997)는 학습 초기에 일어나는 모방을 적극적으로 해석한다. 그에 따르면 인간은 먼저 자기 바깥에 있는 지식을 모방을 통해 받아들이면서 내면화 과정을 거쳐 이해하고 구조화한다. 이러한 내면화를 이루어 가는 시공간적 영역이 근접발달영역이다. 한마디로 객관적 지식의 모방을 통한 내면화가 근접발달영역에서 일어난다. 이 영역에서 학생은 과학개념[6]을 획득, 이해하게 되는데, 이때 교사의 도움을 받거나 또래와 협력하게 된다. 이렇게 인식, 지식이 형성되는 과정에서 보이는 변증법적 유물론의 특징을 심리학과 교육에서 찾고 적용한 사람이 비고츠키이다.

이 글은 비고츠키 이론에 기반을 둔 수학 교수-학습이론을 세우는데 최종 목적을 두고 있다. 그것을 이루기 위해서는 비고츠키 이론이 근거하고 있는 변증법적 유물론으로 수학을 분

---

4) 비고츠키(1978: 56)는 내면화를 외적 조작의 내적 재구성이라고 정의한다. 이때 내면화는 단순히 외부에서 주어지는 것을 복제하여 되풀이하는 것이 아니라 인간 자신의 정신, 의식 구조 속에 융합시키는 과정으로서 질적 변화가 일어나는 과정이다.

5) 혼자서 문제를 해결하는 것으로 결정되는 실제적 발달수준과 어른의 안내나 좀더 능력 있는 또래들과 협력하여 문제를 해결하는 것으로 결정되는 잠재적 발달수준 사이의 영역을 일컫는다(비고츠키 1978, 86쪽).

6) 이와 대비되는 것이 일상개념이다. 일상개념에는 체계가 없는 반면, 과학개념에는 체계가 있다. 전자의 경우에 학생은 "개념이 참조하는 대상에 항상 주의를 집중하지만, 이것을 이해하는 사고행위에는 주의를 집중하지 않는다"(비고츠키, 1987). 그러나 "과학개념은 대상과 아주 다른 관계를 지닌다. 이것은 개념의 위계적인 내적 상호관계의 체계 안에 있는 다른 개념을 통해 매개된다"(같은 책). (Wertsch, 1999에서 재인용).

석하는 일이 선행되어야 한다. 때문에 변증법적 유물론의 수학관을 제시하는 것을 첫 작업으로 삼았다. 이 일을 수행하는 데만도 많은 지면이 소요되어 교수-학습 이론을 제시하는 데까지 미치지 못하였다. 수학에 대한 객관적인 관점을 세우는 것은 변증법적 유물론에 입각하여 수학을 설명하는데 있어서 첫 고리이므로 이로부터 기술해 나가고자 한다.

III. 수학의 변증법적 유물론에 입각한 전개—유물론을 중심으로[7)]

변증법적 유물론에서 지식(진리)의 객관성은 중심 개념의 하나이다. 진리의 객관성이라는 것은 다음과 같은 의미를 지닌다. 첫째, 진리의 객관성은 의식의 바깥에 독립적으로 존재하는 객관적 실재가 있다는 것이다. 그렇기 때문에 사물과 바깥 세계에 대한 우리의 지식으로부터 출발하여 그것을 실천을 통해 다시 실재에 적용할 수 있게 되고 그로부터 인식을 심화, 확대시킬 수 있는 가능성이 열리는 것이다. 둘째, 진리의 객관성은 이성에 의해 모사된 것의 진리성은 우리가 그것을 참으로 인정하느냐, 않느냐에 결코 의존하지 않음을 의미한다. 인식 결과의 참·거짓 여부는 개인이나 다수의 주관적 의도가 아니라 전적으로 인식 대상과 일치하는가에 따라 결정된다. 코페르니쿠스의 지동설을 예로 들 수 있다. 셋째 실천을 통한 검증은 진리를 입증하거나 확증해 주지만 진리를 구성하지는 않는다. 객관적 내용이 없다면 지식은 실천에서 아무런 의미를 갖지 못하며 인간의 바깥에서 발견되는 객관적 실재를 인간이 얻기 위한 실천에 도움도 될 수 없다. 지식의 객관성은 인간의 주체적 노력, 곧 실천에 의해 달성된다. 그렇지만 이 주체적 활동이 참된 지식의 내용을 이루는 것은 아니다. 그것은 진리를 향한 인식 운동의 수단이다. 진리의 객관성을 보여주는 예로서 기하의 발달과정을 살펴보자.

오랫동안 유일한 기하학으로 절대시되던 유클리드 기하학의 공준은 공간에 대한 확실한 직관에 기초한 의심할 수 없는 것이었다. 이러한 유클리드 공간을 선험적인 것으로 보는 칸트(Kant)의 견해는 비유클리드 기하학에 의하여 논박되었다. 사실 유클리드 기하학은 성립하고 나서부터 줄곧 의심을 받아왔다(4장 참조). 그것은 평행선공준에 대한 것이었는데 다른 네 공준으로부터 이끌어내려고 많이 시도하였지만 실패로 끝났다. 이러는 가운데 이것을 귀류법으로 증명하려는 시도에서 새로운 명제가 도출되었다. 주어진 직선 위에 있지 않은 한 정점을 지나며 그 직선에 평행한 직선을 둘 이상 그을 수 있다는 가정을 토대로 공간을 연구하였다(Boyer와 Merzbach, 2000). 이에 영향을 끼친 것이 고대부터 천문학의 일부로 연구되어 오던 구면삼각법(뒤에 구면기하학)의 여러 정리가 유클리드 기하학과 다른 성질을 가진다는 사실이었다.

이 연구로부터 비유클리드 기하학이 탄생하였다. 이는 놀랄만한 동시 발견(가우스Gauss, 로바체프스키Лобачевский, 보야이Bolyai)의 예이다. 공간을 올바르게 설명하려는 인간의 실천이 비유클리드 기하학을 성립시켰다. 이것은

7) 변증법적 유물론과 대가 되는 것을 기계론적 유물론이라고 한다. 변증법적 유물론은 유물론을 변증법적으로 해석, 적용하는 것이다. 그렇다고 유물론과 변증법으로 분리시키면 전혀 엉뚱한 것으로 되어 버린다. 여기서 수학의 발달과정과 그 결과물을 유물론과 변증법이라는 두 범주로 나누어 살피는 것은 이해를 돕기 위한 하나의 방편에 지나지 않는다. III장은 유물론이, IV장은 변증법이 관철되는 모습을 부각시키려는 의도에서 기술하였으나, 다루어지고 있는 소재들은 분명히 통일적으로 변증법적 유물론이 관철되고 있다.

우리가 사는 공간이 유클리드 공간 구조만을 갖는다는 생각, 세계관을 뒤흔들어 놓았다. 만일 그러한 공간이 없다면 비유클리드 기하학은 오류로 판정되고 인정받지 못했을 것이다. 이 기하학이 성립할 수 있던 것은 비유클리드 공간이 그것을 설명하는 기하학이 나타나기 이전부터 유클리드 공간과 함께 이미 존재하고 있었기 때문이다. 단지 이전에는 인식의 수준과 물리적인 도구를 비롯한 역사적인 제약으로 인해 유클리드 공간만을 절대적인 것으로 받아들였던 것뿐이다.

인간은 따로 떼어놓을 수 없는 행위(실천)와 반성(사고)을 통해서 대상을 인식하게 된다. 과학적 탐구는 변증법적 통일관계에 있는 사고와 실천 사이를 끊임없이 오간다. 수학자도 마찬가지이다. 도형을 겹쳐놓는 것과 같은 외면적 방식으로, 모든 경험을 추상한 것처럼 보이나 과거의 반복된 경험에 의해서만 의미를 갖는 기호를 조작하는 암묵적인 방식으로 그렇게 한다. 지식의 원천은 객관 세계를 반영하고 있는 감각이나 지각이다. 수학적 사유의 원천도 감각 경험이다. 정신은 감각 소여[8]로부터 출발하여 추상개념을 만들고, 그것을 기호로 대체한다. 수학자는 그러한 기본 요소들과 그가 순수하게 이성적이라 생각하는 과정들로 새로운 정신세계를 구성한다. 따라서 수학은 선천적 학문이 아니다. 관념론자들은 수학의 명제, 특히 공리는 선험적인 성격을 갖고 있고, 수학에서 이성은 자신의 독특한 자유로운 창조물에 관계하고 있다고 한다. 그러나 공리는 인간이 만든 것이기는 하나 그것의 기원은 실제 세계이다. 실세계를 바르게 반영하지 못하는 공리는 수정되거나 폐기된다. 공리와 개념은 그것의 출발점이었던 경험을 바탕에 두고 있다. 수학자는 경험의 도움을 받아 추리하고 구성한다. 따라서 수학은 동일하지는 않은 경험의 다양함과 유동성에 필연적으로 연결되어 있다. 수학의 모든 개념은 실제 세계로부터 취득되는 것이고, 경험에 기원을 두고 있다.(Foulquié, 1983; 녹두, 1986b)

실제로부터 수학이 분리되었다고 하여 그 둘 사이의 관계가 사라진 것이 아니라, 오히려 매우 밀접한 관계를 서로 맺고 있다. 이러한 기초 관계가 단절되는 경우 수학은 정체에 빠지기 시작한다. 일반적으로 수학에 새로운 자극이 주어지는 것은 새로운 과학기술이 계속 발달하고 있는 때이다. 그때 수학에서 새로운 길을 개척한 사람들은 실천에 관심을 갖고 새로운 과학기술에 밀접히 관계한 사람들이었다. 뒤이어 새로운 발견에 대한 수학적 정리와 발전의 과정이 일어난다. 그러나 그러한 과정에서 적용에 실패한다든가 적용이라는 문제에 의해 자극되지 않는다면 그 과정은 오래 지속될 수 없다.

물질의 일반적인 연관, 운동, 발전 형식에 대한 인식의 최고 단계는 '법칙'으로 표현된다. 실제로부터 그것을 설명하기 위해 끌어내어 정리한 것이 법칙이다. 이 법칙을 찾아냄으로써 우리는 더욱 많은 실제를 설명할 수 있게 된다. 객관적인 법칙은 자연, 사회, 사유 속에 존재한다. 그것은 기호 진술에 반영된다. 그러나 법칙은 사람들의 의식이나 의지에 의해 만들어지는 것이 아니라 그것들과 독립하여 존재한다. 진술된 법칙은 진술의 대상을 이루는 객관적 법칙과 구별되어야 한다. 과학의 법칙은 자연과 사회의 객관적인 여러 법칙이 반영된 것이다. 자연의 최고의 산물인 인간의 인식은 단지 그 합법칙성을 반영할 뿐이다.

---

8) 所與: 사고의 대상으로서, 의식에 대하여 직접 주어지는 것. 추리나 연구 등의 출발점으로서 주어지거나 가정(假定)되는 사실이나 원리.

그 예를 통계에서 들어보자. 통계 법칙은 객관성 · 필연성 · 보편성을 갖고, 같은 형태의 모든 사건에 적용되며, 현상의 본질적이고 필연적인 관련을 표현하고 있다. 이러한 법칙을 발견하려면 대량의 우연을 연구해야 한다. 이러한 필연과 우연이 변증법적으로 관련되어 있음을 밝히는 것이 '큰 수의 법칙'이다. 확률은 가능성을 양으로 나타낸 척도로서 우연의 계산을 기초로 하여 결정되고, 많은 우연 가운데 일정한 합법칙성, 곧 필연을 나타낸다. 확률은 사건이 일어나는 것을 인간이 확신하는 주관의 정도가 아니라 여러 조건과 사건 사이에 객관적으로 존재하는 관련을 표현하고 있다(녹두, 1986b).

우리가 생각하는 모든 것은 우리를 둘러싼 주변 환경으로부터 주어진 여러 요소에 대한 반응이다. 마찬가지로 모든 발명이나 발견도 그것이 일어날 수 있는 여건이 갖추어져야 일어난다. 아무리 뛰어난 천재가 태어난다고 하여도 그가 천재성을 발휘할 시대 환경이 마련되지 않는다면 그의 천재성은 발휘되지 못한다. 다시 말해서 "천재조차도 언제나 그 시대와 환경의 산물이다. 창조는 그 이전에 생겼던 욕구에 기초해서 그가 없어도 여전히 존재하고 있을 가능성에 의존하고 있다. 과학과 기술의 역사적 발전에서 순차성을 관찰할 수 있는 것도 이 때문이다. 어떠한 발명, 발견이 이루어지기 위해서는 그에 필요한 물질적, 심리적인 조건이 형성되기 전에는 나타나지 않는다. 창조는 모두 나중에 나타난 형식이 그 이전에 있는 것에 의해 정해지는 역사적인 계승 과정이다" (비고츠키, 1999: 60). 각각의 발견, 발명은 물질생산의 요구에 의해 이루어진다. 과학자나 발명가는 이 요구를 포착하여 자신의 창조활동 속에 반영시킨다. 그들은 발견이나 발명을 통해 이 요구를 충족시키는 역할을 수행한다. 사회적 생산의 이러한 요구는 한 사람이 아닌 사회의 특정한 계층에게 영향을 미친다. 이 때문에 여러 지역에서 똑같은 발견이나 발명이 서로 관계없이 이루어지는 예를 자주 볼 수 있는 것이다. 로그, 미적분, 비유클리드 기하학 등이 그러하다. Eves는 수학에서 이루어진 여러 발전은 그 시대의 산물임을 곳곳에서 언급하고 있다. 그는 "17세기의 수학에 주어진 커다란 자극은 사실 당시의 모든 지적 추구와 더불어 일어난 것이었고, 의심할 바 없이 당시의 정치, 경제, 사회적 발전에 기인한 것이다"(1996: 269)라고 하고 있다.

그러나 모든 문제를 과학과 기술의 발전에 대한 생산과 기술의 영향을 해명하는 데만 귀착시켜서는 안 된다. 문제의 또 하나의 측면은 뛰어난 개인(과학자나 발명가)이 사회-역사적 실천상의 절실한 요구를 올바르게 포착하여 그 요구의 충족을 촉진한다고 하는 사실이다. 적절한 사람들이 없다면 그 요구는 충족되지 못한다. 그러므로 뛰어난 과학자와 기술자가 적극적인 역할을 수행하는 것은 의심의 여지가 없다.

이렇게 법칙을 찾고 실제와 합치됨을 확인하는 과정이 사회-역사적 성격을 띠고 있다는 사실에서 사고의 불완전함은 객관이 아닌 주관에서 유래한다고 할 수 있다. 따라서 사고를 완전하게 형성해 가는 것은 단순히 다른 객관적 실재를 또 하나 필요로 하는 것이 아니라 주체의 인식이 발전하는 것과 결부되어 있다. 이 불완전성은 인간이라는 유기체의 여러 기관(器官)에서 비롯된 것이 아니라 사회적 본성, 인간관계의 성숙도, 생산의 성격, 노동과 사회-정치 체제에서 비롯된 것이다. 예를 들어 사영기하학이나 복소수 같은 것을 아폴로니우스(Apollonius), 알 콰리즈미(al-Kwharizmi) 같은 사람들이 알 수 없었던 것은 그들의 사고기관이 이것을

받아들이기에 불충분하거나 능력이 없었기 때문이 아니다. 인간 인식의 완전성은 인류의 무한한 역사적 발전 과정에서 실천을 통해 실현된다. 진리 그 자체는 인간이 객관적 실재를 파악해 가는 사회-역사적 과정이다.

그런데 사회-역사적 과정에서 겉으로 드러난 변화에만 주목한 상대주의는 수학의 명제를 약속, 협상, 조건 명제로 본다. 이런 관점에 서 있는 대표적인 수학자의 한 사람인 포앙카레(Poincaré)는 "유클리드 기하학은 참된 것인가라는 문제에 대해 실제로 무조건적인 진리가 아님을 발견한다. 이것은 미터법이 낡은 도량법과 견주어 바른 것인가, 데카르트(Descartes) 좌표는 극좌표보다 더 참된 것인가라고 묻는 것과 같다. 어떤 하나의 기하학은 다른 기하학보다 더 참된 것일 수 없다. 그것은 단지 더 편리한 것일 수 있음에 지나지 않는다"(녹두, 1986b: 271)라고 쓰고 있다. 그러나 기하학의 공리와 도량법 사이의 유추는 성립될 수 없다. 거리는 미터나 척(尺), 피트로도 잴 수 있다. 측정의 단위로서 미터를 쓰는 것은 조건적인 성격을 띠고 있으며 협상의 결과이다. 그러나 기하학의 공리는 조건적인 것이 아니다. 그것은 자연에 존재하고 있는 실재의 관계를 반영하고 있다. 유클리드 기하학은 곡률이 0인 평면의 경우를 반영하고 있다. 따라서 공간의 곡률이 양이나 음의 값을 갖는 조건에서 그것은 정확한 것이 아니다. 만약 이러한 조건에서 그것을 적용한다면 그릇된 결과를 얻게 된다. 과학의 진리는 주관적 또는 조건적인 것이 아니라 객관적인 것이라서 사람들이 정한 협정의 결과가 아닌 객관적인 현실의 반영이다.

수와 도형의 개념도 현실 세계에서 유래한 것이지 결코 다른 곳에서 유래한 것이 아니다. 사람들이 사물을 세는 맨 처음의 수단이었고, 사람들에게 처음 산술계산을 가르쳐준 손가락 열 개는 오성의 창조와 전혀 관계없다. 그리고 셀 때는 셀 대상이 있어야 한다. 하지만 그것 말고도 대상의 개수 이외의 다른 모든 특성을 무시하는 능력이 필요한데, 이 능력은 오랜 역사와 경험의 산물이다. 마찬가지로 도형의 개념도 전적으로 외적 세계에서 유래한 것이지, 결코 머리 속의 순수한 사유로부터 도출된 것이 아니다. 우리가 도형의 개념에 도달하기 전에 반드시 형체를 가진 그리고 그 형체를 비교할 사물이 있어야 한다. 순순수학도 현실 세계의 공간 형태와 양적 관계 같은 실재적인 소재를 대상으로 삼고 있다. 단지 이 소재가 대단히 추상적인 모습으로 나타나기 때문에 이 소재의 출처가 외적 세계에 있다는 사실이 가려졌을 뿐이다. 사실 이 형태와 관계를 그 자체로 연구하려면 이것을 내용과 분리하고 내용을 무시해야 한다. 그래서 크기가 없는 점, 폭이 없는 선, a와 b, x와 y, 변수와 상수가 나오고, 나중에 오성 자신의 자유스런 창조물과 상상물, 곧 상상의 양에 도달한다. 수학에서 양이 언뜻 보기에 그 상호관계에서 유래하는 일이 있을지라도, 이것은 선험적 기원을 입증하는 것이 아니라 합리적 관계를 입증하는 것에 지나지 않는다. 직사각형의 한 변을 축으로 한 바퀴 돌리면 원기둥이 생긴다는 생각에 도달하기 전에 사람들은 비록 대단히 불완전한 형태로나마 수많은 실제 직사각형과 원기둥을 다루었을 것이다. 다른 모든 과학과 마찬가지로 수학도 인간의 필요에서 나온 것이다. 다시 말하자면 순수수학도 바로 이 세계에서 유래한 것이고 이 세계의 구성형식의 일부분을 포함한다. 그리고 바로 그것 때문에 이 세계에 적용된다.(Engels, 1987: 46-47)

마지막으로 수학에서 양(추상)과 질(구체)의 관계를 보면 다음과 같다. 수학은 실제 대상들의 규정성인 질로부터 양적인 규정을 추상해내

어 다룬다. 양을 양으로서, 요컨대 양과 그 변화, 양적 규정성 사이의 관계를 그 자체로서 연구하는 학문이 바로 수학이다. 구체적인 다수의 질적 차이로부터 동질성을 추상하고, 나아가 질 일반을 사상(捨象)시키는 추상화 과정에 의해 도출된 것이 양이다. 예를 들어 몇 개의 과일을 세는 경우, 사과라든가 배라든가 하는 질의 차이를 사상해서 과일이라고 하는 등질인 것으로 환원하고 나아가 이 등질성에서 질 일반도 사상해서 양적 규정을 얻는다. 다시 말해서 양은 객관적인 것의 한 측면이지만, 어떤 것을 바로 그 어떤 것이게 하는 질적 규정성을 사상하여 성립하고 있다. 그러므로 수학에서 언제나 고려해야 할 하나의 중요한 사실은 어떠한 것에 대한 양적 인식만을 통해서는 도저히 그것을 전면적으로 인식할 수 없다는 것이다. 구체적인 것에 관한 양적 연구가 그 질의 해석과 결부되지 않은 채 이루어지면서 수학적 치장을 하면 할수록 관념론의 미로에 빠진다(岩崎, 宮原 1985).

Ⅳ. 수학의 변증법적 유물론에 입각한 전개—변증법을 중심으로

변증법은 '운동이 물질의 존재 방식'이라는 인식에 입각하여 모든 운동과 발전의 일반 법칙을 파악한다. 이러한 법칙들은 물질의 한두가지 운동방식을 규정하는데 그치지 않고 운동을 물질 일반의 존재 방식으로까지 규정한다. 왜냐하면 물질이든 사유든 운동과 발전을 하지 않는 것은 없고, 그것을 파악하고 의식적으로 사용하는 과정조차도 변증법적이기 때문이다.

그렇지만 "변증법이 … 정지나 평형을 인정하지 않는다는 것은 아니다.

다만 변증법은 운동이 절대적인 것에 비해 정지나 평형은 실재에서 상대적인 측면에 지나지 않는 것으로 본다"(윤영만, 1985: 32).

정지와 평형은 낱낱의 물질적 대상에만 존재하고, 전체 물질에는 존재하지 않는다. 또한 그것들은 낱낱의 운동에만 존재할 수 있고 주어진 대상 속에 고유한 운동의 전 종류에 관해서는 그렇지 않다.(녹두, 1986b) 예를 들어 유클리드의 공준에 대해서 살펴보자. 인간의 인식 수준이 높지 않았을 때는 우리가 살고 있는 공간에 대해서 유클리드 공간밖에 알 수 없었으므로 유클리드의 평행선 공준을 절대적인 것으로 생각하였다. 그렇다고 해서 비유클리드 기하학을 발견하기까지 유클리드 기하학이 어떠한 도전도 받지 않은 것이 아니다. 오랜 세월에 걸쳐 많은 사람들의 업적을 바탕으로 유클리드가 다섯 공준을 마련하고 얼마 지나지 않아 평행선 공준은 기하학의 유명한 네 번째 문제[9]가 될 정도로 2000년 남짓한 기간 동안 연구의 대상이었다. 처음에는 앞의 네 공준으로 평행선 공준을 증명하려는 소박한 시도가 그리스인 사이에 있었다. 그러한 시도가 11세기 알하젠(Alhazen)과 오마르 카얌(Omar Khayyam)을 거치고 18세기 사케리(Saccheri)와 람베르트(Lambert)를 거쳐 이루어진 연구의 영향을 받아 로바체프스키가 1826년에, 보야이가 1829년에 비유클리드 공간이 존재함을 밝혔다. 이렇게 볼 때 하나의 수학적 사실이 확인되고 의심 없이 받아들여지는 것은 그리 오랜 기간이 아니다. 그보다는 그 사실이 도전 받는 기간이 훨씬 길다는 사실을 알 수 있다. 변화와 운동을 하는 대상이나 사태를 올바르게 파악하기 위해서는

9) 다른 세 문제는 눈금 없는 자와 컴퍼스만으로 해결해야 하는 삼대 작도 문제를 일컫는다.

그 자체를 지향해야 한다(객관성). 고찰의 객관성을 유지하고자 한다면 사태를 전면적으로 파악해야 한다(전면성). '전면적'이라는 말은 대상의 운동과 발전을 개념화하는 것을 포함한다. 또한 대상과 대립물의 관련성도 탐구해야 한다. 상황마다 주어지는 인식의 가능성들은 신체, 정신, 역사, 문화적으로 한계가 지어지기 마련이다. 그렇기 때문에 대상에 다가갈 때 인식 주관의 일면성을 떨쳐버리기 위한 의도적인 접근 방식, 곧 변증법적 유물론이 요구된다. 이 변증법적 유물론에는 세 가지 기본 법칙이 있다. 그것들은 변증법적 유물론의 여러 범주 안에 대립하는 두 요소 사이의 관계 그리고 범주들 사이의 관계를 포함한 모든 운동을 설명해준다.

첫째, 양질전화의 법칙: 발전에는 양적 변화라는 점차적이고 막힘이 없는 성장 형태와 점차성의 중단이 나타나는, 곧 낡은 질적 상태로부터 새로운 질적 상태로 비약하는 형태가 있다. 양적 구별은 질적으로 동등한 것 사이의 구별이다. 그것의 특수성은 측정될 수 있다는 사실에 있다. 양적 변화는 헤겔의 표현으로 한도(Maß)를 갖게 된다. 양적 변화는 일정한 한도 이상으로 계속해 나아간다면 질과 첨예한 모순에 빠지고 이것과 양립할 수 없는 것으로 된다. 이때 대상, 질이 변화한다.

스토이스로프(1989)는 질의 변화를 다섯 가지로 설명하고 있다. (1)차원이 낮은 발전 단계는 높은 단계의 필연적인 존재조건을 이루며 차원이 높은 단계에 흡수된다. (2)차원이 높은 발전 단계는 낮은 단계보다 더욱 풍부하고, 분화되어 있고, 다양하고, 복잡하고 복합적이다. (3)차원이 높은 발전 단계는 낮은 차원의 법칙들을 함유하고 있지만 상위 법칙은 질적으로 새로운 것이다. 고차적인 운동형태는 그것보다 낮은 차원의 운동 형태를 포함한다. 그러나 그 역은 성립하지 않는다. (4)물질의 단계별 운동 방식들의 규정성, 다양성, 복잡성이 증대하는 만큼 사물이나 유기체의 차원 높은 단계를 특징짓는 존재 형식의 자립적인 활동성은 물론이거니와 정보 수용과 변환 능력도 증대한다. (5)발전의 과정에서 퇴행적인 운동이 있다고 해서, 이미 도달된 고차적인 것의 자리에 차원이 낮은 것이 들어선다고 해도 그것은 반복이나 단순한 순환운동은 아니다.

이상의 것들을 군(群)의 경우를 예로 들어 확인해보자. 어떤 집합 G가 연산 ∘에 관하여 군을 이루기 위해서는 먼저 주어진 연산에 닫혀 있어야 하며, G의 모든 원소에 대하여 연산 ∘에 대한 결합법칙이 성립하고, 연산 ∘에 관한 항등원이 존재해야 하며, G의 각 원소에 대하여 역원이 존재해야 한다. 네 가지의 낮은 차원의 요건들이 모여 군이라는 새로운 질을 갖는 규정을 만들어낸다. 네 가지 요건의 형태는 그대로 유지되지만 서로의 관련 속에서 질적으로 변화된 모습을 만들어낸다. 결국 군은 고대부터 인류에게 커다란 과제였던 방정식의 풀이에 관한 열쇠를 제공해 주는 높은 차원의 규정으로 된다. 이 네 가지 요소는 높은 단계인 군의 필수조건을 이루면서 통합된 관계 속에서 군에 흡수되고 있다. 군의 성질이 있는지 없는지 알아보기 위한 네 가지 요소의 점검이 낮은 차원의 것을 단순히 되풀이하는 것은 아니다. 군은 자체적으로 대상의 성질을 파악하는데 쓰일 뿐 아니라 높은 추상성으로 인해 여러 구체적인 것들을 아우를 수 있는 능력을 가지고 있다.

그런데 양질전화가 언제나 순조롭지는 않다. 새로운 것이 출현하고 나면 낡은 것은 한동안 더 완강하게 자리를 지키고자 하기 때문이다. 예로써 칸토어(Cantor)가 집합론을 확립했을 때의 상황을 들 수 있다. 그는 집합론을 수립할

즈음에 여러 수학자들에게 그 결과의 타당성을 인정받기 위해서 많은 노력을 기울였다. 당시는 무한을 매우 기피하였고 수학자들조차 실무한을 받아들이기를 꺼렸기 때문이다. 이 가운데 특히 크로네커(Kronecker)는 칸토어의 연구 결과를 인정하지 않았던 대표적인 사람이다. 집합론 논문이 발표되고 40년 정도의 세월이 지나고 나서야 칸토어의 업적은 정당한 평가를 받게 되었다.

둘째, 대립물의 통일과 투쟁의 법칙: 모든 발전의 원천, 그 내적인 충동, 대상 안에 존재하는 서로 대립하는 측면과 경향을 명확히 한다. 모든 대립물은 구별된다. 그렇다고 해서 구별이 모두 대립물은 아니다. 자연수와 도형 사이에는 의심할 바 없는 구별이 존재하지만, 이러한 구별은 내적 연관성이 없는 그냥 다른 것에 지나지 않는다. 대립물의 특징은 서로 배제함과 동시에 서로를 존재 기반으로 삼는데 있다. 이것들은 그것보다 한 차원 높은 것 속에서 통일되어 있다. 예로써 뺄셈과 덧셈, 유리수와 무리수, 유한과 무한, 미분과 적분과 같은 것들을 들 수 있다. 그것들은 새로운 수학 구조를 만들어내는 바탕이 된다. 대립이 단일성을 배제하는 것이 아니라 단일성의 필요조건이 된다.

양극 대립은 모든 현실적인 대상과 과정의 본질적 징표이다. 그것은 대립물의 양극이 서로 분리될 수 없는, 상호 전제하고 제약하며, 특정한 측면에서는 그것들 가운데 하나가 다른 하나에 포함되어 있고, 상호 전화될 수도 있는 대립이다. 예를 들어 양수와 음수를 도입하여 덧셈과 뺄셈을 할 때 $7-4=7+(-4)$ 또는 $9+3=9-(-3)$로 생각할 수 있다. 그럼으로써 연산을 제한 없이 하게 되는데 그것은 양수와 음수, 덧셈과 뺄셈이 서로 전화할 수 있기 때문이다. 사실 이로부터 덧셈 가환군을 보게 된다.

대립하는 것이 하나의 대상 안에 (통일되어) 존재한다는 것은 형이상학[10]의 시각에서 보면 모순이다. 그러나 현실 세계에서 대립물의 통일은 대상이 존재하는 이유이다. 그러므로 대립물의 통일에서 보이는 모순은 불합리가 아니다. 이러한 대립물의 통일에 대해서 엥겔스(1987: 132)는 미분학을 예로 들어 "… 모순=불합리이다. 이 명제는 적어도 어느 정도의 상식을 가진 사람에게는 직선은 곡선이 아니고, 곡선은 직선이 아니라는 명제처럼 당연한 것으로 생각될 것이다. 그러나 미분학에서는 모든 상식의 항의에도 불구하고 일정한 조건 아래서 직선과 곡선은 동일하다고 본다. 따라서 미분학에서는 직선과 곡선을 동일시하는 것이 모순임을 고집하는 상식이 도달하지 못하는 결과에 도달한다"라고 하였다.

셋째, 부정의 부정이라는 법칙: 단순한 것으로부터 복잡한 것으로 그리고 낮은 차원에서 높은 차원으로 전진하는 발전의 기본 방향과 경향을 설명해준다. 발전은 현존하는 것을 변증법적으로 부정하는 것이다. 새로운 것이 낡은 것을 지양(止揚)하는 것이다. 지양은 선행하는 상태의 부정과 새로운 것의 내부에 선행하는 발전에 의해 달성된 긍정적인 것의 보존을 의미한다(녹두, 1986b). 곧, "낮은 형태는 붕괴되지 않고 고등 형태 안에 통합된다. 고등 형태의 씨앗은 낮은 형태에 들어있다"(비고츠키, 1997: 89). 이 법칙은 재생산과 높은 차원의 발전에서 보이는 여러 단계가 상호관계에서 이미 존재했던 것으로 귀환하는 계기를 포함한다. 이는 발전의 상승과정은 나선의 형태로 이루어짐을 말

10) 여기서 형이상학은 헤겔이 변증법에 대립하는 용어로 사용한 것을 이른다. 현실적인 대립물을 그것의 상대성 안에서 개념화하지 못하고 대립물이 화합할 수 없음을 사유 원리로 삼는 그러한 사유방식을 헤겔은 형이상학으로 규정지었다.

해준다. 나선은 출발점으로 단순히 되돌아오는 것이 아니라 새로운 곡선의 시작, 곧 발전의 새로운 변증법적 순환을 형성한다. 변증법적 부정은 단순히 '아니다'라고 말하는 것에 국한되지 않는다. 발전의 계기로서 부정은 절대적인 부정, 곧 그 안에 어떠한 긍정적인 것도 갖지 않는 부정이 아니다. 그것의 목적은 새로운 것의 긍정이다. 질적 변화는 낡은 질의 부정이다. 부정이 없다면 어떤 것이 다른 것으로 이행하지 못한다. 대립물의 투쟁은 한 쪽의 대립물이 다른 쪽을 극복함으로써 완수되는데, 이는 어떤 것의 부정과 다른 것의 긍정을 의미한다. 수학에서도 발전은 여러 가지 관점의 변화와 관련되어 일어났다. 근본적인 관점의 변화, 곧 기존의 것에 대한 부정은 커다란 진보를 가져왔다. 예로 갈로아(Galois) 이론을 들 수 있다. 이 이론은 다항방정식을 근호로 풀 수 있는가를 대응하는 갈로아 군은 무엇인가라는 물음으로 바꿔놓는다. 이와 같이 이전에는 무한의 성질을 지닌 것으로 간주되던 문제(다항식의 계수를 무한체의 원소라고 가정하면)가 이제는 유한인 것으로 생각된다(Hefendehl- Hebeker, 1998). 부정의 부정이라는 사유법칙의 적용은 사고를 한 차원 높은 단계로 끌어올린다.

변증법의 여러 법칙과 범주는 머리 속에서만 생각된 것이 아니고 자연과 사회 생활 그 자체로부터 나온 것이어서, 사람들의 의식으로부터 독립하여 존재하는 바의 객관 법칙을 반영하고 있다(녹두, 1986a). 앞에서 몇 가지 예를 들어서 수학에서 변증법적 유물론이 관철(貫徹)되고 있음을 보았다. 사실 이러한 것은 수학의 역사를 다룬 책이나 수학의 내용을 주의 깊게 읽어본다면 어렵지 않게 알아낼 수 있다. 왜냐하면 수학의 발전이 변증법적 유물론의 전개 과정이고, 그 결과물은 이것의 반영이기 때문이다.

변증법적 유물론의 기본법칙이 수학에서 관철되고 있음을 밝히는 것은 수학을 하거나 수학을 가르치고 배울 때 더 넓은 시야를 갖게 해줄 것이다. 이와 관련해서 엥겔스는 "형식논리학은 … 이미 알던 것에서 모르는 것으로 진행하는 방법이다. 변증법도 이와 마찬가지이다. 그러나 변증법은 형식논리학의 협소한 한계를 돌파하기 때문에 더 포괄적인 세계관의 싹을 품고 있다. 수학에도 이와 같은 관계가 있다" (1987: 133-134)라고 말하고 있다. 그리하여 "변증법적 유물론의 덕택으로, 기술과 수학의 관계 그리고 일반적으로 인간의 진보와 수학의 진보 사이의 관계를 분명히 함으로써, 이 과학의 (그 추상성의 배후에 있는) 역사적 발전의 경제, 사회적 원인을 찾아낼 수 있게 된다. 마찬가지로 변증법적 유물론의 덕택으로, 수학자의 연구에서 특유한 움직임으로 볼 수 있는 것의 본질적 성격을 더욱 잘 이해하고, 수학 사상(思想)에서 위대한 발견의 참된 흐름을 발견해낼 수도 있게 된다."(라베렌느, 1988: 80)

아래에서는 변증법적 유물론의 세 가지 기본법칙이 관철되는 예들을 다루고자 한다. 이것들을 통해서 수학에서 다루는 추상이 단순한 추상이 아니라 구체로 상승한 추상의 모습임을 보게 될 것이다. 또한 수학이 단순히 기호를 형식에 맞추어 전개시킨 것이 아니라 그 안에 운동과 발전의 과정이 담겨 있음도 보게 될 것이다.

첫째, 수는 다수와 단일체라는 두 측면을 동시에 갖고 있다. 이를테면 6은 어떤 단위의 6배이며 또한 5×6처럼 다른 수를 구성하는 한 단위이다. 수는 이러한 대립되는 두 측면이 통일되어 있음으로 해서 자신의 정체성을 분명히 하게 된다.

둘째, 고대 그리스의 수학자들은 (양의) 정수 말고는 두 정수의 비인 분수밖에 알지 못하였다. 실제 그들은 직선이나 곡선을 아주 많지만

유한인, 크기가 같은 원자로 이루어져 있다고 생각하였다. 다시 말해서 임의의 두 선분이 주어질 때 각각을 모두 정수 배로써 표시할 수 있는 매우 작은 선분이 존재함을 의심하지 않았다. 그런데 직각삼각형의 변의 제곱에 관한 정리로부터 정사각형의 대각선과 변은 통약불능이라는 사실이 밝혀졌다. 이 결과로 모든 것이 정수를 따른다는 기본 가정은 뒤엎어졌다. 그래서 피타고라스 학파는 무리수의 발견을 비밀에 붙이기로 했다고 전한다. 그렇지만 결국 그 비밀은 퍼졌다. 마침내 그리스의 수학자들도 수(유리수)를 부정하는 것으로 생각했던 무리수를 수학적 존재로 받아들이게 되었다. 이렇게 해서 그들은 유리수의 개념보다 더욱 일반적인 수 개념에 이르게 되었다. 그렇지만 데데킨트(Dedekind)가 절단이론을 사용해서 무리수 연산의 정확함을 이론적으로 증명하기까지는 2000년 이상이 걸렸다.

음수의 도입도 비슷한 과정을 거쳤다. 처음으로 음수를 사용했던 인도와 아라비아 사람들은 논리적인 면밀함을 추구하지 않았다. 그러다 르네상스 시기에 유럽 학자들이 고대의 유산을 다루면서 이것과 아라비아의 대수학을 종합하고자 했을 때는 많은 혼란이 있었다. 슈티펠(Stifel)은 음수가 영보다 작다는 것을 처음으로 명확하게 했던 사람이지만 방정식에서 음의 근을 '불합리한 수'라고 하여 무시하였다. 데카르트조차 슈티펠보다 한 세기쯤 지난 뒤에도 음수를 '거짓 수'라고 하였다. 그렇지만 결국 이러한 두 번째 위기는 새로 생긴 '불합리'를 수 개념 속에 통합함으로써 끝맺게 되고, 수 개념은 더욱 풍부하게 되어 다시 태어나게 되었다.

마지막으로 복소수는 가장 먼저 카르다노(Cardano)가 삼차방정식의 근을 연구하던 때에 생각했던 것이다. 몇 해 뒤에 봄벨리(Bombelli)가 기약인 삼차방정식의 경우에 허근이 존재함을 보이고 계산법칙을 세웠지만, 그는 그것을 오랫동안 '어리석은 생각'이라고 여겼다. 훨씬 나중에 가우스(Gauss)가 이 새로운 수에 대하여 기하학적인 해석을 내리고 나서도 이 수는 단지 실제로 사용하는 것에 의해서만 정당화되는 정말로 불합리한 것이라고 줄곧 생각되었다. 그것을 지금도 허수(虛數)라고 하는 것은 그 까닭이다.

셋째, 수의 역사는 새로운 단계를 거칠 때마다 많은 성과를 가져다주는 모순을 겪는데 집합론에서 그것을 명확하게 볼 수 있다. 수학자들은 여기서 이전까지 생각하지 않았던 무한에 도전하였다. 칸토어는 무한을 분류하였다. 이 시대에 무한의 종류에 대한 연구는 굉장히 열정적인 논의를 일으켰다. 칸토어 자신의 걱정과 크로네커의 반격이 그러한 예이다. 그렇지만 이후에도 이 논의가 완전히 끝나지 않았다. 거기에는 아직 많은 역설이 남아 있었는데, 어떤 것—모든 집합의 집합 또는 모든 순서수의 집합 따위—에 대해서는 생각하기를 거부하고 피하려 하였다. 아마도 수학자는 이곳에서 다른 어떤 영역에서보다 변증법적으로 생각해야 할 것이다. 엥겔스가 기술하였듯이 "무한은 자체가 하나의 모순이요, 모순 덩어리이다. 무한이 단순한 유한으로 구성된다고 하지만 이것이 벌써 모순이다. … 이 모순을 배제하려는 모든 기도는 이미 말한 바와 같이 그보다 더 나쁜 새로운 모순에 빠지게 된다. … 모순의 제거는 무한의 종말일 것이다"(1987: 60). 집합론을 연구하는 사람에게는 이 모순을 제거하는 것이 문제로 되어서는 안 된다. 그보다도 모순을 종합하고 서로 모순이 되는 두 사항을 극복하여 수학의 여러 개념을 새로이 풍부하게 하여 이 모순을 지양하는 것이 문제로 되어야 한다.

넷째, 무한대와 무한소를 살펴보자. 어떤 일

정한 양에서 출발하여 두 배로 한다든가, 반으로 줄여간다든가 하여 더 큰 방향이나 더 작은 방향으로 나아가 보자. 어느 경우나 참된 무한대나 무한소에 다다를 수 없다. 두 배로 하는 과정을 아무리 되풀이하여도 그 결과는 유한한 크기의 양에 지나지 않는다. 반씩 줄여가더라도 마찬가지이다. 그래서 두 배나 반으로 하는 과정의 무한한 진행이 있을 뿐, 참된 무한량은 얻을 수 없다. 때문에 참됨 무한량은 존재하지 않을 것이라고 생각할지 모르지만 그렇지 않다. 무한대를 보자. 그것은 칸토어에 의해 파악되었다. 그는 잠재적 무한과 실무한을 구별하고 무한집합을 부분집합과 농도가 같은 집합이라고 정의하였다. 이제 무한량이 무한한 절차 너머에 있는 것이 아니라 우리들 눈앞에 실재하는 것으로서 파악된다. 보통 전체가 부분과 같을 수는 없다고 생각하지만, 이것은 우리들이 유한한 것만을 염두에 두고 있기 때문이다. 유한한 것에는 성립하지 않는 관계를 무한집합에서 발견하고 이것으로 '실무한'을 파악한 것은 변증법의 훌륭한 적용으로써 칸토어의 빛나는 업적이다(거름, 1983).

무한소에 관해서도 현대 수학은 합리적인 개념에 도달하였다. 곧, 상수는 아무리 작더라도 그것의 반인 상수가 있기 때문에 무한소는 아니다. 무한소라고 하는 것은 독립변수의 일정한 변화에 따라 0에 수렴하는 변수이다(거름, 1983). 예를 들어 x가 한없이 0에 가까운 경우, sinx는 무한소이다. 곧, $\lim_{x\to 0}\sin x = 0$. 한없이 에 가깝다고 하는 것은 무한한 진행과정을 포함하고 있어 잠재적 무한일 수 있지만 그것에 종속된 변수는 실무한이다. 상수와 변수의 관계에 대해서 엥겔스는 "수를 다루는 수학은 대체로 형식논리학의 한계 안에서 움직이고, 변수를 다루는 수학—가장 중요한 부분이 미적분이다—은 본질상 변증법이 수학적 관계에 적용된 것이다"(1987: 146)라고 하였다.

다섯째, 사고를 돕는 기호의 발달사를 보면 변증법적 발전의 과정을 확인할 수 있다. 각 단계 사이에는 오랜 시간 동안 엄청난 자료의 축적 과정을 거치면서 표현 방식의 한계를 느끼게 되고, 기존의 표현 방식을 지양하려는 노력을 기울이게 된다. 이러한 지양의 결과가 바로 표현 방식의 변화이다. 사실 양질전화는 기존 질의 부정을 통해서 일어난다. 발달의 첫 단계는 미지수나 계산의 전체 과정을 일상 언어로만 기술하던 언어대수 단계이다. 두 번째는 자주 되풀이하여 쓰는 개념이나 계산을 축약된 용어나 머리글자 같은 생략기호를 사용하던 약호대수 단계이다. 이 단계에는 아직 어떤 특정한 수 계수를 갖는 방정식에서 미지수의 값을 알아내는 데만 집중해 있었고 타당성을 입증하는 일반적인 방법은 없었다. 세 번째는 모든 식이나 계산을 일상 언어로부터 독립된 기호 언어로 표현하는 기호대수 단계이다. 새로운 표현 방식의 등장은 더욱 빠른 수학지식의 축적을 가져오고, 그것은 다시 기존의 표현 방식을 지양하도록 압박하였다. 문자를 본격적으로 사용하기 시작한 17세기 이후에 발전한 대수학을 그 이전의 것과 견주어 보면 기호의 위력을 알 수 있다. 문자기호는 일반화와 추상화를 가능하게 한다. 그렇기 때문에 개별적이고 구체적인 엄청나게 많은 경우들을 포괄할 수 있다. 이는 기호가 구체에서 추상으로 상승하는 것만이 아닌 추상에서 구체로 상승하는 것을 가능하게 했기 때문이다.

여섯째, 비유클리드 기하학을 좀더 다루어보자. 사케리와 람베르트는 실제로 비유클리드 기하학의 여러 원리를 발견하지만, 그들은 자신들이 발견한 여러 가지 특성이 '직선의 본성'에 어긋난다고 하여 더 이상 깊이 다루지 않거나 잘못된 추리를 함으로써 자신들이 발견

한 결론을 배척해 버렸다. J. 보야이는 자신이 이름을 붙인 '절대 기하학'의 기초를 마련하고 나서도 유클리드의 평행선 공준을 증명하려고 하였다. 로바체프스키는 '상상의 기하학'이라고 하는 이름을 버리고 자신의 모든 업적을 '범기하학(汎幾何學)'이라고 이름 붙이는 데에 30년 가까이 걸렸다. 그렇지만 상대성이론이 이러한 '상상의' 기하학에 안정을 가져다주었다.(라베렌느, 1988)

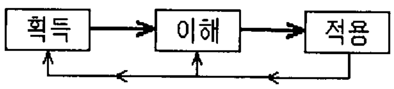
관념론 철학자들은 공간과 시간이 객관적으로 존재함을 부정한다. 그들은 그것들을 의식 안에 또는 의식에 의해 실재하는 것, 곧 정신, 의식의 소산이라고 생각했다. 예를 들어 버클리(Berkley)는 공간과 시간을 주관적인 체험의 형식이라고 주장했다. 칸트에게 시간과 공간은 주관적인 직관형식뿐인 것으로서 "대상 자체에 결부된 규정이 아니다. 그것은 우리가 직관의 모든 주관적 조건들을 사상한다 해도 여전히 남는 그러한 것이 아니다. 곧, 물(物) 자체의 속성이 아니다"(스토이스로프, 1989: 70에서 재인용). 헤겔 철학에서 공간과 시간은 절대 이념의 산물로서 '이념'이 일정한 발전 단계에 이를 때 비로소 만들어지는 것이다. 공간이 먼저 나타나고 그 뒤에 시간이 출현한다는 식이다. 그것들은 서로 떨어져 있는 것으로 이해되고 있다.

형이상학적 유물론은 공간과 시간의 객관적 실재를 인정하고 있지만, 그것들을 물질로부터 독립한 자립적인 본질이라고 생각했다. 바일(Weil)은 공간을 어떤 거주자가 살고 있든지, 거주자가 없을 때에는 완전히 비어 있는 '셋집'과 같다고 생각하였다(녹두, 1986b). 뉴턴(1998)에 따르면 공간과 시간은 객관적이지만 그것들은 운동하고 있는 물질로부터 독립하여 존재하는, 완전히 불변인 것으로 서로 결합되어 있지 않다. 이처럼 이해한 공간과 시간을 뉴턴은 '절대적인 것'이라 하였다. 뉴턴의 '절대 공간'과 '절대 시간'이라는 관념은 20세기 초까지 이어졌는데, 상대성이론이 나옴으로써 공간과 시간을 운동하고 있는 물질로부터 분리하고 또 그것들끼리 분리하는 것은 옳지 못함이 밝혀졌다.

로바체프스키는 자신의 기하학을 통해 유클리드 기하학이 이전에 생각되었던 것처럼 절대적 진리가 아님을 보여 주었다. 어떤 의미로 비유클리드 기하학의 발견은 통약불가능량의 발견이 피타고라스 학설에 미친 영향과 견줄 수 있는 만큼의 영향을 칸트 철학에 미쳤다. 사실 로바체프스키의 연구로 수학의 본질에 관한 기본 견해를 수정할 필요가 생겼다(Boyer와 Mertzbach, 2000). 비유클리드 기하학의 기본 사상은 공간의 성질은 불변이고 언제, 어디서나 하나인 것이 아니라 물질의 성질, 물리적 과정에 따라 변화한다는 것이다. 비유클리드 기하학은 수학적 기초 연구의 결과였으며 공간이 굽어 있음을 밝혀냈다. 인식의 발전에 따라 비유클리드 기하학은 상당한 물리학적 가치를 얻었다. 특히 아인슈타인(Einstein)의 상대성이론이 이에 해당되는데 시간과 공간에 대해 기본적으로 새로운 견해를 몰고 온 이 이론은 철학에서도 커다란 의의를 지닌다. 이를 통해 시간과 공간이 물질로부터 독립한 존재라는 관념이 부정되었으며 공간의 기하학적 구조가 언제나 일정한 물리학적 소여와 서로 관련된다는 사실이 입증되었다. 곧, 물리적 질량의 분할을 통해 결정되는 그때마다의 중력장이 공간·시간 구조의 곡률을 제약한다는 것이었다. 이와 같이 그 내용은 관념론이나 형이상학적 유물론의 견해에 대한 명백한 자연과학적 비판을 담고 있으며 시간과 공간의 절대성에 관한 뉴턴의 학설을 극복하는 것이었다.

V. 결론

지금까지 변증법적 유물론이 수학에서 관철되는 모습을 살펴보았다. 수학의 발달 과정은 인간이 실천을 통해서 객관적 사실을 획득, 이해, 적용해온 과정이라 할 수 있다. 획득과정은 객관적인 물적 세계를 인간의 감각 기관으로 인식하는 것과 그 인식의 결과를 축적해 가는 과정이다. 이해과정은 인식의 결과물들로부터 일반적이고 공통되는 요소를 추출하고 추상화시켜 보편성을 확보하는 과정이다. 적용과정은 정리된 내용을 실제에 적용시켜 합법칙성을 보장받는 과정이다. 이 세 과정은 엄격하게 순차적으로 분리, 진행되는 것은 아니다. [그림V-1]처럼 서로 영향을 끼친다고 할 수 있다. 그렇다 하더라도 객관 세계로부터 감각을 통해 받아들이는 것이 일차적임을 부정할 수 없다.



[그림V-1] 지식의 나선형적 발전 과정의 한 단면

수학이 발달해온 과정과 그 역사를 반영한 내용 자체가 변증법적 유물론의 과정이고 결과라고 볼 수 있다. 형식논리가 관철되고 있는 학문으로 간주되는 수학이 변증법적 유물론의 시각에서 조명된다는 것은 새로운 느낌을 줄 수도 있다. 단편적인 부분을 보거나 겉에 드러난 현상만을 보는 경우에는 더욱 그러할 것이다. 그러나 수학은 현실을 철저히 반영하지 않고는 존속할 수 없다. 그 반영 과정 자체가 수학의 발전 과정이기도 하다. 수학은 객관적 실재를 정확히 설명하려는 인간의 실천 속에서 변증법적으로 발전해왔다. 그리고 수학은 내용마다 변증법적 유물론의 기본 법칙이 관철되고 있다. 형식논리가 관철되고 있는 것도 사실이지만 이것만으로는 수학 전체 내용을 설명하기에는 모자라다. 이는 앞서 예로 든 군론을 생각하면 충분하리라 본다. 결국 수학에서도 하나의 작은 사실에서 더욱 큰 부분에 이르기까지 변증법적 유물론이 관철되고 있다.

이 글은 이러한 사실을 확인하려는 데에 한 가지 목적을 두고 있다. 그래서 여러 가지 사례를 들어 그것을 확인하였다. 또 하나의 목적은 이러한 사실을 인식시킴으로써 수학을 하거나 가르치고 배우는데 새로운 시각을 제공받을 수 있게 하는데 있다. 라베렌느는 "수학의 역사 발전의 기술적 또는 사회적 기반을 사상의 흐름에서 변증법적 과정의 심화와 결부시켜 인식하는 것이 이 과학에 완전히 새로운 추진력과 힘을 부여할 수 있다고 하는 사실이다" (1988: 87)라고 말하고 있는데, 이는 수학 자체와 그 적용에 한정하여 언급한 말이지만 수학 교수-학습에도 적용될 것이다. 수학 교수-학습 이론은 수학교과서 속에 들어 있고, 교수-학습은 이 교과서를 사용하여 이루어지기 때문에, 다른 교과서는 다른 교수를 이끌어내고 다른 교수는 다른 학습 결과를 이끌어낸다(Gravemeijer, 1994). 그런데 수학이 어떻게 형성되어 왔고, 구성형식은 어떠한가에 대한 관점은 수학 교수-학습 이론에 반영되고, 이론은 실제에서 발현되기 때문에, 결국 어떤 수학관을 가지고 있는가 하는 것이 수학교육에 관련된 것들의 바탕이 된다고 할 수 있다. 그래서 이 글은 새로운 방향에서 수학관을 제시하는데 중점을 두었다. 여기서는 흔히 논의되고 있는 구성주의 수학 교수-학습론의 바탕을 이루고 있는 변증법적 관념론[11]을 대신하여 변증법적 유물론의 시각에서 수학과 그것의 발달과정을 살핌으로써 다른 수학관을 제시하고자 하였다. 그러나 이 관점으로부터 어떠한 수학 교수-학습론

이 형성, 실행될 수 있는지에 대해서는 구체적으로 언급하지 못하였는바, 이는 다음 연구를 통해서 제안하려 한다. 수학과, 교수-학습이론, 교과서, 교실 실제로 이어지는 관계 속에서 그 기본 바탕을 이루는 것이 수학관이라고 보았기에 이것에 초점을 두고 다루었다.

참고문헌

거름(1983). **변증법적 논리학**. 서울: 저자.

김미월(2001). **고등학교 수학교사의 수학 및 교수-학습에 대한 신념과 교수 실제의 관계 연구**. 한국교원대학교 박사학위논문.

녹두(1986a). **세계 철학사 I—맑스와 엥겔스의 철학 사상**. 경상남도: 저자.

녹두(1986b). **세계 철학사 II—변증법적 유물론**. 경상남도: 저자.

윤영만(엮음) (1985). **강좌 철학**. 서울: 세계.

장인옥(2001). **초등학교 교사의 수학에 대한 신념과 교수 실제에 관한 사례 연구**. 한국교원대학교 석사학위논문.

조윤동(2002). **비고츠키 이론의 수학교육적 적용에 관한 연구**. 한국교원대학교 박사학위논문.

岩崎允胤, 宮原將平(1987). **자연과학과 변증법**. (김성연, 역) 서울: 미래사. (일어 원작은 1885년 출판)

ラベレンヌ, P. (1988). 數學とマルクス主義. (飯塚勝久 譯). ルリヨネ (編), **數學思想の流れ** (pp. 78-92). 東京: 東京圖書.

코프닌, 빠브에르 바실리에프스키 (1988). **마르크스주의 인식론**. (김현근, 역) 서울: 이성과 현실사. (원본 1966년 출판).

Boyer, C. B., & Merzbach, U. B. (2000). **수학의 역사**. (양영오 · 조윤동, 역). 서울: 경문사. (영어 원작은 1989년 출판).

Cornforth, M. (1984). **인식론**. (이보임, 역). 서울: 동녘. (원작은 1963년 출판).

Engels, F. (1987). **반듀링론**. (김민석, 역). 서울: 샛길. (원작은 1884년 출판).

Eves, H. (1996). **수학사**. (이우영 · 신항균, 역). 서울: 경문사. (원작은 1976년 출판).

Foulquié, P. (1983). **변증법의 理解**. (최정식 · 임희근, 역). 서울: 한마당.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Hefendehl-Hebeker, L. (1998). The practice of teaching math.: Experimental conditions of change. In F. Seeger, J. Voigt & U. Waschecio (Eds.), *The culture of mathematics classroom* (pp. 13-49). Cambridge: Cambridge University Press.

Hollingdale, S. (1993). **數學を築いた天才たち 上, 下**. (岡部恒治 外 5人 譯). 東京: 講談社. (原本 1989年 印刷).

Kline, M. (1984). **수학의 확실성**. (박세희, 역). 서울: 민음사. (영어 원작은 1980년 출판).

Kussinen, O. W. (1997). **변증법적 유물론 입문**. (서진영, 역). 서울: 동녘.

Leithwood, K. H. (1981). The dimensions of curriculum innovation. *Journal of Curricu-*

11) 개념은 물질에 존재하는 것이 아니라 정신의 조작에 의해 (개인적으로) 구성된다고 보는 입장이 관념론적 입장이다. 그런데 구성주의에서는 개념의 변화와 발전을 인정하고 있으므로 변증법의 입장을 취하고 있음을 알 수 있다. 이처럼 개략적으로 보아서 구성주의는 과학적 지식의 진보가 보여주는 변화에 관념론적 의미를 부여하고 있다는 뜻에서 변증법적 유물론과 대비되는 변증법적 관념론의 입장에 서 있다고 할 수 있다.

lum Studies, 13(1), 25-36.

Newton, I. (1998). **프린키피아: 자연과학의 수학적 원리**. (이무현, 역). 서울: 교우사. (원작은 1729년 출판).

Nickson, M. (1994). The culture of the mathematics classroom: an unknown quantity?. In E. A. Forman, N. Monick, & C. A. Stone (Eds.), *Contexts for learning* (pp. 91-119). New York: Oxford University Press.

Perterman, F. P. (1993). Staff development and the process of changing: A teacher's emerging constructivist beliefs about learning and teaching. In K. Tobin (Ed.), *The practice of constructivism in science education* (pp. 227-245). Hillside, JN: Lawrence Erlbaum.

Steffe, L. P. & Kieren, T. K. (1994). Radical constructivism and mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(6), 711-733.

스토이스로프 (1989). **변증법적 유물론**. (권순홍, 역). 서울: 세계. (원작은 1988년 출판).

Thompson, A. G. (1984). The relationship of teacher's conceptions of mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics 15*, 105-127.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In M. Carr (Ed.), *Motivation in mathematics* (pp. 157-172). Cresskill, NJ: Hampton Press.

Traffers, A. (1991a). Realistic mathematics education in the Netherlands 1980-1990. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school* (pp.11-20). Utrecht: Freudenthal Institute.

Verhange, H. B. & de Langer J. (1987). *The Hewet project: The psychological aspect of a large scale innovation project.*

Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and language.* (A. Kozulin, Trans.). Cambridge: MIT Press.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. In M. Cole, V. John- Steiner, S. Scribner, & E. Souberman (Eds.), Cambridge, MA: Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1987). Thinking and speech. In R. W. Rieder & A. S. Carton (Eds.). *The collected works of L. S. Vygotsky, Vol. 1* (pp. 39-285). New York: Plenum Press.

Vygotsky, L. S. (1997). The Structure of higher mental functions. In R. W. Rieber (Ed.), *The collected works of L. S. Vygotsky, Vol. 4* (pp. 83-96). New York: Plenum.

Vygotsky, L. S. (1999). **아동의 상상력과 창조**. (팽열일, 역). 서울: 창지사. (원작은 1930년 출판).

Wertsch, J. V. (1999). **비고츠키—마음의 사회적 형성**. (한양대 사회인지발달연구 모임, 역). 서울: 정민사. (원작은 1985년 출판).

An analysis on the development processes of mathematics and the results by dialectical materialism

Jo, Yun Dong (Sungshin Women's University)

Mathematics education is accomplished by systems such as mathematical curriculum and tools such as a textbook which reflects such systems. Human beings make such systems and tools. Therefore, a viewpoint of mathematics of those who make them is an important factor. The view point of mathematics is formed during doing and learning mathematics, but the already formed viewpoint of mathematics affects doing and teaching mathematics. Hence, it will be a factor which affects basically that those who employ themselves on mathematics education have a certain viewpoint of mathematics.

This article presents dialectical materialistic viewpoint as the viewpoint of mathematics which affects fundamentally on mathematical teaching-learning practice. The dialectical materialism is carried through the process and result of mathematics development. This shows that mathematical knowledge is objective. Mathematical knowledge has developed according to three basic rules of dialectical materialism i.e. the transformation of quantity into quality, the unification of antagonistic objects, and the negation of negation. This viewpoint of mathematics should offer the viewpoint of mathematics education which is different from the view point of absolutism, relativism or formal logic.

In this article I considered mathematics separating standpoint of mathematics into materialistic viewpoint and dialectical viewpoint. I did so for the convenience of analysis, but you will be able to look at the unified viewpoint of dialectical materialism. I will make mention of teaching-learning method on another occasion.

핵심어: a viewpoint of mathematics(수학관), dialectical materialism(변증법적 유물론), the transformation of quantity into quality(양질전화), the unification of antagonistic objects(대립물의 통일), the negation of negation(부정의 부정)