

고밀도 디스크 드라이브의 적응형 공진 보상 알고리즘

Adaptive Suppression of Mechanical Resonance in High-Density Disk Drives

강창익*, 김창환

(Chang-Ik Kang and Chang-Hwan Kim)

Abstract : The band-width of disk drive servo system is rapidly increasing for the robustness to external disturbance as the track density is increasing. The increase of the band-width may cause mechanical resonance of an actuator. In disk drive servo system, a notch filter is usually used to suppress the mechanical resonance of the actuator. However, the resonance frequency differs from drive to drive because of manufacturing tolerance and varies with temperature even within a single drive. The variation of resonance frequency degrades the suppression performance of the notch filter. In this paper, we present an adaptive digital notch filter that identifies the resonance frequency of the disk drive servo actuator precisely and adjusts automatically its center frequency. For this, we design an adaptive FIR digital filter for the estimation of the resonance frequency. The estimation filter identifies the resonance frequency adaptively using the output signal generated from the servo system, which is excited with an excitation signal including all the expected resonance frequency components. We prove mathematically the convergence of the resonance frequency estimation filter. Furthermore, in order to demonstrate the practical use of our work, we present some experimental results using a commercially available disk drive.

Keywords : disk drive, mechanical resonance, adaptive notch filter, estimation filter

I. 서론

최근 자기저항 헤드(Magneto-Resistive Head) 분야에서의 급격한 기술 발전에 힘입어 디지털 장비의 대표적인 데이터 저장 장치인 하드 디스크 드라이브의 데이터 저장 밀도는 급격하게 증가하고 있다. 최근 디스크 한 장 당 무려 80 GByte의 데이터를 저장할 수 있는 고밀도 디스크 드라이브가 개발되어 시판되고 있다. 이러한 고밀도 디스크 드라이브의 트랙밀도는 93,000 TPI(Tracks Per Inch)로서 트랙 폭은 $0.27 \mu\text{m}$ 에 불과하다. 이렇게 미소한 트랙 내에서 외란이 존재하더라도 헤드를 트랙 중앙에 정확히 위치시키기 위해서는 제어 대역 폭이 넓은 제어기 설계가 필요하다[1, 2]. 따라서 트랙밀도에 비례하여 제어 대역 폭이 계속 넓어지고 있고 최근 시판되고 있는 대부분의 고밀도 디스크 드라이브 제품의 제어 대역 폭은 적어도 1 kHz 이상이다. 하지만 이렇게 제어 대역 폭이 증가하다 보면 액츄에이터의 고주파 공진 모드가 자극되어 원하지 않은 기계적 공진 현상이 일어날 수 있게 된다.

액츄에이터를 갖는 기계시스템의 공진(또는 진동) 억제 기법 연구에 대한 접근 방법은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째는 공진 모드를 포함하는 전체 기계시스템의 모델을 이용하여 공진을 적극적으로 억제하는 제어기를 설계하는 접근 방법[3-5]이고 두 번째는 공진모드를 고려하지 않고 설계된 제어기 출력 단계에 기계시스템의 공진주파수와 일치하는 중심주파수를 갖는 노치 필터(Notch Filter)를 삽입하여 공진을 유발시키는 성분이 기계시스템에 유입되는 것을 차단함으로써 공진을 억제하는 방법[6, 7]이다. 첫 번째 접근 방법에 대해서는 최근까지도 그 연구가 활발히 진행

되고 있다. 그러나 이러한 방법들은 효과적인 공진 억제를 위하여 공진 모드를 포함한 전체시스템의 복잡한 모델을 정확히 식별해야 하는 단점을 가지고 있다. 특히 참고문헌 [4]에서는 이러한 기법을 하드 디스크의 공진억제에 적용한 연구 결과가 제시되었다. 여기서는 최소자승식별(Least Square Identification) 기법에 기반하여 공진 모드를 포함한 플랜트 전체 모델의 파라미터들을 식별하여 공진을 보상하는 방법이 제안되었는데 공진 모드 식별의 정확도가 플랜트 모델 차수에 의존하고 또한 플랜트 전체 파라미터들을 식별하다 보니 연산이 매우 복잡하고 많은 시간이 소요되는 문제가 있다. 또한 극점영점소거 (Pole-Zero Cancellation) 제어기를 사용하여 플랜트의 공진모드를 보상하기 때문에 전체시스템의 대역폭이 커지게 되고 따라서 잡음에 대한 제어 시스템의 견실성(Robustness)이 저하되는 문제가 있다.

한편, 공진억제를 위해 노치 필터를 사용하는 방법은 그 구현이 매우 용이하기 때문에 산업계에서 오래 전부터 널리 사용되어오던 방법이다. 그런데 실제적으로 하드디스크의 경우 액츄에이터의 공진주파수는 제작 상의 편차 때문에 제품마다 다르고 동일 제품일지라도 주변 온도에 따라 달라지게 된다. 이러한 공진주파수 변동은 당연히 기존 노치 필터의 성능을 저하시키게 된다. 만약 노치 필터의 노치 폭이 넓게 설계된다면 공진주파수가 변동하더라도 어느 정도 공진 억제가 가능할 수도 있지만 노치 필터에 의한 위상 감소가 심하여 제어 시스템의 안정성이 저하되는 문제가 발생하게 된다. 따라서 제어 시스템의 안정성을 위하여 노치 필터의 폭은 좁게 설계되어야 하고 효과적인 공진 보상을 위해 노치 필터의 중심주파수는 액츄에이터 공진주파수와 가능한 일치되어야 한다. 따라서 주변 환경에 따라 변동하는 공진주파수를 정확히 추정하는 방법에 대한 연구는 매우 필요하지만 불행히도 아직까지 이에 대한 연구 결과는 거의 없다.

* 책임 저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2003. 6. 4., 채택확정 : 2003. 8. 21.

강창익 : 제주대학교 해양계측공학부(cikang@cheju.ac.kr)

김창환 : 대전대학교 컴퓨터공학부(kimch@dju.ac.kr)

본 논문에서는 액츄에이터의 공진주파수가 변동하더라도 공진주파수를 직접 추정하여 중심주파수를 자동으로 맞추는 새로운 적응형 노치 필터를 제안하였다. 본 논문에서 제안된 노치 필터는 위상 감소를 최소화하기 위하여 노치 폭이 좁은 무한응답 디지털 필터 형태로 설계되고 필터의 계수들은 공진주파수 추정 결과가 반영되어 결정된다. 공진주파수 추정 시스템은 크게 가진(Excitation) 신호 발생기, 공진주파수 추정 필터, 그리고 공진주파수 추정 필터 조정기 (Tuner) 등으로 구성된다. 가진 신호 발생기는 예상되는 모든 공진 주파수 성분들이 합성된 가진 신호를 발생시켜 제어 시스템을 진동시키는 역할을 하고 공진주파수 추정 필터는 이 때 발생한 시스템 출력 신호로부터 공진주파수를 추정 하는 역할을 한다. 그리고 추정 필터 조정기는 규정된 알고리즘에 준하여 추정 필터의 출력이 최소화되는 방향으로 추정 필터의 계수를 조정하는 기능을 수행한다. 본 논문에서는 널리 알려진 적응 필터 이론인 최소평균자승 (Least Mean Square) 기법 [8, 9]에 기반하여 공진주파수 추정 필터의 계수 조정 알고리즘을 새롭게 제시하였고 또한 그 계수 조정 알고리즘에 의하여 추정 필터의 계수를 조정해 나가면 추정 필터의 중심주파수는 액츄에이터의 실제 공진주파수에 수렴함을 수학적으로 입증하였다.

마지막으로 본 논문에서 제안된 적응형 노치 필터의 실제 유용성을 예증하기 위하여 최신 하드 디스크 드라이브를 대상으로 실험한 결과를 제시하였다.

II. 디스크 드라이브의 제어 시스템

1. 상태궤환 제어기

디스크 드라이브에서 헤드의 위치제어는 트랙탐색제어 (Track Seek Control)와 트랙추종제어(Track Following Control)로 나눌 수 있다[1, 10]. 헤드를 현재 트랙에서 목적 트랙으로 가능한 신속하게 이동시키기 위하여 트랙탐색제어가 사용되고 헤드가 목적 트랙의 정 중앙을 정확히 추종하도록 하기 위하여 트랙추종제어가 사용된다. 이러한 헤드의 위치 제어에 사용되는 위치 정보는 디스크 드라이브 생산과정에서 서보트랙 기록장비(Servo Track Writer)에 의하여 디스크 상에 기록된다. 서보트랙 기록장비는 디스크 전체를 폭이 일정한 수많은 동심원 트랙으로 분할하고 또한 각각의 트랙을 트랙 방향으로 등 간격의 서보 섹터들로 다시 구분하여 각각의 섹터마다 트랙 번호 및 트랙 중심으로부터의 위치정보를 기록하게 된다. 본 절에서는 트랙추종제어기 일반에 대하여 소개하고자 한다.

저주파 영역에서의 단순화된 액츄에이터의 모델을 구하면 다음과 같이 2 차 시스템으로 표현된다.

$$\ddot{x} = K_a(u + w) \tag{1}$$

여기서 상수 K_a 는 액츄에이터의 가속도 상수를 나타내고 변수 x 는 액츄에이터 위치를 나타낸다. 그리고 입력 변수인 u 와 w 는 각각 VCM (Voice Coil Motor) 코일에 흐르는 전류와 외란 토크를 나타낸다. 이 외란 토크는 기계장치와

전자장치를 연결해주는 케이블의 탄성력에 의하여 액츄에이터에 작용하는 토크로서 헤드가 특정 트랙에 고정된 경우 시간에 대하여 일정한 값을 갖는다. 따라서 이어서 언급될 상태변수 추정기를 사용하면 쉽게 보상 가능하다.

이미 언급한 바와 같이 헤드가 등 간격으로 배치된 서보 섹터를 만날 때마다 위치신호인 PES (Position Error Signal) 신호를 얻게 되므로 디스크 드라이브의 제어 시스템은 이산제어 시스템이 된다. 그림 1 에 나타난 바와 같이 트랙 추종제어를 위하여 일반적으로 상태 추정기 및 상태궤환 제어기가 사용된다. 상태 추정기 설계를 위하여 먼저 (1)의 단순화된 2 차의 연속시간 시스템을 이산시간 시스템으로 변환한다. 디지털신호처리기 (Digital Signal Processor)의 연산에 의하여 발생하는 제어 지연 시간까지 고려하여 기존에 널리 알려진 영차 홀드 이산화 기법[10]에 의하여 이산화한 결과는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ v_{k+1} \\ w_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_s & K_a T_s^2 / 2 \\ 0 & 1 & K_a T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \\ w_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_a(T_s - T_d)^2 / 2 \\ K_a(T_s - T_d) \\ 0 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} K_a(2T_s - T_d)T_d \\ K_a T_d \\ 0 \end{bmatrix} u_{k-1} \tag{2}$$

여기서 아래 첨자 k 는 시간을 나타낸다. 상수 T_s 는 샘플링 시간을 나타내고 디스크의 회전 주파수와 트랙 당 섹터 수의 곱으로 표현된다. T_d 는 제어 지연 시간을 의미하고 외란 토크 w 는 시간에 대해 일정하다고 가정하였다. 상태변수 추정기는 제어 입력 u 와 위치 신호 x 를 입력으로 하여 상태 변수들을 추정하는 장치로서 현재형과 예측형 두 종류가 있는데 외란에 강인한 현재형 추정기가 일반적으로 사용되고 있다[10]. (2)에 근거하여 설계되는 현재형 상태변수 추정기는 (3a)의 갱신부(Update Part)과 (3b)의 예측부(Prediction Part)으로 나누어진다.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{v}_k \\ \hat{w}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \tilde{v}_k \\ \tilde{w}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} [x_k - \tilde{x}_k] \tag{3a}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{k+1} \\ \tilde{v}_{k+1} \\ \tilde{w}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_s & K_a T_s^2 / 2 \\ 0 & 1 & K_a T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{v}_k \\ \hat{w}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_a(T_s - T_d)^2 / 2 \\ K_a(T_s - T_d) \\ 0 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} K_a(2T_s - T_d)T_d \\ K_a T_d \\ 0 \end{bmatrix} u_{k-1} \tag{3b}$$

(3a)에서 \hat{x} , \hat{v} , \hat{w} 는 위치, 속도, 외란에 대한 추정치를 나타내고 변수 \tilde{x} , \tilde{v} , \tilde{w} 는 위치, 속도, 외란에 대한 예측치를 나타낸다. 상수 l_1 , l_2 , l_3 는 각각 위치, 속도, 외란에 대한 추정이득을 나타낸다.

그리고 상태제환 제어기는 다음과 같이 표현된다.

$$u_k = -K_x \hat{x}_k - K_v \hat{v}_k - \hat{w}_k \quad (4)$$

여기서 상수 K_x 와 K_v 는 상태제환 이득을 나타낸다. 그리고 외란 토크를 보상하기 위하여 외란에 대한 추정치가 상태제환 제어기에 포함되었다. (3)의 상태 추정기와 (4)의 상태제환 제어기를 결합하면 등가의 제어기를 얻을 수 있고 그림 1에서 $C(z)$ 라고 표기하였다.

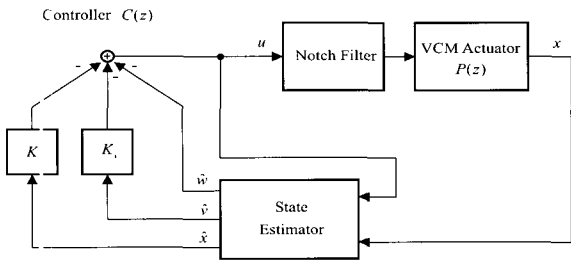


그림 1. 하드 디스크 드라이브의 트랙추종제어 시스템.
Fig. 1. Track-following control system for hard disk drive.

2. 노치필터

실제적으로 액츄에이터는 완전한 강체가 아니어서 고주파 영역에서 여러 개의 공진 모드가 존재하게 된다. 최근 제품에서 사용되고 있는 액츄에이터의 경우 2 개의 두드러진 공진 모드가 존재하고 각각의 주파수(ω_{r1}, ω_{r2})는 대략 7 kHz, 10 kHz 정도의 값을 갖는다. 이러한 고주파 공진 모드를 고려하여 액츄에이터의 모델을 전달함수 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$P(s) = \frac{K_a}{s^2} \left(\frac{\omega_{r1}^2}{s^2 + 2\zeta_1 \omega_{r1} s + \omega_{r1}^2} \right) \left(\frac{\omega_{r2}^2}{s^2 + 2\zeta_2 \omega_{r2} s + \omega_{r2}^2} \right) \quad (5)$$

여기서 ζ_1, ζ_2 는 공진 모드의 댐핑 (Damping) 상수들을 나타낸다.

트랙 폭이 극도로 좁아지게 되면 외란에 대한 제어 시스템의 취약성이 점점 두드러지게 나타나게 된다. 외란에 대한 제어 시스템의 강인성을 확보하기 위해서는 (3)과 (4)로 주어진 상태제환 제어기의 대역 폭은 넓게 설계되어야 한다. 현재 시판되고 있는 93,000 TPI 디스크 드라이브의 제어 대역 폭은 적어도 1 kHz 이상이다. 그런데 제어 대역 폭이 늘어나다 보면 고주파 공진 모드가 자극되어 공진 현상이 유발될 수 있으므로 적절한 보상 대책이 필요하다. 공진 현상을 억제할 위하여 일반적으로 노치 필터가 사용되고 있다.

먼저 2 차의 연속시간 노치 필터 전달함수는 다음 식으로 주어진다.

$$G_u(s) = \frac{s^2 + 2\xi\omega_c s + \omega_c^2}{s^2 + 2\xi\omega_c s + \omega_c^2} \quad (6)$$

여기서 ω_c 는 중심주파수이고 ξ 는 노치 폭을 결정하는 댐핑 상수이다. 그리고 a 는 중심 주파수에서의 이득 (노치의 깊이)을 결정하는 상수이다. 다음에는

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad (7)$$

으로 주어지는 쌍일차(Bilinear) 변환를 사용하여 디지털 노치 필터 형태로 변환하고자 한다. 변환에 앞서 우선 식 (6)의 전달함수를 주파수 예비 조정 (Prewarping) 하면 다음과 같다.

$$G_p(s) = \frac{s^2 + 2\xi\left(\frac{2}{T}\Omega_c\right)as + \left(\frac{2}{T}\Omega_c\right)^2}{s^2 + 2\xi\left(\frac{2}{T}\Omega_c\right)s + \left(\frac{2}{T}\Omega_c\right)^2} \quad (8a)$$

여기서 Ω_c 은 중심주파수 ω_c 에 의하여 다음과 같이 결정된다.

$$\Omega_c = \tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) \quad (8b)$$

이제 (8)의 전달함수를 (7)에 의하여 쌍일차 변환하면 다음 식으로 주어지는 디지털 노치 필터를 얻게 된다.

$$G_d(z) = G_p(s) \Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}} = \frac{\alpha_0 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2}{z^2 + \beta_1 z + \beta_2} \quad (9a)$$

여기서 필터의 계수들은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1 + 2\xi a \Omega_c + \Omega_c^2}{1 + 2\xi \Omega_c + \Omega_c^2}, & \alpha_1 &= \frac{2(\Omega_c^2 - 1)}{1 + 2\xi \Omega_c + \Omega_c^2}, \\ \alpha_2 &= \frac{1 - 2\xi a \Omega_c + \Omega_c^2}{1 + 2\xi \Omega_c + \Omega_c^2}, \\ \beta_1 &= \frac{2(\Omega_c^2 - 1)}{1 + 2\xi \Omega_c + \Omega_c^2}, & \beta_2 &= \frac{1 - 2\xi \Omega_c + \Omega_c^2}{1 + 2\xi \Omega_c + \Omega_c^2} \end{aligned} \quad (9b)$$

이렇게 설계된 디지털 노치 필터는 그림 1 과 같이 제어기와 액츄에이터 사이에 직렬 형태로 삽입되어 공진 현상을 억제하는 역할을 수행하게 된다.

그런데 공진주파수는 액츄에이터 제작의 편차로 인하여 제품마다 다르고 동일 제품에서도 주변 온도에 따라 달라진다. 이러한 변동으로 인하여 노치 필터의 중심 주파수와 액츄에이터의 공진주파수가 일치하지 않은 경우 노치 필터의 공진 보상 성능은 당연히 저하된다. 그림 2 는 댐핑 상수 ξ 의 변화에 의한 디지털 노치 필터의 주파수 응답 특성의 변화를 나타낸 그림이다. 그림 2(a)로부터 댐핑 상수 ξ 를 크게 설정하면 노치 폭이 넓어짐을 알 수 있다. 그러면 공진주파수가 변동하더라도 어느 정도 공진 억제가 가능하다. 하지만 그림 2(b)에서 알 수 있듯이 위상감소가

심하여 제어 시스템의 안정성이 저하되는 문제가 발생한다. 따라서 제어 시스템의 안정성을 위하여 노치 폭은 가능한 좁게 설정되어야 한다. 결국 공진주파수 변동에 적절히 대처하기 위해서는 공진주파수를 직접 추정하여 노치 필터의 중심주파수를 자동으로 조정해주는 적응형 노치 필터 설계가 필요하다.

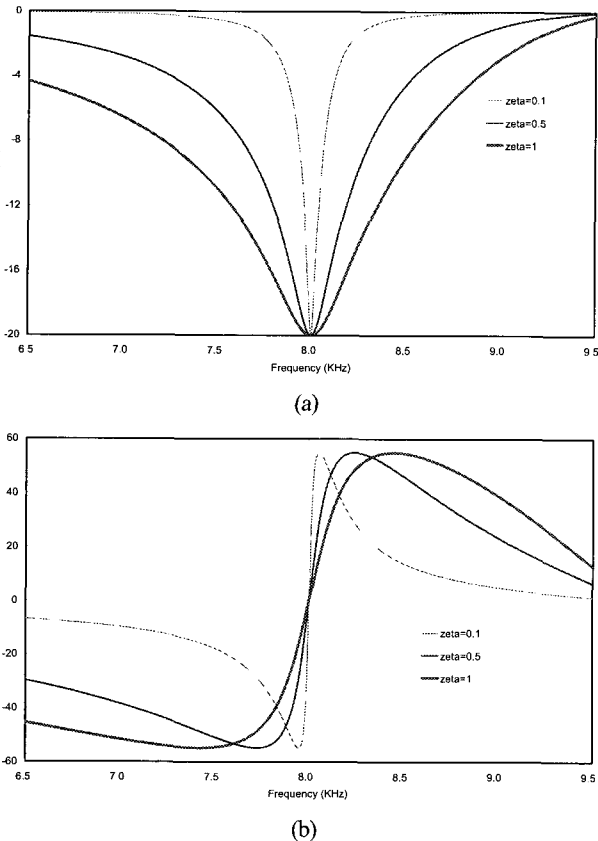


그림 2. 디지털 노치 필터의 주파수 응답 (a) 이득 (b) 위상.
Fig. 2. Frequency response of digital notch filter (a) Gain (b) Phase.

III. 적응형 노치필터 설계

1. 공진주파수 추정 필터

폐환제어 시스템의 개루프 이득 응답에서 극치점에 해당하는 주파수들이 공진주파수에 해당한다. 따라서 예상되는 모든 공진주파수 성분들이 포함된 신호를 제어 시스템에 인가하여 발생하는 출력 신호로부터 크기가 최대인 주파수 성분을 가려내면 그 성분이 공진주파수에 해당하게 된다. 본 절에서는 이러한 점을 이용하여 공진주파수 추정 시스템을 설계하고자 한다. 그림 3 에 제시된 바와 같이 본 논문에서 제안하는 공진주파수 추정 시스템은 크게 가진(Excitation) 신호 발생기, 공진주파수 추정 필터, 추정 필터 조정기 등으로 구성된다.

공진주파수 추정을 위하여 다음과 같이 진폭이 동일한 N 개의 주파수 성분들을 합성한 가진(Excitation) 신호를 정의한다.

$$x_k^{ext} = \cos(\omega_1 T_s k) + \cos(\omega_2 T_s k) + \dots + \cos(\omega_N T_s k) \quad (10)$$

여기서 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 은 공진주파수 후보 군을 나타낸다. 이러한 가진 신호를 그림 3 과 같이 제어 시스템에 인가하면 잘 알려진 선형 시스템 이론으로부터 정상상태에서의 시스템 출력 신호 (PES 신호)는 다음 식과 같이 가진 신호와 동일한 주파수 성분들로 구성됨을 알 수 있다.

$$x_k = a_1 \cos(\omega_1 T_s k + \theta_1) + a_2 \cos(\omega_2 T_s k + \theta_2) + \dots + a_N \cos(\omega_N T_s k + \theta_N) \quad (11)$$

여기서 $a_i, i=1, 2, \dots, N$ 과 $\theta_i, i=1, 2, \dots, N$ 는 주파수 성분들의 진폭과 위상을 각각 나타낸다.

그런데 실제적으로 출력신호에는 각종 측정 잡음 및 비주기적 디스크 편심 오차에 의한 잡음 등이 존재할 수 있으므로 다음 식으로 표현되는 대역통과 필터를 사용하여 제거한다.

$$H_{BPF}(z) = K \frac{z^2 - 1}{z^2 - (2r \cos \omega_c)z + r^2} \quad (12a)$$

여기서 ω_c 는 대역의 중심주파수를 결정하고 r 은 0 과 1 사이의 값을 가지며 통과 대역의 폭을 결정하게 된다. 그리고 상수 K 는 중심주파수에서의 이득을 1 로 맞추기 위한 것으로 아래와 같이 선택된다.

$$K = \frac{(1-r)\sqrt{r^2 - 2r \cos(2\omega_c) + 1}}{\sqrt{2(1 - \cos 2\omega_c)}} \quad (12b)$$

이제 시스템 출력 (11)에 존재하는 여러 주파수 성분 중에서 크기가 최대인 주파수 성분을 추정하기 위하여 대역통과 필터에 의하여 잡음이 제거된 출력 신호를 다음과 같은 2 차의 유한응답(FIR) 디지털 필터에 인가한다.

$$y_k = x_k - 2\lambda x_{k-1} + x_{k-2} \quad (13)$$

이러한 유한응답 디지털 필터는 특정 주파수에서 이득이 0 이 되는 노치 필터 특성을 갖는다. 이를 확인하기 위하여 필터의 주파수 이득 응답을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} |H(e^{j\omega T_s})| &= |1 - 2\lambda e^{-j\omega T_s} + e^{-j2\omega T_s}| \\ &= |e^{-j\omega T_s}||e^{j\omega T_s} - 2\lambda + e^{-j\omega T_s}| \\ &= 2|\cos(\omega T_s) - \lambda| \end{aligned} \quad (14)$$

그러면 $|\lambda| \leq 1$ 인 경우 $\lambda = \cos(\omega_0 T_s)$ 를 만족하는 주파수 ω_0 에서 주파수 이득 응답이 0 이 됨을 쉽게 알 수 있다. 중심주파수 ω_0 가 $2\pi 8000$ rad/sec 인 경우 (13)의 유한응답 노치 필터의 주파수 이득 응답의 예를 그림 4 에 제시하였다. 만약 (13)의 유한응답 디지털 필터 입력 신호

성분 중에서 진폭이 최대인 성분의 주파수 즉 추정하고자 하는 공진주파수가 필터의 중심 주파수와 일치하는 경우 필터 출력의 크기가 최소가 됨을 예상할 수 있다. 이는 역으로 필터의 출력이 최소화되는 방향으로 필터의 계수를 조정할 수 있다면 필터의 중심 주파수는 액츄에이터의 공진주파수에 접근함을 의미한다. 이와 같이 (13)의 유한응답 노치 필터는 공진주파수 추정에 사용되므로 이제부터는 공진주파수 추정 필터라고 부르기로 한다.

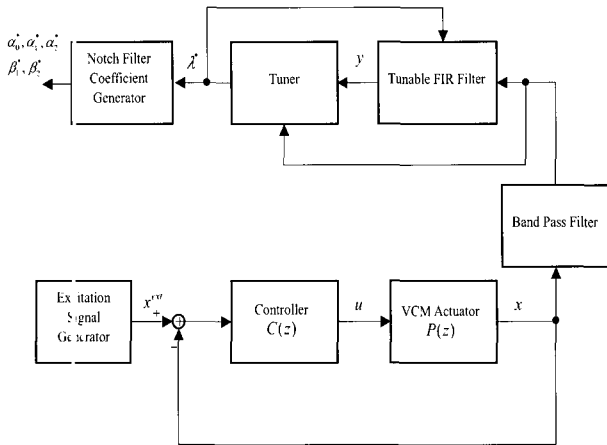


그림 3. 공진주파수 추정 시스템.
Fig. 3. Resonance frequency estimator.

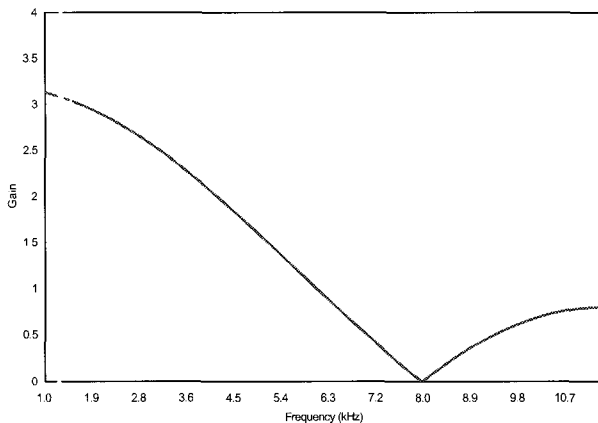


그림 4. 유한응답 디지털 노치 필터의 주파수 이득 응답.
Fig. 4. Frequency response of FIR notch filter.

2. 공진주파수 추정 필터 계수 조정(Tuning) 알고리즘

본 절에서는 (13)의 공진주파수 추정 필터의 출력이 최소화되는 방향으로 필터의 계수를 조정 (Tuning) 하는 알고리즘을 제시한다. 먼저 추정 필터의 출력 신호를 제공하여 평균한 값 (Mean Square Value) 즉 평균 전력 (Power) 을 최소화 대상 목적함수로 정의한다.

$$J = E[|y_k|^2] \tag{15}$$

여기서 E 는 기대치(Expectation Value)를 나타내는 함수이다. 이제 목적함수 J 를 필터 계수 λ 에 대한 구체적인 함수

형태로 표현하고자 한다. 이를 위하여 먼저 가진 신호에 의하여 발생하는 제어 시스템의 출력 신호 즉 (11)의 x_k 를 N 개의 주파수 성분들의 합으로 구성된 랜덤 프로세스 (Random Process) 라고 가정한다. 또한 N 개의 위상 변수들 $\theta_i, i = 1, 2, \dots, N$ 이 서로 확률적으로 독립적이고 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 균일한 확률분포를 가지는 확률변수라고 가정한다. 그러면 x_k 는 시간에 따라 확률 특성이 변하지 않는 정상(Stationary) 랜덤 프로세스가 됨을 다음과 같이 입증할 수 있다.

먼저 확률변수 θ_i 의 균일분포 특성에 의하여 x_k 에 포함된 각각의 정현파 신호들의 평균은 아래와 같이 영이 됨을 알 수 있다.

$$E[a_i \cos(\omega_i T_s k + \theta_i)] = \int_0^{2\pi} a_i \cos(\omega_i T_s k + \theta_i) \frac{1}{2\pi} d\theta_i = 0, \tag{16}$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

그리고 θ_i 의 상호 독립적 특성에 의하여 서로 다른 정현파 신호들의 곱의 평균 또한 다음과 같이 영이 됨을 알 수 있다.

$$E[a_i \cos(\omega_i T_s k + \theta_i) a_j \cos(\omega_j T_s k + \theta_j)] = E[a_i \cos(\omega_i T_s k + \theta_i)] E[a_j \cos(\omega_j T_s k + \theta_j)] = 0, \quad i \neq j \tag{17}$$

또한 각각의 정현파 신호의 자기상관함수(Autocorrelation Function)를 구하면 다음과 같이 주어진다.

$$E[a_i \cos(\omega_i T_s k + \theta_i) a_i \cos(\omega_i T_s (k-l) + \theta_i)] = \frac{a_i^2}{2} E[\cos(\omega_i T_s l) + \cos(2\omega_i T_s k - \omega_i T_s l + 2\theta_i)] = \frac{a_i^2}{2} \cos(\omega_i T_s l), \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{18}$$

따라서 (17)과 (18)를 이용하여 x_k 의 자기상관함수를 구한 결과는 다음 식과 같이 나타나고 x_k 는 정상 랜덤 프로세스임을 알 수 있다.

$$R_{xx}(l) = E[x_k x_{k-l}] = \frac{a_1^2}{2} \cos(\omega_1 T_s l) + \frac{a_2^2}{2} \cos(\omega_2 T_s l) + \dots + \frac{a_N^2}{2} \cos(\omega_N T_s l) \tag{19}$$

그러면 (19)와 x_k 의 정상 랜덤 프로세스 성질을 이용하여 (15)의 목적함수를 필터 계수 λ 에 관한 구체적인 함수 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 J(\lambda) &= E[x_k^2 + 4\lambda^2 x_{k-1}^2 + x_{k-2}^2 - 4\lambda x_k x_{k-1} - 4\lambda x_{k-1} x_{k-2} + 2x_k x_{k-2}] \\
 &= 4\lambda^2 R_{xx}(0) - 8\lambda R_{xx}(1) + 2R_{xx}(0) + 2R_{xx}(2) \\
 &= 4R_{xx}(0) \left[\lambda - \frac{R_{xx}(1)}{R_{xx}(0)} \right]^2 + \frac{2R_{xx}^2(0) - 4R_{xx}^2(1) + 2R_{xx}(0)R_{xx}(2)}{R_{xx}(0)}
 \end{aligned} \tag{20}$$

따라서 목적함수를 최소화하는 최적의 필터 계수 값은 (19)와 (20)에 의하여 다음과 같이 결정된다.

$$\lambda = \lambda^* \triangleq \frac{R_{xx}(1)}{R_{xx}(0)} = \frac{a_1^2 \cos(\omega_1 T_s) + a_2^2 \cos(\omega_2 T_s) + \dots + a_N^2 \cos(\omega_N T_s)}{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_N^2} \tag{21}$$

이 결과로부터 $|\lambda^*| \leq 1$ 이 성립함을 쉽게 알 수 있는데 이는 우리가 예상한대로 최적의 필터계수 λ^* 를 사용한 경우, 공진주파수 추정 필터 (13)은 노치필터의 특성을 가짐을 의미한다. 그런데 (21)로부터 알 수 있듯이 최적의 필터 계수 값은 특정한 주파수에 대응되지 못하고 모든 주파수 후보에 가중치를 부여하여 평균한 값에 대응되고 있음을 알 수 있다. 그러나 공진주파수 성분의 진폭이 인접 주파수 성분들의 진폭보다 두드러지게 크므로 최적의 필터 계수는 공진 주파수에 해당하는 값과 거의 일치하게 된다. 예를 들어 ω_r 이 공진주파수인 경우 그 진폭 a_r 는 다른 주파수의 진폭들 보다 현격하게 크므로 (21)의 최적의 필터 계수 값은 다음과 같이 근사화 될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \frac{a_r^2 \cos(\omega_r T_s) + a_1^2 \cos(\omega_1 T_s) + \dots + a_N^2 \cos(\omega_N T_s)}{a_r^2 + a_1^2 + \dots + a_N^2} \\
 &= \frac{\left(\frac{a_r}{a_r}\right)^2 \cos(\omega_r T_s) + \dots + \left(\frac{a_{r-1}}{a_r}\right)^2 \cos(\omega_{r-1} T_s) + \cos(\omega_r T_s) + \left(\frac{a_{r+1}}{a_r}\right)^2 \cos(\omega_{r+1} T_s) + \dots + \left(\frac{a_N}{a_r}\right)^2 \cos(\omega_N T_s)}{\left(\frac{a_r}{a_r}\right)^2 + \dots + \left(\frac{a_{r-1}}{a_r}\right)^2 + 1 + \left(\frac{a_{r+1}}{a_r}\right)^2 + \dots + \left(\frac{a_N}{a_r}\right)^2} \\
 &\approx \cos(\omega_r T_s)
 \end{aligned} \tag{22}$$

다음에는 (21)의 최적의 계수 λ^* 를 찾기 위한 적응 알고리즘 설계에 관하여 언급하고자 한다. 대표적 알고리즘 으로서는 Gradient 방법과 LMS (Least Mean Square) 방법이 있다[8, 9]. 본 논문에서는 LMS 방법에 기반하여 적응 알고리즘을 설계하고자 한다. 이에 앞서 이해를 돕기 위하여 Gradient 방법 또한 간략하게 소개하고자 한다.

공진주파수 추정필터 (13)에서 필터 계수 λ 는 매 샘플마다 조정되는 값이므로 공진주파수 추정필터를 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$y_k = x_k - 2\lambda_k x_{k-1} + x_{k-2} \tag{23}$$

Gradient 방법은 목적함수의 Gradient 반대방향으로, 즉 목적함수가 감소하는 방향으로 계수를 단계적으로 반복 조정해나가는 방식으로서 가변계수 조정 식 (Update Rule) 은 다음과 같다.

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - \mu \frac{\partial J}{\partial \lambda_k} \tag{24}$$

여기서 μ 는 적응 이득 (Adaptation Gain)를 나타낸다.

다음에는 (24)의 조정 식에 의하여 가변계수를 갱신해 나가면 최적 값 λ^* 에 수렴함을 증명한다. 먼저 (20)과 (21)에 의하여 목적함수에 대한 Gradient 값은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J}{\partial \lambda_k} &= 8\lambda_k R_{xx}(0) - 8R_{xx}(1) = 8R_{xx}(0) \left(\lambda_k - \frac{R_{xx}(1)}{R_{xx}(0)} \right) \\
 &= 8R_{xx}(0) (\lambda_k - \lambda^*)
 \end{aligned} \tag{25}$$

따라서 단계 k 에서의 필터 계수 추정오차 e_k 를

$$e_k = \lambda_k - \lambda^* \tag{26}$$

으로 정의하면 (24), (25), (26)에 의하여 필터 계수 추정오차에 대한 동적방정식 다음과 같이 주어짐을 알 수 있다.

$$e_{k+1} = (1 - 8\mu R_{xx}(0)) e_k \tag{27}$$

이 식으로부터 적응 이득 μ 가 $|1 - 8\mu R_{xx}(0)| < 1$ 을 만족하면 즉,

$$0 < \mu < \frac{1}{4R_{xx}(0)} \tag{28}$$

를 만족하면 반복횟수 k 가 증가함에 따라 가변계수 λ_k 는 λ^* 값으로 수렴함을 알 수 있다. 그러나 (24)의 Gradient 값 $\partial J / \partial \lambda_k$ 은 실제적으로 측정하기가 거의 불가능하다. (25)에서 알 수 있듯이 $\partial J / \partial \lambda_k$ 를 구하기 위해서는 입력 신호 x_k 의 자기상관 함수를 미리 알고 있어야 하는데 이것은 현실적으로 거의 불가능한 일이다. 따라서 본 논문에서는 Gradient 방법 대신에 LMS 방법을 사용하여 필터 계수 조정 알고리즘을 설계하고자 한다.

본 논문에서는 다음 식과 같이 평균값 $E[|y_k|^2]$ 대신에 순시값 $|y_k|^2$ 가 감소하는 방향으로 필터 계수를 조정하는 알고리즘을 사용한다.

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - \frac{\mu}{8} \frac{\partial |y_k|^2}{\partial \lambda_k} \tag{29}$$

여기서 적응 이득 μ 에 상수 1/8 이 추가로 사용된 것은 차후 λ_k 의 수렴성 증명 시 수식전개의 편의성을 위한 것이다. (23)에 의해

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial |y_k|^2}{\partial \lambda_k} &= 8\lambda_k x_{k-1}^2 - 4x_k x_{k-1} - 4x_{k-1} x_{k-2} \\
 &= -4(x_k - 2\lambda_k x_{k-1} + x_{k-2}) x_{k-1} \\
 &= -4y_k x_{k-1}
 \end{aligned} \tag{30}$$

임이 성립하므로 (29)의 필터 계수 조정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \frac{1}{2}\mu y_k x_{k-1} \quad (31)$$

이제 시간 k 가 증가함에 따라 λ_k 는 λ^* 에 근사적으로 수렴함을 증명하고자 한다.

먼저 (23), (26), (31)으로부터 다음과 같은 필터 계수 추정오차에 대한 동적방정식을 얻을 수 있다.

$$e_{k+1} = (1 - \mu |x_{k-1}|^2) e_k + \mu q_k \quad (32)$$

여기서 q_k 는 다음과 같이 정의된다.

$$q_k = \frac{1}{2} x_{k-1} (x_k - 2\lambda^* x_{k-1} + x_{k-2}) \quad (33)$$

(33)의 양변에 평균을 취하면 식 (21)에 의해

$$E[q_k] = \frac{1}{2} R_{xx}(1) - \frac{R_{xx}(1)}{R_{xx}(0)} R_{xx}(0) + \frac{1}{2} R_{xx}(1) = 0 \quad (34)$$

이므로 q_k 는 0을 중심으로 변동하는 함수임을 알 수 있다. 한편 (11)로부터 알 수 있듯이 입력 x_k 는 유한한 크기를 갖는 유한 개 정현파들의 합이므로 다음과 같이 유계(Bounded) 된다고 가정할 수 있다.

$$|x_k|^2 \leq \gamma \triangleq \max_k |x_k|^2 < \infty, \quad \forall k \quad (35)$$

또한 동일한 근거로 입력 x_k 에 대해 다음 식을 만족하는 양의 정수 $h > 0$ 와 양의 실수 $\delta > 0$ 가 존재한다고 가정할 수 있다.

$$\sum_{i=k+1}^{k+h} |x_i|^2 \geq \delta > 0, \quad \forall k \quad (36)$$

또한 (33)으로 정의된 함수 q_k 는 다음과 같이 유계 된다고 가정할 수 있다.

$$|q_k| \leq M \triangleq \max_k |q_k| < \infty, \quad \forall k \quad (37)$$

여기서 유계 M 의 크기에 대해서는 나중에 보다 구체적으로 언급한다.

이제 다음의 정리 1 에서 제안된 필터 계수 추정 알고리즘의 안정성 및 수렴성에 대해 설명한다.

정리 1 : 제안된 공진주파수 추정 필터 (23)에서 필터 계수 λ_k 를 (31)로 주어지는 필터 계수 조정식에 의하여 갱신

한다고 하자. 그리고 (32)에서 적응 이득 μ 를

$$0 < \mu < \frac{1}{\gamma} \quad (38)$$

를 만족하도록 선택한다. 또한 (35)-(37)의 가정이 성립한다고 하자. 그러면 (26)으로 정의된 필터 계수 추정오차 e_k 는 다음 식과 같이 궁극적으로 유계(Ultimately Bounded)된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |e_k| \leq N(\mu) \triangleq \frac{M\mu e^{\delta\mu}}{1 - e^{-\delta\mu/h}} \quad (39)$$

정리 1 의 (39)는 $k \rightarrow \infty$ 로 증가함에 따라 필터 계수 추정 오차크기 $|e_k|$ 가 N 이내로 유계 됨을 의미한다. (39)에서 알 수 있듯이 유계 N 은 적응이득 μ 에 대한 함수인데 $xe^{-x} \leq 1 - e^{-x}, \forall x > 0$ 의 관계식을 이용하면 아래와 같이 (38)로 주어지는 μ 의 범위에 대하여 $dN(\mu)/d\mu > 0$ 임을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned} dN(\mu)/d\mu &= M(1 - e^{-\delta\mu/h})^{-2} e^{\delta\mu} \{(\delta\mu + 1)(1 - e^{-\delta\mu/h}) - (\delta\mu/h)e^{-\delta\mu/h}\} \\ &\geq M(1 - e^{-\delta\mu/h})^{-2} e^{\delta\mu} ((\delta\mu)^2/h)e^{-\delta\mu/h} > 0 \end{aligned} \quad (40)$$

따라서 유계 $N(\mu)$ 는 μ 에 대한 증가함수 이다. 이것은 적응이득 μ 를 줄일수록 필터 계수 추정오차가 감소됨을 의미한다. 또한 $\lim_{\mu \rightarrow 0^+} N(\mu) = Mh/\delta$ 임을 쉽게 보일 수 있는데 이는 필터 계수 추정오차 $\lim_{k \rightarrow \infty} |e_k|$ 의 최소한계는 Mh/δ 임을 의미한다. 즉 추정오차의 크기는 함수 $|q_k|$ 의 최대값 M 에 비례함을 알 수 있다. 그러나, 적응이득 μ 를 작게 할수록 필터 계수의 수렴 속도가 느려지게 되므로 적응이득 μ 는 추정오차와 수렴속도를 모두 고려하여 적절한 값으로 선택해야 한다. 이제 함수 $|q_k|$ 의 최대값 M 에 대해 보다 구체적으로 살펴본다.

(33), (35), (37)에 의해

$$M \leq \frac{1}{2}\sqrt{\gamma} \max_k |y_k^*| \quad (41)$$

여기서 y_k^* 는 최적의 필터계수 λ^* 를 사용했을 때의 최소화된 출력 값으로 다음 식으로 정의된다.

$$y_k^* = x_k - 2\lambda^* x_{k-1} + x_{k-2} \quad (42)$$

한편 입력 x_k 는 (11)과 같이 공진주파수 후보 군 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 의 주파수를 갖는 정현파들의 합으로 주어지므로 (42)와 잘 알려진 선형 시스템 이론으로부터

y_k^* 는 다음과 같이 주어짐을 알 수 있다.

$$y_k^* = \sum_{i=1}^N a_i |H^*(e^{j\omega T_s})| \cos(\omega_i T_s k + \theta_i + \angle H^*(e^{j\omega T_s})) \quad (43)$$

여기서

$$H^*(e^{j\omega T_s}) = 1 - 2\lambda^* e^{-j\omega T_s} + e^{-j2\omega T_s} \quad (44)$$

(22)에 의해 최적의 필터 계수 λ^* 는 공진주파수 ω_r 에서의 $\cos(\omega_r T_s)$ 과 근사적으로 같으므로 (14)와 (44)로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} |H^*(e^{j\omega T_s})| &= 2|\cos(\omega T_s) - \lambda^*| \\ &\cong 2|\cos(\omega T_s) - \cos(\omega_r T_s)| \end{aligned} \quad (45)$$

(45)로부터 공진주파수 ω_r 근방의 주파수들에 대해서 $|H^*(e^{j\omega T_s})|$ 는 0에 가까운 아주 작은 값을 가진다는 사실을 알 수 있다. 이는 공진주파수 추정 필터가 노치필터 특성을 갖는다는 사실로부터 어느 정도 예상할 수 있었던 결과이다. 공진주파수 후보 군 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 은 실제 공진주파수 ω_r 근방의 값들이므로 (45)로부터 $|H^*(e^{j\omega T_s})| \ll 1 \quad \forall i=1,2,\dots,N$ 임을 알 수 있고 특히 공진주파수 $\omega = \omega_r$ 에서는 $|H^*(e^{j\omega T_s})| = 0$ 이 된다. (43)과 (45)에 의해

$$\max_k |y_k^*| \leq \sum_{i=1}^N 2|a_i| |\cos(\omega_i T_s) - \cos(\omega_r T_s)| \ll 1 \quad (46)$$

이므로 최소화된 출력의 크기 $|y_k^*|$ 는 0에 가까운 작은 값을 가짐을 알 수 있고 결국 (41)과 (46)으로부터 함수 $|q_k|$ 의 최대값 M 의 크기 또한 0에 가까운 작은 값을 알 수 있다. 따라서 필터 계수 추정오차 $|e_k|$ 는 충분히 작은 범위 이내로 유지됨을 알 수 있다.

정리 1의 증명 : 선형 시변 차분방정식 (32)의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$e_k = \Phi(k, k_0)e_{k_0} + \sum_{l=k_0+1}^k \Phi(k, l)\mu q_{l-1} \quad (47)$$

여기서 k_0 는 초기 시간이고 함수 Φ 는 상태전이행렬 (여기서는 스칼라)로서 $\forall k \geq l \geq k_0$ 에 대하여 다음 식으로 주어진다.

$$\Phi(k, l) = \begin{cases} \prod_{n=l}^{k-1} (1 - \mu |x_{n-1}|^2), & l = k_0, k_0 + 1, \dots, k-1 \\ 1, & l = k, \end{cases} \quad (48)$$

(38)과 (47)에 의해 다음이 성립한다.

$$|e_k| \leq |\Phi(k, k_0)| |e_{k_0}| + \mu \sum_{l=k_0+1}^k |\Phi(k, l)| |q_{l-1}| \quad (49)$$

이제 $k \geq l \geq k_0 \geq 0$ 를 만족하는 임의의 k, l 에 대하여 다음 식이 성립함을 보인다.

$$|\Phi(k, l)| \leq \beta \alpha^{k-l} \quad (50)$$

여기서

$$\beta = e^{\delta \mu}, \quad \alpha = e^{-\delta \mu h} \quad (51)$$

(51)에서 h, δ 는 (36)에서 주어진 값이다. (35)와 (38)에 의해

$$0 \leq 1 - \mu |x_{k-1}|^2 \leq 1, \quad \forall k \quad (52)$$

이므로 (48)로부터 다음 식이 성립함을 쉽게 알 수 있다.

$$|\Phi(i, j)| \leq 1, \quad \forall i \geq j \geq k_0 \quad (53)$$

또한 $1 - x \leq e^{-x}, \quad \forall x$ 이므로 (36), (48), (52)에 의해 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &|\Phi(l+nh, l+(n-1)h)| \\ &= (1 - \mu |x_{l+(n-1)h-1}|^2)(1 - \mu |x_{l+(n-1)h}|^2) \dots (1 - \mu |x_{l+nh-2}|^2) \\ &\leq e^{-\mu |x_{l+(n-1)h-1}|^2} e^{-\mu |x_{l+(n-1)h}|^2} \dots e^{-\mu |x_{l+nh-2}|^2} \\ &= e^{-\mu \sum_{i=l+(n-1)h}^{l+nh-2} |x_i|^2} \leq e^{-\mu \delta}, \quad \forall n=1, 2, \dots \end{aligned} \quad (54)$$

이제 $k \geq l \geq k_0 \geq 0$ 를 만족하는 임의의 k 와 l 에 대하여 $N > 0$ 을

$$k \leq l + Nh \quad (55)$$

를 만족하는 가장 작은 양의 정수라고 둔다. 그리고 구간 $[l, l+(N-1)h]$ 를 h 만큼의 등 간격을 갖는 $(N-1)$ 개의 부 구간(Subinterval)으로 나눈다. 그러면 (48)로부터 쉽게 알 수 있는 상태전이(State Transition) 성질로부터 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\Phi(k, l) = \Phi(k, l+(N-1)h)\Phi(l+(N-1)h, l+(N-2)h) \dots \Phi(l+h, l) \quad (56)$$

따라서 (53)-(56)에 의해

$$\begin{aligned}
 |\Phi(k, l)| &\leq |\Phi(k, l + (N-1)h)| \prod_{n=1}^{N-1} |\Phi(l+nh, l+(n-1)h)| \\
 &\leq \prod_{n=1}^{N-1} e^{-\delta\mu} = e^{\delta\mu} e^{-\delta\mu N} \\
 &\leq e^{\delta\mu} e^{-\delta\mu(k-l)/h}
 \end{aligned} \tag{57}$$

따라서 (50)이 증명된다. 따라서 (37), (49), (50)에 의해

$$\begin{aligned}
 |e_k| &\leq \beta \alpha^{k-k_0} |e_{k_0}| + M\mu\beta \sum_{l=k_0+1}^k \alpha^{k-l} \\
 &= \beta \alpha^{k-k_0} |e_{k_0}| + M\mu\beta \frac{1-\alpha^{k-k_0}}{1-\alpha}
 \end{aligned} \tag{58}$$

임이 성립한다. (51)로부터 $0 < \alpha < 1$ 임을 알 수 있고 따라서 (58)에 의해

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |e_k| \leq \frac{M\mu\beta}{1-\alpha} \tag{59}$$

임이 성립한다. 따라서 정리 1에 대한 증명이 끝난다.

이제 (31)과 같이 필터 계수를 조정해 나가면 필터 계수는 최적의 값 λ^* 으로 근사적으로 수렴함이 입증되었다. 그리고 공진주파수 성분의 진폭이 인진 주파수 성분들에 비하여 상당히 큰 경우 (22)와 같이 수렴 값은 공진주파수 (ω_r)에 해당하는 값과 거의 일치하게 된다. 다음에는 노치 필터의 중심주파수 (ω_c)를 추정 결과에 맞추기 위하여 (9)의 노치 필터 계수들을 결정하는 방법에 관하여 언급하고자 한다.

(8b)와 (22)에 의하면 노치 필터의 파라미터 Ω_c 는 추정 결과 λ^* 에 따라 아래와 같이 결정됨을 알 수 있다.

$$\Omega_c^2 = \left[\tan\left(\frac{\omega_c T_s}{2}\right) \right]^2 = \left[\tan\left(\frac{\omega_r T_s}{2}\right) \right]^2 = \frac{1 - \cos(\omega_r T_s)}{1 + \cos(\omega_r T_s)} = \frac{1 - \lambda^*}{1 + \lambda^*} \tag{60}$$

따라서 (9b)에 의하여 공진주파수 추정 결과가 반영된 노치 필터의 계수들은 최종적으로 아래와 같이 결정된다.

$$\begin{aligned}
 \alpha_0^* &= \frac{1 + \xi a \sqrt{1 - (\lambda^*)^2}}{1 + \xi \sqrt{1 - (\lambda^*)^2}}, & \alpha_1^* &= \frac{-2\lambda^*}{1 + \xi \sqrt{1 - (\lambda^*)^2}}, \\
 \alpha_2^* &= \frac{1 - \xi a \sqrt{1 - (\lambda^*)^2}}{1 + \xi \sqrt{1 - (\lambda^*)^2}}, \\
 \beta_1^* &= \frac{-2\lambda^*}{1 + \xi \sqrt{1 - (\lambda^*)^2}}, & \beta_2^* &= \frac{1 - \xi \sqrt{1 - (\lambda^*)^2}}{1 + \xi \sqrt{1 - (\lambda^*)^2}}
 \end{aligned} \tag{61}$$

IV. 실험결과

본 장에서는 전 장에서 제안된 적응형 노치 필터의 성능을 실제적으로 검증하기 위하여 상용 제품을 대상으로 실험을 수행하여 얻은 결과를 제시한다.

그림 5와 같이 실험 장치는 하드 디스크 드라이브, 진단보드, 전원공급장치, 오실로스코프, 메인 컴퓨터 등으로 구성된다. 실험 대상 하드 디스크 드라이브로서는 삼성전자의 최신 제품인 3.5 인치 하드 디스크 드라이브를 사용하였다. 이 제품은 디스크 한 장 당 무려 80 GByte 만큼의 데이터를 저장할 수 있는 최첨단 기술 제품으로서 자세한 사양은 표 1에 제시되었다. 이 제품의 전자제어장치는 고속 디지털 신호처리기 (DSP), 액츄에이터 전력증폭기, 헤드신호 처리장치, 플래쉬 메모리 (Flash Memory)등으로 구성된다. 모든 제어용 프로그램은 메인 컴퓨터에서 개발되고 RS232C 직렬 포트를 통하여 플래쉬 메모리로 전송되어 디지털신호 처리기에 의하여 실행된다. 진단보드는 3개의 12 bit D/A 변환기를 내장하고 있으며 디지털신호처리기 내부 변수들을 실시간으로 모니터링하기 위하여 사용된다.

최근 트랙 폭이 0.27 μm 이하로 극히 좁아지면서 외란에 대한 제어 시스템의 강인성을 위하여 제어 대역 폭이 계속 늘어나고 있는 추세이다. 현재 시판되고 있는 제품들의 제어 대역 폭은 일반적으로 1 kHz 이상이다. 본 실험에서는 제어 대역 폭이 1.2 kHz 가 되도록 제어기를 설계하였다. 극점 배치기법에 의하여 (3)의 상태 추정기 이득과 (4)의 상태귀환 이득을 결정한 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 l_1 = 0.8018, \quad l_2 = 12201, \quad l_3 = 787.1 \\
 K_x = 955.5, \quad K_v = 0.4156
 \end{aligned} \tag{62}$$

다음에는 주파수 응답 측정기를 사용하여 개루프 (Open Loop) 시스템의 주파수 응답을 측정하였고 그 결과를 그림 6에 제시하였다. 이 그림에서 위상 여유 계산의 편의성을 위하여 위상 선도는 180° 만큼 위쪽으로 편이되어 표현되었다. 그림 6으로부터 제어 대역 폭 즉, 이득교차 주파수(Gain Crossover Frequency)는 1.27 kHz 이고 위상 여유(Phase Margin)는 33.6°임을 쉽게 알 수 있다. 그런데 7 kHz 와 10 kHz 근처에 두드러진 공진 모드가 존재하여 공진이 유발될 가능성이 있다. 7 kHz 근처의 공진모드는 액츄에이터 암(Arm)의 공진 특성에 의한 것이고 10 kHz 근처의 공진모드는 암에 달려있는 서스펜션(Suspension)의 공진 특성에 의한 것이다.

이제 본 논문에서 제안된 적응형 노치 필터를 사용하면 두 개의 공진모드를 효과적으로 제거할 수 있음을 입증하고자 한다. 먼저 7 kHz 근처의 공진주파수를 정확하게 추정하기 위하여 다음과 같이 7 kHz에서 시작하여 50 Hz 간격으로 8 kHz 까지 포함하는 21개의 주파수 성분들이 합성된 신호를 시스템 가진 신호로 사용하였다.

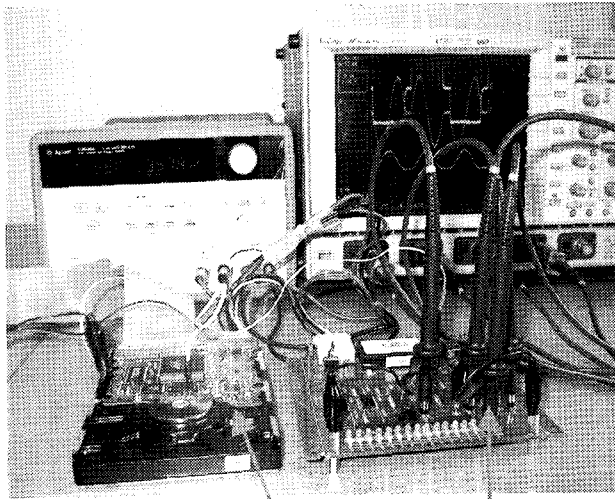
$$x_k^{ext} = \cos(2\pi 7000T_s k) + \cos(2\pi 7050T_s k) + \dots + \cos(2\pi 8000T_s k) \tag{63}$$

이러한 가진 신호에 의하여 발생하는 출력 신호 (PES 신호)에 존재하는 잡음을 제거하기 위한 대역통과 필터는 아래 식과 같이 설계되었다.

표 1. 실험용 하드 디스크 드라이브의 사양.

Table 1. The data of disk drive used for experiment.

Capacity	80 GB/Platter
Disk speed	5,400 RPM
Servo sectors/track	252
Track density	93,000 TPI
Track width	0.27 μm
K_a	19008 rad/sec ² /A
T_s	44.1 μsec
T_d	25 μsec



Hard Disk Drive Diagnostic Board

그림 5. 실험장치.

Fig. 5. Experimental setup.

$$H_{BPF}(z) = 0.3245 \frac{z^2 - 1}{z^2 + 0.6677z + 0.36} \quad (64)$$

이것은 대역통과 필터의 중심주파수를 7.5 kHz 에 맞추기 위한 것으로서 (12)에서 $\omega_c = 2\pi 7800$, $r = 0.6$, $K = 0.3245$ 으로 결정한 결과에 해당하고 주파수 응답 특성은 그림 7에 제시되었다.

다음에는 진단보드를 사용하여 (63)의 가진 신호, 시스템 가인에 의해 발생된 출력 신호 (PES 신호), 대역통과 필터 통과 후 출력 신호를 관측하였고 그 결과를 그림 8에 제시하였다. 이 그림으로부터 출력 신호에 존재하는 잡음이 대역통과 필터에 의하여 효과적으로 제거되고 있음을 알 수 있다. 다음에는 잡음이 제거된 PES 신호를 공진주파수 추정 필터에 인가하고 (31)의 LMS 알고리즘에 의거하여 필터의 출력이 최소화되도록 필터의 계수를 조정하였다. 세 가지 경우의 적응 이득 ($\mu=1.1921 \times 10^{-5}$, 2.3842×10^{-5} , 9.5367×10^{-5})에 대하여 공진주파수 추정 필터 계수 λ 의 수렴 과정을 각각 관측하여 그림 9에 제시하였다. 이 결과로부터 필터 계수의

수렴 값 λ^* 은 -0.461 이고 적응 이득이 클수록 수렴이 빠르게 이루어지고 있음을 알 수 있다. (22)에 의하여 이러한 수렴 값은 7.4 kHz 에 해당하므로 첫 번째 공진 모드의 주파수는 7.4 kHz 임을 알 수 있다. 그러면 7.4 kHz 공진 모드를 제거하기 위한 노치 필터의 계수들은 중심주파수에서의 이득(a) 및 댐핑상수(ξ)가 정해지면 (61)에 의하여 계산될 수 있다. 중심주파수 이득과 댐핑상수를 각각 -20 dB 와 0.3 으로 설정하여 노치 필터 계수들을 계산한 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_0^* &= 0.8644, \alpha_1^* = 0.7833, \alpha_2^* = 0.8342 \\ \beta_1^* &= 0.7833, \beta_2^* = 0.6986 \end{aligned} \quad (65)$$

이 노치 필터의 주파수 응답 특성은 그림 10에 제시되었고 이득교차주파수 (1.2 kHz)에서의 위상 감소량은 3.18° 이다.

다음에는 10 kHz 근처에 존재하는 두 번째 공진모드 추정 및 노치 필터 설계에 관하여 언급한다. 가진 신호로서는 다음 식과 같이 9500 Hz 부터 50 Hz 간격으로 10500Hz 까지 21 개 주파수 성분을 포함하는 신호를 사용하였다.

$$\begin{aligned} x_k^{ext} &= \cos(2\pi 9500T_s k) + \cos(2\pi 9550T_s k) \\ &+ \dots + \cos(2\pi 10500T_s k) \end{aligned} \quad (66)$$

이 신호에 의하여 발생되는 출력 신호에서 잡음을 제거하기 위한 대역통과 필터는 아래 식과 같이 설계되었다.

$$H_{BPF}(z) = 0.2649 \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1.3623z + 0.49} \quad (67)$$

이것은 대역통과 필터의 중심주파수를 10 kHz 에 맞추기 위한 것으로서 (12)에서 $\omega_c = 2\pi 10500$, $r = 0.7$, $K = 0.2649$ 으로 결정한 결과에 해당하고 주파수 응답 특성은 그림 11에 제시되었다. (66)의 신호를 이용하여 제어 시스템을 가진시킨 경우 가진 신호, PES 신호, 그리고 대역통과 필터 통과 후 PES 신호를 각각 관측하였고 그 결과를 그림 12에 제시하였다. 이 그림으로부터 출력 신호에 존재하는 잡음이 대역통과 필터에 의하여 효과적으로 제거되고 있음을 알 수 있다. 다음에는 잡음이 제거된 신호를 공진주파수 추정 필터에 인가하여 (31)의 필터 계수 조정 알고리즘에 의거하여 필터의 출력이 최소화되도록 필터의 계수를 조정하였다. 세 개의 적응 이득($\mu=1.1921 \times 10^{-5}$, 2.3842×10^{-5} , 9.5367×10^{-5})에 대하여 추정 필터 계수의 수렴 과정을 관측한 결과를 그림 13에 제시하였다. 필터 계수의 최종 수렴 값 λ^* 은 -0.937 이고 (22)에 의하여 두 번째 공진 모드의 주파수는 10.05 kHz 임을 알 수 있다. 그러면 10.05 kHz 공진모드를 제거하기 위한 노치 필터의 계수들은 (61)에 의하여 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \alpha_0^* &= 0.9145, \alpha_1^* = 1.6957, \alpha_2^* = 0.8955 \\ \beta_1^* &= 1.6957, \beta_2^* = 0.8100 \end{aligned} \quad (68)$$

이 경우 중심주파수 이득과 댐핑상수는 -20 dB 와 0.3 으로 각각 설정하였다. 이러한 노치 필터의 주파수 응답 특성은 그림 14 에 제시되었고 이득교차 주파수 (1.2 kHz) 에서의 위상 감소량은 0.93° 이다.

마지막으로 (65)와 (68)로 주어진 두 개의 노치 필터를 제어기 후단에 직렬 형태로 연결하여 공진 보상 성능을 확인하였다. 이를 위하여 주파수 응답 측정기를 사용하여 개루프 시스템의 주파수 응답을 측정하였고 그 결과를 그림 15 에 제시하였다. 이 그림을 노치 필터 사용 전 결과인 그림 6 과 비교해보면 7.4 kHz 와 10.05 kHz 의 공진모드가 효과적으로 제거되고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서 제안된 적응형 노치 필터는 환경 및 제품에 따라 변동하는 공진모드를 효과적으로 추정하고 보상할 수 있음을 알 수 있다.

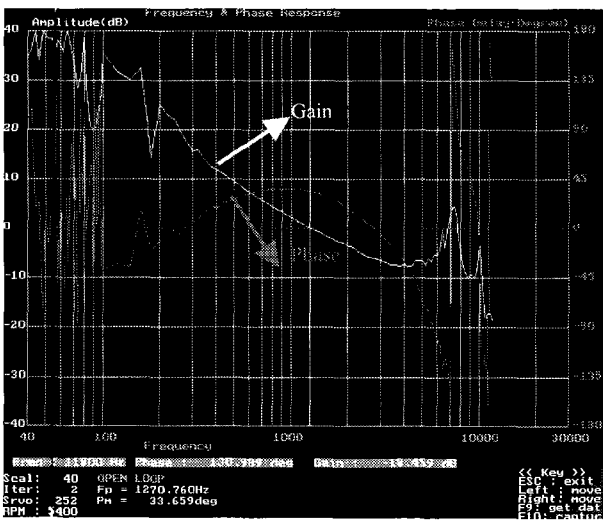


그림 6. 노치 필터 사용 전 개루프 시스템의 주파수 응답.
Fig. 6. Frequency response of open loop system before the application of notch filters.

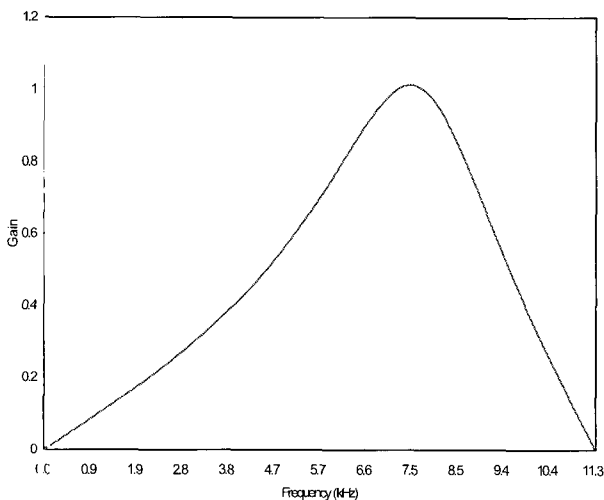


그림 7. 중심주파수가 7.5 kHz 인 대역통과 필터의 주파수 응답.
Fig. 7. Frequency response of band pass filter with central Frequency of 7.5 kHz.

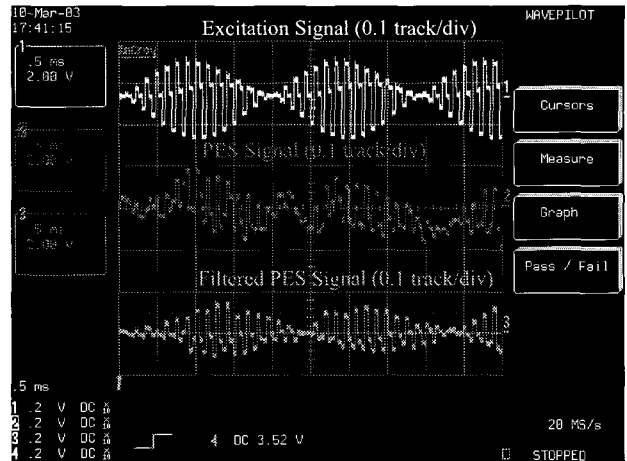


그림 8. 첫 번째 공진모드 추정 시 가진 신호 및 PES 신호.
Fig. 8. Excitation signal and PES signal in the case of the 1st resonance mode estimation.

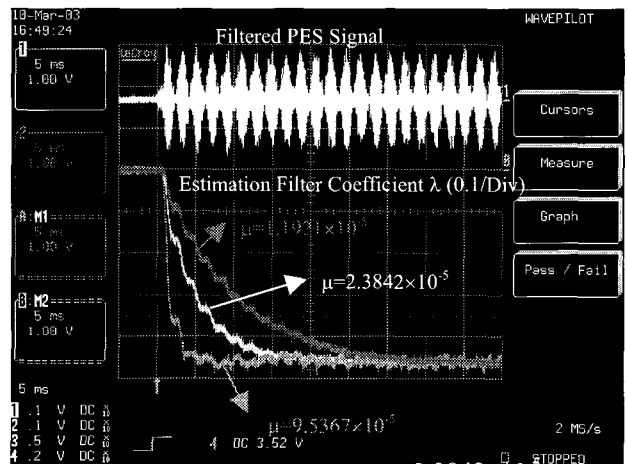


그림 9. 첫 번째 공진모드 추정 시 공진주파수 추정필터계수 λ 의 수렴 과정.
Fig. 9. Convergence of estimation filter coefficient λ in the case of the 1st resonance mode estimation.

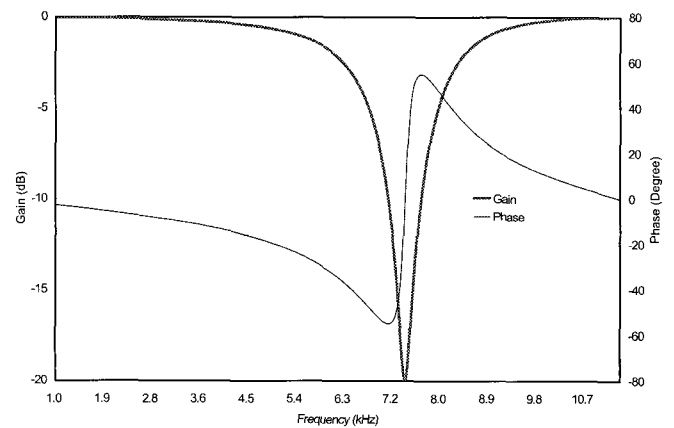


그림 10. 7.4 kHz 공진모드 제거용 노치 필터의 주파수 응답.
Fig. 10. Frequency response of notch filter for cancellation of 7.4 kHz resonance mode.

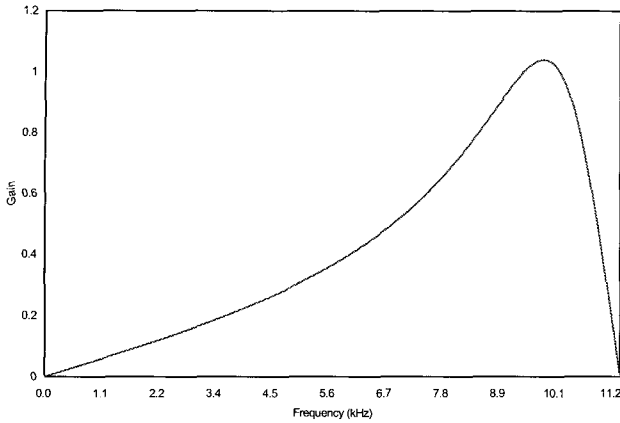


그림 11. 중심주파수가 10kHz 인 대역통과 필터의 주파수 응답.

Fig. 11. Frequency response of band pass filter with central frequency of 10 kHz.

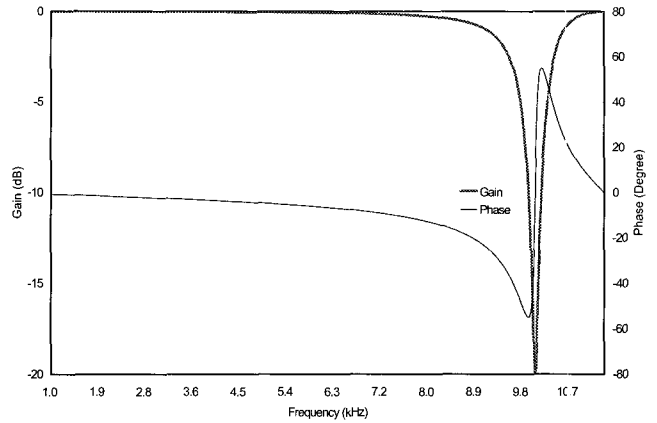


그림 14. 10.05 kHz 공진모드 제거용 노치 필터의 주파수 응답.

Fig. 14. Frequency response of notch filter for cancellation of 10.05 kHz resonance mode.

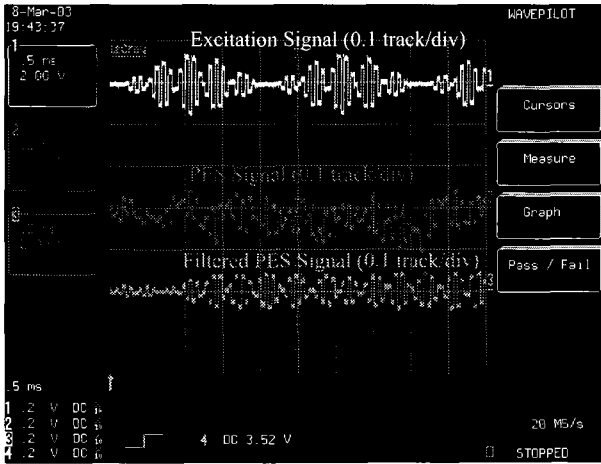


그림 12. 두 번째 공진모드 추정 시 가진 신호 및 PES 신호의 파형.

Fig. 12. Excitation signal and PES signal in the case of the 2nd resonance mode estimation.

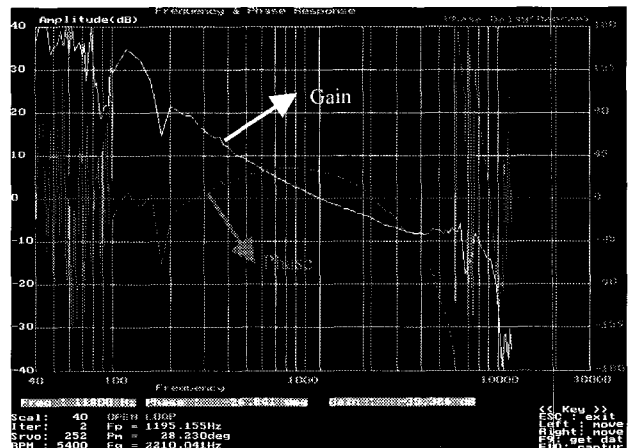


그림 15. 2 개의 노치 필터 사용 후 개루프 시스템의 주파수 응답.

Fig. 15. Frequency response of open loop system after application of two notch filters.

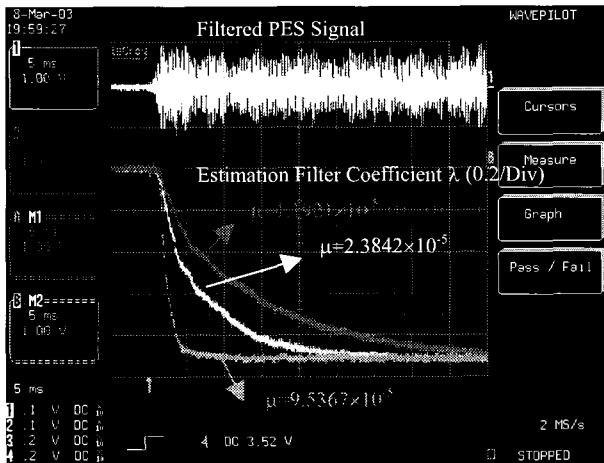


그림 13. 두 번째 공진모드 추정 시 공진주파수 추정필터계수 λ 의 수렴 과정.

Fig. 13. Convergence of estimation filter coefficient λ in the case of the 2nd resonance mode estimation.

V. 결론

본 논문에서는 고밀도 디스크 드라이브에서 제품 및 환경에 따라 변동하는 액츄에이터의 공진모드를 효과적으로 제거할 수 있는 새로운 적응형 노치 필터를 제안하였다. 이를 위하여 공진주파수 추정 필터를 설계하고 필터 계수 조정 알고리즘을 제시하였다. 그리고 이러한 계수 조정 알고리즘에 준하여 공진주파수 추정 필터의 계수를 반복적으로 조정하면 추정된 공진주파수는 실제 공진주파수에 수렴함을 수학적으로 입증하였다. 또한 실험을 통하여 최신 고밀도 디스크 드라이브의 공진모드가 제압된 적응형 노치 필터에 의하여 적절하게 소거됨을 입증하였다.

이러한 공진 보상 알고리즘은 하드 디스크 드라이브 뿐만아니라 CD-ROM, 광자기 디스크 드라이브 등 기타 데이터 저장 장치의 공진 보상을 위해서도 효과적으로 사용될 수 있다.

참고문헌

- [1] L. S. Fan, H. H. Ottesen, T. C. Reiley, and R. W. Wood (1995), "Magnetic recording head positioning at very high track densities using a microactuator-based two-stage servo system", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 42, no. 3, pp. 222-233, June 1995.
- [2] H. S. Lee, "Controller optimization for minimum position error signals of hard disk drives," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 48, no. 5, pp. 945-950, October 2001.
- [3] G. Hillerstrom, "Adaptive suppression of vibrations - a repetitive control approach," *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 4, no. 1, pp. 72-78, January 1996.
- [4] D. Wu, G. Guo, and T.-C. Chong, "Adaptive compensation of microactuator resonance in hard disk drives," *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 36, no. 5, pp. 2247-2250, September 2000.
- [5] S. Hashimoto, K. Hara, H. Funato, and K. Kamiyama, "AR-based identification and control approach in vibration suppression," *IEEE Trans. Industry Applications*, vol. 37, no. 3, pp. 806-811, May/June 2001.
- [6] Clare et al., "Head selectable servo notch filter and method for improving servo system performance," US Patent 6,122,125, September 19, 2000.
- [7] Semba et al., "Method and apparatus for suppressing mechanical resonance in a disk drive storage device using a notch filter," US Patent 6,219,196, April 17, 2001.
- [8] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th Edition, Prentice Hall, 2002.
- [9] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice Hall, 1985.
- [10] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. L. Workman, *Digital Control of Dynamic Systems*, Addison-Wesley, 1990.



강창익

1967년 3월 25일 생. 1989년 서울대학교 제어계측공학과(공학사). 1991년 서울대학교 제어계측공학과(공학석사). 1995년 서울대학교 제어계측공학과(공학박사). 1995년 삼성전자 스토리지 시스템 사업부 선임연구원. 1999년 ~

현재 제주대학교 해양계측공학과 조교수. 관심분야는 비선형 제어, 스토리지 시스템 제어, 소나신호처리.



김창환

1965년 11월 13일생. 1988년 서울대학교 제어계측공학과(공학사). 1990년 서울대학교 제어계측공학과(공학석사). 1995년 서울대학교 제어계측공학과(공학박사). 1995년 삼성전자 생산기술 센터 자동화연구소 선임연구원. 1999년

~현재 대전대학교 컴퓨터 공학부 조교수. 관심분야는 비선형 제어 및 응용, 전기기제어.