

## NBU CLASS에 관한 검정법 연구 \*

김환중<sup>1)</sup>

### 요약

본 논문에서는 신뢰성분석에서 고려되는 NBU class에 관한 새로운 검정법을 제안하였다. 제안된 검정통계량은 순서통계량의 선형함수의 형태로 이루어져있고 대표본 뿐만 아니라 소표본에서도 쉽게 적용될 수 있음을 보였다. 소표본인 경우에는 Monte Carlo 시뮬레이션을 통하여 제안된 검정통계량의 검정력을, 대표본인 경우에는 점근상대효율을 Hollander와 Proschan(1972)의 검정통계량과 비교하여 보았으며 검정통계량의 일치성도 보였다.

주요용어: NBU Class, 순서통계량, 검정통계량, 시뮬레이션, 점근상대효율.

### 1. 서론

신뢰성 분석의 많은 응용분야에서, 노화(aging)의 개념은 매우 중요한 역할을 하고 있다. 따라서 노화의 다양한 형태를 모형화하기 위하여 수명분포는 다음과 같은 몇 개의 class로 분류된다.

- (i) 증가고장률 (Increasing Failure Rate, IFR) Class
- (ii) 증가평균고장률(Increasing Failure Rate Average, IFRA) Class
- (iii) New Better than Used(NBU) Class
- (iv) New Better than Used in Expectation (NBUE) Class
- (v) 감소평균잔여수명(Decreasing Mean Residual Life, DMRL) Class.

이 class들은 각각 DFR, DFRA, NWU, NWUE 그리고 IMRL이라 불리우는 dual class를 갖고 있으며 이 class들의 특성은 Haines(1973), Barlow와 Proschan(1975)의 논문에서 논의되었다. 그리고 이 class들 간에는 다음과 같은 관계가 있다.

- (i)  $IFR \Rightarrow IFRA \Rightarrow NBU \Rightarrow NBUE$
- (ii)  $IFR \Rightarrow DMRL \Rightarrow NBUE$ .

시스템의 수명을 나타내는 변수  $T$ 는 0이상의 값을 갖는 연속확률변수로서 절대연속인 분포함수  $F(t)$ , 생존함수  $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$ , 확률밀도함수(probability density function)  $f(t)$  그리고 유한 평균  $\mu$ , 즉  $E[T] = \mu$  를 가진다고 가정한다.

\* 이 논문은 2003년도 우석대학교 교내학술연구비 지원에 의하여 연구됨.

1) (565-701) 전북 완주군 삼례읍 후정리 490, 우석대학교 전산정보학부 전산통계전공, 부교수

E-mail : kimhj@woosuk.ac.kr

정의 1.1 만약 다음을 만족하면, 분포는 New Better than Used class에 속한다고 정의한다;

$$\bar{F}(x)\bar{F}(y) \geq \bar{F}(x+y) \quad \text{for all } x, y \geq 0. \quad (1.1)$$

위 식(1.1)에서 부등호의 방향이 반대이면, 분포는 New Worse than Used class에 속한다고 정의한다.

Bryson과 Siddiqui(1969)는 NBU 특성을 "positive aging"이라고 하였다. NBU 특성은 새로운 시스템이  $x$  시점까지 작동할 확률  $\bar{F}(x)$  가 이미  $y$  시점까지 작동한 시스템이 부가적으로  $x$  시점만큼 더 작동할 확률  $\bar{F}(x+y)/\bar{F}(y)$  보다 크다는 것을 의미한다. 즉, 새로운 시스템이 이미 사용 중인 중고시스템보다 고장나지 않고 작동할 확률이 더 크다는 것을 의미한다.

식(1.1)에서 등호가 성립하는 경우는 새 시스템의 고장확률이 중고시스템의 고장확률과 동일한 경우로, 시스템의 수명분포가 지수분포인 경우이다. 즉, 지수분포는 비기억특성(memoryless property)을 가진다.

2장에서는 대립가설  $H_1$  : "F는 NBU class에 속한다"에 대한 귀무가설  $H_0$  : "F는 지수분포를 따른다"를 검정하기 위한 Hollander와 Proschan(1972)의 U-통계량  $J_n$  을 소개하고 새로운 검정통계량  $H_n$  을 제안하고, 표본의 크기가  $n = 5(1)35(5)50$ 인 경우의  $H_n$ 의 임계값을 구하였다.

3장에서는, 대표본 하에서의 점근검정법을 제안하고, 제안된 검정통계량의 일치성을 살펴보았다. 그리고, 점근상대효율을 Hollander와 Proschan(1972)의 검정통계량  $J_n$ 과 비교하여 보았다.

마지막으로 4장에서는 소표본 하에서 제안된 NBU 검정통계량의 검정력을 Hollander와 Proschan(1972)의 검정통계량  $J_n$ 과 비교하기 위하여 Monte Carlo 모의실험을 실시하고, 그에 따른 결론과 향후 연구방향에 대해 논의하였다.

## 2. 새로운 검정통계량

본 논문에서 우리는 다음과 같은 가설을 검정하는 문제를 고려한다.

$$H_0 : F(t) = 1 - \exp(-\lambda t) \quad \text{for } \lambda \text{ unspecified}$$

versus

$$H_1 : F(t) \text{는 NBU class에 속하며 지수분포가 아니다.}$$

먼저 Hollander와 Proschan(1972)이 제안한 NBU검정통계량을 살펴보면, 그들은 위의 가설을 검정하기 위하여 다음과 같은 모수를 고려하였다.

$$\begin{aligned} \gamma(F) &= \int_0^\infty \int_0^\infty \{ \bar{F}(x)\bar{F}(y) - \bar{F}(x+y) \} dF(x) dF(y) \\ &= \frac{1}{4} - \int_0^\infty \int_0^\infty \bar{F}(x+y) dF(x) dF(y). \end{aligned}$$

모수  $\gamma(F)$ 는  $H_0$ 으로부터  $F$ 의 편차의 측도임을 알 수 있다. 따라서 그들은  $F$ 대신에 경험적 분포함수  $F_n$ 을 사용하는 비모수적 접근을 하여 다음과 같은 U-통계량을 검정통계량으로 제안하였다;

$$J_n = 2(n(n-1)(n-2))^{-1} \sum_c \psi(X_{\alpha_1}, X_{\alpha_2} + X_{\alpha_3}),$$

여기에서

$$\psi(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{if } a > b \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

그리고  $\sum_c$ 는 3개 정수의 조합( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ )의  $n(n-1)(n-2)/2$ 개의 합이고  $1 \leq \alpha_i \leq n$ ,  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ ,  $\alpha_1 \neq \alpha_3$ , 그리고  $\alpha_2 < \alpha_3$ 을 만족한다.

우리도 Hollander와 Proschan(1972)이 제안한 모수와 비슷한 형태의 모수를 다음과 같이 제안하였다;

$$\Delta(F) = \frac{1}{\mu} \int_0^\infty \int_0^\infty \bar{F}(y) \{ \bar{F}(x)\bar{F}(y) - \bar{F}(x+y) \} dx dF(y) \quad (2.1)$$

이와 같은 모수를 제안한 이유는 분포함수  $F(x)$ 에 대응하는 재생분포(renewal distribution)  $G(x) = \int_0^x \bar{F}(u) du / \mu$ 를 이용하여  $\Delta(F)$ 를 정리하기 위해서이다. 즉, 등식(2.1)은 다음과 같이 정리될 수 있다;

$$\Delta(F) = \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{2} F^2(x) - F(x) + \frac{1}{3} \right\} dG(x) \quad (2.2)$$

$\Delta(F)$ 는 지수분포와 NBU class간의 편차의 측도이므로 우리는 모수  $\Delta(F)$ 가 양의 값을 가지면 대립가설  $H_1$ 이 성립할 것으로 기대할 수 있을 것이다. 따라서 등식(2.2)에 경험적 분포함수를 대체하여 검정통계량을 유도할 수 있다.

확률변수  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 의 순서통계량이  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ 이면, 경험적 분포함수는  $F_n(X_{(i)}) = i/n$ , 경험적 생존함수는  $\bar{F}_n(X_{(i)}) = (n-i)/n$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ , 여기에서  $X_{(0)} = 0$ . 또한  $D_j = (n-j+1)(X_{(j)} - X_{(j-1)})$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ 일 때, 김환중(1992)은 다음이 성립함을 보였다.

$$\Delta G_n(X_{(i)}) = \frac{D_i}{\sum_{j=1}^n D_j}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

위의 결과를 이용하여  $\Delta(F)$ 의 표본통계량을 얻을 수 있으며, 이를 검정통계량  $H_n$ 으로 제안한다.

$$\begin{aligned} H_n &= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{i}{n} \right)^2 - \left( \frac{i}{n} \right) + \frac{1}{3} \right\} D_i / T_n \\ &= \sum_{i=1}^n w_i D_i / T_n, \end{aligned} \quad (2.3)$$

여기에서  $T_n = \sum_{j=1}^n D_j = \sum_{j=1}^n X_j$ ,  $w_i = (1/2)(i/n)^2 - (i/n) + 1/3$ . 만약  $F$ 가 NBU class에 속하며 지수분포가 아니면,  $H_n$ 은 0보다 큰 값을 가질 것으로 기대할 수 있다.

$H_n$ 은  $H_0$ 하에서, 척도불변성을 가지므로, 우리는 Langenberg와 Srinivasan(1979)의 기법을  $H_n$ 에도 다음과 같이 동일하게 적용할 수 있다. 즉, 척도모수  $\lambda = 1/2$ 이라고 가정하면,  $D_j = (n-j+1)(X_{(j)} - X_{(j-1)})$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  는 서로 독립이고 자유도 2인  $\chi^2$ 분포를 따른다. 이러한 성질과 Box(1954)의 정리 2.4 에 의하여 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} P(H_n > k) &= P\left(\sum_{i=1}^n (w_i - k)D_i > 0\right) \\ &= \sum_{i=1}^n \prod_{i \neq j=1}^n [(w_i - k)/(w_i - w_j)]\delta_i, \end{aligned}$$

여기에서  $\delta_i = 1$ , if  $w_i > k$  그리고  $\delta_i = 0$ , 그 외의 경우.

위 식을 이용하여,  $H_1$ 에 대한  $H_0$ 을 검정하기 위하여,  $H_0$ 하에서, 검정의 크기  $\alpha$ 와 표본의 크기  $n$ 을 변화시키면서  $P(H_n < k) = \alpha$  또는  $P(H_n > k) = \alpha$ 를 만족시키는 임계값  $k$ 의 값을 계산하였다. <표 2.1> 에는 표본의 크기  $n = 5(1)35(5)60$  이고 유의수준  $\alpha = 0.10$ ,  $\alpha = 0.05$  그리고  $\alpha = 0.01$  에서 검정통계량  $\sqrt{7.5n}H_n$ 의 기각값이 제시되었다. 3장에서 검정통계량  $\sqrt{7.5n}H_n$ 의 점근분포가 표준정규분포임이 증명되는데, <표 2.1>로부터 표준정규분포로의 수렴속도가 극단적으로 느림을 알 수 있다.

예제 : Bryson and Siddiqui(1968)은 다음과 같은 자료를 분석하였다. 이 자료는 과립구성 백혈병(granulocytic leukemia)환자 43명의 생존시간을 기록한 것이다, 여기에서 생존시간은 백혈병으로 진단 받은 이후 생존한 시간(단위 : 일(日))이다. 이 관측값들은 다음과 같다; 7, 47, 58, 74, 177, 232, 273, 285, 317, 429, 440, 445, 455, 468, 495, 497, 532, 571, 579, 581, 650, 702, 715, 779, 881, 900, 930, 968, 1077, 1109, 1314, 1334, 1367, 1534, 1712, 1784, 1877, 1886, 2045, 2056, 2260, 2429, 2509.

$\sqrt{7.5n}H_n$  값을 계산하면,  $\sqrt{7.5n}H_n = 0.529$ . 따라서 귀무가설  $H_0$ 를  $\alpha = 0.10$ 에서 기각할 수 있다.

### 3. 새로운 검정통계량의 성질

#### 3.1. 귀무가설 하에서 $H_n$ 의 점근분포

우리는 여기에서 제안된 검정통계량이 귀무가설이 성립하는 경우의 분포  $F_0$ 에 대한 약간의 가정 하에서 점근적으로 정규분포를 따른다는 것을 증명하려고 한다. 검정통계량  $H_n$ 의 등식(2.3)은 다음 식과 같이 정리된다.

$$H_n = (1/\bar{X}_n)(1/n) \sum_{i=1}^n w_i' X_{(i)}, \quad (3.1)$$

여기에서

$$w_i' = (3/2)(i/n)^2 - 3(i/n) + 4/3 + (i/n^2) - (1/n). \quad (3.2)$$

n	Lower Tail			Upper Tail		
	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.10$	$\alpha=0.10$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.01$
5	-.830	-.720	-.649	.118	.249	.477
6	-.856	-.731	-.650	.161	.297	.549
7	-.874	-.737	-.650	.194	.335	.599
8	-.889	-.740	-.648	.220	.364	.636
9	-.900	-.742	-.647	.241	.388	.666
10	-.909	-.744	-.645	.258	.407	.690
11	-.916	-.745	-.642	.273	.423	.710
12	-.921	-.745	-.640	.286	.437	.726
13	-.926	-.745	-.638	.297	.449	.741
14	-.931	-.745	-.636	.307	.460	.753
15	-.934	-.745	-.634	.316	.469	.763
16	-.937	-.744	-.632	.323	.477	.773
17	-.940	-.744	-.630	.330	.485	.781
18	-.942	-.743	-.629	.337	.492	.789
19	-.944	-.743	-.627	.343	.498	.795
20	-.946	-.742	-.625	.348	.503	.802
21	-.948	-.742	-.624	.353	.508	.807
22	-.949	-.741	-.622	.358	.513	.812
23	-.950	-.741	-.621	.362	.518	.817
24	-.952	-.740	-.620	.366	.522	.821
25	-.953	-.739	-.618	.370	.525	.825
26	-.954	-.739	-.617	.373	.529	.829
27	-.954	-.738	-.616	.376	.532	.832
28	-.955	-.738	-.616	.379	.536	.835
29	-.956	-.737	-.614	.382	.538	.838
30	-.957	-.737	-.613	.385	.541	.841
31	-.957	-.736	-.612	.388	.544	.844
32	-.958	-.736	-.611	.390	.546	.846
33	-.958	-.735	-.610	.393	.549	.849
34	-.959	-.735	-.609	.395	.551	.851
35	-.959	-.734	-.608	.397	.553	.853
40	-.961	-.732	-.604	.406	.562	.862
45	-.962	-.730	-.600	.414	.570	.869
50	-.963	-.728	-.597	.420	.576	.875
55	-.964	-.726	-.594	.426	.581	.880
60	-.964	-.724	-.592	.430	.586	.884

표 2.1: Critical values of the  $\sqrt{7.5n}H_n$

식 (3.1) 과 (3.2)에서,

$$H_n \simeq (1/\bar{X}_n)(1/n) \sum_{i=1}^n B(i/n)X_{(i)}, \quad (3.3)$$

여기에서  $B(u) = (3/2)u^2 - 3u + (4/3)$ . 즉,  $H_n$ 은 근사적으로 순서통계량의 선형함수의 형태를 가진다. 따라서 우리는 Stigler (1974)의 결과를 적용하여  $H_n$ 이 점근적으로 정규분포를 따른다는 것을 증명할 수 있다.

정리 3.1  $\int_0^\infty t^2 dF_0(t) < \infty$ 과  $\sigma^2(B, F_0) > 0$ 이 성립한다는 가정 하에서 귀무가설  $H_0 : F_0(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$ 이 성립하는 경우,  $n \rightarrow \infty$ 에 따라  $\sqrt{7.5n}(H_n - 0)$ 은 점근적으로 평균이 0, 분산이 1인 표준정규분포를 따른다.

증명 : 식 (3.3)에서  $H_n$ 은 근사적으로 순서통계량의 선형함수이므로 Stigler (1974)의 결과를 적용할 수 있다. 즉, 식 (3.3)에서 가중함수  $B$ 는  $B(u) = (3/2)u^2 - 3u + (4/3)$ 이고,  $\mu_0$ 와  $\sigma_0^2$ 은 각각 분포  $F_0$ 의 평균과 분산이며,  $\mu(B, F_0) = \int_0^\infty xB(F_0(x))dF_0(x)$ ,  $\sigma^2(B, F_0) = \int_0^\infty \int_0^\infty B(F_0(x))B(F_0(y))[F_0(\min(x, y)) - F_0(x)F_0(y)]dx dy$ 이면, 다음이 성립한다.

$$\sqrt{n}(H_n - (\mu(B, F_0)/\mu_0)) \rightarrow N(0, \sigma^2(B, F_0)/\sigma_0^2).$$

그런데,  $H_n$ 은 척도불변성을 가지므로,  $F_0$ 는 척도모수  $\lambda = 1$ 인 지수분포를 따른다고 가정할 수 있다. 따라서  $\mu_0 = 1$ ,  $\mu(B, F_0) = 0$ ,  $\sigma_0^2 = 1$ , 그리고  $\sigma^2(B, F_0) = 2/15$ 이므로,  $H_0$ 하에서

$$\sqrt{7.5n}(H_n - 0) \underset{d}{\sim} N(0, 1).$$

그러므로, 근사적으로 유의수준  $\alpha$ 에서, 만약  $\sqrt{7.5n}H_n \geq z_\alpha$ 이면, NBU 검정절차는  $H_0$ 를 기각하고  $H_1 : "F$ 는 NBU class에 속한다"는 대립가설을 채택한다, 여기에서  $z_\alpha$ 는 표준정규분포의 상위  $\alpha$ -분위수이다.

### 3.2. 새로운 검정통계량의 일치성

여기에서, 우리는 검정의 일치성의 정의대로 표본의 크기  $n \rightarrow \infty$ 이면, 검정력은 1의 값을 가진다는 것을 다음 증명을 통하여 보이려고 한다.

정리 3.2  $F$ 가 NBU class에 속하고 연속인 분포이면서  $\int_0^\infty t^2 dF(t) < \infty$ , 그리고  $\sigma^2(B, F) > 0$ 이 성립하면,  $H_n$ 은 일치검정이다.

증명 :  $F$ 가 NBU class에 속하고 연속인 분포이면 점근검정통계량의 검정력 함수는  $\gamma(\Delta(F)) = P(H_n > z_\alpha/\sqrt{7.5n})$ . 즉,

$$\gamma(\Delta(F)) = \Phi\left(\frac{z_\alpha/\sqrt{7.5n} + \mu(B, F)/\mu}{\sigma(B, F)/(\sqrt{n}\mu)}\right).$$

여기서 우리는  $\Delta(F) = \mu(B, F)/\mu$ 이 성립함을 보이고자 한다.

$$\begin{aligned} \Delta(F) &= \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{2}F^2(y) - F(y) + \frac{1}{3} \right\} dG(y) \\ &= \frac{1}{\mu} \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{2}\bar{F}^2(x) - \frac{1}{6} \right\} \bar{F}(x) dx. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu(B, F) &= \int_0^\infty x \left\{ \frac{3}{2}F^2(x) - 3F(x) + \frac{4}{3} \right\} dF(x) \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \bar{F}^3(x) dx - \frac{1}{6}\mu. \end{aligned}$$

$$\frac{\mu(B, F)}{\mu} = \frac{1}{2\mu} \int_0^\infty \bar{F}^3(x) dx - \frac{1}{6} = \Delta(F).$$

그러므로

$$\gamma(\Delta(F)) = \Phi\left(\frac{z_\alpha/\sqrt{7.5n} + \Delta(F)}{\sigma(B, F)/(\sqrt{n}\mu)}\right).$$

또한  $F$ 가 NBU class에 속하므로  $\Delta(F) > 0$ . 그러므로 다음이 성립한다;

$$\gamma(\Delta(F)) \rightarrow \Phi(+\infty) = 1, \quad \text{as } n \rightarrow \infty.$$

즉,  $H_n$ 은 점근적으로 일치성을 갖는다.

### 3.3. $H_n$ 의 점근효율

여기에서는 제안된 검정통계량의 Pitman 점근상대효율을 평가하기 위해 아래에 나열된 3개의 분포에 대해 Hollander와 Proschan(1972)의 검정통계량  $J_n$  과 제안된 검정통계량  $H_n$  을 비교하고자 한다.

(a) 선형고장률분포

$$F_1(x) = 1 - \exp[-(x + \theta(x + e^{-x} - 1))], \quad x \geq 0, \quad \theta \geq 0$$

(b) Makeham 분포

$$F_2(x) = 1 - \exp[-(x + (\theta x^2)/2)], \quad x \geq 0, \quad \theta \geq 0$$

(c) Weibull 분포

$$F_3(x) = 1 - \exp[-x^{(1+\theta)}], \quad x \geq 0, \quad \theta \geq 0$$

위에 나열된 3개의 분포  $F_1, F_2, F_3$  에서,  $\theta = \theta_0 = 0$ 일 때 귀무가설  $H_0$  이 성립한다. 점근상대효율값을 계산해보면  $e_{F_1}(H_n, J_n) = 2.785$ ,  $e_{F_2}(H_n, J_n) = 6.195$ , 그리고  $e_{F_3}(H_n, J_n) = 2.272$ .

## 4. 모의 실험 및 결론

본 장에서는 소표본 모의 실험을 통하여 제안된 검정통계량  $H_n$ 의 검정력을 Hollander와 Proschan(1972)의 검정통계량  $J_n$ 과 비교해 보고자 한다. 모의 실험은 3장에서 언급한 3개의 분포에 대해서 표본 크기  $n = 10(5)50$ 인 경우에, 유의수준  $\alpha = 0.05$ 와  $\alpha = 0.10$ 에서 실시하였으며 난수는 IMSL 서브루틴을 이용하여 생성하였다. 생성된 각 표본에 대해  $H_n$ 과  $J_n$ 의 값을 구하여 기각 여부를 기록하는 과정을 10,000번 반복하여 <표 4.1>부터 <표 4.3>까지의 결과를 얻었다.

n	$\theta = 0.5$				$\theta = 1.0$			
	$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$	
	$J_n$	$H_n$	$J_n$	$H_n$	$J_n$	$H_n$	$J_n$	$H_n$
10	1129	1113	1999	2034	1617	1588	2674	2718
15	1398	1425	2489	2425	2131	2123	3477	3371
20	1688	1612	2836	2792	2647	2596	4021	3992
25	1841	1986	3019	3175	2947	3139	4431	4671
30	2099	2269	3387	3557	3464	3670	4948	5182
35	2382	2549	3711	3923	3938	4178	5478	5699
40	2709	2770	4025	4192	4501	4608	5905	6117
45	2866	3070	4243	4473	4722	4974	6197	6483
50	3022	3315	4436	4764	5041	5382	6497	6862

표 4.1: 선형고장률분포에서의 검정력 비교

n	$\theta = 0.5$				$\theta = 1.0$			
	$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$	
	$J_n$	$H_n$	$J_n$	$H_n$	$J_n$	$H_n$	$J_n$	$H_n$
10	0829	0818	1504	1559	1121	1122	1969	2030
15	0970	0953	1808	1783	1400	1448	2490	2421
20	1080	1072	1970	1902	1673	1615	2810	2770
25	1138	1217	2080	2132	1817	1978	3016	3153
30	1286	1389	2261	2325	2105	2253	3374	3532
35	1355	1437	2434	2509	2365	2524	3723	3850
40	1575	1527	2565	2604	2705	2723	4027	4105
45	1616	1658	2715	2809	2870	3002	4241	4384
50	1631	1752	2784	2922	3025	3243	4423	4653

표 4.2: Makeham분포에서의 검정력 비교



n	$\theta = 0.2$				$\theta = 0.4$			
	$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$	
	$J_n$	$H_n$	$J_n$	$H_n$	$J_n$	$H_n$	$J_n$	$H_n$
10	1389	1379	2294	2417	2669	2739	3944	4230
15	1673	1739	2853	2943	3709	3928	5389	5576
20	2039	2144	3392	3445	4837	5056	6486	6714
25	2299	2562	3670	3922	5545	5980	7161	7559
30	2700	2964	4149	4414	6405	6804	7792	8125
35	3025	3314	4539	4755	7055	7459	8374	8644
40	3540	3686	4975	5160	7789	8018	8790	8983
45	3752	4016	5289	5588	8171	8468	9045	9263
50	4031	4380	5544	5871	8478	9280	8852	9477

표 4.3: Weibull분포에서의 검정력 비교

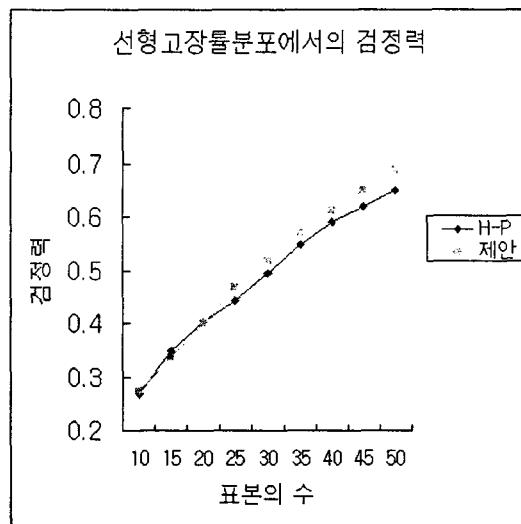


그림 4.1:  $H_n$ 과  $J_n$ 의 경험적 검정력,  $\theta = 1.0$ ,  $\alpha = 0.10$

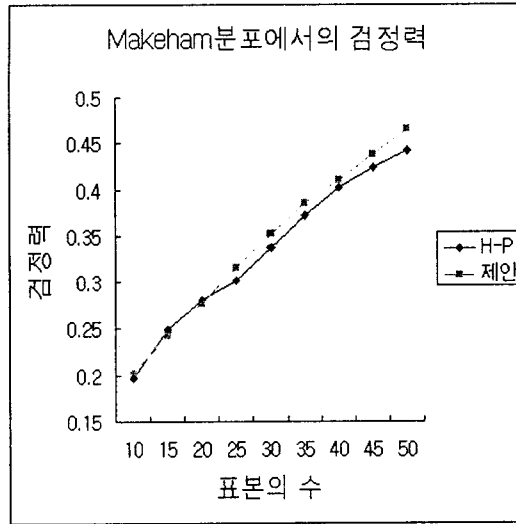


그림 4.2:  $H_n$ 과  $J_n$ 의 경험적 검정력,  $\theta = 1.0$ ,  $\alpha = 0.10$

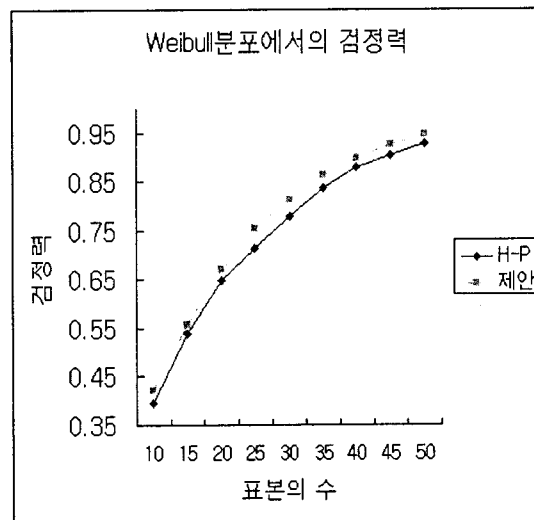


그림 4.3:  $H_n$ 과  $J_n$ 의 경험적 검정력,  $\theta = 0.4$ ,  $\alpha = 0.10$

선형고장률분포와 Makeham분포에서는  $n \leq 25$ 인 경우에는  $J_n$ 의 검정력이  $H_n$ 보다 약간 더 우수하였으나  $n \geq 30$ 인 경우에는  $H_n$ 이  $J_n$ 보다 더 우수함을 알 수 있었다. 또한 Weibull분포에서는 거의 모든 경우에  $H_n$ 의 검정력이  $J_n$ 보다 더 우수함을 알 수 있었다. 즉,  $n$ 값이 커감에 따라 본 논문에서 제안한 NBU검정통계량  $H_n$ 의 검정력이  $J_n$ 보다 우수함을 알 수 있었다.

<그림 4.1>과 <그림 4.2>는 각각 선형고장률분포와 Makeham분포에서  $\theta = 1.0$ 이고 유의수준  $\alpha = 0.10$ 인 경우,  $H_n$ 과  $J_n$ 의 경험적 검정력을 표본의 크기에 따라 그래프로 그려본 결과이다. 또한 <그림 4.3>은 Weibull분포에서  $\theta = 0.4$ 이고 유의수준  $\alpha = 0.10$ 인 경우,  $H_n$ 과  $J_n$ 의 경험적 검정력을 표본의 크기에 따라 도시한 결과이다. 위의 그림의 범례에서 "H-P"는 Hollander와 Proschan(1972)의 검정통계량  $J_n$ 의 검정력의 값이며 "제안"은 제안된 검정통계량  $H_n$ 의 검정력의 값을 의미한다.

### 참고문헌

- [1] 김환중(1992). A Study on Tests for Exponentiality against Decreasing Mean Residual Life Alternatives. 박사논문. 서울대학교.
- [2] Barlow, R. E. and Proschan, F.(1975). Statistical Theory of Reliability and Life Testing : Probability Models. New York : Holt, Rinehart and Winston.
- [3] Box, G. E. P. (1954) Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems, I. Effect of inequality of variance in the one-way classification. Ann. Math. Statist. 25, 290-302.
- [4] Haines, A.(1973). Some contributions to the theory of restricted classes of distributions with applications to reliability theory. Ph.D. dissertation. The George Washington University.
- [5] Hollander and Proschan(1972). Testing whether New is Better than Used. The Annals of Mathematical Statistics, 43, 1136-1146.
- [6] Langenberg, P. and Srinivasan, R.(1979). Null distribution of the Hollander and Proschan statistic for decreasing mean residual life. Biometrika 66, 679-680.
- [7] Stigler, S. M.(1974). Linear functions of order statistics with smooth weight function. The Annals of Statistics, 2, 676-693.

[ 2003년 3월 접수, 2003년 6월 채택 ]

## A Study on Test for NBU Class \*

Hwanjoong Kim <sup>1)</sup>

### ABSTRACT

In this thesis, we propose a test statistic for testing exponentiality against NBU alternatives. Our test statistics is based on a linear function of the order statistics and is readily applied in the case of small sample as well as large sample. The exact and asymptotic distribution of the test statistics is derived and asymptotic efficiencies are studied. Our new test is easier to compute and performs better for several alternatives than test of Hollander and Proschan(1972).

*Keywords:* NBU Class; order statistics; test statistics; Monte Carlo simulation; asymptotic relative efficiency.

---

\* This paper was supported by Woosuk University.

1) Associate Professor, Dept. of Computer Science and Statistics, Woosuk University.

E-mail : kimhj@woosuk.ac.kr