

두 이동질량이 단순지지 유체유동 파이프의 동특성에 미치는 영향

Influence of Two Moving Masses on Dynamic Behavior of a Simply Supported Pipe Conveying Fluid Flow

윤한익[†] · 임순홍* · 유진석**

Hanik Yoon, Soonhong Lim and Jinseok Yu

(2003년 3월 18일 접수 : 2003년 7월 21일 심사완료)

Key Words : Pipe Conveying Fluid(송수관), Moving Mass(이동질량), Dynamic Behavior(동특성), Nonconservative Force(비보존력), Flutter(플러터)

ABSTRACT

A simply supported pipe conveying fluid and two moving masses upon it constitute this vibration system. The equation of motion is derived by using Lagrange's equation. The influence of the velocities of two moving masses, the distance between two moving masses, and the velocities of fluid flow in the pipe have been studied on the dynamic behavior of a simply supported pipe by numerical method. The velocities of fluid flow are considered with in its critical values of a simply supported pipe without moving masses upon it. Their coupling effects on the transverse vibration of a simply supported pipe are inspected too. As the velocity of two moving masses increases, the deflection of a simply supported pipe is increased and the frequency of transverse vibration of a simply supported pipe is not varied. In case of small distance between two masses, the maximum deflection of the pipe occur when the front mass arrive at midspan. Otherwise as the distance get larger, the position of the front masses where midspan deflection is maximum moves beyond the midpoint of a simply supported pipe. The deflection of a simply supported pipe is increased by coupling of the velocities of moving masses and fluid flow.

1. 서 론

오늘날의 산업 전반에 걸쳐 배관계에 의한 유체의 수송이 많아짐에 따라 배관계에 발생하는 진동에 대한 관심과 연구가 많이 이루어지고 있다. 파이프 속으로 유체가 흐른다면 그 흐르는 유체에 의하여 파이프에 진동이 발생하게 되며, 유체의 속도가 어떤 임계값에 도달하게 되면 그 진동이 불안정하여 파이프가 좌굴되기도 한다. 점성이 작은 유체의 분사력은 파이프의

끝단에 집중중동력으로 작용되지만, 점성이 큰 유체의 경우는 파이프의 내면에 작용하는 유체의 마찰에 의해 등분포 점선중동력을 일으킨다. 이러한 중동력들은 비보존력으로써 탄성계의 진동 및 안정성 해석에 중요한 인자가 된다.

Benjamin⁽¹⁾은 2 자유도를 갖는 분절된 송수관(articulated pipe)의 동역학에 대한 이론적 연구와 실험적 연구를 병행하였다. 그는 이 연구를 통해, 송수관이 양단 단순지지된 경우 유동유체의 힘은 보존적(conservative)이고, 계는 어떤 임계유속 이상에서 발산형(divergence) 불안정을 일으키지만 유체가 나오는 유출끝단이 자유인 경우는 유동유체의 힘이 비보존적(nonconservative)이고, 계는 어떤 임계유속 이상에서 플러터(flutter)에 의한 불안정을 일으킨다는

[†] 책임저자, 정희원, 동의대학교 기계정보산업공학부

E-mail : hiyoon@dongeui.ac.kr

Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-2232

* 정상특수급속(주)

** 정희원, 동의대학교 대학원 기계공학과

것을 제시하였다. Benjamin의 이러한 유한 자유도계에서의 일반이론은 연속계(continuous system)에도 확장되는 것으로써 Gregory와 Pidoussis⁽²⁾는 한단이 고정되고 타단이 자유인 무한 자유도를 갖는 송수관의 불안정 문제를 연구하였다. 이러한 역학계에서는 어떤 임계유속 이상에서 플러터에 의한 불안정 현상을 용이하게 실현할 수 있다. Chen⁽³⁾은 양단이 단수 지지된 송수관에 시간 종속적(time-dependent)인 유속이 주어지는 경우에 있어서 송수관의 파라미터 불안정(parametric instability)에 대한 연구를 하였다.

최근 Gorman⁽⁴⁾ 등은 점성유체의 맥동 흐름이 있는 가요성 파이프의 진동을 파이프의 반지름 방향의 쉘진동을 고려하여 연구하였다. Lin등⁽⁵⁾과 Semercigh등⁽⁶⁾은 외팔보의 선형과 비선형 진동의 제어에 파이프 내의 유체 흐름을 이용하는 연구를 하고 있다.

Chonan⁽⁷⁾은 축하중과 이동하중을 받으며 탄성 지지되어 있는 Timoshenko보의 횡진동 해를 구하고 축하중의 영향을 논하였다. Wilson⁽⁸⁾은 집중질량으로 된 이동하중이 아닌 등분포질량으로 된 이동하중에 대한 보의 응답을 고려하였으며, Licari등⁽⁹⁾은 스프링-질량-감쇠계로 구성된 이동하중을 받는 보의 동적 응답을 연구하였다.

최근 Metrikine⁽¹⁴⁾ 등은 점탄성 기초위에 놓인 압축력을 받는 단수보 상의 이동질량의 진동의 불안정성을 연구 하였으며, Lee⁽¹⁵⁾는 Winkler 기초위에 놓인 이동질량을 갖는 Timoshenko 보의 동적응답을 연구하였다. Ichikawa등⁽¹⁶⁾은 이동질량을 가진 연속보의 진동을 연구하였다.

이상의 연구자들은 유체유동에 의한 파이프의 횡진동과 안정성, 그리고 이동질량이 보의 횡진동에 미치는 영향 각각에 대하여 연구하였으나 이들의 연성이 보의 횡진동과 안정성에 미치는 영향에 대하여는 연구하지 아니하였다.

본 연구에서는 점성이 매우 작은 유동유체의 분사력에 의하여 단수지지된 파이프의 끝단에 집중 중동력이 작용하고 동시에 파이프 위를 집중질량이 일정 속도로 이동하는 탄성계를 고려하였다. 이러한 계는 높은 온도를 가진 이동질량 또는 주기적인 많은 수의 이동질량에 의하여 파이프에 발생되는 열을 파이프 내에 빠르게 흐르는 냉각수로써 냉각시키는 장치에서 나타난다. 파이프의 끝단에 작용하는 집중 중동력의 크기는 유동유체 속도의 제곱에 비례하므로 파이프의

횡진동과 안정성은 파이프속을 흐르는 유체의 속도와 밀접한 관계에 있다. 또한 이동 질량 역시 파이프의 횡진동에 크게 관계되고 있다. 그러므로 이동 질량의 속도와 유동유체의 속도가 파이프의 횡진동에 미치는 영향을 검토하였으며, 동시에 유동유체의 속도와 이동 질량의 속도의 연성 효과를 해석하여 파이프의 횡진동을 제어할 수 있는 특성들을 연구하여 계의 설계 변수들을 제시하였다.

2. 모델링

내부에 유체가 흐르는 단수지지된 파이프의 위로 집중질량이 일정속도로 이동하는 탄성계의 개략도는 Fig.1에 보인 바와 같다. M_1, M_2 는 이동질량, v 는 이동 질량들의 속도, 그리고 u 는 유동유체의 속도이다.

유동유체의 속도, 이동질량의 크기 그리고 그 이동 속도가 단수보의 동특성에 미치는 영향을 해석하기 위하여 Lagrange 방정식을 이용하여 계의 운동방정식을 유도한다.

2.1 단수지지파이프의 에너지식

단수지지 파이프의 진동형은 $\sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i(x)$ 로 표현되므로 단수지지 파이프의 횡변위와 속도는

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i(x) \quad (1)$$

$$\dot{y} = \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t) \phi_i(x) \quad (2)$$

이다. 여기서 $\phi_i(x)$ 는

$$\phi_i(x) = \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (3)$$

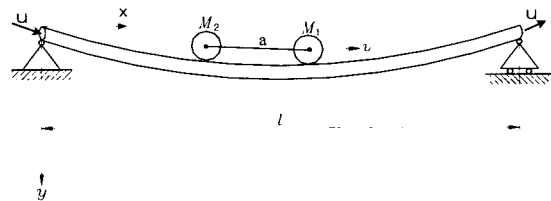


Fig. 1 A simply supported pipe conveying fluid with two moving masses

로써 단순지지 파이프의 정규직교 고유함수이며, $d_i(t)$ 는 시간의 함수이고, (\cdot) 는 시간에 대한 미분을 나타낸다. 그러므로 단순지지 파이프의 운동에너지와 포텐셜에너지는 각각 다음과 같다.

$$T = \frac{m_p l}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i^2(t) \quad (4)$$

$$V = \frac{EI}{2l^3} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(i\pi)^4}{2} d_i^2(t) \quad (5)$$

여기서, m_p 는 파이프의 단위 길이당 질량, l 은 파이프의 길이, EI 는 굽힘강성계수이고, i 는 모드의 차수를 나타낸다.

2.2 유동유체의 에너지식

파이프에 대한 유체의 상대속도가 u 이므로, 유체의 절대속도에는 파이프의 운동이 포함되어야 한다. 따라서 파이프의 횡변위가 미소하다고 가정하면, 유체의 절대속도의 수직성분, 즉 y 방향성분은 $\dot{y} + uy'$ 이고, x 축에 평행한 수평성분은 $u(1 - \frac{1}{2}y'^2) - \dot{c}$ 로 근사할 수 있다. 여기서 (\cdot) 는 x 에 대한 미분이며, \dot{c} 는 단순지지 고정점에 대한 파이프의 수평변위의 속도이다. 이 연구에서 고려하는 계에서 파이프의 수평변위는 대단히 미소하므로 \dot{c} 를 무시하고 유속의 합을 구하면 $\left\{u^2 + 2uy\dot{y}' + \dot{y}^2 + \frac{u^2}{4}y'^4\right\}^{\frac{1}{2}}$ 이 된다. 또 미소항의 고차항 y'^4 을 생략하면 유동유체의 운동에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{1}{2} \int_0^l m_f (u^2 + 2uy\dot{y}' + \dot{y}^2) dx \\ &= \frac{1}{2} m_f l u^2 + \frac{1}{4} m_f l \sum \dot{d}_i^2(t) \end{aligned} \quad (6)$$

유동유체의 포텐셜에너지는 유량과 중력을 고려하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_f &= - \int_0^l m_f g y dx \\ &= - m_f g \sum_{i=0}^{\infty} \frac{l}{i\pi} (1 - \cos i\pi) d_i \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 m_f 는 파이프의 단위길이 당 유동유체의 질량이고, g 는 중력가속도이다.

2.3 유동유체의 분사력에 의한 일량

유동유체의 분사력에 의하여 파이프에 작용되는 힘은 $x=l$ 인 점에 작용하는 집중 접선 종동력이 된다. 이러한 비보존적인 접선 종동력에 의한 일은 접선종동력의 x 방향 분력인 보존력 성분(conservative force component)에 의한 일과 접선종동력의 y 방향 분력인 비보존력 성분(nonconservative force component)에 의한 일로 구분된다. 분사력이 ρAu^2 이므로 집중 접선 종동력의 보존력 성분에 의한 일은

$$\begin{aligned} W_c &= \frac{1}{2} \int_0^l \rho Au^2 (y')^2 dx \\ &= \frac{1}{4} \rho Au^2 l \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{i\pi}{l}\right)^2 d_i^2(t) \end{aligned} \quad (8)$$

이고, 집중 접선 종동력의 비보존력 성분에 의한 일은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_N &= -\rho Au^2 y'(l, t) y(l, t) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, ρ 는 유동유체의 밀도, A 는 파이프의 내부 단면적이다.

2.4 이동질량 M_1, M_2 의 에너지식

이동질량 M_1, M_2 의 수평속도가 v 이면 그 수평변위는

$$\begin{aligned} x_1 &= \int_0^t v dt \\ x_2 &= \int_0^t v dt - a \end{aligned} \quad (10)$$

이고, 수직 변위를 y_M 이라고 하면 이동질량 M 은 집중질량이므로 그 운동에너지는

$$\begin{aligned} T_M &= \frac{1}{2} M_1 (\dot{y}_{M_1}^2 + v^2) + \frac{1}{2} M_2 (\dot{y}_{M_2}^2 + v^2) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n M_k (\dot{y}_{M_k}^2 + v^2) \end{aligned} \quad (11)$$

이고, 그 포텐셜에너지는

$$\begin{aligned} V_M &= -Mg y_M \\ &= -Mg \sum_{i=0}^{\infty} d_i(t) \phi_i(x) \end{aligned} \quad (12)$$

이다. y_M 은 이동질량 M 의 연직방향 변위인 동시에 단순보의 횡변위이다. 즉 이동질량 M 은 단순보와 분리되지 않고 접촉된 상태로 이동한다고 본다.

따라서,

$$y_{M_1} = y(x_1, t)|_{x=f(t)} \quad (13)$$

$$y_{M_2} = y(x_2, t)|_{x=f(t)}$$

$$\dot{y}_{M_1} = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_1=f(t)} \quad (14)$$

$$\dot{y}_{M_2} = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_2=f(t)}$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} x_1 = f(t) &= \int_0^t v dt \\ x = f(t) &= \int_0^t v dt - a \end{aligned} \quad (15)$$

임을 고려하고, 식 (1)을 식 (14)에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{y}_{M_1} &= v \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i[f_1(t)] + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t) \phi_i[f_1(t)] \\ \dot{y}_{M_2} &= v \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i[f_2(t)] + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t) \phi_i[f_2(t)] \end{aligned} \quad (16)$$

이다. 식 (16)을 식 (11)에 대입하여 정리하면 이동질량 M 의 운동에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_M &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 M_k \left\{ v^2 \sum_{i=1}^{\infty} d_i^2(t) \phi_i^2[f_k(t)] \right. \\ &\quad + 2v \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \dot{d}_i(t) \phi_i[f_k(t)] \phi_i'[f_k(t)] \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i^2(t) \phi_i^2[f_k(t)] \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

2.5 계의 운동방정식

계의 운동방정식을 유도하기 위하여 앞에서 구한 일과 에너지 식을 Lagrange 방정식에 대입하여 정리하면 계의 운동방정식은 다음 식 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} (m_b + m_f) + M_1 \sin^2 \left(\frac{i\pi v t}{l} \right) \right. \\ &\quad \left. M_2 \sin^2 \left(\frac{i\pi v t}{l} - \frac{a}{l} \right) \right\} \ddot{d}_i \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ M_1 v^2 \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{i\pi v t}{l} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ M_2 v^2 \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{i\pi v t}{l} - \frac{a}{l} \right) - \frac{(i\pi)^4 - EI}{l^3} \\ &+ \frac{1}{2} m_f u^2 \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \Big\} d_i + M_1 g \sum_{i=1}^{\infty} \sin \left(\frac{i\pi v t}{l} \right) \\ &M_2 g \sum_{i=1}^{\infty} \sin \left(\frac{i\pi v t}{l} - \frac{a}{l} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

$$+ m_f g \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{l}{i\pi} \right) (1 - \cos i\pi) + M_2 g \sum \left(\frac{i\pi v t}{l} - a \right)$$

계의 운동방정식 (18)을 무차원화 시키기 위하여 다음의 매개변수를 도입한다.

$$\begin{aligned} \overline{M}_1 &= \frac{M_1}{ml}, \quad \overline{M}_2 = \frac{M_2}{ml}, \quad \overline{E} = \frac{EI}{ml^4}, \\ \overline{m}_f &= \frac{m_f}{m}, \quad \overline{g} = \frac{g}{l}, \\ \overline{d} &= \frac{d}{l}, \quad \overline{v} = \frac{v}{l}, \quad \overline{u} = \frac{u}{l} \\ \beta_1 &= \pi v t, \quad \beta_2 = \pi \left(\frac{v t}{l} - \frac{a}{l} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

매개변수 (19)를 계의 운동방정식 (18)에 대입하여 정리하면 식 (20)과 같이 무차원화된 계의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} + \overline{M}_1 \sin^2(i\beta_1) + \overline{M}_2 \sin^2(i\beta_2) \right\} \ddot{\overline{d}}_i \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (i\pi)^2 \overline{v}^2 \overline{M}_1 \cos^2(i\beta_1) + (i\pi)^2 \overline{v}^2 \overline{M}_2 \cos^2(i\beta_2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (i\pi)^4 \overline{E} + \frac{1}{2} \overline{m}_f (i\pi)^2 \overline{u}^2 \right\} \overline{d}_i \\ &+ \overline{M}_1 \overline{g} \sum_{i=0}^{\infty} \sin i\beta_1 + \overline{M}_2 \overline{g} \sum_{i=0}^{\infty} \sin i\beta_2 \\ &+ \overline{m}_f \overline{g} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{i\pi} \right) (1 - \cos i\pi) \end{aligned} \quad (20)$$

운동방정식 (20)은 2계 상미분방정식이므로 다음과 같이 보조기호

$$\overline{z}_i = \overline{d}_i, \quad \dot{\overline{z}}_i = \overline{\dot{d}}_i = f(\overline{d}_i, \overline{z}_i, t) \quad (21)$$

를 사용하여 변수를 치환하면 1계 상미분방정식계로 변환된다. 따라서 1계 상미분방정식계는 행렬을 사용하여 다음 식 (27)로 나타내어 진다.

$$[A] \{ \overline{X} \} = [B] \{ \overline{X} \} + \{ C \} \quad (22)$$

여기서 $\{ \overline{X} \}$ 와 $\{ \overline{X} \}$ 는 좌표 상태 벡터이다.

3. 수치계산 결과 및 고찰

계의 운동방정식 (18)에서 유동유체의 속도 u 와 이동질량 M 및 그 속도 v 는 단순지지된 파이프의 횡변위 d 를 결정하는 가변적 요소들이다.

만일 이동질량 M_1, M_2 를 영으로 놓으면 유동유체의 분사력이 작용하는 단순지지된 파이프의 횡진동

Table 1 Input parameter

Quantity	Value
Length of pipe	10 m
Elastic modulus of pipe	$197 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Moment of inertia of pipe cross section	$7.76 \times 10^{-7} \text{ m}^4$
Diameter of pipe	0.1 m
Mass of pipe per unit length	4.962 kg/m
Mass of fluid per unit length	7.78 kg/m

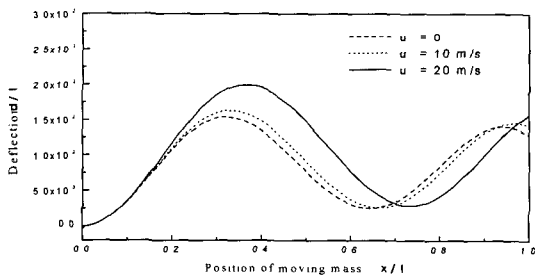


Fig. 2 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe
 $M_1 = M_2 = 10 \text{ kg}$ $v = 10 \text{ m/s}$ $a = 1 \text{ m}$

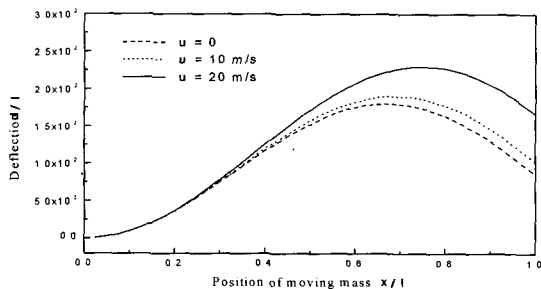


Fig. 3 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe
 $M_1 = M_2 = 10 \text{ kg}$ $v = 20 \text{ m/s}$ $a = 1 \text{ m}$

운동방정식이 되고 u 의 크기에 따라서 계의 진동수와 횡변위가 결정되는 탄성계의 안정성 문제가 된다. 그러나 단순지지된 경우에는 종동력(follower force)인 유체분사력의 비보존적 성분에 의하여 이루어지는 일의 양이 영이 되므로 유체 분사력은 단순지지된 파이프로 하여금 플러터 진동을 일으키게 하지 못하고, 유체 분사력이 일정한 임계값에 도달하면 진동수가 영이 되어 파이프의 횡진동이 없어지고 계의 고유진동수는 발산하게 되어 단순지지된 파이프는 좌굴된다. 즉 정적 불안정이 된다.(Leiphoz, H. 1980)

이 연구에서는 두 이동질량과 그 속도 v , 그리고 유동유체의 속도 u 의 크기에 대한 단순지지된 파이프의 횡진동 특성을 Runge-Kutta 4차식의 수치계산 방법으로 비교·고찰하였다. 이때, 수치계산 결과는 무차원화한 이동질량의 위치변화에 따른 단순지지 파이프 중앙에서의 무차원 횡변위로 나타내어 유동유체

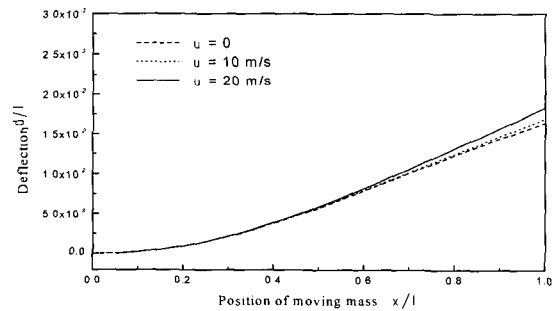


Fig. 4 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe
 $M_1 = M_2 = 10 \text{ kg}$ $v = 40 \text{ m/s}$ $a = 1 \text{ m}$

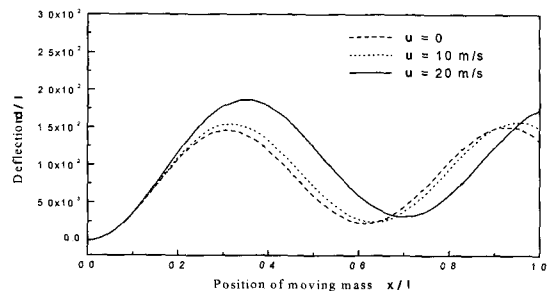


Fig. 5 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe
 $M_1 = M_2 = 10 \text{ kg}$ $v = 10 \text{ m/s}$ $a = 3 \text{ m}$

의 속도 u 와 이동질량의 속도 v 에 대한 파이프의 횡진동 특성 변화를 관찰할 수 있도록 하였다. 수치 계산에 있어서 제 1차 모드의 단순지지보 중앙점 횡변위가 제 2차 또는 제 3차 모드의 횡변위에 비하여 일반적으로 대단히 크기 때문에 여기서는 제 1차 모드에 국한하였다.

Fig. 2~7은 이동하는 두 질량의 위치에 대한 단순지지 파이프의 무차원 변위를 나타내었다.

Fig. 2~4는 두 이동질량의 속도 $v = 10$ m/s, $v = 20$ m/s, $v = 40$ m/s이며 이동질량들의 간격 $a = 1$ m일 때 세 가지 유속에 대한 단순지지 파이프의 동특성을 나타내고 있다. 운동방정식 (18)로부터 내부 유체가 없는 단순지지 파이프의 진동수가 2.76 Hz로 계산되어짐을 고려할 때 단순지지 파이프의 진동수는 두 이동질량과 이동질량들의 속도, 내부 유동유체의 유속의 연성에 의해 감소됨을 볼 수 있다.

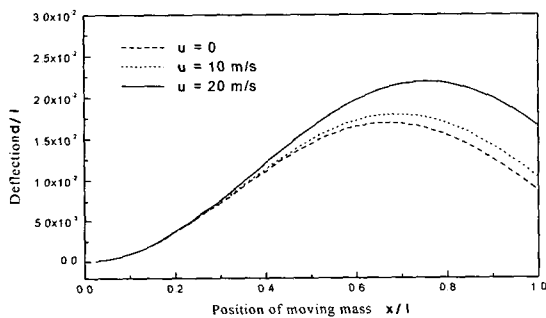


Fig. 6 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe
 $M_1 = M_2 = 10$ kg $v = 20$ m/s $a = 3$ m

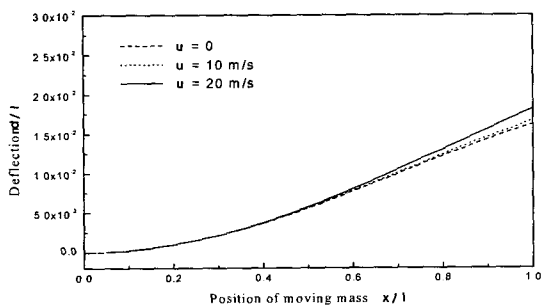


Fig. 7 Midspan deflection of the simply supported pipe versus the position of the moving masses along the pipe
 $M_1 = M_2 = 10$ kg $v = 40$ m/s $a = 3$ m

이동질량의 속도 $v = 10$ m/s인 Fig. 2에서 유동유체의 속도 $u = 20$ m/s인 경우의 단순지지 파이프의 진동수는 약 1.6 Hz 정도로 나타난다. 따라서 이동질량과 유동유체의 속도 증가는 단순지지 파이프의 진동수를 감소시킨다.

이동질량의 속도 $v = 20$ m/s로 증가된 Fig. 3에서는 유동유체의 속도 $u = 20$ m/s인 경우의 단순지지 파이프의 최대 변위는 이동질량의 속도 $v = 10$ m/s인 경우보다 더 증가했음을 볼 수 있다. 또한 유동유체의 속도가 증가함에 따라 단순지지 파이프의 변위가 증가하였다. 유속의 증가는 단순지지 파이프의 진동수에는 영향을 미치지 못하는 것으로 나타났다.

Fig. 4는 이동질량의 속도가 40 m/s인 경우에 대한 결과이다. 이때, 이동질량이 단순지지된 유체유동 파이프 위를 통과하는데 걸리는 시간은 0.25초이다. 파이프의 최대횡변위가 일어나는 시점은 약 0.4초 근방이므로 Fig. 4에서는 파이프의 최대변위를 관찰할 수 없다. 이것은 이동하중에 의한 단순보의 최대횡변위는 이동하중이 단순보상을 떠난 후에 일어난다는 Weaver⁽¹⁷⁾의 설명과 마찬가지로이다. 이동질량의 속도에 의하여 단순지지된 파이프의 횡변위가 크게 증가하여 소성변형(좌굴)에 이르면 그 속도를 이동질량의 임계속도라고 할 수 있다. Fig. 4의 곡선이 거의 발산의 형태를 갖추고 있음을 볼 때 $v = 40$ m/s는 거의 이동질량의 임계속도에 다달았음을 알 수 있다.

Fig. 5~7은 두 이동질량의 속도 $v = 10$ m/s, $v = 20$ m/s, $v = 40$ m/s이며 이동질량들의 간격 $a = 3$ m일 때 세 가지 유속에 대한 단순지지 파이프의 동특성을 나타내고 있다.

두 이동질량의 간격 $a = 3$ m이고 이동질량의 속도 $v = 10$ m/s인 Fig. 5의 경우 앞선 질량이 단순지지 파이프의 좌측 지지점으로부터 70% 정도 경과된 지점에서 다시 증가함을 볼 수 있다. 하지만 단순지지 파이프의 중간 영역에서는 감소하는 경향을 보인다. Fig. 7의 경우 두 이동질량에 의한 단순지지 파이프의 횡변위가 감소함을 볼 수 있다. 이것은 집중된 질량의 분포도가 증가했기 때문으로 볼 수 있다.

4. 결 론

내부에 점성이 매우 낮은 유체가 빠른 속도로 흐르는 파이프가 단순지지 되고, 그 위에 질량이 이동하

는 계의 횡진동 특성에 미치는 유체의 속도와 이동질량 및 그 속도의 영향을 수치해석적 방법으로 연구한 결과 이동질량의 속도가 증가할수록 단순지지된 파이프의 횡변위와 진폭은 증가하며 유동유체의 속도와 이동질량의 크기가 연성되어 단순지지된 파이프의 횡변위를 증가시키고 또한 두 이동질량의 간격이 커질수록 단순지지 파이프의 최대 횡변위는 감소하지만 유동유체의 속도가 증가할수록 단순지지 파이프의 70% 후반에서의 변위가 증가한다.

참 고 문 헌

- (1) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipe Conveying Fluid (I. Theory)," *Proceedings of the Royal Society, Series A*, Vol. 261, pp. 457~486, London.
- (2) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., 1966, "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid(II.Experiments)," *Proceedings of the Royal Society, Series A*, Vol. 293, pp. 528~542, London.
- (3) Chen, S. S., 1971, "Dynamic Stability of Tube Conveying Fluid," *Journal of Engineering Mechanics Division, Proceedings of the ASCE*, Vol. 97, pp. 1469~1485.
- (4) Gorman, D. G., Reese, J. M. and Zhang, Y. L., 2000, "Vibration of a flexible pipe conveying viscous pulsating fluid flow," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, No. 2, pp. 379~392.
- (5) Lin, Y. H. and Tsai, Y. K., 1997, "Non-linear Active Vibration Control of a Cantilever Pipe Conveying Fluid," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 202, No. 4, pp. 477~490.
- (6) Semercigh, S. E., Turan, Ö. F. and Lut, S., 1997, "Employing Fluid Flow in a Cantilever Pipe for Vibration Control," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 205, No. 1, pp. 103~111.
- (7) Chonan, C., 1975, "The Elastically Supported Timoshenko Beam Subjected to An Axial Force and A Moving Load," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 17, pp. 573~581.
- (8) Wilson, J. F., 1973, "Response of Simple Sans to Moving Mass loads," *AIAA Journal*, pp. 4~5.
- (9) Licari, J. S. and Wilson, E. N., 1962, "Dynamic Response of a Beam Subjected to Moving Forcing System," *Proceedings of Fourth U. S. National Congress of Applied Mechanics*, pp. 481~425.
- (10) Metrikine, A. V., 1997, "Instability of Vibrations of a Mass Moving Uniformly along an Axially Compressed Beam on a Viscoelastic Foundation," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 201, No. 5, pp. 567~576.
- (11) Lee, H. P., 1998, "Dynamic Response of a Timoshenko Beam on a Winkler Foundation Subjected to a Moving Mass," *Applied Acoustics*, Vol. 55, No. 3, pp. 203~215.
- (12) Ichikawa, M., Miyakawa, Y. and Matsuda, A., 2000, "Vibration Analysis of the Continuous Beam Subjected to a Moving Mass," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, No. 3, pp. 493~506.
- (13) Weaver Jr, W., Timoshenko, S. P. and Young, D. H., 1990, *Vibration problems in Engineering*, John Wiley and Sons, Singapore.
- (14) 윤한익, 임순홍, 2002, "이동질량들을 가진 유체유동 파이프의 동특성", *한국소음진동공학회논문집*, 제 12 권, 제 2 호, pp. 132~140.