

## 불명수를 고려한 하수관거 정비 계획 수립을 위한 수학 모형

### A Mathematical Model for Sewer Rehabilitation Planning by Considering Inflow/Infiltration

이 용 대\* / 김 승 권\*\* / 김 재 희\* / 김 중 훈\*\*\*

Yongdae Lee / Sheung-Kown Kim / Jaehee Kim / Joonghun Kim

---

#### Abstract

In this study, a mathematical model is developed for sewer rehabilitation planning by considering cost and inflow/infiltration. A sewer rehabilitation planning model is required to decide the economic life of the sewer by considering trade-off between cost and inflow/infiltration. And it is required to find the optimal rehabilitation timing, according to the cost effectiveness of each sewer rehabilitation within the budget. To solve the problem, we formulated a multiple objective mixed integer programming(MOMIP) model based on network flow optimization. The network is composed of state nodes and arcs. The state nodes represent the remaining life and the arcs represent the change of the state. The model considers multiple objectives which are cost minimization and minimization of inflow/infiltration. Using the multiple objective optimization, the trade-off between the cost and inflow/infiltration is presented to the planner so that a proper sewer rehabilitation plan can be selected.

**Keyword** : Sewer Rehabilitation, Inflow/Infiltration, Optimization, MIP, Multiple Objective

---

#### 요 지

본 연구에서는 체계적이고 효율적인 하수관거 정비 계획 수립을 위하여 하수관거의 경제적 가치와 불명수 발생량 및 예산 제약 등을 고려한 최적화 모형을 개발 하였다. 하수관거의 최적 정비 계획 모형은 비용 및 환경오염을 일으키는 불명수 발생 사이의 상관관계를 적절히 판단하여 최적의 경제적 사용연수를 결정하여야 하며, 예산 제약 및 각 하수관거와 배수구역의 비용 대비 효과 등을 고려하여 최적의 정비 시점 및 방법을 결정하여야 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 관거의 잔존 수명을 상태 노드로 표현하고, 정비에 따른 잔존 수명의 변화를 아크로 표현한 최소비용 네트워크 흐름 최적화(Network Flow Optimization)모형을 구성하였으며, 이를 기초로 예산 제약 및 하수관거 시스템의 정비 특성을 고려한 제약식을 추가한 다중 목적 혼합 정수계획법(Multiple Objective Mixed

---

\* 고려대학교 산업시스템정보공학과 박사과정

Doctoral Student, Dept. of Industrial Systems & Information Eng., Korea Univ. Seoul 136-701, Korea  
(E-mail : ydlee@korea.ac.kr)

\*\* 고려대학교 산업시스템정보공학과 교수 (Corresponding Author)

Professor, Dept. of Industrial Systems & Information Eng., Korea Univ. Seoul 136-701, Korea  
(E-mail : kimsk@korea.ac.kr)

\*\*\* 고려대학교 토목환경공학과 교수

Professor, Dept. of Civil & Envir. Eng., Korea Univ. Seoul 136-701, Korea  
(E-mail : jaykim@korea.ac.kr)

Integer Programming, MOMIP)을 수립하였다. 이때 모형의 목적식은 비용 최소화 목적과 함께 불명수 발생량 최소화 목적을 추가 하여, 의사결정자에게 비용과 불명수 발생량 사이의 영향 관계를 보여줌으로써 적절한 하수관거 정비 계획을 선택할 수 있도록 하였다.

**핵심용어** : 하수관거 정비, 불명수, 최적화 모형, 혼합정수계획 모형, 다중 목적 계획법

## 1. 서 론

하수도는 하수 및 오수를 하수 처리장으로 이동시켜 정화함으로써 수질 오염을 막도록 하며, 빗물을 빠르게 흘려보내 침수에 의한 재해를 막는 공공 시설물이다. 우리나라의 하수 처리 시스템은 한강종합개발 사업을 시행하면서부터 구축되기 시작 하여 약 20여년이 지났으며, 현재 시점에서 기존 관거의 상당 부분이 시공 불량 및 사용 연한 초과로 빠르게 노화됨에 따라 균열, 단락 등의 불량 요소가 발생하고 있다. 이로 인해 지하수, 계곡수 등 많은 량의 불명수가 유입되어 하수처리 효율을 상당히 떨어뜨리고 있으며, 불명수 유입량에 상응하는 오수가 누출 되어 지하수와 토양 오염 등 환경오염을 일으키고 있다. 또한 수리적인 측면에서 설계 용량 초과에 따른 통수 능력 및 용량의 부족이 나타나고 있다.(정철권,1999) 이와 같은 문제를 해결하고자 최근 들어 관거 조사 및 정비사업이 활발히 수행되고 있지만, 효율적이고 체계적인 하수관거의 개·보수 전략 및 방안 대한 연구는 매우 부족하다고 할 수 있다.

하수관망의 설계 및 정비를 위한 연구로는 Mays와 Yen(1975)이 동적계획법과(Dynamic Programming, DP) 이산미분 동적계획법(Discrete Differential Dynamic Programming, DDDP)을 우수관망 설계에 적용 하였고, Mays와 Wenzel(1976)은 이산미분 동적계획법을 발전시켜 맨홀의 배열을 통한 우수관거의 설계 문제에 적용하였다. 또한 Li 와 Matthew(1990)는 방향탐색법(Searching direction method)을 도시배수 조직의 최적 배열 문제에 적용하였다.

한편 하수관거의 정비 계획 수립을 위한 연구로는 Reyna(1993)가 MARESS (Multi- Attribute Rehabilitation of Sewer Systems)라는 모델을 개발 하여 미국 인디애나 폴리스시의 하수도 시스템에 적용 하였다. 하지만 MARESS는 불명 수량을 고려하지 않았으며, 예산을 반영한 계획을 수립할 수 없는 한계를 갖고 있다. deMonsabert 등(1997)은 Benders Decomposition Model을 이용하여 불명수(infiltration/inflow) 저감에 따른 하수처리비용의 최소화를

통한 하수관거정비계획을 수립하고 당해연도의 예산결정의 최적값 산정과 비용절감효과를 알아보았다. 그 후 deMonsabert 등(1999)은 정수계획법(Integer programming, IP)을 이용하여 불명수량을 고려한 하수처리 비용과 관망 보수비용을 고려한 하수관거 정비 계획 모형을 수립하여 미국 버지니아주 패어팩스시의 하수관거 정비에 적용하였다.

국내 연구 성과는 매우 부족한 가운데 정철권 등(2001)이 불명수 저감에 따른 하수 처리 비용의 최소화 와 하수관거 정비의 장단기 계획 수립을 위하여 유전자 알고리즘을 적용한 바 있다.

본 연구에서는 경제적 가치와 불명수 발생량 및 예산 제약 등을 고려한 다중 목적 혼합 정수 계획 모형(Multiple Objective Mixed Integer Programming, MOMIP)을 수립하여 체계적인 하수관거 정비 계획을 수립하고자 하였다. 특히 다중 목적 계획법(Multiple Objective Optimization)을 적용하여 의사결정자에게 비용과 침입/침출수(불명수)발생에 따른 환경오염 사이의 상충 관계를 보여주고, 적절한 정비 계획을 선택하게 함으로써 의사결정자의 환경오염에 대한 중요도를 하수관거 정비 계획에 반영 할 수 있도록 하였다.

## 2. 모형의 수립

### 2.1 네트워크 모형

하수관거는 그림 1 과 같이 사용기간이 늘어남에 따라 잔존가치가 줄어들어 감가상각비가 발생하게 되며, 노후화로 인한 균열, 단락 등 불량 요인이 발생하여 유지 보수비가 증가하게 된다. 또한 하수관거의 기능 저하로 인해 불명수의 발생량이 늘어나게 되며, 불명수는 하수처리 비용의 증가와 환경오염을 유발한다. 그러므로 하수관거의 경제적 사용연수는 이와 같은 비용의 상관관계를 적절히 판단하여 결정 되어야 한다.

일반적으로 시설물 또는 장비의 경제적 사용 연수를 평가하여 교체 계획을 수립하는 문제를 '장비교체 문제(Replacement Problem)'라고 하며 산업체 및 군부대의 주요 관심사 중 하나로서 지난 50년 동안 꾸준한 연

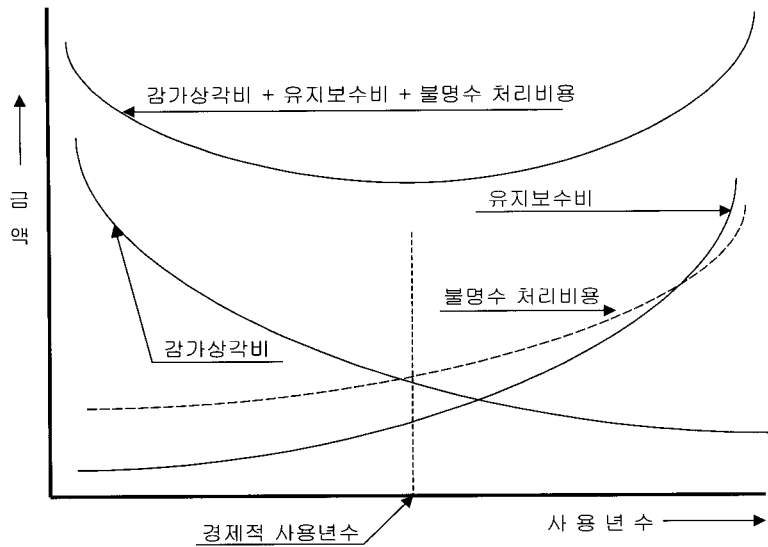


그림 1. 불명수를 고려한 경제적 관점에서의 관거 가치 평가 개념

구가 진행 되어왔다. 본 연구에서는 이와 같은 장비교체 문제의 특성을 이용하여 하수관거의 정비 계획 수립 문제를 위한 네트워크 흐름 최적화(Network Flow Optimization)모형을 구성하였다.

장비교체 문제는 현 보유 장비를 대체하여 교체 시킬 장비의 종류(도전 장비)와 교체 시점을 구하는 문제이다. 장비의 최적 교체 시점을 찾기 위한 연구는 Terborgh(1949)가 문제를 제기하여 Bellman (1955)이 동적 계획법을 적용하여 풀었고, Sethi and Mortan (1972)이 예방 정비 정책 개념을 고려하여 풀었다. 그리고 장비의 최적 교체 시점과 종류를 선정하기 위하여 Oakford, Lohmann and Salazar(1984)는 단일 현유 장비에 복수 도전 장비를 고려하였다. 국내 연구로는 김태현과 김승권(1999)이 동적 계획법을 이용하여 다수의 도전 장비를 고려한 설비의 경제적 수명과 교체 계획을 수립하였으며, 김승권과 김태형(2000)은 이 문제를 위한 웹 기반 의사결정 지원시스템을 제시하였다.

본 연구에서는 김태현과 김승권(1999)의 연구에서 설비의 경제적 사용 연수 평가를 기초로 하수관거의 정비 계획 수립을 위한 모형 구성하였다. 하지만 김태현과 김승권(1999) 연구와 본 연구의 차이점은 첫째, 김태현과 김승권(1999)의 연구에서 장비의 사용 연수를 상태 노드로 표현하고, 사용 연수 증가에 따른 비용 및 수익을 분석 한데 반해, 본 연구에서는 관거의 잔존 수명을 상태 노드로 표현함으로써 감가상각비와 유지 보

수에 따른 수명 증가를 고려 할 수 있게 하였으며, 불명수 발생에 따른 처리 비용을 고려하였다.

두 번째로 본 연구에서는 관거를 교체 할 때 한 가지 관거로만 교체 하도록 함으로써 미리 상정된 대상 관거의 교체시점과 현유 관거 설비의 보수 정비 시점 결정만 고려하였으며, 세 번째로 비용으로 환산 할 수 없는 불명수 발생에 따른 환경오염을 다중 목적 계획법으로 분석하였다.

본 연구에서 수립한 네트워크 흐름 최적화(Network Flow Optimization)모형은 그림 2 와 같다. 각 시점 별 관거의 잔존 수명을 상태 노드(State Node)로 표현하고 교체, 보수, 유지 관리 등 정비 방법에 따른 상태의 이동을 아크(Arc)로 표현하며, 각 아크마다 비용을 부여하여, 전체 네트워크 흐름의 비용 총합이 최소가 되게 하는 정비 계획을 수립하도록 한다. 각 관거의 초기 잔존 수명은 관거의 매설연도, 상태, 불명수 발생량 등을 고려하여 결정한다. 그리고 각 관거의 잔존 수명은 교체, 보수, 유지 관리로 분류된 정비 방법에 따라 증가 하거나 감소한다고 가정하고, 이를 아크(Arc)로 표현하였다.

그림 2의 네트워크 모형을 자세히 살펴보면, 상태 노드의 이동은 유지관리, 보수, 교체 중 한 가지 아크를 통하여 이루어진다. 먼저 관거를 교체 할 경우 관거의 잔존 수명은 관거의 이전 상태에 관계없이 최대 사용 수명으로 결정된다. 즉 교체 아크는 상태 노드를 (t,r)

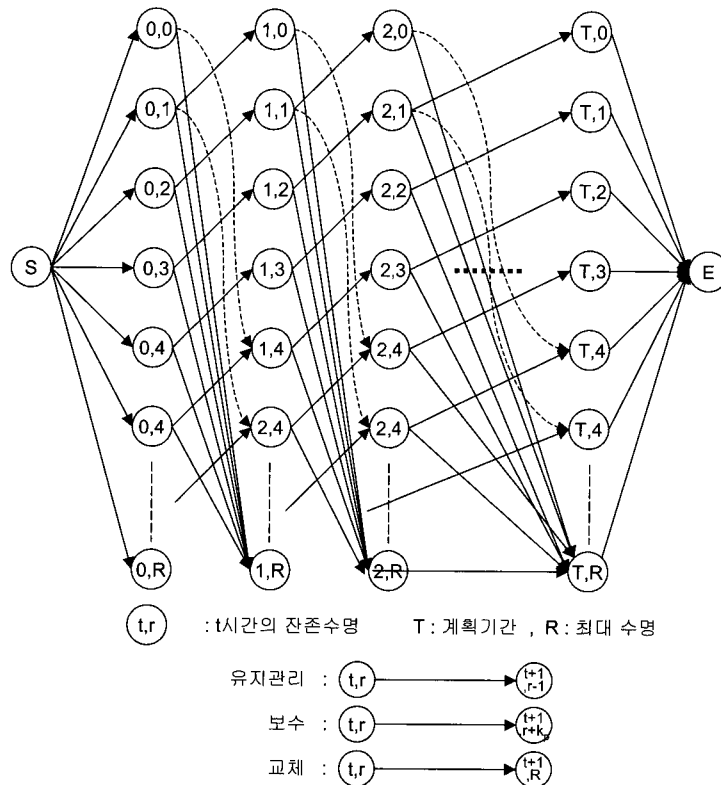


그림 2. 하수관거의 경제적 사용연수 평가를 위한 네트워크 구조

노드에서  $(t+1, R)$  노드로 이동 시키는 것으로써, 관거를 새로 교체 하거나 전면 보수하여 관거를 새것으로 바꾸는 정비를 의미한다. 한편 관거의 보수는 관거 특성 및 상태에 따라 결정된 보수 공법을 적용하여 잔존 수명이 일정 기간(kp)만큼 증가한다고 가정하였다. 즉 보수 아크는 상태 노드를  $(t,r)$  노드에서  $(t+1, r+kp)$  노드로 이동 시킨다. 그리고 유지 관리는 관거를 정비하지 않고 주기적으로 세정 또는 준설 하는 것을 의미하며, 잔존 수명을 한 단위 기간 감소시켜 상태 노드를  $(t,r)$  노드에서  $(t+1, r-1)$  노드로 이동 시킨다.

한편 침입/침출수(불명수) 증가에 따라 늘어나는 하수처리 비용은 경제적 가치로 평가할 수 있지만 환경오염은 경제적 가치로 환산하는데 많은 어려움이 따르게 된다. 이와 같은 환경오염 요소 반영하기 위하여 목적식에 비용 최소화 목적과 함께 불명수 발생량 최소화 목적을 추가 하고, 다중 목적 계획법(Multiple Objective Optimization)을 이용하여 의사결정자에게 비용과 불명수 발생량 사이의 영향 관계를 보여줌으로써 적절한 하수관거 정비 계획을 선택할 수 있도록 하였다.

## 2.2 혼합 정수 계획 모형의 수립

본 연구에서는 수립한 네트워크 모형에 기초하여 예산 제약 및 하수관거 시스템의 정비 특성을 고려한 제약식을 추가하여 혼합 정수계획 모형(Mixed Integer Programming, MIP)을 수립하였다. 수립한 모형은 다음의 목적식과 제약식으로 구성되며, 본문에 설명한 순서대로 각 항목에 해당하는 수식을 부록에 수록하였다.

### 2.2.1 목적 함수

목적함수는 비용 최소화 목적과 환경오염 최소화 목적으로 구성된다. 비용 최소화 목적은 하수관거의 유지 관리비 및 정비 비용을 최소화 하도록 하였으며, 환경오염 최소화 목적은 관거의 잔존 수명 감소에 따라 증가 하는 불명수의 처리 비용에 환경오염에 대한 중요도를 고려한 불명수 가중치를 부여하여 불명수 발생량을 최소화 하도록 하였다. 이때 불명수 가중치는 환경오염에 대한 중요도를 불명수 처리 비용에 대한 상대적 비율로 나타낸 것으로써, 경제적 가치로 쉽게 평가하기

어려운 불명수 발생에 따른 환경오염을 의사결정자의 환경오염에 대한 중요도를 반영하여 경제적 가치로 바꾸어 주게 된다. 이와 같은 불명수 가중치는 의사결정자가 환경오염에 대한 심각성을 판단하도록 하여 선택하게 되는데, 체계적인 가중치 선택을 위하여 의사결정자에게 각 가중치에 대한 모형의 수행 결과로 나온 비용과 불명수 발생량 trade-off 결과를 보여줌으로써 적절한 가중치와 그에 해당되는 하수관거 정비 계획을 선택할 수 있도록 하였다.

모형에 적용된 비용 및 불명수 발생에 따른 환경오염은 다음과 같다.

- 비용 = [유지관리비] + [보수비] + [교체비] - [잔존가치]
- 환경오염 = 불명수 가중치 × [불명수 발생량(유지관리, 보수, 교체)에 따른 처리비용]

### 2.2.2 제약식

#### (1) 흐름량 보전 제약

네트워크의 흐름량은 네트워크의 아크가 갖는 값으로써, 각 아크는 0과 1중 하나의 값을 갖게 되며, 관거의 유지관리, 보수, 교체를 결정하게 된다. 흐름량 보전 제약은 그림 2의 네트워크 모형에서 각 노드로 들어오는 흐름량과 나가는 흐름량이 같다는 제약식이다. 흐름량 제약식은 모든 노드에 적용되며 시점에 따라 첫 번째 노드, 중간 노드, 마지막 노드로 나누어 표현하였다.

#### ■ 네트워크로 들어오는 총 흐름량

각 관거마다 그림 2와 같은 네트워크를 갖게 되며, 각 네트워크에 들어오는 흐름은 1이 되고 최종적으로 나가는 흐름도 1이 된다. 그러므로 각 시점의 모든 상태 노드에 들어오고 나가는 흐름의 총 합은 1이 된다. 즉 각 시점마다 관거의 유지관리, 보수, 교체 중 하나만을 선택하게 된다. 그리고 흐름이 1을 갖는 아크를 모두 연결 하면 총 비용이 최소가 되는 관거의 정비 계획이 된다. 이와 같은 네트워크의 총 흐름량을 제어하기 위한 제약식을 다음과 같이 구성하였다.

- 출발 노드로 들어오는 총 흐름의 합 = 1

#### ■ 첫 번째 노드 (t=0)

첫 번째 노드에서는 t = 0 시점의 흐름을 표현 한다. 즉 출발 노드에서 첫 번째 노드로 들어오는 흐름과 첫 번째 노드에서 두 번째 노드로 나가는 흐름의 합이 같음을 표현하였다.

이때 출발 노드에서 첫 번째 노드로 들어오는 흐름은 초기 잔존수명 상수에 의해서 결정되는데, 이 상수는 관거의 잔존 수명이 r 일 때 1의 값을 갖는다. 예를 들어서 p 관거의 평가된 잔존 수명이 3년이면, r=3인 초기 잔존수명 상수가 1의 값을 갖게 되며, (S) 노드에서 (0,3) 노드로의 흐름 값만이 1을 갖고 나머지 흐름을 0을 갖게 된다.

첫 번째 각 노드에서의 흐름량 제약식은 다음과 같다. 이때 양수는 이전 노드에서 들어온 흐름이고 음수는 다음 노드로 나간 흐름을 의미한다.

- 노드의 잔존 수명(r) = 0 : [초기 잔존수명 상수] - [보수] - [교체] = 0 (잔존 수명이 0 이므로 반드시 보수 또는 교체를 해야 함)
- $0 < r < k_p$  (p관거 보수로 증가하는 수명): [초기 잔존수명 상수] - [유지관리] - [보수] - [교체] = 0
- $k_p < r < R_p$  (p 관거의 최대 수명) -  $k_p$  : [초기 잔존수명 상수] - [유지관리] - [보수] - [교체] = 0
- $R_p - k_p < r < R_p$  : [초기 잔존수명 상수] - [유지관리] - [교체] = 0 (보수의 의미가 없음)
- $r = R_p$  : [초기 잔존수명 상수] - [유지관리] = 0 (관거가 새것 이므로 보수나 교체를 할 필요가 없음)

#### ■ 중간 노드 (0 < t < T)

중간 노드는 0 < t < T 시점의 흐름을 표현 한 것으로서 각 노드로 들어오는 흐름과 다음 노드로 나가는 흐름의 합이 같음을 표현하였다. 이 때 양수는 이전 노드에서 들어온 흐름이고, 음수는 다음 노드로 나간 흐름을 의미한다.

- $r = 0$  : [유지관리] - [보수] - [교체] = 0 (잔존 수명이 0이 되기 위해서는 전 기간 잔존 수명이 1일 때 유지관리를 했을 때만 가능하며, 잔존 수명이 0 이므로 반드시 보수 또는 교체를 해야 함)
- $0 < r < k_p$  : [유지관리] - [유지관리] - [보수] - [교체] = 0 (관거의 수명이 p관거 보수로 증가하는 수명 보다 작으므로 유지 관리를 통해서만 흐름이 들어 올 수 있음)
- $k_p < r < R_p - k_p$  : [유지관리] + [보수] - [유지관리] - [보수] - [교체] = 0

- $R_p - k_p < r < R_p$  : [유지관리] + [보수] - [유지관리] - [교체] = 0
- $r = R_p$  : [교체] - [유지관리] = 0 (새 관거가 되는 것은 교체를 통해서만 가능하며, 관거가 새것이므로 보수나 교체를 할 필요가 없음)

■ 마지막 노드 (t=T)

마지막 노드는 t=T 시점의 흐름을 표현 한 것으로써 각 노드로 유지관리, 보수, 교체로 들어온 흐름이 종착노드(E)로 나가게 된다. 이때 마지막 노드에서 종착노드로의 흐름은 최종 잔존 수명이 되며 그 수명에 따라 잔존 가치가 평가된다.

마지막 각 노드에서의 흐름량 제약식은 다음과 같다. 이 때 양수는 이전 노드에서 들어온 흐름이고, 음수는 다음 노드로 나간 흐름을 의미한다.

- 노드의 잔존 수명( $r$ ) = 0 : [유지관리] - [최종 잔존 수명] = 0(잔존 수명이 0이 되기 위해서는 전 기간 잔존 수명이 1일 때 유지관리를 했을 때만 가능함)
- $0 < r < k_p$  : [유지관리] - [최종 잔존 수명] = 0(잔존 수명이 보수로 증가하는 수명보다 작기 위해서는 전 기간에 유지관리를 했을 때만 가능함)
- $k_p < r < R_p - k_p$  : [유지관리] + [보수] - [최종 잔존 수명] = 0
- $R_p - k_p < r < R_p$  : [유지관리] + [보수] - [최종 잔존 수명] = 0
- $r = R_p$  : [교체] - [최종 잔존 수명] = 0

■ 네트워크를 나가는 총 흐름량

각 네트워크에 들어오는 나가는 총 흐름은 1이 된다.

- 네트워크를 나가는 총 흐름의 합 = 1

(2) 조건부 제약식

조건부 제약식은 관거를 보수 한 직후에는 교체 하지 않고 다시 보수 하는 것을 막아 주는 제약식이다. 본 연구에서 제시한 모형은 장기 계획 모형으로서 비용이 적게 든다는 이유로 관거의 계속된 보수가 결정되는 것을 방지하기 위하여 이 제약식을 추가하였다.

- [t시점 보수] = t 시점 각 상태 노드에서 보수로 나간 합
- [t시점 교체] = t 시점 각 상태 노드에서 교체로 나간 합

- [0시점 상태변수] = 1
- [t시점 상태변수] = [t-1시점 상태변수] + [t시점 교체] - [t시점 보수] - [인공변수]

위 식에서 [t시점 상태변수]는 교체가 일어난 직후 보수가 일어났는가를 확인하기 위한 상태 변수이다. 이 변수는 현 시점에서 최근에 교체 없이 보수가 일어났으면 0, 아니면 1을 의미한다. 즉 이 변수가 1의 값을 갖게 되면 현 시점에서 보수가 일어나도 됨을 의미한다.

[t시점 상태변수]는 t 시점에 교체가 일어나면 1이 되고, 보수가 일어나면 0이 된다. 이때 인공 변수는 [t-1시점 상태변수]가 1일 때 교체가 일어나도 [t시점 상태변수]가 1이 되게 하는 역할을 한다.

위 식의 자세한 작동 여부는 부록에 상세히 설명 하였다.

(3) 예산 제약

예산 제약은 각 시점별로 유지관리, 보수, 교체 비용이 예산을 초과 할 수 없음을 정하는 제약식이다.

- [유지관리비] + [보수비] + [교체비] ≤ [예산]

(4) 이진 변수 제약

- 이 수학적식의 모든 변수는 0 또는 1을 갖는 이진 변수 이다.

### 3. 모형의 적용 및 사례연구

#### 3.1 모형의 수행 및 해법 절차

수립된 혼합 정수 계획 모형은 매우 복잡한 모형과 방대한 자료로 구성된다. 이와 같은 대형 수학 모형을 효과적으로 다루기 위해, 모형의 입·출력 정보를 ILOG Concert Technology를 활용하여 제어해 보았다. 즉, 간단한 사용자 인터페이스를 통해 주요 수행 옵션 및 매개변수를 입력받아 모형의 입력 정보를 자동으로 생성한 후, ILOG CPLEX의 최적화 루틴을 원격으로 호출하여 해를 구하고, 그 결과를 사용자에게 보여 줄 수 있는 사용자 프로그램을 구현했다(ILOG, 2001a, b)

여기서 ILOG Concert Technology는 수학 모형의 변수, 상수, 목적 함수 그리고 제약식 등을 자연스런 대수학 기수법을 통해 정의하는 프로그램 라이브러리(Library)로서 매우 복잡한 수학적식을 비교적 간단한 프로그램으로 구현 할 수 있도록 지원한다. 또한 수학적식을 Model과 Data부분으로 나누어 표시함으로써,

Model의 구조가 확정되면 데이터만 반복적으로 수정해서 적용하는 경우에 매우 적합하다고 할 수 있다. 또한 그 형태가 C++ Class Library로 제공되어 데이터베이스와 연계가 용이한 장점이 있어, 모형의 입·출력 자료를 상용 데이터베이스 관리시스템(DBMS)을 통해 관리할 수 있게 한다.(ILOG, 2001a)

간단한 사용자 프로그램을 개발하기 위해 개발 언어로 MS Visual C++ 6.0을 사용하였고, DBMS는 Oracle 8.0을 사용하였다.

이 모형은 약 120여개의 하수관거 묶음에 대하여 20년의 계획기간을 설정 하였을 때 (48,000×144,000) Node-Arc Incidence Matrix가 되며, 144,000여 개의 이진 변수로 구성되는 방대한 문제가 된다.

이 문제를 개발한 프로그램으로 모형을 구성하고 ILOG CPLEX 7.0의 Branch & Bound 와 Branch & Cut 알고리즘을 적용할 경우, Windows 2000을 기

반으로 하고, Intel Pentium 4 1.8 GHz, 512MB RAM을 장착한 PC에서 예산 제약을 적용할 경우 소요시간이 약 30분 정도에 최적 해를 도출 하였다. 한편 예산 제약을 적용하지 않을 경우 약 45초 정도에 해를 도출 하였다.

### 3.2 대상 시스템

본 연구에서는 서울시 남배수구역의 16개 배수분구 중 A, B, C, D의 4개 배수분구에 대하여 20년간의 하수관거 정비 계획을 수립한다는 가정 아래 본 연구에서 개발한 모형을 적용해 보았다.

모형 적용을 위한 남배수구역의 각 배수분구 현황은 표 1과 같다. (서울특별시, 1998)

### 3.3 모형 수행 및 결과

표 1에서 보는 바와 같이 배수구역의 4개 배수분구

표 1. 모형적용 대상 배수구역 개요

배수 분구		A	B	C	D
면적 (ha)	합계	158.6	239.2	114.5	70.1
	시가화	120.8	117.9	81.3	70.1
	녹지	37.8	121.3	33.2	-
	녹지비율	23.8%	50.7%	29%	0%
인구	인구(명)	42,180	46,808	37,300	25,535
	인구밀도 (명/ha)	349.1	397	458.7	364.2
하수관거 현황	구간 수	1107	1256	624	642
	연장(km)	36.78	34.16	16.96	27.33

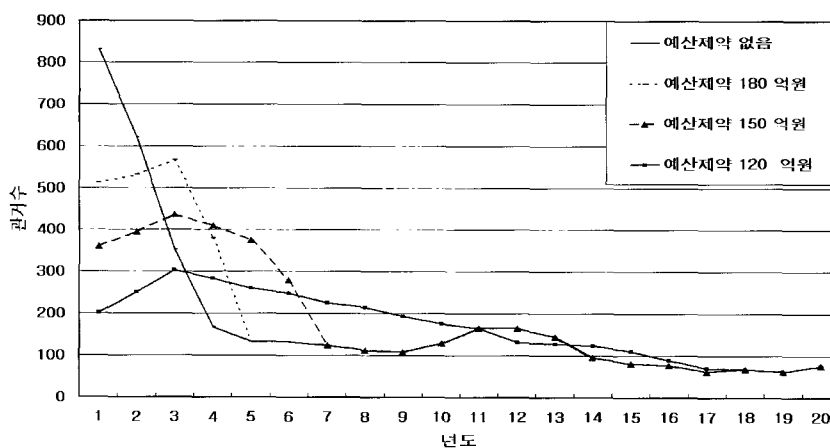


그림 3. 연도별 교체 관거 수 (예산 별)

의 총 관거 수는 3,629개 구간이며, 모형 수행의 편리성을 위하여 이 구간을 관중, 매설년도, 관거 상태 등에 따라 120개의 관거 구간 묶음으로 분류하였다. 이렇게 분류된 각 관거 구간 묶음의 진존 수명과 보수 공법 및 총 정비 비용 등의 자료를 입력하여 모형을 수행하였다. 이때 사용한 비용 자료 및 불명수 처리 비용 계산 식 등은 서울시에서 하수관거 정비 사업에 사용한 자료(서울특별시, 1999)에서 제시한 방법을 사용하였다. 그리고 연간 할인율을 5%를 적용 하였으며, 계획 기간은 20년을 설정하여 모형을 수행하였다.

모형 수행 결과는 그림 3~5 와 같다. 먼저 그림 3은 연도별 교체 관거 수에 대한 결과로써 연간 정비예산별로 나타낸 결과이다. 그림 3을 보면 관거의 교체는

관거의 노후화와 여러 결함으로 인하여 초기에 많이 일어남을 알 수 있으며, 연간 정비 예산이 줄어들수록 교체 관거 예산의 부족으로 다음기간으로 교체시기를 늦추는 것을 알 수 있다.

그리고 그림 4는 연도별 보수 관거 수에 대한 결과로써 연간 정비 예산별로 나타낸 결과이다. 그림 4를 보면 관거의 보수는 초기에 많이 일어나며 교체보다는 연간 정비 예산에 영향을 적게 받음을 알 수 있다. 즉 연간 정비 예산이 적을 때는 교체보다는 보수를 먼저 하는 결과를 보임을 알 수 있다.

그림 5는 연간 정비 예산에 따른 총 비용으로써, 정비 비용과 불명수 처리 비용을 포함한 비용결과이다. 그림 5를 보면 연간 정비 예산이 줄어들수록 관거의

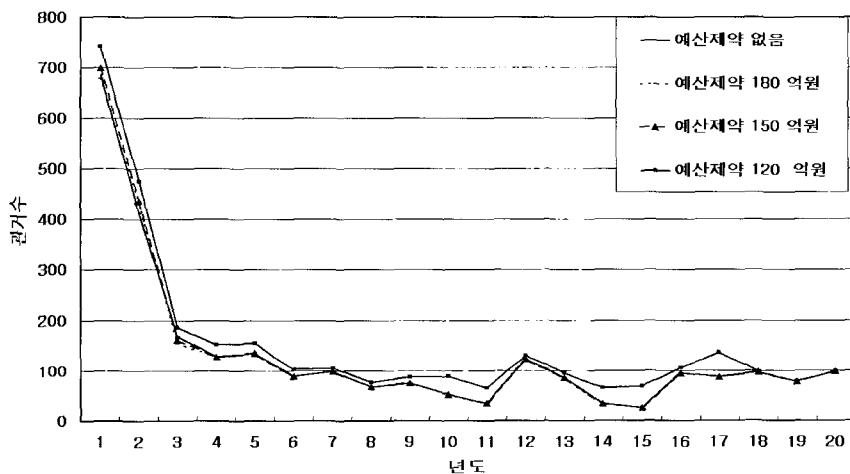


그림 4. 연도별 보수 관거 수 (예산 별)

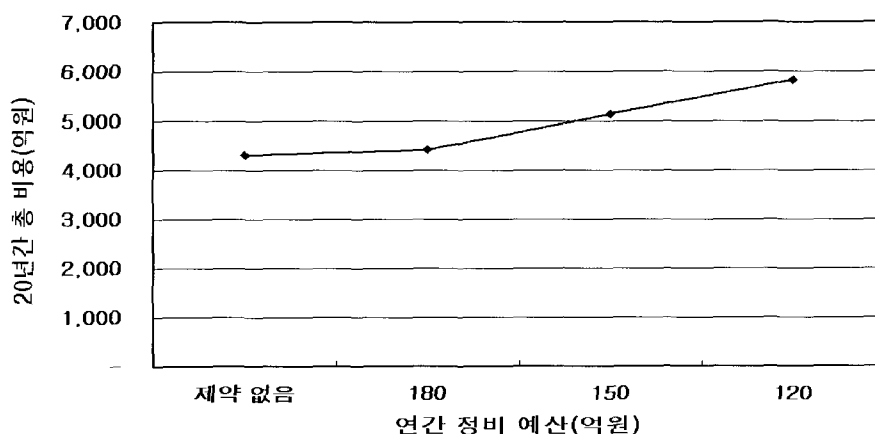


그림 5. 연간 예산에 따른 20년간 총 비용 변화



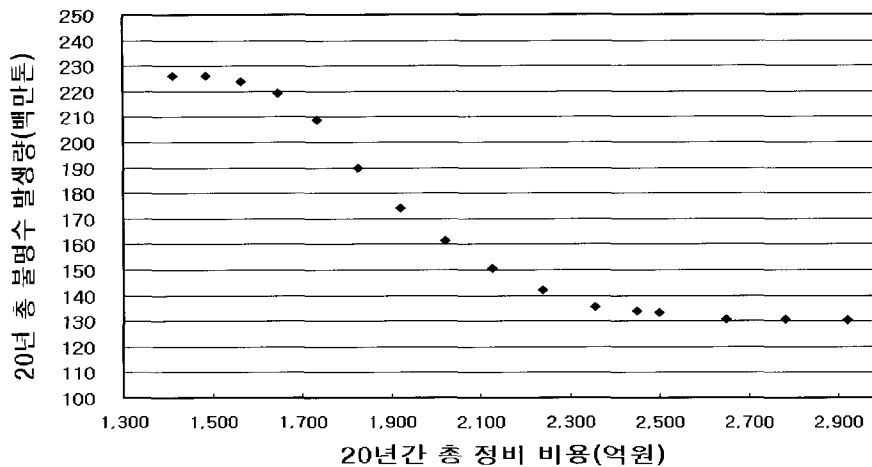


그림 6. 관거정비 비용과 불법수 발생량 사이의 Trade-off

정비를 적절한 시기에 하지 못하게 되므로 불법수 처리 비용을 포함한 총 비용이 증가함을 알 수 있다.

### 3.4 다중 목적 계획 법

본 연구에서는 환경오염 요소를 반영하기 위하여 목적식에 비용 최소화 목적과 함께 불법수 발생량 최소화 목적을 같이 고려한 다중 목적 계획 모형을 구성하였다. 하지만 비용 최소화 목적과 불법수 최소화 목적은 서로 상충되는 목적으로써, 어느 한 목적을 달성하기 위해서는 다른 한 목적을 희생해야 한다. 이와 같은 두 목적 사이의 상호 관계를 분석하기 위하여 다중 목적 계획법(Multiple Objective Optimization)을 적용하였다.

본 연구에서 적용한 다중 목적 계획 기법은 가중 합계법(Weighted Sums Method)으로 다중 목적 문제의 각 목적함수에 양의 가중치를 적용해서 가중 합계한 후, 여기서 만들어진 단일 목적함수 형태의 문제를 풀어 해를 도출 하는 것이다. 이렇게 도출된 해는 모든 목적들에 대해 최적 해는 아니더라도 열등하지 않은 Pareto optimal solution (Efficient solution)이 된다.

본 연구에서는 비용 최소화 목적에 1의 가중치를 부여하고, 불법수 최소화 목적에 양의 가중치를 부여한 후 서로 더하여 단일 목적 함수를 구성하고, 이 목적 함수를 풀어 해를 도출 하였다. 이 때 불법수 최소화 목적에 부여된 양의 가중치를 순차적으로 변화시켜 가며 문제를 풀어 그림 6에 나타난 것과 같은 여러 해를 도출 하였다. 그림 6은 불법수 최소화 가중치( $\beta$ )를 0.5

~ 4까지 변화 시켜 가며 얻은 결과로써, 총 정비 비용이 늘어남에 따라 불법수 발생량이 감소함을 알 수 있다. 의사결정자는 그림 6의 결과를 보고 정비 비용과 불법수 발생량 사이의 상충관계를 판단하여, 적절한 해를 선택하고, 그 해에 해당하는 가중치를 적용하여 하수관거의 정비 계획을 수립하게 된다.

## 4. 결론 및 향후 연구 과제

본 연구에서는 효율적인 하수관거 정비 계획 수립을 위하여 다중 목적 혼합 정수계획 모형(MOMIP)을 개발하였으며, 이 모형을 적용하여 하수관거의 정비 방법과 정비시기에 대한 결과 및 예산이 전체 비용과 계획에 미치는 영향을 제시 하였다. 그리고 비용요소 뿐만 아니라 환경오염 요소를 함께 고려하기 위하여 비용과 불법수 발생량 사이의 상충 관계를 보여줌으로써 의사결정자가 적절한 하수관거 정비 계획을 선택 할 수 있음을 보여 주었다.

본 연구에서 제시한 모형은 하수관거의 사용 연수와 상태에 따른 적절한 잔존 수명의 평가와 보수 공법에 대한 선정이 가능할 것임을 전제로 하였으며, 이 결과는 모형 결과에 많은 영향을 주게 된다. 그러므로 좀더 정확한 결과를 도출하기 위해서는 관거의 상태 평가 방안 및 보수 공법 선정 방안에 대한 보다 체계적인 연구가 요구된다.

## 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구의 연구과제

(과제번호 : R01-2001-00474)에 의해 수행 되었기에 이에 감사드립니다. 그리고 모형 개발 및 수행에 사용된 ILOG 소프트웨어를 고려대학교에 기증해 주신 KSTEC에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

- 김승권, 김태형(2000), “수리적 분석을 위한 웹 기반 의사결정 지원 시스템의 설계와 구현”, **산업공학**, 대한산업공학회, 제13권, 제3호, pp. 539-547
- 김태현, 김승권 (1999). “다수의 도전장비 존재시 설비의 경제적 수명과 최적 대체 결정을 위한 동적 계획 모형”, **대한 산업공학회지**, 대한산업공학회, 제25권 제4호, pp.466-475.
- 정철권, 박규홍 (1999). “하수관거 정비의 필요성 및 추진 방법”, **대한토목학회지**, 대한토목학회, 제47권 제11호, pp.5-11.
- 정철권, 박규홍, 정연규 (2001). “유전자알고리즘에 의한 소규모 배수구역 하수관거 정비의 최적화”, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제21권, 제3-B호, pp.295-304.
- 서울특별시(1998), 하수관거조사 및 정비기본계획 보고서(불광배수구역), 서울특별시
- Bellman, R.(1955), “Equipment replacement policy,” *SIAM Journal of Applied Mathematics*, Vol. 3, pp. 133-136,
- deMonsabert, S. Ong, C., and Thornton, P. (1999). “An integer programming for optimizing sanitary sewer rehabilitation over a planning horizon”, *Water Environment Research*, Vol. 71, No. 7, pp. 1292-1297.
- deMonsabert, S. and Thornton, P. (1997). “A benders decomposition model for sewer rehabilitation planning for infiltration and inflow planning”, *Water Environment Research*, Vol. 69, pp. 162-167.
- ILOG(2001), *ILOG Concert Technology 1.1 : Reference manual*, ILOG Corporation
- ILOG(2001), *ILOG CPLEX 7.0 User's Manual*, ILOG Corporation
- Li, G. and Matthew, R.G.S.(1990) “New approach for optimization of urban drainage systems”, *Journal of Environmental Engineering*, Vol. 116, No. 5, pp. 927-944.
- Mays. W.L and Yen, B.C.(1975) “Optimal design of branched sewer systems”, *Water Resources Research*, Vol. 11, No. 1, pp. 37-47.
- Mays. W.L and Wenzel, H.G.(1976) “Optimal design of multilevel branching sewer systems”, *Water Resources Research*, Vol. 12, No. 5, pp. 913-917.
- Reyna, S.M. (1993), *Optimal Planning of Sewer Systems Rehabilitation*. Ph.D. Dissertation, Purdue University, USA
- Oakford, R. V., Lohmann, J.R. and Salazar, A.(1984), “A dynamic replacement economy decision model”, *IIE Transactions*, Vol. 16, No. 1, pp. 86-96
- Sethi, S. and Mortan, T.(1972), “A mixed optimization technique for the generalized machine replacement problem,” *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 19, No. 3, pp. 471-481
- Terborgh, G. (1949), *Dynamic Equipment Policy, Machinery and Allied Products Institute*, Washington. D. C.

(논문번호:03-34/접수:2003.03.31/심사완료:2003.06.05)

## 부 록

### 1. 상수 정의

- T : 계획 기간  
R : 관거의 사용 수명  
P : 총 분석 대상 관거 수  
 $\alpha_t$  : t시점의 할인율  
 $\beta$  : 불명수 발생량 최소화 가중치  
 $B_t$  : t시점의 관거의 유지관리 및 정비 예산  
 $k_p$  : p 관거의 보수 후 증가되는 수명  
 $LS_r^p$  : 계획기간 초 p 관거의 잔존 수명이 r 이면 1 아니면 0을 나타 내는 상수  
 $cMA_{r,r-1}^{p,t}$  : t 시점에 잔존수명이 r인 p관거의 유지관리비용  
 $cRN_t^p$  : t 시점에 p관거의 보수비용  
 $cRP_t^p$  : t 시점에 p관로의 교체비용  
 $cLE_r^p$  : 계획기간 말 p관로의 잔존 수명 r에 해당하는 잔존가치  
 $cA^p$  : p관로를 보수 후 교체 없이 보수가 일어나는 것을 막아주는 인공변수의 가중치  
 $cII_r^p$  : 잔존수명이 r인 p관거의 불명수 발생량에 대한 처리 비용

### 2. 변수 정의

- $xMA_{r,r-1}^{p,t}$  : t시점에 p관로의 잔존수명이 r일 때 유지관리 변수  
 $xRN_{r,r+k_p}^{p,t}$  : t시점에 p관로의 잔존수명이 r일 때 보수 변수  
 $xRP_{r,R}^{p,t}$  : t시점에 p관로의 잔존수명이 r일 때 교체 변수  
 $xLE_r^p$  : 최종 잔존 수명(p관로의 마지막 시점 잔존수명이 r인 마지막 아크 변수)  
 $bRP_t^p$  : t시점의 p관로의 교체 여부  
 $bRN_t^p$  : t시점의 p관로의 보수 여부  
 $bST_t^p$  : t시점에 교체 후 보수가 일어나는지 확인하기 위한 상태 변수

$bA_t^p$  : p관로를 보수 후 교체 없이 보수가 일어나는 것을 막아주는 인공변수

### 3. 목적 함수

$$\text{Min } \sum_{p=1}^P \sum_{t=0}^{T-1} \alpha_t \left( \begin{aligned} & \sum_{r=1}^R cMA_{r,r-1}^{p,t} xMA_{r,r-1}^{p,t} \\ & + cRN_t^p bRN_t^p \\ & + cRP_t^p bRP_t^p \\ & - \sum_{r=0}^R cLE_r^p xLE_r^p \\ & + cA^p bA_r^p \end{aligned} \right) + \beta \sum_{p=1}^P \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{r=0}^R \left( \begin{aligned} & cII_r^p xMA_{r,r-1}^{p,t} \\ & + cII_r^p xRN_{r,r+k_p}^{p,t} \\ & + cII_r^p xRP_{r,R}^{p,t} \end{aligned} \right) \quad (1)$$

### 4. 제약식

- (1) 흐름량 보전 제약  
 ■ 네트워크로 들어오는 총 흐름량  
 $\sum_{r=0}^R LS_r^p = 1 \quad \text{for } 1 \leq p \leq P \quad (2)$   
 ■ 시작 노드 (t=0)  
 $LS_r^p - xRN_{r,r+k_p}^{p,t} - xRP_{r,R}^{p,t} = 0 \quad \text{for } r=0, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (3)$   
 $LS_r^p - xMA_{r,r-1}^{p,t} - xRN_{r,r+k_p}^{p,t} - xRP_{r,R}^{p,t} = 0 \quad \text{for } 0 < r < k_p, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (4)$   
 $LS_r^p - xMA_{r,r-1}^{p,t} - xRN_{r,r+k_p}^{p,t} - xRP_{r,R}^{p,t} = 0 \quad \text{for } k_p \leq r < R - k_p, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (5)$   
 $LS_r^p - xMA_{r,r-1}^{p,t} - xRP_{r,R}^{p,t} = 0 \quad \text{for } R - k_p \leq r < R, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (6)$   
 $LS_r^p - xMA_{r,r-1}^{p,t} = 0 \quad \text{for } r=R, t=0 \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (7)$   
 ■ 중간 노드 (0 < t < T)  
 $xMA_{r+1,r}^{p,t-1} - xRN_{r,r+k_p}^p - xRP_{r,R}^p = 0 \quad \text{for } r=0, 0 < t < T \text{ and } 1 \leq p \leq P \quad (8)$

$$\begin{aligned} xMA_{r+1,r}^{p,t-1} - xMA_{r,r-1}^{p,t} - xRN_{r,r+k_p}^{p,t} \\ - xRP_{r,R}^{p,t} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

for  $0 < r < k_p, 0 < t < T$  and  $1 \leq p \leq P$

$$\begin{aligned} xRN_{r-k_p,r}^{p,t-1} + xMA_{r+1,r}^{p,t-1} \\ - xMA_{r,r-1}^{p,t} - xRN_{r,r+k_p}^{p,t} - xRP_{r,R}^{p,t} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

for  $k_p \leq r < R - k_p, 0 < t < T$  and  $1 \leq p \leq P$

$$\begin{aligned} xRN_{r-k_p,r}^{p,t-1} + xMA_{r+1,r}^{p,t-1} - xMA_{r,r-1}^{p,t} \\ - xRP_{r,R}^{p,t} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

for  $R - k_p \leq r < R, 0 < t < T$  and  $1 \leq p \leq P$

$$\sum_{r=0}^R xRP_{r,R}^{p,t-1} - xMA_{R,R-1}^{p,t} = 0 \quad (12)$$

for  $0 < t < T$  and  $1 \leq p \leq P$

■ 마지막 노트 ( $t=T$ )

$$xMA_{r+1,r}^{p,t-1} - xLE_r^p = 0 \quad (13)$$

for  $r=0, t=T$  and  $1 \leq p \leq P$

$$xMA_{r+1,r}^{p,t-1} - xLE_r^p = 0 \quad (14)$$

for  $0 < r < k_p, t=T$  and  $1 \leq p \leq P$

$$xRN_{r-k_p,r}^{p,t-1} + xMA_{r+1,r}^{p,t-1} - xLE_r^p = 0 \quad (15)$$

for  $k_p \leq r < R - k_p, t=T$  and  $1 \leq p \leq P$

$$xRN_{r-k_p,r}^{p,t-1} + xMA_{r+1,r}^{p,t-1} - xLE_r^p = 0 \quad (16)$$

for  $R - k_p \leq r < R, t=T$  and  $1 \leq p \leq P$

$$\sum_{r=0}^R xRP_{r,R}^{p,t-1} - xLE_R^p = 0 \quad (17)$$

for  $t=T$  and  $1 \leq p \leq P$

■ 네트워크를 나가는 총 흐름량

$$\sum_{r=0}^R xLE_r^p = 1 \quad \text{for } 1 \leq p \leq P \quad (18)$$

(2) 조건부 제약식

$$bRN_t^p = \sum_{r=0}^{R-k_p} xRN_{r,r+k_p}^{p,t} \quad (19)$$

for  $0 \leq t \leq T$  and  $0 \leq p \leq P$

$$bRP_t^p = \sum_{r=0}^{R-1} xRP_{r,R}^p \quad (20)$$

for  $0 \leq t \leq T$  and  $0 \leq p \leq P$

$$bST_0^p = 1, \quad \text{for } 0 \leq p \leq P \quad (21)$$

$$bST_t^p = bST_{t-1}^p + bRP_t^p - bA_t^p - bRN_t^p \quad (22)$$

for  $0 < t \leq T$  and  $0 \leq p \leq P$

(3) 예산 제약

$$a_t \left( \begin{aligned} &\sum_{r=1}^R cMA_{r,r-1}^{p,t} xMA_{r,r-1}^{p,t} \\ &+ cRN_t^p bRN_t^p \\ &+ cRP_t^p bRP_t^p \end{aligned} \right) \leq B_t \quad (23)$$

for  $0 \leq t < T$ , for  $0 \leq p \leq P$

(4) 이진 변수 제약

$$\text{All Variables are } \{0, 1\} \quad (24)$$

## 5. 조건부 제약식의 작동 확인

조건부 제약식은 관거를 보수 한 후 교체 하지 않고 다시 보수 하는 것을 막아 주는 제약식으로 (19)~(22) 식이 해당된다. 특히 (22)식이 보수 한 후 교체 하지 않고 다시 보수 하는 것을 막아 준다.

상태변수  $bST_t^p$ 는 최근에 교체 없이 보수가 일어났으면 0, 아니면 1의 값을 갖는 변수로서, 이 변수가 1의 값을 갖게 되면 현 시점에서 보수가 일어나도 됨을 의미한다.

(22)식은 교체가 일어나면  $bST_t^p$ 이 1이 되게 하고, 보수가 일어나면 0이 되게 한다. 이 때 인공 변수  $bA_t^p$ 는  $bST_{t-1}^p$ 이 1일 때 교체가 일어나도  $bST_t^p$ 가 1이 되게 하는 역할을 한다.

한편 (22)번 제약식이 발생할 수 있는 모든 경우에 대해 잘 작동 하는가를 확인하기 위하여 다음과 같은 확인 과정을 진행하였다.

(22)번 제약식의 모든 변수들이 가질 수 있는 값은 우변에 나타난 4개의 종속 변수에 의해서 결정되는데, 이와 같이 나타날 수 있는 24=16개의 모든 경우의 수 (No.1~No.16)를 논리표로 표현하면 표 2와 같다.

표 2에서 No. 1, 5, 9, 11, 14 만이 가능한 경우이다. 자세히 살펴보면 No. 1, 9는 최근에 교체가 없이 보수가 일어난 후에 현시점에서 유지 관리가 이루어진 경우로, 이때 상태 변수의 변화가 없다.

다음으로 No. 5는 최근에 교체가 없이 보수가 일어난 후에 현시점에서 교체가 이루어진 경우로, 이때 상태 변수는 1이 된다.

그리고 No. 11은 최근에 보수가 없이 교체가 일어난 후에 현시점에서 보수가 이루어진 경우로, 이때 상태 변수는 0이 된다.

또한 No. 14는 보수가 없이 교체가 일어난 후에 현

표 2. 조건부 제약식 작동 확인을 위한 논리표

No.	독립 변수				종속변수	설명
	bST(t-1)	bRP	bRN	bA	bST(t)	
1	0	0	0	0	0	OK
2	0	0	0	1	-1	제약 위반
3	0	0	1	0	-1	제약 위반
4	0	0	1	1	-2	제약 위반
5	0	1	0	0	1	OK
6	0	1	0	1	0	bA 제어
7	0	1	1	0	0	발생 안함
8	0	1	1	1	-1	발생 안함
9	1	0	0	0	1	OK
10	1	0	0	1	0	bA 제어
11	1	0	1	0	0	OK
12	1	0	1	1	-1	제약 위반
13	1	1	0	0	2	제약 위반
14	1	1	0	1	1	OK
15	1	1	1	0	1	발생 안함
16	1	1	1	1	0	발생 안함

시점에서 다시 교체가 이루어진 경우로, 이때 상태 변수는 1이 된다. 이 때 인공 변수는 상태 변수가 1이 되게 하는 역할을 한다.

한편 No. 7, 8, 15, 16은 같은 시점에 교체와 보수가 동시에 일어나는 경우로서, 네트워크의 같은 시점 흐름 총 합은 1이므로 발생하지 않는다.

그리고 No. 2, 3, 4, 12, 13은  $bST_t^p$ 가 음수 또는 2

값을 갖는 경우로서,  $bST_t^p$ 가 이진 변수라는 제약식을 위배한다.

또한 No. 6, 10은 목적함수의  $bA_t^p$ 에 대한 벌점으로 인해  $bA_t^p$ 이 1 값을 갖지 않게 된다.

결국 표 2에서 확인 한 바와 같이 시스템 물리적 제약식 (22)번 식은 잘 작동함을 확인 할 수 있다.