

대류 직각 형상 환형 흰의 최적화

강형석* · 조철현**

Optimization of a Convective Rectangular Profile Annular Fin

Hyung Suk Kang* · Chul Hyun Cho**

ABSTRACT

The rectangular profile annular fin with fixed volume is optimized using 2-dimensional analytic method. For a base boundary condition, convection from fluid within the pipe to the inside wall of the pipe and conduction from the inside wall of the pipe to the fin base are considered. Heat loss from the fin tip radius is not ignored. The maximum heat loss, the optimum fin tip radius and the optimum fin half thickness corresponding to the maximum heat loss are presented as a function of fin base radius, Biot number over the fin surface and Biot number within the pipe. Results show 1) the maximum heat loss increases as both Biot number over the fin surface and Biot number within the pipe increase and as fin base radius decreases 2) the optimum fin thickness increases as Biot number within the pipe decreases or as fin base radius and Biot number over the fin surface increase.

초 록

체적이 일정할 때 복사열을 고려하지 않은 직각 형상 환형 흰을 2차원 해석적 방법을 사용하여 최적화한다. 흰 바닥 경계 조건을 위하여 파이프 내의 유체로부터 파이프 내벽까지의 대류와 파이프 내벽으로부터 흰 바닥까지의 전도를 고려한다. 흰 끝 반경을 통한 열손실은 무시되지 않는다. 최대 열손실, 최대 열손실이 일어날 때의 최적의 흰 끝 반경 그리고 최적의 흰 두께의 반이 흰 바닥 반경, 흰 표면 주위의 Biot 수 그리고 파이프 내의 Biot 수의 함수로 나타내어진다. 결과들은 1) 파이프 내의 Biot 수와 흰 주위의 Biot 수가 증가함에 따라, 흰 바닥 반경이 감소함에 따라 최대 열손실은 증가하며 2) 파이프 내의 Biot 수가 감소하거나 흰 바닥 반경과 흰 주위의 Biot 수가 증가함에 따라 최적의 흰 두께는 증가한다.

Key words: Optimization (최적화), Annular Fin (환형 흰), Heat loss (열 손실),
Biot number (비오트 수)

◇ 2002년 11월 2일 접수 ~ 2003년 11월 16일 심사완료

* 정회원, 강원대학교 기계·메카트로닉스 공학부

주연락저자, E-mail : hkang@kangwon.ac.kr

** 강원대학교 기계·메카트로닉스 공학부 대학원

Nomenclature

Bi : Biot number over the fin surface, $h r_i' / k$
 Bi_e : Biot number at the fin tip, $h_e r_i' / k$
 Bi_f : Biot number inside primary pipe,
 $h_f r_i' / k$
 h : heat transfer coefficient over the fin
surface [W/m² °C]
 h_e : heat transfer coefficient at the fin tip
[W/m² °C]
 h_f : heat transfer coefficient inside primary
pipe [W/m² °C]
 k : thermal conductivity [W/m °C]
 ℓ' : one half fin thickness [m]
 ℓ : dimensionless one half fin thickness,
 ℓ'/r_i'
 P : dimensionless position along the fin,
 $(r - r_b)/(r_e - r_b)$
 q : heat transfer from the fin [W]
 Q : dimensionless heat transfer from the fin,
 $q/(k \theta_f 2\pi r_i')$
 r' : radius [m]
 r : dimensionless radius, r'/r_i'
 r_b' : fin base radius [m]
 r_b : dimensionless fin base radius, r_b'/r_i'
 r_e' : fin tip radius [m]
 r_e : dimensionless fin tip radius, r_e'/r_i'
 r_i' : inside wall radius of the pipe [m]
 R_w :wall thermal resistance, $\frac{r_b}{Bi_f} + r_b \ln(r_b)$
 T : temperature [°C]
 T_f : fluid temperature [°C]
 T_∞ : ambient temperature [°C]

V' : fin volume [m³]

V : dimensionless fin volume, $V' / (\pi r_i'^3)$

z' : height directional variable [m]

z : dimensionless height directional variable,
 z'/r_i'

Greek symbol

β : the ratio of Biot numbers, Bi_e/Bi

θ_f : adjusted fluid temperature, $(T_f - T_\infty)$
[°C]

θ : dimensionless temperature,
 $(T - T_\infty) / (T_f - T_\infty)$

λ_n : eigenvalues ($n = 1, 2, 3, \dots$)

Subscript

b : fin base
e : fin tip
f : fluid
 ∞ : surrounding

Superscript

* : optimum

1. 서 론

흰 또는 확장된 표면은 주 면으로부터 열전달을 증가시키기 위하여 많이 사용되고 있다. 그 사용범위는 일반 가정의 간단한 난방기구에서부터 최첨단 항공기까지 매우 광범위하다. 이러한 흰에 대한 많은 연구가^[1-3] 이루어져 왔고 계속해서 많은 논문들이 발표되고 있다. 여러 모양의 흰이 부착된 열교환기들 중에서 많이 사용되고 있는 하나가 환형 흰이다. 항공기 엔진의 흰도 환형 흰으로 생각할 수 있다. 환형 흰에 관련된 연구로는 Ullmann과 Kalman은^[4] 네 가지 다른 단면적의 일정한 질량의 환형 흰으로부

터 열손실 증가를 고려하였으며, Zubair 등 2명의 공동저자는^[5] 온도에 따라 변하는 열전도율을 가진 여러 형상의 환형 흰의 최적의 차원을 구하였다. Chung과 Zhou는^[6] 파이프내와 흰 바닥사이의 전체 열저항을 고려하여 복사와 전도가 일어나는 환형 흰에 대한 최적화를 발표하였다. 이러한 연구들은 모두 1차원 해석을 사용하였다. 이와 같은 1차원 해석들은 편리하기는 하나 경우에 따라 오차가 클 수도 있다. 환형 흰에 대한 2차원 해석을 한 연구들로 Sikka 와 Iqbal은^[7] 유한차분법을 이용하여 복사와 대류 열전달이 일어나는 환형 흰의 유용성을 해석하였다. Lau와 Tan은^[8] 곧은 흰과 환형 흰을 해석하여 근사적인 일차원 해석의 적용한계를 세우려 시도하였다. 최근에 Look은^[9] 파이프 둘레에 있는 균일한 두께의 반경 흰에 대하여 중심선을 따른 온도분포와 열손실 비를 각각 1차원, 2차원으로 해석하여 비교한 반면 Lalot 등 2명의 공동저자는^[10] 표면이 다른 물질로 코팅된 환형 흰의 효율을 나타내었다. 이와 같이 환형 흰에 대한 기존의 2차원 해석에서는 흰 바닥의 온도를 상수로 가정하였다. 또한 대부분의 논문들이 흰 끝에서의 경계조건을 단열 상태로 가정하였다.

따라서 본 연구는 파이프 안의 유체에서 파이프 내면으로의 대류와 파이프 내면에서 흰 바닥 까지의 전도를 고려하여 흰 바닥의 경계조건을 설정하였으며, 흰 끝에서 열손실이 일어나는 것

으로 가정하여 2차원 해석적 방법에 의한 사각 단면의 환형 흰에 대한 최적화를 보여준다. 흰의 최적화를 위하여 흰 체적을 고정한 후 최대 열손실, 최대 열손실이 일어나는 최적의 흰 끝 반경 그리고 최적의 흰 두께를 흰 바닥 반경, 흰 주위 Biot 수 그리고 파이프 내의 Biot 수의 함수로 나타낸다. 실제 많이 사용될 수 있는 무차원 흰 체적은 0.01부터 5정도이며⁽⁶⁾ 본 연구에서는 범위를 0.05부터 0.5까지 설정하였다.

2. 2차원 해석

측면이 사각 형상인 환형 흰이 Fig. 1에서 보여지는데 이에 대한 2차원 지배 방정식이 무차원 형태로 식 (1)로 주어진다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

지배 방정식을 풀기 위한 4개의 경계조건들이 무차원 형태로 식들 (2)부터 (5)까지 주어진다. 특히 경계조건 (2)는 파이프 내면과 파이프 내의 유체사이의 대류에 의한 저항과 파이프 내면으로부터 흰 바닥으로의 전도에 의한 저항을 고려한 편 바닥에서의 경계조건이다.

$$-\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=r_b} = \frac{1 - \theta|_{r=r_b}}{\frac{r_b}{Bi_e} + r_b \ln(r_b)} \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=r_e} + Bi_e \cdot \theta|_{r=r_e} = 0 \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=\ell} + Bi \cdot \theta|_{z=\ell} = 0 \quad (5)$$

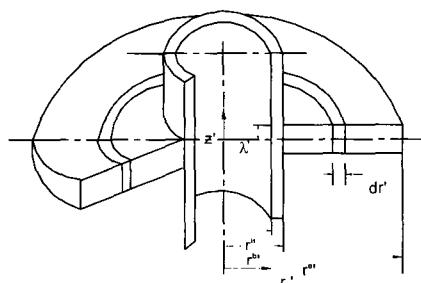


Fig. 1 Geometry of rectangular profile annular fin

지배방정식 식 (1)을 변수분리법을 사용하여 풀

고 식들 (2)에서 (4)까지의 경계조건들을 적용하면 아래와 같은 온도 분포식을 구할 수 있다.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f(r) \cdot f(z) \quad (6)$$

여기서

$$N_n = \frac{A_n}{B_n \cdot C_n} \quad (7)$$

$$A_n = \frac{4 \sin(\lambda_n \ell)}{2\lambda_n \ell + \sin(2\lambda_n \ell)} \quad (8)$$

$$B_n = I_0(\lambda_n r_b) - R_w \cdot \lambda_n \cdot I_1(\lambda_n r_b) \quad (9)$$

$$C_n = f_n \cdot \{K_0(\lambda_n r_b) + R_w \cdot \lambda_n \cdot K_1(\lambda_n r_b)\} \quad (10)$$

$$f_n = \frac{\lambda_n \cdot I_1(\lambda_n r_e) + Bi_e \cdot I_0(\lambda_n r_e)}{\lambda_n \cdot K_1(\lambda_n r_e) - Bi_e \cdot K_0(\lambda_n r_e)} \quad (11)$$

$$f(r) = I_0(\lambda_n r) + f_n \cdot K_0(\lambda_n r) \quad (12)$$

$$f(z) = \cos(\lambda_n z) \quad (13)$$

위의 식들에서 보여지는 고유값들 λ_n 은 경계조건 식 (5)로부터 계산된 아래의 식을 사용하여 구해진다.

$$Bi = \lambda_n \cdot \tan(\lambda_n \ell) \quad (14)$$

환형 흰의로부터의 열손실은 식 (15)로부터 계산되어진다.

$$q = \int_{-\ell'}^{\ell'} -k \frac{\partial T}{\partial r'} \Big|_{r' = r_b} 2\pi r_b' dz' \quad (15)$$

환형 흰으로부터의 무차원 열손실은 식 (16)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} Q &= q/(k\theta_f 2\pi r_i') \\ &= -2r_b \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot \{I_1(\lambda_n r_b) \\ &\quad - f_n \cdot K_1(\lambda_n r_b)\} \cdot \sin(\lambda_n \ell) \end{aligned} \quad (16)$$

환형 흰의 체적을 나타내는 식은 식 (17)로 주어지며 무차원 체적은 식 (18)로 써어진다.

$$V' = 2 \int_{r_b}^{r_e} 2\pi r' \ell' dr' \quad (17)$$

$$V = \frac{V'}{\pi r_i'^3} = 2 \ell (r_e^2 - r_b^2) \quad (18)$$

3. 결과 및 고찰

Figure 2에서 흰의 체적과 흰 바닥 반경이 고정되었을 때 여러 흰 끝 반경값에 대하여 흰 중심선에서 무차원 흰 위치 값 P 의 변화에 따른 온도의 변화가 보여진다. 흰 위치 값 P 는 $(r - r_b)/(r_e - r_b)$ 으로 정의되며 P 값이 0일 때는 흰 바닥 반경을 의미하며 1일 때는 흰 끝의 반경을 의미한다. 흰 끝 반경이 커질수록 흰 길이를 따른 온도변화는 현저해지며 흰 바닥 반경에서의 온도가 떨어짐을 보여준다. 특히 무차원 흰 위치 값 P 의 변화에 따른 온도분포의 이와 같은 변화 경향은 복사 열전달을 고려한 사다리꼴 환형흰에 1차원 유한요소법을 사용한 Chung과 Zhou의^[6]의 연구결과에서도 보여진다.

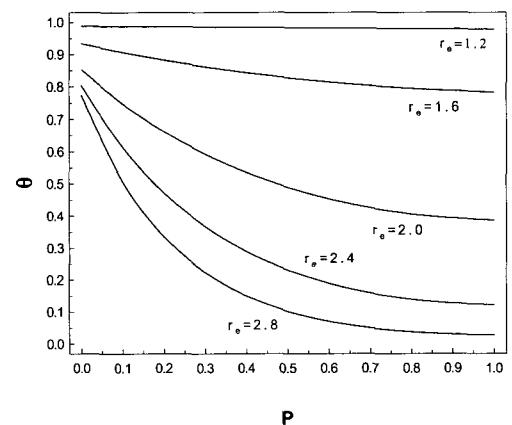


Fig. 2 The dimensionless temperature distribution along the fin
($Bi=0.1$, $Bi=100$, $\beta=1$, $V=0.3$, $z=0$, $r_b=1.1$)

Table 1 Relative variation of temperature along the fin height ($Bi_f = 100$, $Bi = 0.5$, $\beta = 1$, $r_b = 1.05$, $r_e = 2$)

ℓ	z	$\frac{\theta(r, 0) - \theta(r, z)}{\theta(r, 0)} (\%)$	
		$r = r_b$	$r = r_e$
0.2	0.05	0.29	1.37
	0.1	0.97	4.15
	0.15	1.57	5.12
	0.2	1.64	1.14
0.5	0.125	0.36	1.64
	0.25	0.47	2.76
	0.375	1.65	7.56
	0.5	1.73	8.33

Table 1은 흐 중심선의 온도에 대한 흐 높이를 따른 온도의 상대 변화를 나타낸다. 흐 바닥에서의 상대변화는 z가 증가함에 따라 증가하는 반면 흐 끝에서는 z가 증가함에 따라 ℓ 이 0.2인 경우는 상대변화가 증가하다가 감소하며 ℓ 이 0.5인 경우는 상대변화가 계속 증가함을 보여준다. 흐 끝에서 흐 높이를 따른 온도의 상대변화 경향은 이 Table에서 여러 ℓ 값에 대하여 나타내지 않았지만 흐의 두께가 짧을 때는 ℓ 이 0.2인 경우와 같으며 흐의 두께가 두꺼워지면 ℓ 이 0.5인 경우와 같다.

흐 체적과 흐 바닥 반경이 고정되었을 때 흐 끝 반경의 변화에 따른 흐으로부터의 열손실의 변화가 Fig. 3에서 보여진다. 세 경우의 Biot 수 모두에 대하여 흐 끝이 아주 짧아짐에 따라 열손실이 급격히 증가하는데 이는 체적이 고정되었기 때문에 열원에 가까운 흐 바닥 높이가 급격히 증가하기 때문이며 이와 같이 흐 높이가 높아지고 흐 길이가 짧아지는 경우 흐의 의미는 없어진다. 적절한 흐 길이를 고려할 때 먼저 Biot 수가 0.1인 경우 흐 끝 반경이 약 1.8을 전후하여 최대 열손실이 일어나며 Biot 수가 0.2로 증가하면 최대 열손실은 좀 더 짧은 흐 끝 반경

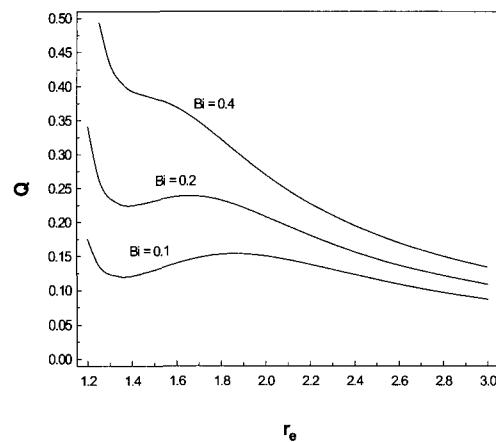


Fig. 3 Heat loss as a function of annular fin tip radius ($Bi_f = 100$, $r_b = 1.1$, $V = 0.3$, $\beta = 1$)

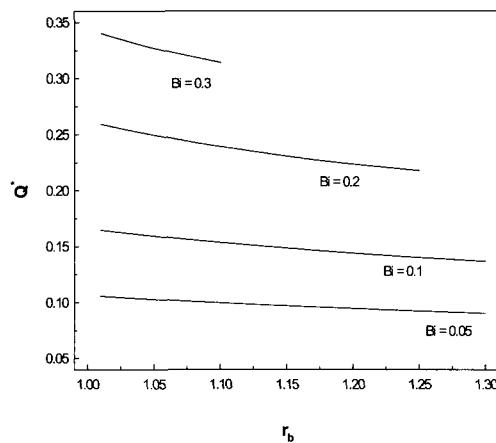


Fig. 4 The maximum heat loss as a function of r_b ($Bi_f = 100$, $\beta = 1$, $V = 0.3$)

에서 일어난다. 더욱 Biot 수가 커져서 0.4인 경우에는 흐 길이가 증가할수록 열손실은 계속 감소하며 최대 열손실은 적절한 흐 길이에서 발생하지 않는다.

흐의 체적이 고정되었을 때 최적의 설계에 미치는 흐 바닥 반경의 영향이 Figs. 4-6에서 보여진다. 먼저 Fig. 4는 흐 바닥 반경이 증가 할수

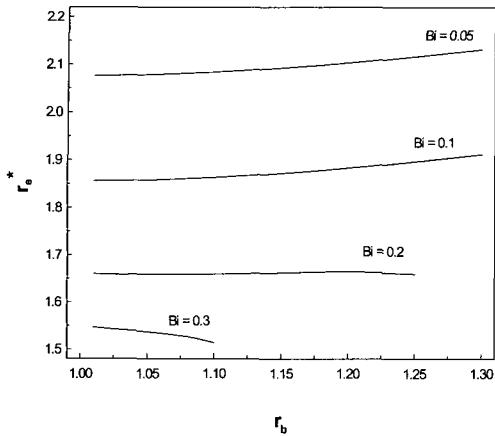


Fig. 5 The optimum fin tip radius as a function of r_b ($Bi=100$, $\beta=1$, $V=0.3$)

록 최대 열손실은 감소하며 최대 열손실에 대한 흰 바닥 반경의 영향은 Biot 수가 커질수록 현저해짐을 나타낸다. 또한 Biot 수가 커질수록 최대 열손실이 존재하는 흰 바닥 반경의 범위가 작아짐을 보여준다. Fig. 5는 흰 바닥 반경이 증가함에 따라 최대 열손실이 일어나는 최적의 흰 끝 반경의 변화를 보여준다. 먼저 Biot 수가 0.05나 0.1인 경우는 흰 바닥 반경이 증가함에 따라 흰 끝 반경도 증가하는 반면 Biot 수가 0.2인 경우는 흰 바닥 반경의 변화에 거의 영향을 받지 않으며 그 이상 되는 Biot 수가 0.3인 경우는 오히려 흰 바닥 반경이 증가함에 따라 흰 끝 반경이 감소함을 보여준다. 이러한 현상은 뒤에 나오는 최적의 흰 두께의 변화와 연결하여 설명되어질 수 있다. 흰 바닥 반경의 변화에 따른 최대 열손실이 일어나는 최적의 흰 두께의 변화가 Fig. 6에서 보여진다. 흰 바닥 반경이 증가함에 따라 최적의 흰 두께는 증가하며 Biot 수가 커짐에 따라 증가율이 현저해짐을 알 수 있다. 흰 바닥 반경이 커지면 일정한 체적을 유지하기 위해 최적의 흰 두께가 서서히 증가하는 작은 Biot 수에서는 흰 끝 반경도 같이 증가한다. Biot 수가 0.2인 경우에는 최대 열손실이 일어나는 최적의 흰 두께 증가에 의한 체적증가

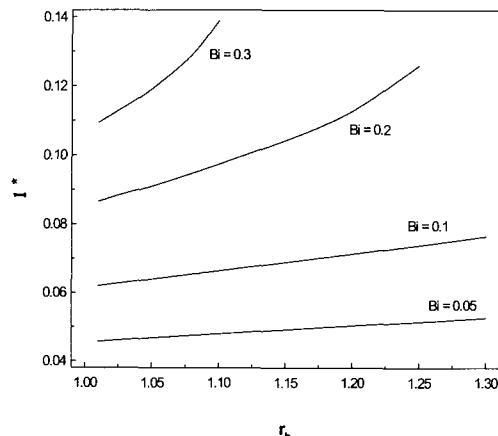


Fig. 6 The optimum fin half thickness as a function of r_b ($Bi=100$, $\beta=1$, $V=0.3$)

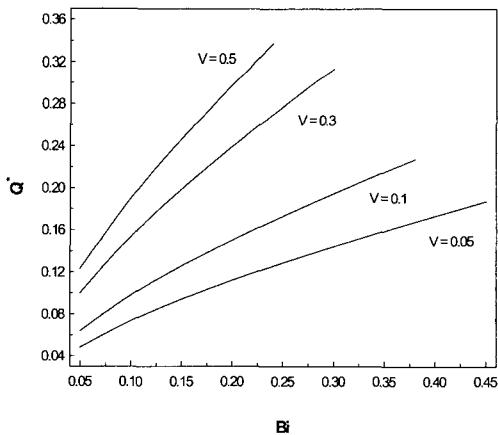


Fig. 7 The maximum heat loss versus Biot number ($Bi=100$, $r_b=1.1$, $\beta=1$)

가 흰 바닥 반경의 증가에 의한 체적감소와 거의 같음으로 흰 끝 반경의 변화가 거의 없음을 보여준다. 마지막으로 Biot 수가 0.3인 경우는 최적의 흰 두께 증가에 의한 체적증가가 흰 바닥 반경의 증가에 의한 체적감소보다 현저하기 때문에 최적의 흰 끝 반경은 오히려 감소한다.

흰 바닥 반경이 1.1로 고정되었을 때 네 경우

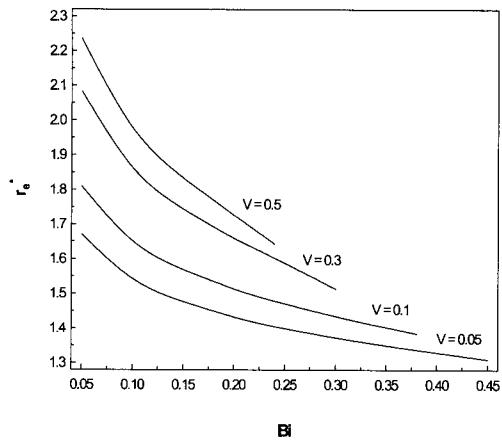


Fig. 8 The optimum fin tip radius versus Biot number ($Bi_l=100$, $r_b=1.1$, $\beta=1$)

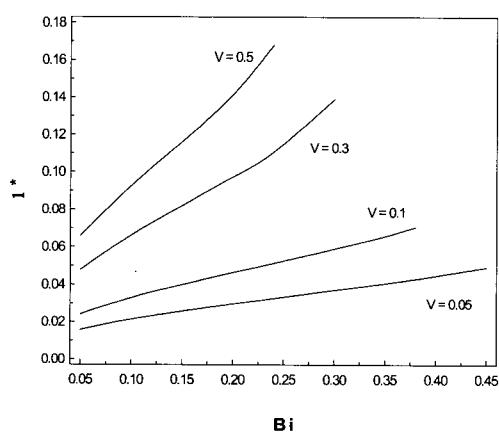


Fig. 9 The optimum fin half thickness versus Biot number ($Bi_l=100$, $r_b=1.1$, $\beta=1$)

의 무차원 흐름 체적에 대하여 흐름 주위의 Biot 수 변화에 따른 최대 열손실의 변화가 Fig. 7에서 보여진다. 흐름 주위의 Biot 수가 증가함에 따라 최대 열손실은 증가하며 흐름 체적이 커질수록 증가율은 커진다. 흐름 체적이 커질수록 최대 열손실이 존재하는 흐름 주위 Biot 수의 상한 경계가 줄어들어 V 가 0.5인 경우에는 흐름 주위 Biot 수

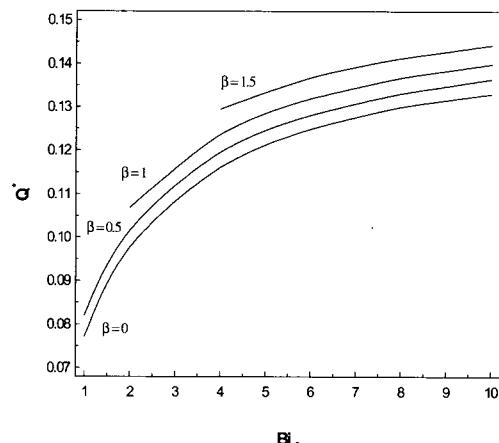


Fig. 10 The maximum heat loss as a function of Bi_f ($Bi_l=0.1$, $r_b=1.1$, $V=0.3$)

가 약 0.24까지 최대 열손실이 존재한다. Fig. 8은 Fig. 7과 같은 조건에서 최대 열손실이 일어날 때의 흐름 끝 반경의 변화가 주어진다. 흐름 주위의 Biot 수가 증가할수록 최적의 흐름 끝 반경은 감소하며 흐름 체적이 커질수록 그 감소율이 커짐을 보여준다. Fig. 7과 같은 조건에서 흐름 주위 Biot 수의 변화에 따른 최적의 흐름 두께의 반의 변화가 Fig. 9에서 나타난다. 최적의 흐름 끝 반경의 변화와는 반대로 흐름 주위의 Biot 수가 증가할수록 최적의 흐름 두께의 반은 같이 증가하며 흐름 체적이 커질수록 그 증가율은 커진다. 이와 같이 최적의 흐름 끝 반경과 흐름 두께의 반의 변화 경향이 반대가 되는 것은 흐름 바닥 반경과 흐름의 체적이 고정되었기 때문이다.

Figs. 10-12는 흐름 주위의 Biot 수, 흐름 바닥 반경 그리고 흐름 체적이 일정하게 주어졌을 때 네 경우의 β 값에 대하여 파이프내의 Biot 수의 변화에 따른 최대 열손실, 최대 열손실이 일어나는 최적의 흐름 끝 반경 그리고 최적의 흐름 두께의 변화를 보여준다. 파이프 내의 Biot 수가 증가할수록 최대 열손실은 증가하나 Biot 수가 커질수록 증가율은 현저히 감소되어 파이프 내의 Biot 수가 10이 넘어가면 최대 열손실의 증가는

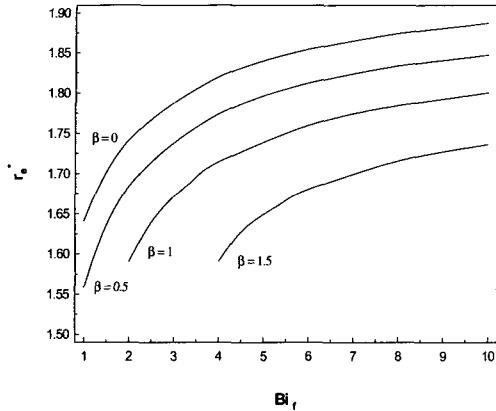


Fig. 11 The optimum fin tip radius as a function of Bi_f ($Bi=0.1$, $\gamma_b=1.1$, $V=0.3$)

미미해짐을 짐작할 수 있다. 또한 β 값이 커질수록 파이프내의 Biot 수가 작을 때는 최대 열손실이 존재하지 않음을 보여준다. Fig. 11에서 파이프내의 Biot 수 변화에 따른 최적의 흰 끝 반경의 변화가 보여진다. 파이프내의 Biot 수가 증가할수록 최적의 흰 끝 반경도 증가하며, 증가 경향은 최대 열손실의 증가 경향과 비슷함을 보여준다. 그러나 파이프내의 Biot 수가 같을 때 최대 열손실의 경우와는 반대로 β 값이 커질수록 최적의 흰 끝 반경은 작아진다. 마지막으로 Fig. 12는 파이프내의 Biot 수 변화에 따른 최적의 흰 두께 반의 변화가 보여지는데 흰 바닥 반경과 흰 체적이 일정하게 주어졌기 때문에 흰 끝 반경의 변화와는 반대로 파이프내의 Biot 수가 증가함에 따라 흰 두께 반은 처음에는 급격히 감소하다가 그 감소율이 미미해짐을 보여준다.

4. 결론

체적을 일정하게 설정한 단면이 사각인 환형 흰의 최적화에 대한 해석을 통해 다음과 같은 결론을 얻는다.

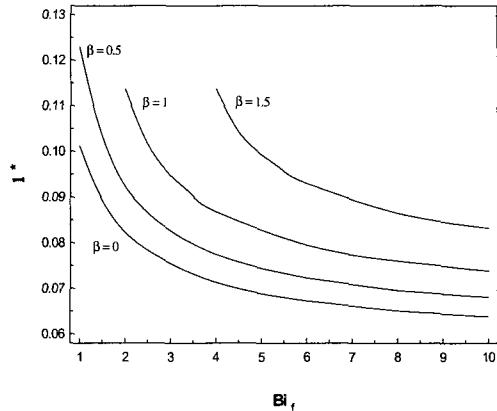


Fig. 12 The optimum fin half thickness as a function of Bi_f ($Bi=0.1$, $\gamma_b=1.1$, $V=0.3$)

- 1) 흰 바닥 반경이 감소할수록, 흰 주위의 Biot 수와 파이프내의 Biot 수가 증가할수록 최대 열손실은 증가한다.
- 2) 최적의 흰 끝 반경은 작은 흰 주위의 Biot 수에서는 흰 바닥 반경이 증가할수록 증가하며 특정한 Biot 수에서 변화를 보이지 않다가 특정 값 이상에서는 흰 바닥 반경이 증가할수록 감소한다. 흰 바닥 반경이 일정할 때 흰 주위의 Biot 수가 증가할수록 또는 파이프내의 Biot 수가 감소할수록 최적의 흰 끝 반경은 감소한다.
- 3) 흰 바닥 반경이 증가할수록, 흰 주위의 Biot 수가 증가할수록 또는 파이프내의 Biot 수가 감소할수록 최적의 흰 두께는 증가한다.
- 4) 본 연구의 결과 데이터를 참고하여, 흰의 체적 등 다른 변수들이 정해져 있을 때 파이프의 두께가 (i.e. 흰 바닥 반경) 증가할수록 작은 Biot 수에서는 ($Bi \leq 0.1$) 흰 길이와 흰 두께를 같이 증가시킴에 따라 그리고 큰 Biot 수에서는 ($Bi \geq 0.3$) 흰 길이는 감소시키고 흰 두께를 증가시킴에 따라 최적의 환형 흰 형상을 얻을 수 있음을 보여준다.

후기

이 논문은 2001년도 강원대학교 기성회교수국
외파견연구 지원에 의하여 연구되었음.

참고문현

1. Mikhail, A. G., "Fin Gaps and Body Slots: Effects and Modeling for Projectiles and Missiles," *J. Spacecraft*, Vol. 25, No. 5, 1988, pp. 345~353.
2. Berry, S. A. and Nowak, R. J., "Effects of Fin Leading Edge Sweep on Shock-Shock Interaction at Mach 6," *AIAA-96-0230*, 1996.
3. 강형석, 윤세창, "열교환 향상을 위한 경사 각이 다른 사다리꼴 흐에 대한 성능해석," *한국추진공학회지*, 제3권 제2호, 1999년 6 월, pp. 16~24.
4. Ullmann, A. and Kalman, H., "Efficiency and Optimized Dimensions of Annular Fins of Different Cross-Section Shapes," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, No. 6, 1989, pp. 1105~1110.
5. Zubair, S. M., Al-Garni, A. Z. and Nizami, J. S., "The Optimal Dimensions of Circular Fins with Variable Profile and Temperature Dependent Thermal Conductivity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 16, 1996, pp. 3431~3439.
6. Chung, B. T. F. and Zhou, Y., "Optimal Design for Convecting-Radiating Annular Fins of Trapezoidal Profile," *ASME 35th National Heat Transfer Conference 2001-20191*, 2001.
7. Sikka, S. and Iqbal, M., "Temperature Distribution and Effectiveness of a Two-Dimensional Radiating and Convecting Circular Fin," *AIAA Journal*, Vol. 8, No. 1, 1970, pp. 101~106.
8. Lau, W. and Tan, C. W., "Errors in One-Dimensional Heat Transfer Analysis in Straight and Annular Fins," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 95, 1973, pp. 549~551.
9. Look, D. C., "Fin on a Pipe (Insulated Tip): Minimum Conditions for Fin to Be Beneficial," *Heat Transfer Engineering*, Vol. 16, No. 3, 1995, pp. 65~75.
10. Lalot, S., Tournier, C. and Jensen, M., "Fin Efficiency of Annular Fins made of Two Materials", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, 1999, pp. 3461~3467.