

## 수학교육학에서 바라본 학습심리학의 발달과정과 전망

황 우 형 (고려대학교)

### I. 서론

수학교육학의 연구 분야 중 중요한 영역을 차지하는 것이 수학학습심리학이고 이 영역의 과제 중 하나는 학생들이 수학적 지식을 어떻게 학습하는지 그 과정을 규명하는 것이다. 수학학습심리학의 관심 분야는 수학적 지식의 형성 과정 이외에도 수학적 지식 자체에도 있다. 급진적 구성주의에서는 수학적 지식을 객관적 실재에 대한 지식으로 인정하지 않고 있는데 그 이유는 이를 검증할 수 있는 방법이 없기 때문이다.

그동안 많은 교육심리학자, 심리학자, 그리고 수학교육학자들은 학습과정에 대한 베일을 벗기기 위해서 다양한 연구와 이론을 가지고 이를 설명하고자 연구하고 노력했다. 지금까지 발달되어 온 학습심리학은 행동주의, 형태심리학, 그리고 구성주의로 나눌 수 있으며, 그 외에도 인간의 사고과정을 컴퓨터의 문제해결 과정과 연관시켜서 생각해 본 Miller(1956)의 정보처리이론(Information Processing Theory) 등이 있다. 구성주의에 기반을 둔 Lave(1990)의 상황학습이론(Situated Learning), Rogers (1969)의 경험학습(Experiential Learning), DeBono(1967)의 새로운 발상의 사고(Lateral Thinking) 등은 비교적 최근에 관심을 갖게 된 이론들이다. 학습심리학 가운데 특히 수학학습심리학에 관심을 갖고 연구한 학자로는 Skemp(1987), Werthimer(1945), Freudenthal(1983), van Hiele(1980) 등이 있으며 이 학

자들의 이론은 앞으로도 수학교육 전 영역에 걸쳐서 많은 영향을 미칠 것으로 예상된다. 본 고에서는 학습심리학의 발달 과정을 회고해 보면서 각 영역이 수학학습심리학에 미친 영향과 이와 관련된 연구에 대해서 논의해 보고자 한다. 마지막으로는 최근 새로운 패러다임으로 등장한 뇌기반 학습과학 및 이의 수학교육학에 미칠 영향 및 전망에 대해서 생각해 보고자 한다.

### III. 학습심리학의 발달과정

#### 1. 행동주의와 수학학습

행동주의는 연구 초기단계에서 주로 동물을 연구대상으로 하였다. 그러므로 모든 지식 체계 중에서 가장 추상적인 수학적 개념을 학습하는 과정을 설명하기에는 미흡한 점이 있다. 특히 행동주의에서 관심 있는 것은 어떤 자극에 대해서 외적으로 나타나는 반응에만 관심을 가졌기 때문에 수학적 개념을 형성하는 과정은 설명할 수도 없었고 대부분의 연구자들은 개념형성 과정에 대한 큰 관심을 가지지도 않았다.

수학학습심리학자이며 구성주의자인 Skemp(1987)가 수학과 물리학을 가르치던 교사였던 시절 수학을 가르치는데 큰 회의를 느끼기 시작했다. 그 이유는 본인이 교사로써 열심히 학생들을 가르쳤고 학생들도 나름대로 열심히 공부 하려고 했으나 수학을 가르치고 학습하는데 있어서 어떤 큰 벽을 느끼게 된 것이었다. 당시 그는 이 문제를 해결하기 위해서 대학원에 진학해서 심리학을 공부했고, 수학학습을 이해하기 위해서 인간의 지능, 동기, 인공 두뇌학 등을 공부를 하게 되었으나 당시 지능에 관한 연구는 지능 자체가 무엇이고 어떻게 기능하는지에 대한 관심과 연구보다는 주로 지능을 어떻게 측정하는데 초점이 맞추어져 있어서 큰 실망을 하게 된다. 지능의 연구에 대한 이러한 상황은 행동주의와 유사하다. 행동

1) "이 논문은 2002년 고려대학교 특별연구비에 의하여 수행되었음"

\* 2003년 5월 투고, 2003년 5월 심사 완료

\* ZDM분류 : C10

\* MSC2000분류 : 97C50

\* 주제어 : 수학학습심리학, 행동주의, 형태심리학, 구성주의, 뇌기반학습과학.

주의에서도 학습하는 과정이나 학습한다는 것 자체가 무엇인지에 대한 관심보다는 겉으로 나타나는 결과적이고 외적인 부분에만 관심을 갖는다고 할 수 있다.

행동주의를 발전시킨 대표적인 학자는 Pavlov (1927), Thorndike(1911, 1931), Skinner(1938, 1953), Guthrie(1930), Hull(1943), 그리고 Gagne(1964) 등이 있다. 학습유형을 여러 단계로 나누어서 이론을 전개한 학자들이 있는데 Tolman(1949)은 6가지로, Woodworth (1958)는 5가지로, 그리고 Gagne는 8가지로 나누어서 설명했다. Gagne의 8가지 학습유형은 단계별로 나누어져 있는데 이중에서 수학학습을 설명할 수 있는 단계는 6번째 단계인 '개념학습'부터라고 할 수 있다.

학습을 명백한 행동의 변화의 기능으로 정의한 학자는 Skinner(1950)였다. 이 이론의 핵심은 강화(reinforcement)이며, 강화시킬 수 있는 것은 어떤 것이든지 바람직한 반응을 증강시킨다는 것이다. 예로는 칭찬, 점수를 후하게 주는 것, 만족감의 증대 등을 들 수 있다. 처벌 등과 같이 부정적인 강화자도 있는데 이는 바람직하지 않은 반응을 줄이는 역할을 한다. Skinner의 이론은 행동 조절이나 학급 경영 등의 교수법, 프로그램 학습등의 교수법에 적용된 바 있으며 실제로 이 이론을 적용할 때는 다음과 같은 단계를 밟게 된다. 먼저 모든 자극에 대해서 반응을 하는지, 그리고 즉각적인 피드백을 받는 지를 확인해야 한다. 그리고 난이도를 조절해서 항상 정확한 반응이 나타나도록 한다. 이를 통해서 강화가 발생하기 때문이다. 마지막으로 성과가 좋을 경우에 칭찬이나 상, 그리고 좋은 점수 등을 통해서 이차 강화가 수반되도록 해야 한다.

Skinner와 기본적인 틀을 같이하는 학자는 Guthrie (1930)로 연구 대상은 역시 주로 동물이었다. 이 이론은 성격장애를 치료하는데 활용된 바 있다. 망각에 대한 견해는 시간이 지나기 때문에 자연스럽게 발생한다기보다는 어떤 방해에 기인한다고 보았으며 자극이 새로운 반응과 연관되게 되면 오래된 반응은 차츰 '잊혀지게(unlearned)'된다고 생각했다.

학습을 8단계의 형태로 나누어서 이론을 전개한 Gagne(1964)는 다음과 같이 학습형태를 나누었으며 이 형태들은 신호학습(signal learning), 자극-반응 학습(stimulus-response learning), 연쇄(chaining), 언어연상

(verbal association), 다중 분별(multiple discrimination), 개념학습(concept learning), 원리 학습(principle learning), 문제해결(problem solving)이다. 그의 이론에 따르면 문제해결을 하기 위해서는 원리학습이 선행되어야 하고, 이를 위해서는 또한 개념학습이 선행되어야 한다.

이 학습형태에 따르면 수학의 기초를 익히는 단계는 자극-반응 학습이겠으나 수학의 개념과 의미를 이해하는 단계는 개념 학습 형태에서 시작된다고 볼 수 있다. Gagne(1964)는 모든 단계의 학습은 전 단계가 이루어진 기초 위에 다음 단계가 이루어진다고 생각했다. 즉, 개념 학습의 전 단계에서 다중 분별학습이 선행되어야 하고 다음 단계인 원리학습을 위해서는 개념학습이 이미 이루어졌어야 한다는 것이다. 개념학습은 다음과 같은 예를 들어서 설명했다. '가운데(middle)'이라는 개념을 가르칠 때 다양한 예를 들어서 개념을 형성하게 했으며 마지막에는 서로 다른 모양을 늘어놓고 가운데 것을 구분할 수 있는지 알아보았다. 그렇게 할 수 있으면 '가운데'라는 개념을 획득한 것으로 보았다. 또한 개념 학습을 아동과 성인을 구분해서 설명하고 있는데, 성인의 경우 위의 예와 같이 다양한 예를 통해서 개념을 습득할 필요가 없고 언어적으로 적절히 설명을 해 주면 새로운 개념을 형성할 수 있다고 생각했다.

일곱 번째 형태인 원리학습(principle learning)은 '두 개나 그이상의 개념들의 연쇄'라고 정의했는데, 예를 들어, '가스는 열을 받으면 팽창한다', '소금은 Na 와 Cl로 구성되어있다', ' $xa + xb = x(a + b)$ ' 등의 명제에 포함된 '의미'를 습득하는 것이다. "의미"를 강조한 이유는 위의 명제를 앵무새가 말하는 것과 같이 아무 의미도 모르고 따라하는 것은 원리학습이 아니라는 것이다. 이러한 언어적 연쇄(verbal chain)는 의미를 이해하는 개념적 연쇄(conceptual chain)와 구별되며 원리학습 지도시 유의해야 할 점으로 지적하고 있다. 원리학습은 개념 사이의 관계라고도 할 수 있으며, 더욱 정확히 말하자면 개념사이의 관계의 성질 또는 특성이다. 원리학습이 이루어지기 위한 조건으로는 연결되어야 할 개념들이 이미 학습되어져야 하고, 일단 선행 개념들이 학습되어진 상태에서 이를 연쇄로 묶는 것은 쉽게 이루어지며 이러한 선행 조건이 만족되는 경우 원리학습은 한번의 경험으로도 이

루어질 수 있다.

Gagne의 학습유형 중 마지막 단계가 문제해결(problem solving)이다. 문제해결이란 '이미 학습한 원리를 재조직해서 새로운 것으로 만드는 것'이라고 정의하고 있다. 예를 들어, 새로운 장소를 찾는다고거나 저녁 준비를 위해서 시장을 보는 것과 같이 일상생활에서 접하게 되는 상황들도 문제해결이라고 보았다. 원리학습과 마찬가지로 문제해결을 위해서는 조건이 있는데 이는 다음과 같다. 먼저 학습자는 문제상황에서 핵심적인 요소들이 무엇인지 알아야 하고, 문제해결에 필요한 이미 학습한 관련 원리들을 기억해내야 한다. 그리고 나서 이러한 관련된 원리들을 재결합해서 새로운 원리가 나타나야 한다. 그런데 이 단계는 단순히 논리적으로 이루어지지 않는다. 마지막으로 이러한 각각의 재결합단계는 간단하지 않을 수 있으므로 어느 정도 시간이 소요될 수도 있고, 어떤 경우는 '섬광 같은 통찰력(flash of insight)'으로 단숨에 문제가 해결되기도 한다. Gagne의 이론은 다양한 영역의 교수방법에 활용되었으며(Gagne & Driscoll, 1988), 군사훈련으로부터 학습에서 기술공학을 활용하는 수준까지 적용되었다(Gagne, 1962; Gagne, 1987).

행동주의로 수학교육을 설명하는 것은 충분하지 않다. 그 이유는 행동주의에서는 걸음으로 나타나는 반응을 기준으로 학습 여부를 판단하기 때문이다. 그러나 재미있는 현상은 아직도 학교에서 수학을 가르치는 방법으로는 행동주의적 접근 방법을 많이 사용한다는 것이다. 그 이유는 물론 수학을 학습하는 목적이 매우 현실적인 이유이기 때문이다. 대부분의 교사나 학생, 그리고 학부모는 현실적인 학생들의 수학적 지식이나 그 지식의 성격 또는 학습 과정에는 별로 관심이 없다. 이들이 공통적으로 가지고 있는 관심은 걸음으로 나타나는 결과(반응)인 수학적 성취이다. 의미 있는 수학적 지식 획득이나 수학적 스키마를 구성하였는지의 여부를 평가하는 것보다는 평가 자체의 공정성에 더욱 관심을 가지고 있는 것이 우리 수학교육의 현실이다. 이로 인하여 수학문제 자체가 수학적 사고나 기본적인 개념의 이해보다는 문제유형을 익히고 이를 반복 숙달하는 기능을 주로 측정하는 문제가 대부분을 차지하는 것도 행동주의적 학습을 부추기는데 큰 역할을 하고 있다고 할 수 있다.

Gagne의 경우 '가운데'라는 개념을 가르치는 방법을 구성주의 학자인 Skemp(1987)가 제시한 개념획득과 방법만을 보았을 때 차이가 없음을 알 수 있다. Skemp는 개념을 추상화된 마지막 단계로 보았으며 추상화란 우리가 경험하는 것 가운데서 유사성을 인식하는 활동이라고 했다. 이때 분류작업도 일어나는데 이는 이러한 유사성을 기초로 우리의 경험을 함께 묶는 것이다. Gagne의 경우는 '가운데'라는 개념을 학습시키기 위해서 다양한 예를 제시하고 마지막 단계에서는 크기와 형태가 서로 다른 것들을 나열해 놓고 가운데 것을 구분하도록 하는 것으로 가운데라는 개념을 획득했는지 확인을 한다. Skemp의 경우는 의자를 추상화하는 과정을 설명하고 있는데 Gagne의 경우와 비슷한 방법으로 의자라는 개념을 갖게되는 과정을 설명하고 있다. Skemp의 경우 어떤 개념이 확고히 형성되면 그 개념은 외관이나 걸음으로 나타나는 것보다는 그것의 기능적인 면에서 공고히 된다고 주장한다. 예를 들면 지금까지 전혀 보지 못했던 형태의 의자를 보게되었을 때 그것이 의자라고 인식할 수 있는 것은 의자라는 개념이 모양보다는 기능에 기초해서 정립되어있기 때문이다.

문제해결을 바라보는 두 학자의 견해도 크게 다르지 않다. Skemp의 경우 문제해결 상황이란 지금 가지고 있는 기존의 스키마로는 해결 할 수 없고 관련된 다양한 스키마들을 활용해서 문제를 해결해야 하는 상황이다. 그러므로 수학적 스키마가 많을수록 쉽게 문제상황을 해결할 수 있는 것이다. Gagne의 경우는 문제해결이란 이미 알고 있는 원리들을 연합시켜서 새로운 원리를 만들어내는 것이라고 했다. 여기에서 이야기하고 있는 원리는 단순히 언어적으로 어떤 원리를 말할 수 있는 것이 아니고 그 의미를 아는 것이므로 원리학습과 스키마의 구성은 일맥 상통하는 부분이 있다. 원리학습의 기초가 되는 것도 개념학습이고 스키마는 개념들이 적절히 연결되고 조직되어서 만들어진 인지적인 구조라고 보았을 때 더욱 그렇다. 그러나 두 학자의 이론에는 근본적인 차이가 있다. Gagne는 학습의 단계를 엄격히 구분해 놓고 반드시 한 단계가 이루어져야 다음 단계의 학습이 가능한 것으로 이론을 전개하고 있는 반면 Skemp는 학습을 선형적인 단계로 구분하지 않았고 그의 모든 이론은 의미 있는 스키마식 학습에 초점을 맞추었다. 또한 수학적

습에서 많은 부분을 차지하고 있는 정의적인 영역에 대한 이론도 함께 전개했다는 것도 다른 점이며 특히 내재적인 동기를 강조하였다. 궁극적인 동기유발을 위해서 의미 있는 스키마식 학습을 강조했는데 수학학습이 의미 있게 이루어질 때 스키마는 성장하게 되고 이로 인해서 학습자는 이 상황 자체가 생존 지향적이 된다는 것을 무의식적으로 인식하므로 내재적 동기가 발생하게 된다는 것이다. 이렇게 되면 수학학습 관련 정의적인 영역의 대부분의 문제가 해결될 수 있게 된다. 그러나 이를 실현하는데는 현실적인 장애가 적지 않은 것도 사실이다. 교사의 재교육, 교육과정의 경감, 평가의 방향 조정, 이를 위한 연구의 활성화 등이 뒷받침이 되어야 한다.

행동주의는 수학을 학습하는 과정을 설명하는데는 미흡하고 인지과정에 대한 관심도 없으나 현실적으로는 행동주의적인 입장에서의 학습과 교수방법이 만연해 있는 것이 사실이다. 그러나 현실적인 벽이 있다고 해서 이를 현실로 받아들이고 의미 있는 수학학습을 추구하지 않는다면 수학교육의 밝은 앞날을 기대할 수는 없을 것이다.

## 2. Gestalt 이론과 수학학습

Gestalt 이론은 인지과정에는 관심이 없고 자극에 대한 외적인 반응의 측정에만 관심을 가졌던 행동주의가 활발하던 시기에 독일에서 시작되었다. Gestalt 이론의 특징 중 하나는 문제를 해결할 때 '통찰력(insight)'을 사용한다는 것을 강조한다는 것이다. Kohler(1925)는 Thondike(1911)의 시행 착오설을 논박하는 과정에서 '통찰 학습설'을 주장하였다. Kohler는 침팬지를 대상으로 연구하는 과정에서 침팬지가 문제를 해결하기 위해서 통찰력을 사용하는 것을 발견하게 되었다. 침팬지가 문제를 해결한 것은 단순한 과거 경험으로부터 해결한 것이 아니고 과거의 경험을 재구성해서 구조가 변화되었다는 것이고, 통찰력이 탐색과정을 통해서 이루어지지만 시행 착오와는 다르다는 것이다. 또한 통찰은 실험 배경에 따라서 영향을 받으며 학습의 종류에 따라서 차이가 있고 개체에 따라서도 차이가 있다고 보았다. 성공적으로 문제를 해결하는데는 먼저 전체과정을 체계화해야 한다는 체계화법칙을 제시하기도 했다.

Gestalt 이론에서는 또한 '흔적 체계(Trace System)'

를 제안하고 있다. 어떤 자극에 의한 사고 과정은 뇌에 화학 물질 형태의 흔적을 남기게 되는데 이 흔적은 나중에 같은 것이 다시 발생하는 과정을 촉진시킨다는 주장이다. 그러므로 학습이란 특정한 종류의 흔적을 만들어 내는 것이고, 이러한 것들이 모여서 공고히 되는 것으로 반복되거나 새로운 상황에서 이러한 흔적 체계를 사용할 수 있게 되는 것이다(Blosser, 1973). 그러나 Gestalt 이론에서는 이 흔적 체계로 인하여 반복과 숙달이 실제로 학습에 방해가 된다고 주장하고 있다. 그 이유로는 흔적이 계속 반복되므로 확고해져서 다른 학습을 할 때 이를 관련시키는 것이 불가능해진다는 것이다. 그래서 문제해결이나 비판적인 사고를 하는데 걸림돌이 되는 것이다. Gestalt 이론에서는 교수방법으로 문제해결을 활용할 것을 권장하고 있다. 그 이유는 이 방법이 통찰력, 지각, 그리고 흔적 체계를 통합하는 그들이 신뢰하고 있는 방법이기 때문이다.

Gestalt 심리학자인 Wertheimer(1945)는 수학수업을 관찰하면서 의미 없는 수업을 진행방법을 비판적인 시각으로 관찰했다. 한 교사가 평행사변형의 넓이를 가르치는데 넓이에 대한 '개념'은 전혀 사용하지 않고 넓이를 구하는 '절차'만 학생들에게 소개하는 것이었다. 절차를 소개하기 전에 증명의 단계도 거쳤지만 증명 자체도 의미가 없었다고 생각했다. Wertheimer는 그 외에도 많은 인위적이고 극단적인 예를 들어가며 절차에만 치중하는 학습의 허점을 지적했다. 답을 얻을 수 있고, 논리적으로 적절한 연산을 사용했고, 그 결과가 옳다고 증명되었다 하더라도 학생들이 문제를 이해하지 못하고 해결과정의 각 단계가 의미하는 것을 이해하지 못한다면 이는 좋은 교수방법이라고 볼 수 없다는 주장이다.

Gestalt 이론이 수학학습심리학에 미친 영향은 간과할 수 없다. 지능을 연구하는데 지능자체가 무엇인지 알아 보려는 노력보다는 지능의 측정에 관심이 많았던 시기가 있었던 것과 같이 행동주의에서 학습의 결과만 관심 있었던 시기에 인지적인 과정에 처음으로 관심을 갖은 이론이기 때문이다. 특히 아직까지도 만연되어있는 반복과 숙달에 의한 학습이 실제로 학습에 방해가 된다고 주장한 것과 의미와 이해를 추구하는 학습방법을 제안한 점, 그리고 문제해결을 통한 학습을 강조한 것은 현재 우리가 추구하는 수학교육의 방향에 많은 영향을 미쳤음을

시사하고 있다.

아직도 학교현장에서는 개념보다는 절차와 방법만을 전수하는 교수방법이 만연해 있다. 이러한 현상은 학원에서 더 심화되고 있다고 볼 수 있는데, Wertheimer의 표현을 빌리자면 이러한 수업은 '의미 없는(ugly)' 수업이다. 답을 얻을 수 있고, 논리적으로 적절한 연산을 사용했고, 그 결과가 옳다고 증명되었다 하더라도 학생의 이해가 수반되지 않은 학습은 의미 없는 것이라고 했는데, 그의 주장에는 수학교육의 문제점을 간파하는 중요한 시사점이 있는 것을 알 수 있다.

Kohler의 통찰이론은 Gagne와 Skemp의 통찰력에 관한 생각과 공통점을 가지고 있다. Gagne는 문제 해결시 여러 단계를 거쳐야 되기 때문에 의외로 시간이 많이 소요될 수도 있으나 '섬광과 같은 통찰력(flash of insight)'으로 문제를 해결할 수도 있다고 설명하고 있다. Skemp도 창조적인 사고 및 무의식적인 사고와 연결해서 통찰력에 대한 언급을 한 바 있다. 어떤 문제를 집중적으로 생각하다가 해결이 되지 않은 경우 일단 문제를 접게 되는데 그 후 이 문제는 무의식의 세계로 내려간다는 것이다. 그곳에서 어떤 일이 벌어지는지는 확인할 수 없으나 다른 행동이나 생각을 하다가 또는 의식적으로는 아무 생각도 하지 않고 있는데 갑자기 새로운 아이디어가 갑자기 떠오르는 경우가 있는데 이 상황도 통찰력에 대한 예였다. 학습에 대한 근본적인 견해가 다른 학자들 사이에 문제해결 단계에서 학습 상황에 대한 설명을 같은 맥락에서 하고 있다는 것은 흥미 있는 결과라고 할 수 있다. 기본적으로 다른 각도에서 바라보더라도 각 이론의 단계로 보았을 때 가장 높은 수준이라고 할 수 있는 문제해결 수준에서는 학습에 대해서 비슷한 견해를 갖는 것은 학습현상에 대한 다른 각도에서의 진리 추구도 결국은 같은 곳으로 수렴한다는 것을 시사하고 있다.

### 3. 구성주의와 수학교육

구성주의는 최근 수학교육이론 중 가장 활발하게 연구되고 있고 이의 다양한 활용을 시도하고 있는 이론이라 할 수 있다. 구성주의에서는 학생들이 스스로 수학적 개념을 구성한다고 생각한다. 그러므로 구성주의 입장에서 교사의 역할은 강의하고 설명하거나 자신의 지식을 '전달'

하려는 것 보다 학습을 위한 환경을 제공하는 것이다.

구성주의는 인식론의 발달과 함께 계속 진화·형성되어 온 것이 1960년대와 70년대를 거치면서 그 이론적 체계를 갖추게 되었다. 구성주의는 발전 단계별로 조작적 구성주의(우정호, 1983), 급진적 구성주의, 그리고 사회적 구성주의로 구별된다. 여기에서 조작적 구성주의는 Piaget의 발생적 인식론을 말한다. 급진적 구성주의에서는 객관적 실재에 대한 지식을 검증하는 수단을 찾을 수 없기 때문에 지식과 실제 사이의 관계를 포기하고 '적합성'을 객관적 실재를 검증 기준으로 바꾸었고, 또한 객관적 지식의 존재를 부정하였다. 이는 수학교육자들 사이에 논란의 대상이 되었는데 이를 수정 보완하는 입장에서 사회적 구성주의가 등장하게 된다. 급진적 구성주의에서는 주관 독립성을 객관성으로 보는 한편 사회적 구성주의에서는 '공동 주관성'을 객관성으로 보는 것이다(박영배, 1996).

구성주의에서의 교육목표는 생활에 의미(적합성/적용성)있는 지식 구성이고, 교육과정은 창조적이고 아이디어 중심의 실천적인 방향을 추구하고 다양한 학습 자료에 근거한 구성 활동을 강조한다. 학습자는 생각·아이디어의 능동적 창조자이고, 교사의 역할은 생각·아이디어를 듣는자이며 촉진자로 안내자 및 조력자, 그리고 용기를 주고 격려하는 것이다. 그러므로 수업 방법은 태권도 사범식의 이미 주어진 교육과정을 그대로 실행하는 방법이 아니고 미식축구 코치와 같이 경기 전에 경기계획을 세우지만 경기도중 경기의 흐름에 따라서 수시로 그 계획을 변경시킬 수 있는 방법을 사용한다. 그러나 교육의 책임은 궁극적으로 교사 자신에게 있다. 교육방법으로는 협동 수업, 소집단 활동, 문제해결 학습, 그리고 고등사고 학습에 초점을 맞추며 비판적 사고를 강조한다. 평가는 정보처리론 또는 통합 절충론적인 평가, 과정중심의 평가, 그리고 질적 평가를 주로 사용하며 이는 교사 자신의 교육 방법을 평가하는데 이용된다(황윤환, 1995, 1996, 1998).

구성주의에서 학습환경을 위해서는 다음을 중요하게 생각한다. 학습자들이 함께 공부하고 서로 협동할 수 있는 환경이 필요하고, 다양한 학습 도구와 정보 자료들을 사용할 수 있어야 한다. 그리고 학습자들이 학습 목표를 추구할 수 있고 문제해결 활동을 할 수 있는 환경을 제

공해주어야 한다(Wilson, 1995). 구성주의에서는 특정한 학습모형이나 교수방법을 제공한다는 것은 기본적인 신념에 벗어나는 일이다. 학습자의 수준, 학습내용, 주어진 환경에 따라서 수업의 형태가 변해야하므로 가장 이상적인 구성주의적 수업 방법은 주어진 수업 상황에서 교사가 가장 자신 있게 전개할 수 있는 자기 자신의 수업 방법이며 이와 동시에 구성주의적 학습의 특성을 살리는 수업이라 할 수 있다.

구성주의에서 학습이란 학습자의 세계에 대한 개별적인 해석과 경험에 근거를 두고 의미를 형성하는 적극적인 과정으로 설명할 수 있다. 또한 학습은 다양한 관점과 타협함으로써 의미를 만드는 협동적인 활동으로 볼 수 있으며 학습은 실제적인 환경에서 발생한다고 생각한다.

구성주의에서 평가란 별도로 주어지는 활동이 아니라 학습 과제와 함께 주어져야 하며, 수업과 마찬가지로 평가에 있어서도 다양한 관점이 기초가 되어야 한다. 그리고 학습자는 수업과 평가의 목표, 과제, 방법을 설정하는데 참여해야 하며 반영적 사고가 학습의 핵심적 요소이다(황윤한, 1999).

구성주의입장을 취하는 대표적인 학자는 Piaget, Vygotsky, 그리고 Bruner 등이 있으며 이외에도 Lave, Rogers, De Bono, Skemp등이 구성주의 입장에서 자신들의 학습이론을 전개했다. Piaget(1929)는 인간의 지식이 어떻게 발달하는지 관심을 가지고 연구를 시작했으며 생물과 철학의 배경을 가지고 있어서 아동발달이론은 이와 같은 영역의 영향을 받았다. 인지구조는 그의 이론에 있어서 핵심으로 이는 신체적이고 정신적인 활동의 규칙성이다. 유명한 4가지 인지구조는 감각운동기, 전조작기, 구체적 조작기, 그리고 형식적 조작기이다.

인지구조는 적용하는 단계를 거치게 되는데 이때 동화와 조절이 필요하게 된다. 인지적 발달이란 동화와 조절을 통해서 끊임없이 노력하는 것으로, 이러한 의미에서 Piaget(1969)의 이론은 Bruner나 Vygotsky의 이론과 일맥 상통한다 할 수 있다. 인지발달 단계는 나이와 관련이 있으나 이는 각 개인별로 차이가 있다. Piaget의 이론은 인지, 지능 그리고 지적 발달에 적용하고자 시도했으며 Piaget의 실험은 수학적이고 논리적인 개념 발달에 초점을 맞추었다. 이 이론에서 교수방법으로는 첫째, 인지발달은 학습자가 직접 참여하고 적용을 필요로 하는

활동을 제공함으로써 촉진될 수 있다는 것이고 둘째, 학생수준(발달단계)에 적합한 활동과 지적 조작이 이루어져야 하며 셋째, 학생들이 능동적으로 참여할 수 있어야 한다는 것이다.

Vygotsky 사회발달이론(social development theory)을 주장하였는데 이 이론의 핵심은 사회적 상호작용이 인지발달에 근본적인 역할을 한다는 것이다. 아동들의 문화적 발달에 있어서 모든 기능은 두 번 나타난다. 먼저 사회적 수준에서 나타나고, 그리고 개인적 수준에서 나타난다. 즉, 사람들 사이(intersychological)에 먼저 나타나고, 그리고 나서 아동 내부(intrapsychological)에서 나타나게 된다. 이러한 현상은 논리적 기억과 개념형성에도 적용되며 모든 높은 수준의 기능은 개인간의 실제적인 관계에서부터 시작된다(Vygotsky, 1978). 또한 Vygotsky(1962)는 지각을 사회화 과정의 결과라고 설명했다. 예를 들어, 언어를 학습하는데 처음 말을 하는 것은 다른 사람들과 의사소통을 위해서 하게 되는데 나중에 언어에 숙달하게 되면 이 언어는 내면화된다는 것이다.

Vygotsky(1978)의 사회발달이론의 영향을 받은 참여학습 이론(situated learning theory)은 Lave와 Wenger(1990)가 주장한 이론으로 학습이 이루어지기 위해서는 이를 위한 배경, 문화, 그리고 활동이 있어야 한다는 것이다. 참여학습 원리로는 첫째, 지식은 실제 배경(authentic context)에서 학습되어야한다는 것이다. 실제 배경이라는 것은 그 지식을 포함하고 있는 환경을 의미한다. 두 번째 원리는 학습이 이루어지려면 사회적 상호작용과 협조가 있어야 한다는 것이다. 참여학습에서 강조하는 것은 사회적 상호작용으로 학습자는 이를 통해서 그 사회의 규칙에 익숙해져가게 된다. 또한 참여학습은 의도적이기보다는 우연히 발생한다. 이러한 아이디어는 인지적 도제이론(cognitive apprenticeship)으로 발달했는데, 이는 실제 상황에서 학습자가 인지적 도구를 습득하고, 발전시켜서 사용하는 것이다.

학습을 인지(cognitive)학습과 경험(experiential)학습으로 나눈 학자도 있다. 인지적인 학습의 예로는 단어나 구구단을 외우는 것이고, 경험적인 학습은 차를 수리하기 위해서 자동차 엔진에 대해서 배우는 것이다. 이 두 가지 학습의 차이점으로는 경험학습이 학습자가 필요로

하고 배우기를 원하는 학습이라면 인지적인 학습은 반드시 그렇지 않다는 것이다(Rogers, 1969). 경험학습의 특징으로는 개인적으로 학습에 참여한다는 것, 학습자가 주도적인 역할을 한다는 것, 그리고 학습이 학습자 자신에 의해서 평가받는다는 것 등이 있다. Rogers(1994)는 경험학습을 개인의 변화와 성장과 동일시하였는데 교사의 역할은 이러한 학습을 촉진시키는 것이다. 경험학습에서 구체적인 교사의 역할은 다음과 같다. 학습에 대한 긍정적인 환경을 조성하고 학습자의 학습목적을 분명히 하며 학습자가 사용가능하도록 학습자료를 체계화하는 것이다. 또한 학습의 지적이고 감성적인 부분이 균형을 맞출 수 있도록 하며 학습자와 생각과 감정은 나누지만 교사가 주도적인 입장이 되지 않는 것이다.

Rogers의 경험학습이론에 따르면 학습자가 학습과정에 완벽하게 참여하고 학습의 특성이나 방향을 주도할 수 있을 때 학습이 촉진된다고 보았으며, 자기 평가가 학습의 진전과 성공을 평가하는 주된 방법이라고 생각했다. 경험학습의 예로는 현직교사가 학생들을 지도하는데 어려움을 느껴서 대학원에 진학해서 수학교육론을 공부하는 경우와 아직 교직으로 진출할 지에 대해서 확신이 없는 학부학생이 수학교육론을 공부하는 자세는 매우 다른 양상을 나타낼 수 있다는 것이다. 이 원리를 요약하면 진정한 의미의 학습이 이루어지기 위해서는 학습주체가 학습자에게 관심 있는 분야이어야 하고, 또한 자기 주도적인 학습만이 지속적이고 폭넓은 학습이 될 수 있다는 것이다.

새로운 발상의 사고(lateral thinking)는 Edward de Bono(1967)가 주장한 이론으로 창조적인 사고와 맥을 같이 한다. 많은 문제들은 이를 해결할 때 새로운 각도에서 사고하지 않으면 성공적으로 해결할 수 없다는 것이다. De Bono는 이 새로운 발상 사고의 중요한 요소를 다음과 같이 설명하고 있다. 문제를 지각할 때 필요한 중요한 아이디어를 인식하는 것과 대상을 바라볼 때 새로운 방법을 찾는 것이 중요하다. 또한 고정된 관념을 불식시켜야 하며 자연스럽게 다른 새로운 아이디어를 사용하도록 격려하는 것이다. 이 이론은 문제해결에 응용될 수 있으며, 경영 관련 분야와 아동들의 사고와 관련되어서 응용된 바 있다(De Bono, 1971a, De Bono, 1971b). 이 새로운 발상의 사고에 대한 예는 다음과 같

다. 한 상인이 빗을 쥔데 돈을 꾸어준 사람이 다음과 같은 제안을 했다. 주머니 속에 있는 검은돌과 흰돌 중에서 이 상인의 딸이 흰돌을 꺼내면 빗을 탕감해 주기로 한 것이다. 그런데 돈을 꾸어준 사람은 주머니에 검은돌을 두 개 넣었고, 상인의 딸은 그 사실을 알게 되었다. 그래서 이 상인의 딸은 돌을 꺼내자마자 일부러 바닥에 떨어뜨렸는데 바닥에는 이미 여러 가지 돌이 많이 깔려 있어서 어떤 돌이 떨어졌는지 확인할 수가 없었다. 그래서 이 딸아이는 떨어진 돌이 주머니에 들어있는 돌과는 다른 색일 것이라고 주장했고 돈을 꾸어준 사람은 자신이 상인을 속이려고 했다는 사실을 밝힐 수가 없어서 그 딸에 동의하고 빗을 탕감해주었다. 이 상인의 딸은 새로운 관점의 사고(lateral thinking)로 문제를 원만하게 해결했던 것이다. 이 이론의 핵심은 문제를 다른 관점에서 보려면 문제의 요소들을 분리하고 이를 다른 방법으로 결합해야한다는 것이다.

구성주의는 위의 다양한 관점과 분화된 이론에서 알 수 있듯이 지금도 계속 연구·발전되고 있으며 현재 구성주의가 수학교육에 미친 영향은 컴퓨터를 비롯한 기술공학이 수학교육에 미친 영향과 견줄 수 있다. 수학교육에서 컴퓨터와 구성주의가 본격적으로 논의되고 연구되기 시작한 시기와 밀려오는 세력도 비슷하다. 미국의 수학교사 협의회이기는 하나 현재 세계에서 가장 많은 회원을 가지고 있어서 명실공히 세계적인 학회로 성장한 NCTM(1989, 2000)이 1990년대와 2000년대 초기의 수학교육 방향을 제시한 'Standards'도 구성주의의 영향을 많이 받았고, 우리나라 제 7차 교육과정도 직접적으로 그리고 또한 간접적으로 영향을 받았다고 볼 수 있다.

지금까지 구성주의와 관련된 연구는 그 영역이 매우 다양하다. Carter, C. S.와 Yackel, E.(1989)는 수학에 대한 신념(belief)과 정의적인 면의 관계를 구성주의적 입장에서 연구한 바 있다. 이들은 수학 불안증이 있는 연구대상자들의 수학에 대한 생각이 변하는 과정을 자세하게 관찰했는데 이는 수학에 대한 신념과 정의적인 면의 관계를 설명하는 구성체제를 설명하기 위한 것이었다. 어떤 연구 대상자의 경우에는 변화가 없게 되자 더욱 불안해하기도 했다. 연구 결과에서 수학에 대해서 불안한 감정을 갖게되는 것은 수학 자체에 있는 것이 아니고 수학적 활동에 대한 신념에 기초하고 있다는 것이었다.

Ellerton, N. 과 Clements, M. A.(1992)는 수학교육에서 급진적 구성주의의 이론적인 측면에서 장점과 약점에 대한 논의를 전개했다. 장점으로는 수학교육에 있어서 학습자가 주체가 되는 점 과 사회적 상호작용이 중요시된다는 것, 그리고 수학교육을 발전시킬 수 있는 원리를 정립했다는 것이다. 약점으로는 일부 급진적 구성주의자들의 지나친 과열을 지적했으며 인지 발달에 있어서 언어적 활동을 경시하는 것과 수학적 지식의 특성을 지나치게 단순화 시켰다는 점등을 지적했다.

Cobb(1992)은 수학의 내면화된 개념과 외적인 표상을 구분하려는 시도를 통해서 수학을 개인적이고 구성적인 활동이며, 또한 공동적이고 사회적인 경험으로 취급했는데 이러한 접근 방법을 통해서 전통적으로 교사, 학생, 학습내용을 중심으로 했던 개혁 노력의 한계를 초월하려는 시도를 한 바 있다. Steffe(1994)는 구성주의가 1960년대부터 최근까지 수학교육자들에게 어떤 영향을 미쳤는지 이를 분석한 바 있다. Piaget의 인지발달 심리학으로부터 구성주의 도입 초기단계, 그리고 이 변환운동과 당시 학교수학의 개혁운동과의 연관성 등을 논의했다. 구성주의에 대한 반대 의견을 소개한 학자도 있었는데, Ellerton, N. F. (1997)는 구성주의적 인식론이 이미 오래 동안 알려져 왔으나 국제적인 수학교육 연구 공동체에서는 이미 십여년 전부터 급진적 구성주의에 대해서 반기를 들고 있는 실정을 주장하며 다양한 수학교육 학파간의 차이점에 대해서 연구한바있다.

구성주의는 아직 완성되거나 안정성을 갖는 이론이 아니지만 이를 실제 학교현장에서 적용하고 활용하도록 하는 노력은 계속되어야 한다. 수학교육을 연구하고 이론을 전개하는 궁극적인 이유 중의 하나는 이를 학습현장에 적용하고 활용하는 것이다. 지금까지 이론적인 면에서는 많은 연구와 논의가 활발하게 전개되고 있으나 이를 학습현장에 적용을 위한 연구와 노력은 그리 활발하게 이루어지지 못했다. 여러 가지 제약으로 좋은 아이디어가 있어도 이를 실행하기 어려운 우리의 현실도 인정해야 하지만 구성주의의 적용과 활용에 대한 연구가 계속해서 이루어져서 이론이 발전함과 동시에 교실도 함께 변하고 학습현장도 바뀌어야 한다. 더 이상 의미 없는 수업은 점차 힘을 잃고 학생 스스로 의미를 이해하면서 수학적 지식을 구성할 수 있는 적절한 아이디어와 지

침이 제공되어야 하고 이에 대한 연구도 계속되어야한다. 수학교실의 변화와 직접적으로 관련 없는 논의와 연구는 화려한 이론으로만 그칠 수 있는 위험성이 있기 때문이다.

#### 4. 정보처리이론(Information processing theory)과 수학교육

정보처리 이론에서는 인간의 정보처리체계는 컴퓨터의 하드웨어와 유사한 감각수용(sensory register), 활동 기억(working memory), 장기기억(long-term memory)이라는 장치로 이루어져있다고 전제하고 인간의 뇌와 컴퓨터를 연결하여 유추함으로써 뇌에서 정보가 처리되는 과정을 밝혀내는 것을 목적으로 한다(박경미, 1993). Miller(1956)는 정보처리이론의 두 가지 기본이 되는 아이디어를 '연합(chunking)' 과 '정보처리(information processing)'로 보았다. 단기 기억은 한번에 5-9개의 'chunks'만을 수용할 수 있으며, 여기에서 'chunk'라는 것은 하나의 의미 있는 단위를 나타낸다. 예로는 숫자나 단어, 장기를 둘 때 위치, 또는 사람들의 얼굴 등으로 이 '연합(chunking)'이라는 아이디어는 그 후 기억과 관련된 모든 이론에 영향을 미치게 된다.

정보처리는 인간의 사고과정이 컴퓨터와 같이 정보를 받아들이고 이를 조작해서 내용과 형태를 바꾸어서 이를 저장한 후 이에 대해서 반응하는 것이다. 그러므로 이러한 과정에는 정보를 수집하고 표현하고 저장하며, 이 정보가 필요할 때 가져온다. 그래서 정보처리이론을 연구하는 학자들은 주로 기억에 대한 연구를 통해서 학습에 대한 접근을 시도한다. 이 이론에 해당되는 예로는 이진법으로 표현된 숫자들을 십진법으로 바꾸어서 암기하면 쉬운 경우이다. 10100, 1001, 11001, 101, 1010을 20, 9, 25, 5, 10으로 암기하는 것이다. 이 예에서도 알 수 있듯이 이진법을 십진법으로 바꿀 수 있는 능력이 있어야 하는데, 다시 말하자면 '연합은 의미'가 있어야 한다는 것이다.

정보처리 접근 방법에서 강조하는 교수방법으로는 학생이 집중하고 있는지 확인하고 학생들이 중요한 내용에 집중할 수 있도록 도와주며 중요하지 않은 부분은 구분하는 것이다. 또한 이미 알고 있는 내용과 연결이 될 수 있도록 해야 하며, 이미 배운 것은 반복과 복습을 시킨



다. 가르칠 때는 명확하고 체계적으로 가르쳐야 하며 새로운 내용을 지도할 때는 암기가 아니고 이해하는데 초점을 맞춘다.

정보처리 이론을 수학교육에 적용하기 위한 노력은 1980년대에 많이 이루어졌으며 초기에 이 이론에 기초한 많은 연구가 이루어졌다. Davis(1980)는 '대수적 사고의 인지적 모델(cognitive models of algebraic thought)'에서 인간의 정보처리를 과정, 과정에 대한 연산, 구조, 메타언어, 발견술, 또한 다른 형태의 지식 등을 포함하는 8가지로 분석하여 설명한 바 있다. Mayer(1980)는 수학적 문제해결을 하는데 두 가지 사고 영역을 분석하는 방법을 소개하고 있다. 하나는 정보처리 이론을 이용한 기억 체계의 구조이고, 다른 하나는 학생이 문제를 해결하고자 할 때 사용하는 이해, 스키마, 과정, 그리고 전략이다. Mayer의 주장은 문제를 해결하기 위해서는 두 가지 방법을 모두 이해해야한다는 것이다. Span과 Overtoom-Corsmit(1986)은 영재 학생들을 대상으로 수 학문제를 해결할 때 정보처리과정에 대해서 연구한 바 있다. 연구 결과에 따르면, 영재학생들은 보통 학생들보다 문제를 해결하는데 도움이 적게 필요했고 문제를 빨리 풀었을 뿐만 아니라 정보를 처리하는 과정 자체가 다르다는 것을 발견했다. Donelson(1990)은 고등학생들의 단순한 공간 회전 정보처리 능력이 공간 추론 능력이 차 이가나는 학생들 사이에 어떤 차이가 있는지 연구했다. 이 연구의 목적은 공간추론 사고에 대한 모델을 만들어서 수업할 때 이를 적극 활용하도록 하는 것이었다.

정보처리이론은 다음절에서 소개할 뇌 기반 학습과학을 발전시키는데 중요한 요소가 될 것으로 기대된다. 인간의 사고과정, 특히 수학을 학습하는 과정에 대한 연구를 새로운 패러다임에서 접근하려면 정보처리이론이 기본이 되어야한다. Skemp도 직관적이고 반영적인 사고과정 및 지휘체계(director system)를 설명하면서 정보처리적인 접근을 시도한 바 있다. 앞으로 수학교육 사고과정을 신경과학적인 측면에서 규명하고자 한다면 결국 정보처리 이론 위에서 과학적인 접근이 이루어질 것으로 예상된다.

### III. 학습심리학의 새로운 패러다임

#### 1. 뇌기반 학습과학

지금까지의 학습심리학은 주로 심리학 및 인지과학과 연계되어 연구되어 왔으며 신경과학이나 뇌에 관한 연구 등의 과학영역과는 활발한 교류 및 협력이 없었던 것이 사실이다. 최근에 들어 학문의 각 영역, 특히 뇌과학 및 컴퓨터과학이 급속히 발달함에 따라 이제는 학생들의 학습이 어떻게 이루어지는지 과학적으로 확인할 수 있는 시작의 단계에 와 있다고 할 수 있다.

뇌기반 학습과학(brain-based learning science)은 뇌과학, 인지과학, 심리학, 교육학, 그리고 컴퓨터과학이 결합되어 '학습'의 신경학적이고 인지적 기초연구와 더불어 교육적이며 산업적 가치를 산출 할 수 있는 뇌 연구에 기초한 학습과학이다. 뇌기반 학습과학은 학습자의 생애 초기에서부터 환경에 적응해 나가는 뇌의 기능과 특성을 기초로 '학습'을 정의하고, 기존의 과학지식을 전달하여 이해시키는 전통적 과학교육 패러다임 대신, '뇌'가 학습하는 과정처럼 과학교육을 과학개념보다는 과학적 문제로부터 출발하여 적절한 탐구과정과 문제해결 과정을 거쳐서 과학적 사고능력을 체득하고 결과적으로 경험지식으로서의 과학지식을 습득하고 활용할 수 있는 능력을 함양하고자 하는 것이다(이정모, 2003).

뇌기반 학습은 기반 학문이 인지과학 및 신경과학으로 인문학 중심이었던 전통적인 학습패러다임과 비교될 수 있다. 뇌기반 학습은 기존 학습과학이 과학으로 인정받지 못하였으며 뇌과학 연구와 무관했고 뇌의 역할의 중요성을 무시하는 측면이 있었다. 반면 이 패러다임은 학습자체 및 과정에 대한 연구를 하나의 과학으로 인정하고 뇌과학에 기반한 연구가 이루어지도록 이를 장려하는 것이다. 학습의 속성면에 있어서도 정보의 활용과 도구의 조작(learning by doing)에 중점을 두고 있으며, 학습자의 역할을 지식의 수용자가 아닌 지식의 창조자 및 응용자라고 생각한다. 학습방법은 상황이 주어지고 문제 해결 중심적인 방법이 활용되는데 기존 지식전달 위주의 학습과 비교된다. 학습상황도 현실과 괴리된 추상적인 지식의 추구가 아닌 구체적인 현실적인 문제상황의 제 공을 추구한다. 학습활동단위도 개인중심이라기보다는

사회적 학습을 추구하며 여기에는 인터넷을 통한 지식의 상호교환도 포함된다. 이러한 패러다임을 갖는 학습/교육 프로그램에서 강조하는 것은 인지적 전략과 기술의 학습으로 기존의 정적인 지식 및 정보와 구별된다.

뇌기반 학습의 특성으로는 여러 가지 측면이 있으며 이를 나열하면 다음과 같다. 학습은 신체전체가 개입된다. 즉, 모든 학습은 정신과 신체의 작용으로 본다. 학습에는 항상 의식적이고 무의식적인 과정이 관여되며 뇌에는 공간기억 체계와 암기학습 체계가 있다. 뇌는 자연적 공간기억 체계 하에서 사실과 기술을 가장 잘 습득·이해하며 기억하게 되며 정적기억이 '경험'과 결합되면 더 잘 기억할 수 있게 된다. 복잡한 학습은 도전이 있을 때 향상되고 위협이나 스트레스가 있으면 억제된다. 예를 들어 위협적인 상황이라는 느낌이 들면 외부로부터 입력된 정보들은 감각피질 부위를 거치지 않고 바로 아미그달라로 전달되며 아미그달라는 전투와 경계반응을 촉발시키고 결과적으로 학습 관련된 반응을 억제하게 된다. 스트레스, 무력감, 피로, 낮은 자기 효능감 역시 같은 역할을 한다. 그러나 높은 자기 효능감은 역으로 학습반응을 촉진한다. 학습은 발달적-단계적이며 또한 유연성, 가변성이 있다. 뇌의 발달은 계통 발생을 따르는데 정서적 뇌가 먼저 발생하고 인지적 뇌가 그 후에 발생한다. 성장에 따라서 뇌의 발달 특성도 달라지며 새로운 자극에 의해서 끊임없이 새로운 뇌 신경통로가 만들어진다.

뇌기반 학습유형으로는 뇌기반 개인학습(brain-based personal learning), 문제중심 학습(problem-based learning), 협력학습(collaborative learning), 주제중심의 분산형 공동체학습(networked community learning)으로 나누어진다. 뇌기반 개인 학습은 일반적인 의미 학습과 개념 학습 등의 지식학습이 이에 해당하며, 뇌의 인지적·반응적 특성에 기초한 효율적인 학습방법이나 학습 전략에 대한 연구나 이에 기초한 교수방법, 프로그램 개발등이 포함된다. 문제중심 학습은 지식의 습득 자체보다는 사용과 활용 맥락 안에서의 문제해결 중심의 학습이 이에 해당하며, 뇌기반 개인 학습유형에 비해서 역동적이고 창의적 과정을 포함한다. 협력학습은 단일 목표를 중심으로 소규모 조직의 구성원들의 상호협력을 통한 문제해결 과정과 방법을 배우는 방법이다. 팀의 구성 방법은 구성원들의 능력과 자원에 따른 역할의 분배, 역할

에 따른 지식과 방법의 공유와 교환을 기반으로 하는 분산인지과정으로서의 의사소통과정, 비판적 탐사고과정, 그리고 창의적 탐사고과정이 포함된다. 마지막으로 주제 중심의 분산형 공동체 학습인터넷은 의사소통에 있어서 시간과 공간의 한계를 무너뜨렸다. '인지과학'과 '뇌과학' 등의 최첨단 학문분야는 다양한 분야의 전문가들에 의한 학제적 협력을 기본으로 한다. 서로 다른 배경지식과 관점을 지닌 사람들 간의 협력과정의 연구와 이를 통한 학제적 협력학습모형의 개발과 교육현장에의 적용은 새로운 시대에 필수적인 작업이다(이정모, 2003).

두뇌와 학습에 대한 지금까지의 연구 결과는 다음과 같이 요약될 수 있다. 두뇌발달은 앞의 전두엽부터 뒤의 후두엽 쪽으로 이동하면서 발달한다. 따라서, 효과적인 학습법은 앞의 전두엽을 자극하는 과정부터 시작해서 후두엽을 자극하는 과정으로 변화해 나가는 것이 가장 이상적이다. 또한, 단기 기억 위주의 암기식 선행 교육은 창의적 사고 형성에 큰 도움을 주지 못한다. 따라서, 이해를 바탕으로 한 장기기억 강화 학습이 매우 중요하며 선행학습보다 뇌 발달에 맞는 적기교육이 학습의 목표가 되어야 한다. 감정적 뇌와 인지적 뇌는 상호 영향을 주기 때문에 강제적인 '억지교육', 양만을 생각하는 '양적 교육'은 장기 기억 저장에 나쁜 영향을 미치게 되고 동기부여적 뇌에 역효과를 미치기 때문에 학습에 가장 좋지 않다(서유현, 2003).

교육학자들의 교수와 학습을 바라보는 단순하고 편협한 시각에서 벗어날 것을 촉구한 Caine과 Caine(1991)은 현재 교육 상황을 뇌 연구자들의 주요한 발견 결과에 비추어서 분석하였고 뇌 기능의 이론과 모델이 현재 교육에서 쟁점이 되는 부분에 대해서 논의하고 있으며 교육 과정 재구성과 설계에 대한 시사점을 제시했다. 또한 학생들이 뇌의 능력을 더욱 충분히 사용할 수 있도록 하는 교수요소들에 대한 제안이 있었다. 학습환경에 뇌기반 학습을 적용한 사람은 Valiant(1996)이었다. 뇌가 학습하는 방법과 이 지식이 학습이론에 영향을 줄 수 있다는 점을 시사했으며, 뇌기반 학습 환경에서의 교수법을 제시하였다. 그러나 뇌기반 학습이 신경과학이 발달하면서 개념학습과 교수에 많은 시사점을 제공하지만 뇌에 대한 연구는 초기 단계이므로 불투명하고, 혼란스러우며 모순되는 부분이 있다고 주장했다. Jensen(2000)은 신경

세포의 연결부(synaps), 스트레스가 적은 학습, 기억, 강화, 그리고 학습유형에 대한 근거 없는 통념에 대해서 연구한 바 있다. 뇌기반 학습 연구 중에는 교사가 뇌 기능에 대한 연구를 학급현장에 적용할 수 있도록 정보를 제공한 경우도 있었다(Sousa, 2001). 내용은 총 8장으로 구성되어있으며, 1) 뇌에 관한 기초와 뇌 발달, 2) 뇌는 정보를 어떻게 처리하나?, 3) 기억, 보유, 그리고 학습, 4) 전이의 힘, 5) 뇌의 특수화 및 학습, 6) 뇌와 기능, 7) 사고 기능과 학습 8) 종합으로 나누어서 교사들에게 필요한 정보를 제공하고 있다.

## 2. 뇌기반 학습과학과 수학교육

뇌기반 학습에 대한 수학교육 관련 연구는 1980년대 초부터 이루어졌다. 초보적인 단계의 연구로 Van Dender와 Dale(1984)은 초등학교 2학년 118명을 4그룹으로 나누어서 실험을 한 바 있다. 한 그룹은 형식적이고 구조화된 교과서적인 접근을 시도했고, 두 번째 그룹은 다양한 교구를 사용했으며, 세 번째 그룹은 교과서와 교구를 함께 사용했다. 마지막으로 네 번째 그룹은 수학수업을 받지 않았다. 실험 결과 교구를 사용했던 그룹(우뇌)이 교과서적인 접근으로 가르쳤던 그룹(좌뇌)보다 성취도와 태도면에서 변화가 많았음을 알 수 있었다. Erland(1999)는 170명의 학생을 대상으로 뇌기반 속진 학습(Brain-Based Accelerated Learning)과 인지능력 강화 훈련 프로그램에 대해서 연구한 바 있다. 연구 결과, 이 프로그램은 읽기와 수학을 포함한 모든 영역에 효과가 있었으며 인지적인 능력은 개발가능성이 높으므로 타고난 능력이나 교수적인 한계로 인하여 좌절할 필요가 없다는 것을 강조했다. Fuller(2001)는 메사추세츠주의 학교를 대상으로 실시했던 PALMS( Partners Advancing the Learning of Math and Science) 프로젝트가 학교 현장에 긍정적인 영향을 주었다고 발표했다. 이 프로젝트가 학생들에게 유익하다는 것을 깨닫게 된 교사들은 초기 도입 이후에 6년 동안 지속적으로 활용했음을 보고하고 있다. 이 프로젝트는 교구와 발문에 기초한 협동학습 접근방법의 통합적인 접근을 기저로 하였으며 이 프로젝트에 기초가 되었던 이론들은 교차원의 비판적 사고, 협동학습, 통합교과, 주제가 있는 내용,

구성주의, 발문중심의 학습, 뇌기반 학습, 속진 학습, 다중지능, 그리고 학습 형태이론 등이었다.

최근 뇌영상기법이 발달함에 따라서 fMRI, PET등을 통해서 뇌의 활성화 패턴을 수학교육관련 연구가 시작되었다. 여러 연구자들이 수학적 사고나 연산과정을 뇌영상기법으로 연구하여 어느 부분이 활성화되는지 연구한 바 있다. (Dehaene,1999 ; Zago, 2001, Menon, 2002) 아직 이러한 연구의 결과를 수학교육에 활용할 단계는 아니지만 이제부터 시작되는 이러한 뇌영상기법을 사용하는 연구는 기술과 장비가 발달함에 따라서 앞으로는 지금 우리가 상상만 할 수 있는 일들이 눈앞에서 펼쳐질 가능성도 없지 않다. 과거에는 현재 많이 사용하고있는 MRI와 같은 의료장비로 우리 몸의 내부를 자세히 단층촬영해서 볼 수 있으리라고 상상할 수 없었던 것처럼 앞으로는 과학 및 기술의 발달로 학생들의 사고과정을 점차 명확히 볼 수 있는 날을 기대할 수도 있다. Skemp(1987)는 반영적 사고에 대한 설명을 하면서 우리 신체의 사고에 대해서 사고하는 기관은 어떤 신경해부학자도 아직 찾아내지 못했다는 점을 지적한 바 있다. 아직은 시작 단계이지만 뇌기반 학습의 과제 중 하나는 이와 같이 지금까지 밝힐 수 없다고 생각한 이러한 영역까지 확장하는 것이라 할 수 있다. 다시 말하면 수학적 문제해결 과정을 신경과학적으로 밝혀낼 수 있는 가능성이 있다는 것이다.

뇌기반 학습과학 패러다임은 지금까지의 학습이론과 차원을 다른 이론이라 할 수 있다. 지금까지의 학습이론은 과학이 아니었고 하나의 해석이고 주장이며 이론이었다. 이 이론은 과학적 실험의 결과는 아니고 연구 대상을 대상으로 실시한 양적이고 질적인 연구를 통해서 유추할 수 있었던 이론 또는 가정이었다. 그러나 뇌기반 학습과학은 학습에 대한 이론으로 만족하지 않고 뇌 자체에 대한 연구와 신경과학을 포함시켜서 하나의 과학으로서의 학습이론을 전개하고자 하는 것이다. 이 새로운 패러다임의 '뇌기반'이란 용어는 뇌자체에 대한 연구로만 한정시킨다는 생각을 할 수 있다. 그러나 이 '뇌기반'이란 용어에는 지금까지 심리학과 교육학에서 연구되어 온 모든 영역이 포함된다. 그러므로 뇌기반 학습의 연구 영역은 지금까지의 학습 심리학 연구영역에 뇌자체 및 신경과학, 그리고 컴퓨터과학이 합해져서 공동으로 연구

를 수행하는 하나의 연구분야로 첫걸음을 내딛은 것이다. 그러므로 이 새로운 패러다임 아래에서 학습에 대한 연구는 어떤 한 영역의 연구가 아니고 각 영역이 협동으로 연구가 수행되어지게 된다. 또한 기존의 각 학문분야의 발달은 이 공동연구의 기초가 되므로 신경과학을 포함하는 뇌과학과 인공지능을 포함하는 뇌과학이 발달할수록 학습과학의 입지는 더욱 공고하게 될 것으로 기대된다.

#### IV. 결론

본 고에서는 수학교육 입장에서 바라본 학습심리학의 발달과정을 정리해 보고 앞으로 학습심리학의 발전 전망에 대해서 논의해 보았다. 수학학습심리학을 연구하는 이유 중 하나는 수학학습이 어떻게 이루어지는지 그 과정을 규명하는 것이다. 여러 가지 학설 및 실험을 통해서 학습현상을 설명하고자 노력했으나 지금까지의 연구 및 실험방법으로는 어떤 이론의 타당성을 과학적으로 보여줄 수는 없었다. 그러나 '학습' 현상을 연구하는데 새로운 패러다임이 등장함에 따라서 이제는 '학습'에 대한 연구를 심리학적이고 교육학적인 접근 뿐만이 아니고 뇌과학, 신경과학, 및 컴퓨터과학을 통합하는 하나의 '학습과학(Learning Science)'으로 새로운 시각을 갖게되었다. 학습현상을 과학적으로 접근하려는 시도는 뇌과학과 컴퓨터과학의 발달로 가능하게 되었으며 앞으로 이러한 패러다임이 계속 명맥을 유지하는 것은 이 두 분야의 발전과 그 속도에 달려있다고 볼 수 있다.

수학학습심리학에도 새로운 패러다임이 많은 영향을 미칠 것으로 생각된다. 수학학습이 다른 학습과 다른 점은 수학이라는 학문 자체에 있다고 할 수 있다. 수학은 그 특성상 가장 추상화된 형태로 남아 있는 학문으로 그 자체는 과학이 아니다. 과학은 실험을 통해서 진리를 추구하지만 수학은 실험을 통해서 발전하지 않는다. 수학이 또한 인문·사회학과 구분되는데 인문·사회학과 같이 그 분야의 전문가의 의견으로 그 질이 결정되지 않는다. 수학은 모든 학문 중 가장 추상화된 영역이다. 그 이유는 수학은 내용은 없고 형식만 있기 때문이다. 그렇기 때문에 다른 학문 영역에 쉽게 활용될 수 있는 것이다. 물리학적 현상을 수학을 통해서 나타낼 수 있고, 경제학

과 다른 사회학적 현상도 수학을 이용해서 연구할 수 있는 이유가 바로 수학자체는 내용이 없기 때문에 다른 영역의 내용을 쉽게 수용할 수 있는 것이다. 수학은 매우 추상적이기 때문에 이를 학습하는 과정을 연구하는 것은 다른 분야에 비해서 더욱 어렵다고 할 수 있다. 다른 측면에서 보면 수학이 가장 추상적이기 때문에 수학학습을 새로운 패러다임으로 규명할 수 있다면 수학자체가 다른 영역에 쉽게 활용되는 것과 같이 다른 형태의 학습을 이해하는데 많은 도움이 될 것으로 생각된다.

학습현상을 이해하는 것은 쉽지 않은 과제이고 지금까지 이에 대한 많은 연구가 이루어졌으나 학문의 특성상 많은 시각차를 보였다. 학습에 대한 이해는 바로 교수방법과 연결되기 때문에 학습현상과 과정을 정확히 이해하지 못한다는 것은 지금까지 가지고 왔던 가르치고 배우는데 있어서의 문제점을 그대로 가지고 가야 한다는 것이다. 지금까지의 연구방법으로는 학습현상과 과정을 이해하는데 한계가 있다. 그 한계 중에 하나는 사고과정이나 학습과정을 직접 관찰할 수 없다는 것이다. 이 한계가 과학의 발달로 가능하게 되면 새로운 눈을 얻는 효과를 얻는 것이다. 최근에 뇌영상화 기술의 발달로 이의 실현에 대한 첫걸음을 디딘 것으로 보인다. 그러나 앞으로 이러한 과학의 발달이 학습을 이해하는데, 특히 가장 추상적인 학습인 수학학습을 이해하는데 어떤 영향을 미칠 것인지는 여부는 과학에 달려있는 것 만큼 학습심리학자와 수학교육학자에게 달려있다고 할 수 있다. 마치 컴퓨터가 눈부신 속도로 발달하고 있지만 이를 수학학습에 의미 있게 활용할 수 있는 사람은 컴퓨터 공학자가 아니고 교사를 포함하는 수학교육학자들이기 때문이다.

#### 참고문헌

- 박경미 (1993). 인지심리학적 정보처리이론의 관점에서 본 수학교육, 대한수학교육학회 논문집 3(1), pp.117-126.
- 박영배 (1996). 수학 교수·학습의 구성주의적 발전에 관한 연구, 서울대학교 대학원 교육학 박사 학위 논문.
- 서유현 (2003). 뇌발달에 따른 학습, 제1회 뇌기반 학습과학 심포지움: 과학교육의 혁신방안 프로시딩(2월 14일), pp.1-2.

- 우정호 (1983). J. Piaget의 수학교육관의 철학적 배경, *Bull. Korean Math. Soci.*, 20(2), pp.111-122.
- 이정모 (2003). 뇌기반 학습과학 패러다임: 과학교육과 과학기술 인력육성의 혁신 틀. 제1회 뇌기반 학습과학 심포지움: 과학교육의 혁신방안 프로시딩(2월 14일), pp.55-82.
- 황윤한 (1995). 제6차 교육과정과 구성주의적 교육, *교육학 연구*, 33(1), pp.237-252.
- 황윤한 (1996). 교수·학습 방법의 패러다임적 전환 모색: 객관주의 교육에서 구성주의 교육으로. *한국교육*, 23(2), pp.1-23.
- 황윤한 (1997). 21세기 교육대학교 교육과정 개발에 있어서의 기본 방향 모색: 구성주의에 기초하여. *초등교육 연구*, 11, pp.27-49.
- 황윤한 (1999). 교수·학습 이론으로서의 구성주의, *초등교과교육연구*(한국교원대학교 초등교육연구소), 2, pp.1-34.
- Blosser, P. (1973). Principles of Gestalt psychology and their application to teaching junior high school science. *Science Education*, 57, pp.43-53.
- Caine, R.N. & Caine, G (1991) *Making Connections: Teaching and the Human Brain*. Association for Supervision and Curriculum Development, 11141 Georgia Avenue, Suite 200, Wheaton, MD.
- Carter, C.S & Yackel, E (1989). A Constructivist Perspective on the Relationship between Mathematical Beliefs and Emotional Acts. *Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association* (San Francisco, CA, March 27-31.).
- Clark, J.M. & Paivio, A. (1991). Dual coding theory and education. *Educational Psychology Review*, 3(3), pp.149-170.
- Cobb, P. (1992). A Constructivist Alternative to the Representational View of Mind in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), pp.2-33.
- Davis, R.B (1980). Cognitive Models of Algebraic Thought. *Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association* (Boston, MA, April 7-11).
- DeBono, E. (1967). *New Think: The Use of Lateral Thinking in the Generation of New Ideas*. New York: Basic Books.
- DeBono, E. (1971a). *Lateral Thinking for Management*. New York: McGraw-Hill.
- DeBono, E. (1971b). *The Dog Exercising Machine*. London: Penquin Books.
- Dehaene, S., Spelke, E., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284, pp.970-974.
- Donelson (1990) *The Development, Testing, and Use of a Computer Interface To Evaluate an Information Processing Model Describing the Rates of Encoding and Mental Rotation in High School Students of High and Low Spatial Ability*. M.A. Thesis, Ohio State University.
- Ellerton, N. F. (1997). Has Constructivism Become Too Comfortable? *Mathematics Education Research Journal*, 9(2), pp.119-21.
- Erland, J. (1999). *Brain-Based Accelerated Learning and Cognitive Skills Training Using Interactive Media Expedites High Academic Achievement*. M.A. Thesis, University of Kansas.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland.
- Fuller, J. L. (2001). An Integrated Hands-On Inquiry Based Cooperative Learning Approach: The Impact of the PALMS Approach on Student Growth. *Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association* (Seattle, WA, April 10-14).
- Gagne, R. (1962). Military training and principles of learning. *American Psychologist* 17, pp.263-276.
- Gagne, R. (1964). *The Conditions of Learning*. New York: Holt, Rinehart & Winston.

- Gagne, R. (1987). *Instructional Technology Foundations*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Assoc.
- Gagne, R. & Driscoll, M. (1988). *Essentials of Learning for Instruction* (2nd Ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Guthrie, E. R. (1930). Conditioning as a principle of learning. *Psychological Review* 37, pp.412-428.
- Hull, C. L. (1943). *Principles of behavior*. New York: Appleton-Century-Croft.
- Jensen, E. (2000). Brain-based Learning: A Reality Check. *Educational Leadership*; 57(7), pp.76-80.
- Lave, J. & Wenger, E. (1990). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Kohler, W. (1925). *The Mentality of Apes*. London: Routledge and Kegan Paul Ltd.
- Mayer, R. E. (1980). Cognitive Psychology and Mathematical Problem Solving. *Paper presented at the International Congress on Mathematical Education* (4th, Berkeley, CA, August).
- Menon, V.; Mackenzie, K.; Rivera, S. M. & Reiss, A. L. (2002). Prefrontal cortex involvement in processing incorrect arithmetic equations: Evidence from event-related fMRI. *Human Brain Mapping*, 16, pp.119-130.
- Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63, pp.81-97.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia.
- Pavlov, I. P. (1927) *Conditioned reflexes*. (Transl. by G. V. Anrep.) London: Oxford University Press.
- Piaget, J. (1929). *The Child's Conception of the World*. NY: Harcourt, Brace Jovanovich.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1969). *The Psychology of the Child*. NY: Basic Books.
- Rogers, C. R. (1969). *Freedom to Learn*. Columbus, OH: Merrill.
- Rogers, C. R. & Freiberg, H. J. (1994). *Freedom to Learn (3rd Ed)*. Columbus, OH: Merrill/Macmillan.
- Skemp, R. R (1987). *The psychology of learning mathematics*. LEA, Hillsdale, New Jersey.
- Skinner, B. F. (1938). *The behavior of organisms; an experimental analysis*. New York: Appleton-Century-Crofts.
- Skinner, B. F. (1950). Are theories of learning necessary? *Psychological Review* 57(4), pp.193-216.
- Skinner, B. F. (1953). *Science and human behavior*. New York: Macmillan.
- Sousa, D. A. (2001). *How the Brain Learns: A Classroom Teacher's Guide. Second Edition*. Corwin Press, Inc., A Sage Publications Company.
- Span, P. and Overtoom-Corsmit, R. (1986). Information Processing by Intellectually Gifted Pupils Solving Mathematical Problems. *Educational Studies in Mathematics*; 17(3), pp.273-95.
- Steffe, L. P. & Kieren, T. (1994). Radical Constructivism and Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*; 25(6), pp.711-33.
- Thorndike, E. L. (1911). *Animal intelligence*. New York: Macmillan.
- Thorndike, E. L. (1931). *Human learning*. New York: Appleton-Century-Croft.
- Tolman, E. C. (1949). There is more than one kind of learning. *Psychology Review* 56, pp.144-155.
- Valiant, B. (1996). *Turn on the Lights! Using What We Know about the Brain and Learning To Design Learning Environments. Issue Trak: A CEFPI Brief on Educational Facility Issues*. Council of Educational Facility Planners, International, 9180 East Desert Cove Avenue, Suite 104, Scottsdale, AZ.
- van Devender, E. M. & Rice, D. R. (1984). *The Effect of Three Types of Brain-Based Instruction on the Mathematics Achievement and Attitudes of Second*

- Grade Students. University of Alabama.
- van Hiele, P. M. (1980). Levels of thinking, how to meet them, how to avoid them. *Paper presented at the presession meeting of the Special Interest Group for Research in Mathematics Education*, National Council of Teachers of Mathematics, Seattle, WA.
- Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Language*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wertheimer, M. (1945). *Productive thinking*. New York: Harper & Row.
- Wilson, B. G. (1995). Metaphors for instruction: Why we talk about learning environments. *Educational Technology*, 35(5), 25-30.
- Woodworth, R. S. (1958). *Dynamics of behavior*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Zago, L., Pesenti, M., Mellet, E. Crivello, F.; Mazoyer, B. & Tzourio-Mazoyer, N. (2001). Neural correlates of simple and complex mental calculation. *NeuroImage*, 13, pp.314-327.

## Retrospective View of Developmental Process and the Future Prospect of Psychology of Learning Mathematics

Wang, Woo Hyung<sup>2)</sup>

Dept. of Math. Education, Korea University, Anam-dong, Sungbuk-ku, Seoul, Korea, 136-701

E-mail: wwang@korea.ac.kr

This article retrospects the developmental process of the psychology of learning and its' influence on mathematics education. At the end of the article, brain-based learning science is introduced to examine its possibility to improve the psychology of learning mathematics.

Behaviorists points of views such as Skinner, Guthrie, and Gagne were summarized to discuss the influences on the learning and teaching of mathematics. Gestalt theories and Constructivism are also included in the discussion of developmental process of learning psychology. In elaboration of the brain-based learning science, recent research findings and the possibility of its' impact on mathematics education were discussed.

Since mathematics itself is the most abstract subject, it could be more challenging to identify the learning process of mathematics compared with other areas. The possibilities of identifying the learning process of mathematics are cautiously anticipated with a help of new paradigm.

---

2) "This research is supported by a Korea University Grant."

\* ZDM classification : C10

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D30

\* Key Word : Psychology of learning mathematics, Behaviorists, Gestalt theory, Constructivism, Brain-based learning science.