

구조물의 손상탐지를 위한 센서위치 연구

최 영 재* · 이 우 식†

(2002년 8월 14일 접수, 2003년 4월 28일 심사완료)

A Study on the Sensor Placement for Structural Damage Detection

Young Jae Choi and Usik Lee

Key Words : Structural Damage(구조손상), Damage Detection(손상탐지), Incomplete Measurement(불완전 측정), System Condensation(시스템축소), Sensor Placement(센서위치)

Abstract

In the present study, the inverse perturbation method is applied to the structural damage detection in conjunction with a system condensation technique. The system condensation technique is adopted to resolve the problem due to the incomplete measurement of the degrees-of-freedom (DOFs) in a natural mode. However, the numerical difficulty may arise in the system condensation when the DOFs to be measured are not properly selected. Thus, the issue of sensor placement for structural damage detection, in the framework of the condensation technique-based inverse perturbation method, is considered in this study. Also, a methodology to measure the number of sensors required to obtain reliable damage detection is proposed and then verified through some illustrative example problem.

1. 서 론

손상탐지는 구조물의 국소적인 손상이 구조 전체에 치명적인 영향을 주기 전에 이를 검출하여 보수하기 위한 것으로, 현재 몇 종류의 비파괴검사가 실용화되어 현장에서 사용되고 있으나 대형 구조물에 적용하기에는 시간과 비용이 과도하게 소모된다. 따라서 구조물 전체의 영역에서 신속하게 손상을 파악하기 위한 목적으로 구조물의 동특성을 이용한 연구가 진행되었다.^(1,2)

손상탐지기법에 사용되는 동특성은 일반적으로 구조물의 고유주파수와 진동모드 등이나, 손상의 유무를 판단하기 위해서는 매우 정밀한 진동실험이 수행되어야 한다. 하지만 동특성을 정확하게 측정하기 위해서는 현실적으로 다양한 제약들이 존재하며, 이 중에서 특히 부분적인 자유도에만 진동센서가 부착되어 발생하는 불완전한 측정은 손

상탐지의 정확도를 저하시키는 주요인이다. 불완전 측정은 기본적으로 손상탐지에 사용되는 이론 모델과 실험 모델간에 차원의 불일치에 기인하므로 이론 모델의 축소나 측정자료의 확장 등이 필요하며 기존의 연구자들에 의해서 각각 최소순위 섭동법(minimum rank perturbation technique)과⁽³⁾ 역 섭동법(inverse perturbation method)에⁽⁴⁾ 그 적용이 검토되었다.⁽⁵⁻⁷⁾

이러한 연구들은 모두 불완전한 측정의 손상탐지에서 시스템의 축소/확장에 측정센서의 수와 위치를 선정하는 것이 손상을 정확하게 탐지하는데 매우 중요한 요소임을 언급하였다. 그러나 센서에 관한 기존의 연구들은 대부분 시스템 축소법의 주자유도 선정과^(8,9) 진동실험에서 센서위치 선정⁽¹⁰⁻¹³⁾ 손상탐지에 그대로 적용한 것으로서 손상탐지에 대한 적합성이 이론적으로 검증되지 않았다.

따라서 본 연구에서는 손상을 정확하게 탐지하기 위한 센서위치 선정기법의 성능을 평가하는 방법으로 역섭동법의 잔여오차를 사용하였다. 역섭동법은 계산과정에서 시스템 축소법이 반복적으로 사용되므로 부적절한 센서위치 선정에 의한 시스템 변환의 오차가 손상탐지의 수렴성에 분명하게

* 인하대학교 기계공학과

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과

E-mail : ullee@inha.ac.kr

TEL : (032) 860-7318 FAX : (032) 866-1434

영향을 주게 된다. 또한 이러한 방법을 기반으로 손상탐지에 필요한 센서의 수를 제시하였으며 이러한 방법은 실제의 손상탐지에서 진동실험을 수행하기에 앞서 실험계획을 수립하는데 매우 중요한 기준으로 사용될 수 있을 것이다. 본 연구에서는 컴퓨터 시뮬레이션으로 이러한 방법이 실제 손상탐지의 전처리 과정으로 효과적으로 적용될 수 있음을 제시하고자 한다.

2. 역섭동법을 이용한 손상탐지

구조물의 동적해석에서 일반적인 고유치 문제는 다음과 같은 n 개의 평형방정식으로 표현된다.

$$[k][\phi] = [m][\phi][\lambda] \quad (1)$$

여기서, $[k]$ 는 강성행렬, $[m]$ 은 질량행렬이고 $[\lambda]$ 와 $[\phi]$ 는 고유주파수와 진동모드이다.

구조물에 손상이 발생하면 고유주파수와 진동 모드 등의 동적 특성이 변화하여 새로운 평형방정식을 만족한다. 다음식은 손상된 시스템의 새로운 평형방정식이다.

$$[k'][\phi'] = [m'][\phi'][\lambda'] \quad (2)$$

식 (2)에서 구조행렬의 변화는 각각 손상이 없는 구조행렬과 손상에 의한 섭동 행렬로 표현된다.

$$[k'] = [k] + [\Delta k], \quad [m'] = [m] + [\Delta m] \quad (3)$$

손상에 의한 Δk , Δm 은 아직 미지이므로 식 (2)의 평형방정식은 불평형에 의한 잔여오차를 포함한다.

$$\{R\} = ([k'] - \lambda'[m'])\{\phi'\} \quad (4)$$

손상된 시스템이 새로운 평형을 만족하도록 식 (4)의 잔여오차가 0이 되는 조건을 부과하면, 손상에 의한 구조물의 변화 Δk , Δm 을 결정할 수 있고 이들은 유한요소에서 부분적인 변화들의 합으로 표현할 수 있다.

$$[\Delta k] = \sum_{e=1}^J [\Delta k_e], \quad [\Delta m] = \sum_{e=1}^J [\Delta m_e] \quad (5)$$

식 (5)에서, J 는 유한요소모델에 사용된 요소의 개수이다. 각각의 요소 변화는 재료의 물성치나 기하학적인 변화에 기인하며, 이러한 변화는 다음의 식 (6)에서 손상변수의 함수로 표현할 수 있다. 여기서 α 는 무차원의 손상변수로 서로 물리적 의미가 다른 변수의 크기를 정규화(normalization)시켜, 역섭동법의 수치적인 안정성을 향상시킨다.

$$[\Delta k_e] = [k_e] f_k(\alpha_e), \quad [\Delta m_e] = [m_e] f_m(\alpha_e) \quad (6)$$

한편 진동실험에서 모든 동특성이 측정되는 것은 아니므로, 측정되지 않은 동특성을 변수로 설

정하여 역섭동법의 수식에 추가한다. 이것은 구조물의 손상에 직접 관련된 것은 아니지만 손상후의 평형이 만족되도록 그 값이 결정되어야 한다. 이것은 역섭동식에 새로이 추가된 변수를 전자 손상변수와 구분하여 특성변수라고 한다.

$$\{\phi'\} = \begin{Bmatrix} \phi'_p \\ \phi'_s \end{Bmatrix}, \quad \alpha_s = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad (7)$$

식 (7)에서 ϕ_p 는 진동모드에서 측정된 자유도, ϕ_s 는 측정되지 않은 자유도를 나타낸다. 고유주파수도 측정되지 않은 모드가 있을 수 있으며 식 (7)의 α_s 와 같이 무차원 변수로 설정할 수 있지만, 일반적으로 고유주파수는 모두 측정된 것으로 가정한다. 최종적으로 식 (4)에 식 (5-7)를 적용하면, 잔여오차 $\{R\}$ 은 다음과 같다.

$$\{R\} = ([k] - \lambda[m]) \begin{Bmatrix} \phi_p \\ \phi_s \end{Bmatrix} + \sum_{e=1}^J ([k_e] f_k(\alpha_e) - \lambda[m_e] f_m(\alpha_e)) \begin{Bmatrix} \phi_p \\ \phi_s \end{Bmatrix} \quad (8)$$

손상탐지는 식 (8)에서 잔여오차의 내적(inner product)을 최소화하는 조건으로 손상변수와 특성변수등의 미지수를 계산하며, 비선형 최소자승법인 Gauss-Newton법이 사용된다. 만일 L 개의 모드를 손상탐지에 사용하면, 식 (8)의 잔여오차는 차원이 $n \times L$ 인 행렬이 되므로 Frobenius노름(norm)을 사용하여 잔여오차를 최소화한다. 그러나 여러 개의 모드를 사용하는 경우에는 식 (8)의 구속조건이 증가하여 최소자승법으로 계산된 손상탐지의 정확도가 향상되는 장점은 있으나 동시에 특성변수의 증가로 계산 시간이 과도하게 소요되므로 시스템 축소기법을 이용한 효율의 개선이 필요하다.

3. 시스템 축소기법의 적용

3.1 시스템 축소기법

불완전한 측정으로 인하여 손상탐지에서 측정된 자유도와 미측정 자유도의 분할된 형태로 식 (1)의 고유치 문제를 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} k_{pp} & k_{ps} \\ k_{sp} & k_{ss} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_p \\ \phi_s \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} m_{pp} & m_{ps} \\ m_{sp} & m_{ss} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_p \\ \phi_s \end{Bmatrix} \quad (9)$$

식 (9)에서 p 는 주자유도, s 는 부자유도라고 하며, 손상탐지에서 각각 측정된 자유도와 미측정 자유도를 의미한다. 미측정 자유도는 다음과 같이 측정된 자유도로 표현할 수 있다.

$$\{\phi_s\} = -([k_{ss}] - \lambda[m_{ss}])^{-1}([k_{sp}] - \lambda[m_{sp}])\{\phi_p\} \quad (10)$$

식 (10)에서 자유도간의 변환식에 고유치가 포함되므로 모드에 따라 변환식이 재계산되어야 한다. 이것을 해결하기 위하여 식 (10)의 역행렬을 무한급수로 전개한다.⁽¹⁴⁻¹⁶⁾

$$([k_{ss}] - \lambda[m_{ss}])^{-1} = ([I] + \lambda[A_s] + \dots)[k_{ss}]^{-1} \quad (11)$$

여기서 $[A_s] = [k_{ss}]^{-1}[m_{ss}]$ 이며, 자유도 변환의 정확도는 식 (12)의 무한급수에 사용된 항의 차수에 좌우된다. Guyan 축소법은⁽¹⁷⁾ 무한급수의 첫 상수항만으로 다음의 자유도 변환식을 만든 것이다.

$$\{\phi_p\} = -[k_{sp}]^{-1}[k_{sp}]\{\phi_p\} = [T_o]\{\phi_p\} \quad (12)$$

자유도 변환의 정확도를 Guyan 방법보다 향상시키기 위해서는 식 (11)의 무한급수항을 좀더 확장시켜야 한다. AIRS(accelerated improved reduced system) 축소법은⁽¹⁸⁾ 고유치를 Guyan 축소법의 구조행렬로 근사하는 방법으로 고유치에 무관한 변환식의 구성을 가능하게 한다.

$$\lambda\{\phi_p\} = \lambda\{\phi_p\} = ([M_o]^{-1}[K_o])\{\phi_p\} \quad (13)$$

여기서,

$$[K_o] = \begin{bmatrix} I \\ T_o \end{bmatrix}^T [K] \begin{bmatrix} I \\ T_o \end{bmatrix}, [M_o] = \begin{bmatrix} I \\ T_o \end{bmatrix}^T [M] \begin{bmatrix} I \\ T_o \end{bmatrix}$$

식 (13)을 이용한 AIRS 축소법의 자유도 변환식은 다음과 같다.

$$\{\phi_p\} = ([T_o] + [T_1] + [T_2] + [T_3] + \dots)\{\phi_p\} \quad (14)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [T_o] &= -[k_{sp}]^{-1}[k_{sp}] \\ [T_1] &= [k_{ss}]^{-1}([m_{sp}] + [m_{ss}][T_o])([M_o]^{-1}[K_o]) \\ [T_2] &= [A_s][T_1]([M_o]^{-1}[K_o]) \\ [T_3] &= [A_s][T_2]([M_o]^{-1}[K_o]) \end{aligned}$$

AIRS는 변환식의 고유치를 근사하기 위하여 Guyan 축소법을 사용하므로 주자유도의 선정이 매우 중요하며, 최소한 사용되는 모드의 2배 이상의 주자유도가 사용되어야 한다. 이러한 Guyan 축소법의 오차를 최소화하는 방법으로 주자유도의 선정에 관한 연구가^(8,9) 수행되었으나, 손상탐지에 대하여 그 적합성이 검증되어야 할 것이다.

3.2 축소법을 이용한 역섭동법의 개선

시스템 축소법의 주자유도와 부자유도간의 변환관계식을 역섭동법의 미측정 자유도 변환에 이용하면 식 (8)에서 특성변수를 제거할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\phi_p\} &= -([k_{ss}] - \lambda[m_{ss}])^{-1}([k_{sp}] - \lambda[m_{sp}])\{\phi_p\} \\ &= ([T_o] + [T_1] + [T_2])\{\phi_p\} = [T_{AIRS2}]\{\phi_p\} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)의 자유도 변환식은 구조변경의 함수이므로,

역섭동법의 계산과정에서 이러한 구조행렬의 변화가 반복적으로 반영되어야 한다.

손상탐지에 부정확한 자유도 변환식을 사용하면 반복적인 계산과정에서 오차가 누적되어 수치적인 안정성이 저하된다. 따라서 식 (14)에서 필요한 정확도에 따라 AIRS의 차수를 조정해야 하며, 일반적으로 손상탐지에 사용할 진동모드의 수에 좌우된다.⁽¹⁹⁾ 본 연구에서는 AIRS의 3차항까지 사용한 AIRS3로 미측정 자유도를 변환하여 손상탐지를 수행하였다. 최종적으로 AIRS3를 사용하여 재구성한 평형방정식의 잔여오차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{R\} &= ([k] - \lambda[m])[T_{AIRS3}]\{\phi_p\} \\ &+ \sum_{i=4}^n ([k_c]f_k(\alpha_c) - \lambda[m_c]f_m(\alpha_c))[T_{AIRS3}]\{\phi_p\} \end{aligned} \quad (16)$$

4. 손상탐지에서 센서의 수와 위치 선정

4.1 손상탐지에 필요한 센서의 수

손상탐지에서 모든 자유도의 응답이 측정되지 않는다면 제한된 수의 센서로 측정위치를 선정해야 한다. 본 연구는 손상탐지 과정에서 축소기법을 사용하여 미측정 자유도를 변환했으므로 최소한의 변환의 정확도가 보장될 수 있는 주자유도의 수가 결정되어야 한다. 일반적으로 시스템 축소기법에서는 사용할 모드의 최소 2배 자유도를 선정해야 하지만,^(9,18) 손상탐지에는 이보다 더 많은 수의 주자유도, 즉 센서가 필요하다.⁽¹⁹⁾

본 연구의 수치기법은 손상탐지에 사용할 모드의 최소 2배가 되는 주자유도의 수를 초기값으로 하고, 수치 시뮬레이션 과정에서 필요한 센서의 수를 결정한다. 이 경우에 손상을 정확하게 탐지하는데 사용된 주자유도의 수가 바로 손상탐지에 필요한 센서의 수가 되며, 구조물에 포함된 손상의 위치와 수에 영향을 받지 않고 오직 손상전 유한요소모델과 사용할 진동모드에 의해 결정된다. 물론 센서위치 선정 기법들은 방법에 따라 측정효율에 차이가 있으므로 필요한 센서의 수는 사용한 센서위치 선정기법에 영향을 받는다. 따라서 센서가 효율적으로 배치될 수 있도록 위치를 선정하는 방법은 손상탐지에서 필요로 하는 최소의 센서 수를 결정하는데 매우 중요하다. 이러한 과정을 예제에서 수치적으로 시뮬레이션 하였다.

4.2 센서위치 선정기준

센서의 측정위치는 축소법의 주자유도를 의미하며 특정 자유도에서 진동모드의 값이다. 축소기법이 적용된 손상탐지는 주자유도 선정에 따라 자

유도 변환의 정확도가 좌우되므로 센서위치 선정은 성공적인 손상탐지를 위해서 매우 중요하다. 본 연구에서는 기존의 센서위치 평가기준을 크게 물리적인 방법과 수학적 방법으로 구분한다.⁽¹²⁾

물리적인 관점에서 센서의 평가기준은 시스템 축소오차를 고려한 것으로, 선정된 자유도로 축소된 시스템이 원래 구조물의 저차 동특성을 정확하게 반영할 수 있어야 한다. 이러한 조건은 식 (9)의 $[k_{ss}]$, $[m_{ss}]$ 로 계산된 최저차 고유치 λ_s 가 Guyan방법으로 축소된 시스템의 최고차 고유치 λ_r 보다 커야 식 (11)의 무한급수가 수렴하므로,⁽¹⁹⁾ λ_s 가 가능한 커지도록 주자유도를 선정하는 것이 축소오차의 감소에 매우 중요한 요인이다. 따라서 다음의 식 (17)에서 제시한 평가기준은 시스템 축소법의 수치적 안정성을 우선적으로 고려한 물리적인 방법이다.

$$\min(\lambda_s) > \max(\lambda_r) \quad (17)$$

반면 수학적 관점의 선정기준은 모드확장의 안정성을 고려한 것이다. 모드확장은 시스템 축소의 역과정으로 적은 차원의 부분공간(p)을 전체차원의 공간(n)으로 확장한다.

$$\underbrace{\{\phi^i\}}_{(n \times 1)} = \begin{Bmatrix} \phi_p^i \\ \phi_s^i \end{Bmatrix}_{app} = \begin{Bmatrix} \Phi_{pt} \\ \Phi_{st} \end{Bmatrix} \{q_i\} \quad (18)$$

전체 자유도 $\{\phi^i\}$ 는 L 개의 모드행렬 $[\Phi]$ 와 일반화된 좌표 $\{q\}$ 의 선형조합으로 표현된다. 일반적으로 진동실험에 사용되는 모드의 수(L)는 센서의 수(p)에 비해 적으므로, $[\Phi_{pt}]$ 은 정방행렬이 아니다.

한편 진동센서에서 측정된 $\{\phi_p^i\}_{rev}$ 도 식 (18)과 같이 진동모드와 일반화된 좌표의 선형조합으로 표현할 수 있다.

$$\{\phi_p^i\}_{rev} = [\Phi_{pt}] \{q_i\}_{rev} \quad (19)$$

실험에서 $\{\phi\}_{rev}$ 가 측정되므로 $\{q_i\}_{rev}$ 의 계산에는 $[\Phi_{pt}]$ 의 역행렬이 필요하며, 정방행렬이 아니므로 의사 역행렬(pseudo inverse)이 사용된다.

$$\{q_i\} = \{q_i\}_{rev} = [A]^{-1} [\Phi_{pt}]^T \{\phi_p^i\}_{rev} \quad (20)$$

여기서,

$$[A] = [\Phi_{pt}]^T [\Phi_{pt}]$$

이며, 최소자승 추정(least square estimation)이 사용된다. 식 (20)에서 정의된 $[A]$ 는 Fisher정보행렬을 의미하며, 센서위치의 성능에서 주변환경의 잡음에 대한 강건성을 평가하는 매우 중요한 요소이다. 센서로부터 측정된 진동모드의 부분적인 정보(p)는 다음과 같이 전체 자유도(n)로 확장된다.

$$\{\phi^i\} = \begin{Bmatrix} \Phi_{pt} \\ \Phi_{st} \end{Bmatrix} [A]^{-1} [\Phi_{pt}]^T \{\phi_p^i\}_{rev} \quad (21)$$

식 (21)의 Fisher정보행렬이 특이화가 되어서는 안되며, Fisher정보행렬의 선형 독립특성이 최대가 되도록 전체 진동모드 $[\Phi_L]$ 에서 주자유도 $[\Phi_{pt}]$ 가 선정되어야 한다. 이는 식 (21)의 변환식이 성립하기 위한 필요조건이다.

한편 Fisher정보행렬의 상태수(condition number)는 변환의 수치적 안정성을 나타내며 동시에 외부영향에 대한 민감도를 평가하는데 적합한 기준이다. 이 값은 적을수록 수치적인 안정성이 우수하다.

$$\mu([A]) = \sigma_{max}^2 / \sigma_{min}^2 \quad (22)$$

식 (22)에서 상태수는 Fisher정보행렬의 최대 및 최소 고유치의 비로서 정의하였다. 이와 같이 선형독립 특성과 상태수를 이용한 센서위치 선정은 모드확장의 수학적 정의에 바탕을 둔 수학적 접근법이다. 그러나 본 연구는 실제 실험을 수행하여 손상탐지를 수행한 것은 아니므로 잡음에 대한 영향은 중요하게 고려하지 않았으며, 이와 관련한 평가기준을 본 논문의 예제에 사용하지 않았다.

4.3 센서위치의 선정방법

센서(주자유도)의 위치는 다양한 선정법^(11,12) 중 대표적인 다음의 4가지 방법을 고려하였다.

첫째, 질량 대 강성 비의 대각항의 크기 순으로 주자유도를 동시에 선정하는 방법(simultaneous M/K method)이다.⁽⁸⁾ 이러한 방법은 자유도의 관성 에너지를 고려한 것으로 매우 간단하게 센서의 위치를 선정할 수 있으나 자유도간의 연성이 고려되지 않았다. 유사한 관점에서 자유도별로 에너지 분포를 계산하여 에너지가 집중된 자유도를 동시에 선정하는 방법(simultaneous energy method)도 센서의 위치가 동일하게 선정되었다.⁽⁹⁾

둘째, Penny등이 사용한 순차적 소거법(sequential elimination method)이다.⁽¹⁰⁾ 이것은 질량 대 강성 비를 고려하여 대각항의 비가 적은 자유도를 하나씩 순차적으로 제거해 나가는 방법이다. 일반적으로 부자유도의 수가 주자유도에 비해 매우 많으므로 계산의 효율은 감소되나 시스템 축소의 수치적 안정성은 매우 좋다.

셋째, 순차적 에너지법(sequential energy method)이다.⁽¹²⁾ 이것은 반복적으로 에너지 기여도가 가장 적은 자유도를 제거해 나가는 방법으로 순차적 방법은 수치적인 안정성이 매우 좋은 방법이므로 기존의 에너지 방법⁽⁹⁾에 적용한 것이다.

넷째, Kammer의 방법(effective independence distribution, EID)이다.⁽¹³⁾ 이것은 Fisher정보행렬의 선형

독립 특성에 기여도가 가장 큰 자유도를 선정하는 것으로써 순차적인 방법이다.

수치예제에서 방법들간의 성능비교로 Fisher 정보행렬의 상태수와 부공간(subspace)의 최소고유치 λ_s 가 사용되었다. 이러한 판별기준은 시스템 축소법이나 진동실험에 앞서 센서위치의 대략적인 성능을 평가하는 기초자료로는 사용될 수 있지만 아직 손상탐지에 그 적합성이 검증되지 않았다. 따라서 손상탐지에 이러한 기준이 유효한지를 판별하기 위해서 역섭동법의 잔여오차를 최소화하는 기준으로 적합성 여부를 검토하였고 기존의 센서위치 평가기준이 손상탐지에서도 동일하게 적용될 수 있는지 그 여부를 검토하였다.

5. 수치해석 및 결과

본 연구의 내용을 수치적으로 검증하기 위하여 Fig. 1의 외팔 오일러(Euler)보를 사용하였다. 모델은 총 25개의 유한요소로 구성되고, 좌측 15개 요소의 크기는 100mm, 나머지 10개 요소는 200mm이다. 편의상 축방향의 변위는 고려하지 않고 각 노드에서 수직과 회전방향 2개의 자유도가 정의된다. 사각형 단면의 보는 단면적 A 40mm × 40mm 와, 길이 L 3500mm, 탄성계수 E 6.9 × 10⁴ MPa, 밀도 ρ 2.7 × 10⁻⁹ Ns²/mm⁴이다.

본 예제는 손상으로 인하여 구조물 요소의 높이 h 가 변화한 것으로 가정하여 Table 1의 손상을 구조물에 포함시킨 후, 유한요소법으로 해석한 고유주파수와 진동모드를 손상후의 동특성에 이용하였다. 여기서 고유주파수는 모두 측정된 것으로 하였으나 진동모드는 진동실험에서 불완전하게 측정된 것을 모사하기 위하여 Fig. 2와 같이 일부 자유도의 진동모드 값만 손상탐지에 사용하였다.

손상탐지는 우선 손상에 대한 매개변수를 정의해야 하는데, 손상으로 일부 구조물의 높이가 변화하였다면 단면의 2차 면적관성 모멘트 I 에 변화가 생길 것이다. 이러한 관계는 다음 식에서 구조 매개변수($\alpha_c = \Delta h/h$)로 표현된다.

$$\Delta I = I(1 + \alpha)^3 - I = I(3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3) \quad (23)$$

구조매개변수의 변화로 표현된 손상된 구조물의 강성과 질량행렬은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [\Delta k]_c &= [k]_c \Delta I_c = [k]_c (3\alpha_c + 3\alpha_c^2 + \alpha_c^3) \\ [\Delta m]_c &= [m]_c \frac{\Delta h_c}{h_c} = [m]_c \alpha_c \end{aligned} \quad (24)$$

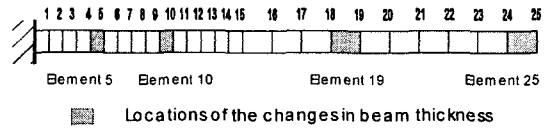


Fig. 1 A numerical example: the cantilevered beam with four damaged elements

Table 1 Locations and extents of the changes in beam thickness

Damage location.	Element 5	Element 10	Element 19	Element 25
Thickness change	-20%	-25%	-25%	-30%

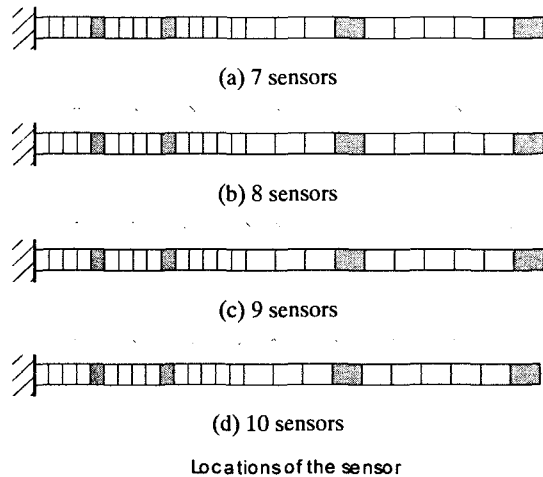


Fig. 2 Examples of sensor placement considered for the sequential elimination method

최종적으로 평형방정식의 잔여오차는 다음의 식 (25)와 같으며 AIRS3 축소법의 자유도 변환식을 이용하여 미측정 자유도를 변환한 것이다.

$$\begin{aligned} \{R\} &= ([k] - \lambda[m]) \begin{bmatrix} I \\ T_{AIRS3} \end{bmatrix} \{\phi_p\} \\ &+ \sum_{c=1}^j ([k]_c (3\alpha_c + 3\alpha_c^2 + \alpha_c^3) - \lambda[m]_c \alpha_c) \begin{bmatrix} I \\ T_{AIRS3} \end{bmatrix} \{\phi_p\} \end{aligned} \quad (25)$$

5.1 센서의 수 결정

시스템 축소기법이 적용된 역섭동법을 손상탐지에 사용하게 되면 축소변환의 정확도가 매우 중요하다.⁽¹⁹⁾ 따라서 이러한 변환의 정확도를 유지하기 위해서는 축소법의 주자유도 선정에 필요한 기준이 기본적으로 충족되어야 하므로, 주자유도의

선정의 기준인 사용할 진동모드의 최소 2배 이상이 되는 주자유도를 초기값으로 선정한다. 본 연구에서는 사용하는 동특성의 차수를 3차 모드까지 사용하고자 하며, 일반적인 진동실험에서 진동모드의 주파수 상한은 우선적으로 고려해야 하는 실험측정상의 제약이다.

3차 진동모드까지의 동특성을 시용하고자 할 때 필요한 최소의 센서 수는 전술한 바와 같이 6개 이상의 주자유도를 초기값으로 사용해야 하며, 본 연구에서는 초기값으로 센서의 수를 7개로 설정했다. Fig. 2는 sequential elimination 방법을 사용하여 7개부터 10개의 주자유도를 선정한 결과이며, 이와 같이 센서의 수를 증가시키면서 손상을 탐지한 결과는 Fig. 3과 같다. Fig. 3은 손상이 정확하게 탐지되기 위해서는 센서의 수가 최소 10개가 필요함을 의미하며 이보다 많은 수의 센서를 사용한다 해도 탐지결과에는 크게 변화가 없다. 이는 손상탐지에 필요한 최적의 센서 수를 의미한다. Fig. 3(a-c)의 경우는 미측정 자유도를 측정된 자유도로 변환하는 과정에서 너무 적은 수의 주자유도가 사용되었기 때문에 사용한 3개 모드에 필요한 정확도가 충족되지 않으므로 손상을 정확하게 탐지할 수 없는 것이다.

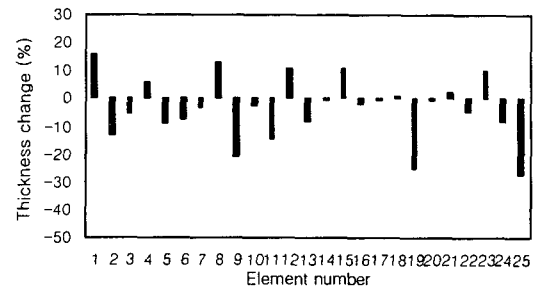
선정된 센서의 수는 손상의 위치와 개수에 상관 없으며 오직 사용한 유한요소모델과 진동모드 수에만 관련이 있다. 따라서 본 연구의 방법은 실제 손상탐지 과정에서 진동실험의 전 과정으로 사용하여 센서의 소요개수 및 부착위치를 사전에 확인할 수 있으므로 매우 유용하게 사용될 수 있다.

5.2 센서위치 선정 기법간 손상탐지 결과

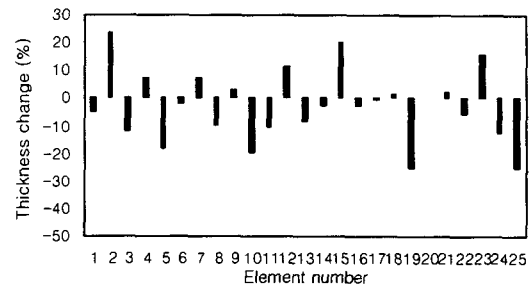
Fig. 4는 앞서 순차적 소거법으로 결정된 센서의 수를 기준으로 각기 다른 방법으로 총 10개의 자유도를 선정한 것이다. 이 경우에 센서위치를 선정하는 방법을 달리하면 손상을 정확하게 탐지하는데 필요한 센서의 수가 변하게 되는데 이것은 같은 수의 센서를 사용함에도 센서위치의 선정에 따라 시스템 축소법의 자유도 변환 정확도에 차이가 있기 때문이다. 이러한 차이는 역섭동법의 미측정 자유도가 측정된 자유도로 변환되는 과정에서 변환오차로 인한 것이므로 주자유도, 즉 센서의 위치선정이 시스템 축소법의 오차를 가능한 최소화하도록 선정되어야 함을 의미한다. 따라서 기존에 사용한 센서 위치의 평가방법 중에 시스템의 축소오차를 고려한 물리적인 방법이 본 연구의 손상탐지에서도 역시 중요하게 고려되어야 함을 예상할 수 있으며 이것을 확인하고자 한다.

Table 2는 Fig. 2에서 선정된 센서위치를 대상으

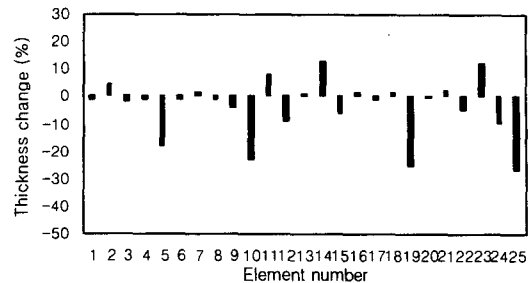
로 시스템 축소오차와 상태수를 비교한 것이다.



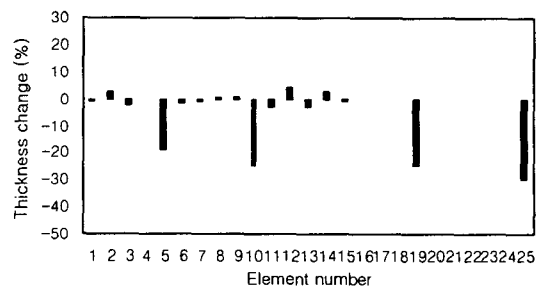
(a) 7 sensors



(b) 8 sensors



(c) 9 sensors



(d) 10 sensors

Fig. 3 Damage detection results vs. the number of sensors by sequential elimination method: the first three modes are used

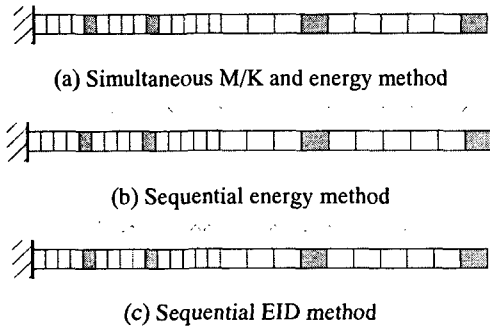


Fig. 4 Ten sensors placements by three different sensor placement methods

Table 2 The condition numbers and the minimum eigenvalues for different sensor placement methods

Sensor placement methodology	$\mu([A])$	λ_1
Simultaneous M/K and energy	1.4416×10^3	1.8195×10^5
Sequential M/K	3.1859×10^0	1.6052×10^7
Sequential energy method	3.7402×10^0	4.8117×10^6
Sequential EID method	2.4145×10^0	4.7320×10^6

본 연구에서는 실제로 진동실험을 수행하지는 않았으므로 상태수는 고려하지 않았으나, 시스템의 축소오차를 고려한 결과 순차적 소거법이 가장 우수한 손상탐지 결과를 보일 것으로 예상할 수 있다. 따라서 이러한 추정을 검증하기 위하여 역섭동법을 이용한 손상탐지를 일정 횟수로 반복계산하여 잔여오차의 크기를 비교하였다.

Fig. 5는 서로 다른 방법으로 선정된 센서의 위치로 손상탐지를 수행한 결과로, 순차적 소거법의 잔여오차가 다른 방법에 비하여 잔여오차의 크기가 크게 감소되었음을 확인할 수 있다. 이것은 손상탐지의 결과로도 확인할 수 있으며 동일한 센서의 수를 사용한 Fig. 2 (d)의 순차적 소거법에 비하여 Fig. 6 (a)의 순차적 에너지법과 Fig. 6 (b)의 순차적 EID방법은 Fig. 5에서 잔여오차의 크기와 비례하여 손상이 부정확하게 탐지됨을 알 수 있다. 특히, 질량 대 강성비의 동시선정법이나 에너지에 의한 동시선정법등은 손상탐지를 수행한 결과 잔여오차가 과도하게 존재하며, 계산 중에 수치적인 불안정성이 발생하여 손상탐지 결과를 도출할 수 없다. 따라서 순차적 소거법 이외의 방법으로는

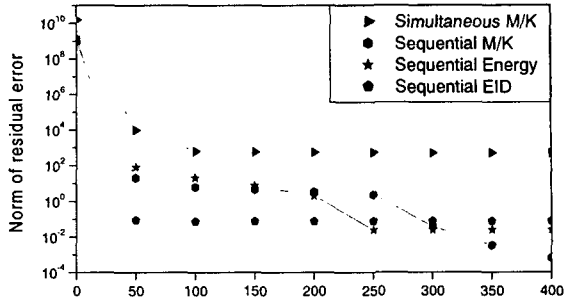
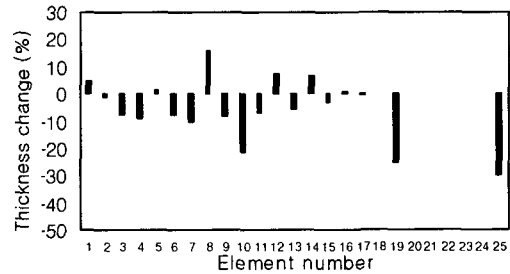
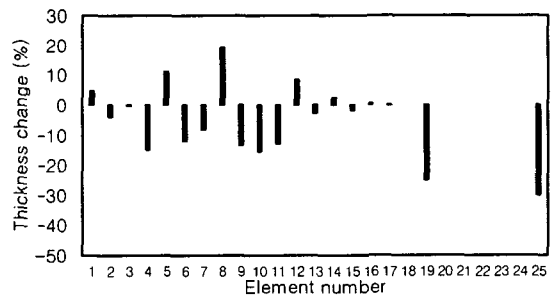


Fig. 5 Residual errors vs. iteration number for four different sensor placement methods



(a) sequential Energy method



(b) sequential EID method

Fig. 6 Damage detection results vs. different sensor placement methods: the first three modes are used

3개의 진동모드를 사용하는 동일한 조건에서 10개 이상의 센서가 사용되어야만 좀 더 정확한 자유도 변환이 가능하며 손상을 탐지할 수 있다.

이러한 결과는 시스템 축소오차가 최소화되는 센서위치 선정기법이 역섭동법의 반복계산에서 수치적 발산 가능성을 최소화하므로 손상탐지에서도 매우 효과적인 센서위치 기법으로 사용되었음을 의미한다. 또한 본 연구에서 제시한 방법은 다른 예제의 경우에도 동일하게 적용할 수 있으며,

2차원 트러스에 적용한 결과 예시한 1차원 보의 경우와 동일한 결과를 얻을 수 있었다.

6. 결론

본 연구에서는 손상탐지에서 불완전한 측정으로 인한 문제점을 해결하기 위한 방법으로 센서의 수와 센서위치 선정에 관한 연구를 수행하였다.

손상탐지에 필요한 센서의 수는 본 연구의 수치 기법을 반복적으로 적용하는 과정에서 산출된다. 이 방법은 구조물의 손상과는 관련이 없고 오직 손상전의 유한요소모델과 축소변환의 정확도에 영향을 받는다. 따라서 손상을 탐지할 구조물과 측정 주파수의 상한이 결정되면 구조물에 부착할 진동 센서의 수가 수치 시뮬레이션에서 산출되므로 실험계획을 수립하는데 효과적으로 이용할 수 있다.

손상탐지에 적합한 센서의 위치는 역섭동법의 수렴과정에서 잔여오차를 최소화 하도록 선정해야 하며 시스템의 축소오차를 고려한 기존의 판별기준은 본 연구의 손상탐지에서도 가장 확실한 평가 기준임이 입증되었다. 그러나 본 연구의 방법은 실제 실험이 수반된 경우는 고려하지 않았으므로 이에 관한 연구가 필요할 것으로 사료되며, 이러한 연구에서는 기존의 상태수를 고려한 평가기준이 잡음에 대한 강건성을 평가하는데 중요하게 고려되어야 할 것이다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호 R01-2000-000-00295-0) 지원으로 수행되었음.

참고문헌

- (1) Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B. and Shevitz, D. W., 1996, "Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review," *Los Alamos National Laboratory Report LA-13070-MS*.
- (2) Friswell, M. I. and Penny, J. E. T., 1997, "Is Damage Location Using Vibration Measurements Practical?," *EUROMECH International Workshop: DAMAS 97, Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures*, Sheffield, UK.
- (3) Zimmerman, D. C. and Kaouk, M., 1994, "Structural Damage Detection Using a Minimum Rank Update Theory," *J. of Vibration and Acoustics Transactions of the ASME*, Vol. 116, pp. 222-230.
- (4) Kim, K. O., Anderson, W. J. and Sandstrom, R. E., 1983, "Nonlinear Inverse Perturbation Method in Dynamic Analysis," *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 9, pp. 1310-1316.
- (5) Zimmerman D. C., Smith, S. W., Kim, H. M. and Bartkovicz, T., 1996, "An Experimental Study of Structural Damage Detection Using Incomplete Measurements," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 118, No. 4, pp. 543-550.
- (6) James, G. H., Zimmerman, D. C. and Cao, T., 1998, "Development of a Coupled Approach for Structural Damage Detection with Incomplete Measurements," *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 12, pp. 2209-2217.
- (7) Choi, Y. J., 2001, *System Reduction and Selection of Degrees of Freedom in Structural Dynamic Inverse Problems*, Ph. D. Thesis, Inha University.
- (8) Shah, V. N. and Raymund, M., 1982, "Analytical Selection of Masters for the Reduced Eigenvalue problem," *International J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18, No. 1, pp. 89-98.
- (9) Kim, K. O. and Choi, Y. J., 2000, "Energy Method for Selection of Degrees of Freedom in condensation," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 7, pp. 1253-1259.
- (10) Penny, J. E. T., Friswell, M. I. and Garvey, S. D., 1994, "Automatic Choice of Measurement Locations for Dynamic Testing," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 2, pp. 407-414.
- (11) Papadopoulos, M. and Garcia, E., 1998, "Sensor Placement Methodologies for Dynamic Testing," *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 2, pp. 256-263.
- (12) Kim, K. O., Yoo, H. S. and Choi, Y. J., April 2001, "Optimal Sensor Placement for dynamic testing of Large Structures," *42nd AIAA SDM Conference*, Seattle, AIAA01-1232.
- (13) Kammer, D. C., 1991, "Sensor Placement for On-Orbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 14, No. 2, pp. 251-259.
- (14) Kidder, R. L., 1973, "Reduction of Structural Frequency Equations," *AIAA Journal*, Vol. 11, p.892.
- (15) Flax, A. H., 1975, "Comment on 'Reduction of Structural Frequency Equations'," *AIAA Journal*, Vol. 13, pp. 701-702.
- (16) Kidder, R. L., 1975, "Reply by Author to A. H. Flax," *AIAA Journal*, Vol. 13, pp. 702-703.
- (17) Guyan, R. J., 1965, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," *AIAA Journal*, Vol. 3, No. 2, p. 380.
- (18) Kim, K. O. and Kang, M. K., 2001, "Convergence Acceleration of Iterative Modal Reduction Methods," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 1, pp.134-140.
- (19) Choi, Y. J. and Lee, U., 2002, "System Condensation Technique-Based Inverse Perturbation Method of Damage Detection," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 30, No. 7, pp. 98-104.