

설계변수 및 매개변수의 공차를 고려한 캘리퍼 디스크 브레이크의 강건설계

김종현^{*}· 박정민^{*}· 이종수[†]

(2002년 7월 2일 접수, 2003년 4월 7일 심사완료)

Robust Optimization of Caliper Brake Disc Considering Tolerance

Jonghun Kim, Jeongmin Park and Jongsoo Lee

Key Words : Robust Optimization(강건설계), Tolerance Band(공차범위), Orthogonal Array(직교배열), Analysis of Means(평균분석), Caliper Disk Brake(디스크 브레이크)

Abstract

Generally, most of optimization have been performed with fixed sizes and variables. But, the optimum value considering tolerance of design variables and material properties, might be useless owing to exist in infeasible region. It is needed that the tolerance of design variables and material properties is considered for a real design problem. A deterministic optimal solution can be in the feasible region by performing robust optimization considering tolerance. In the paper, robust design is suggested to gain an optimum insensitive to variation of design variables and it is applied for optimization problem of caliper disc brakes for vehicles.

기호설명

설계변수

R : 축과 라이닝 중심 사이의 거리.	(meter)
d : 라이닝 지름.	(meter)
D _p : 피스톤 지름.	(meter)
a : 디스크 두께.	(meter)
P ₀ : 오일 압력.	(Kg/m ²)
D : 디스크 지름.	(meter)

세부내용

W : 각각의 훨당 자동차 무게.	(Newton)
S : 자동차 속도.	(Km/hr)
R _t : 타이어 반지름.	(meter)
D _u : 최대 디스크 지름.	(meter)
D _b : 허브 지름.	(meter)
T : 최대 가능 디스크 온도.	(°C)
μ : 라이닝과 디스크 사이의 마찰 계수.	

P _u : 최대 가능 라이닝 압력.	(N/m ²)
P _m : 최대 가능 오일 압력.	(N/m ²)
μ : 타이어와 지면 사이의 마찰 계수.	
T _c : 실린더 벽면의 두께.	(meter)
p : 라이닝 압력.	(N/m ²)
c : 디스크의 비열.	(J/Kg °C)
ρ : 디스크의 질량 밀도.	(Kg/m ³)

1. 서 론

초기 자동차는 운송 수단의 일종에 불과 했으나 점차 자동차는 인간 생활의 중요한 부분들을 차지함에 따라 다양한 성능들을 요구하게 되었다. 이에 따라 동력성능, 조향성능, 제동성능 및 환경 친화성 등이 많이 연구되고 있으며, 자동차 제동 시의 안정성 확보를 위한 고성능 브레이크 시스템의 개선은 가장 중요한 과제 중의 하나이다. 브레이크 시스템의 설계에는 자동차의 주행속도, 도로조건, 하중, 패드 및 디스크의 재질과 형상, 차체의 형상 등에 맞는 최적설계가 요구된다.⁽¹⁾ 그리고, 브레이크 시스템의 불량은 대형 사고와 연결될 수 있으므로 설계에 신중을 기해야 함에도 불구하고, 일반적인 최적화 방법론에 의한 설계는 제품 생산

^{*} 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학부

E-mail : jeej@yonsei.ac.kr

TEL : (02)2123-4474 FAX : (02)362-2736

[†] 연세대학교 대학원 기계공학과

시에 발생하는 설계변수와 물성치들의 공차를 고려하지 못한다. 이러한 결정론적인 방법으로 최적화 되어진 최적해는 공차를 고려한다면 비가용영역에 존재하게 될 수 있다. 이러한 문제 제기에 의해 공차영역을 고려한 강건설계의 필요성이 강조되고 있다. 강건설계는 제품의 생산과정에서 어쩔 수 없이 발생하는 설계변수와 설계인자들의 변동으로 인하여 결과값의 변화를 최소화하는 기법으로써 보통 제한함수와 목적함수의 강건성을 고려한다. 이는 설계변수와 설계인자들이 공차범위 내에서 어떠한 조합을 가지더라도 결과가 제한조건에 대하여 가용영역 내에 존재하도록 한다.

본 연구에서는 차량용 디스크 브레이크의 형상, 즉 라이닝의 크기, 피스톤의 크기 및 실린더의 압력, 그리고 디스크의 크기를 최적화하여 정지시간(stopping time)을 최소화 시키는 최적화를 수행하였다. 뿐만 아니라 제품의 생산과정에서 발생할 수 있는 설계 변수와 설계 인자들의 공차를 고려하여 강건최적설계를 수행하였다. 본 연구에서는 문제해결 과정에서 결정론적 최적해를 구하기 위하여 상용 최적화 프로그램 ADS를 사용하여 최적화를 수행하였다.

2. 차량용 디스크 브레이크

자동차에서 차체(body)를 제외한 부분을 샤시(chassis)라고 하며 브레이크 시스템도 샤시의 일부분이다. 브레이크 시스템은 자동차가 주행 중일 때 감속하는 기능과 정지 상태를 유지하는 것 및 내리막길 등에서 자동차의 속도를 일정하게 유지시키는 기능을 한다. 따라서 브레이크 시스템은 자동차의 안정성에 매우 중요한 역할을 한다. 따라서 설계 시 매우 신중해야 한다. 브레이크 시스템을 적절하게 설계하지 못하면 과도한 온도 상승으로 열변형을 가져 오게 되고 이는 소음이나 진동을 유발하게 된다.^(2~4) 또한, 충분한 제동 성능을 확보하지 못하면 운전자가 불안감을 느끼며, 심한 경우 인명의 손실을 가져 올 수도 있다.

승용차에 적용되는 브레이크는 제동방식에 따라 크게 마찰식과 비마찰식으로 나누어 진다. 비마찰식 브레이크는 흔히 엔진 브레이크를 뜻하며, 이는 마찰식 브레이크의 흡사를 감소시키기 위한 보조적인 역할을 한다.⁽⁵⁾ 마찰식 브레이크에는 주행 할 때 주로 사용하는 상용 브레이크(service brake)와 주차 시 사용하는 주차 브레이크(parking brake)가 있으며, 보통 자동차에서 브레이크라 하면 상용 브레이크를 뜻한다. 제동력을 발생하는

기구로는 차륜과 함께 회전하는 드럼 또는 디스크를 설치하며, 여기에 마찰계수가 큰 라이닝(lining)을 붙인 슈나 밴드에 압력을 가해 제동력을 얻도록 되어 있다. 여기서 드럼을 사용한 것이 드럼브레이크이며, 디스크를 사용한 것이 디스크 브레이크이다.

디스크 브레이크는 축과 연결되어 회전하고 있는 디스크를 유압 피스톤으로 양쪽에서 마찰페드와 압착시켜 디스크의 원주 방향으로 마찰력을 일으켜 제동력을 발생시킨다. 이 때 운동에너지는 마찰력으로 인하여 발생하는 마찰열에너지로 변환하며 이 열 에너지는 직접 대기중으로 방출한다. 디스크 브레이크는 페드와 로터가 외부에 노출되어 있어 방열성이 좋아 페이드 현상이 발생하지 않는다. 또한 물이 들어 갔을 때 마찰계수의 저하로 성능이 일시적으로 저하되나 디스크의 회전으로 물방울의 내산작용으로 제동력이 빠르게 회복된다. 이는 1951년 영국에서 개발되어 1952년부터 스포츠 카에 사용된 이후 오늘날에는 신뢰성이 높아 대부분의 승용차에 사용되고 있다.⁽⁶⁾

디스크 브레이크 시스템은 Fig.1에서와 같이 회전하는 로터(Rotor)의 제동을 위해 CROD와 브레이크 패드에 유압으로 힘이 가해지면서 마찰에 의해 Rotor가 정지하게 된다.⁽⁷⁾ 이러한 유압식 디스크 브레이크 시스템은 자동차에 일반적으로 적용되고 있으며 본 연구에서는 브레이크 시스템을 간략화하여 힘이 가해지는 브레이크 패드와 로터를 중심으로 형상을 모델링하여 수치 해석모델을 생성하였다.

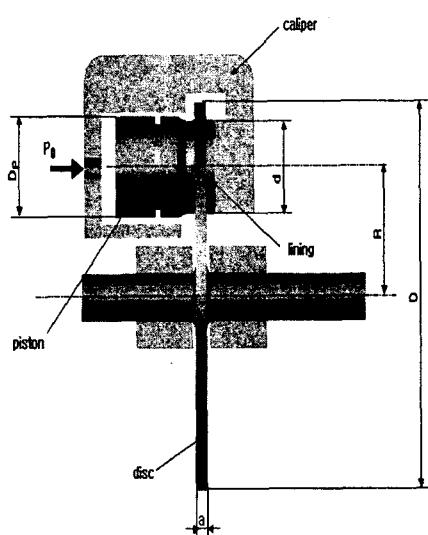


Fig. 1 Caliper disk brake

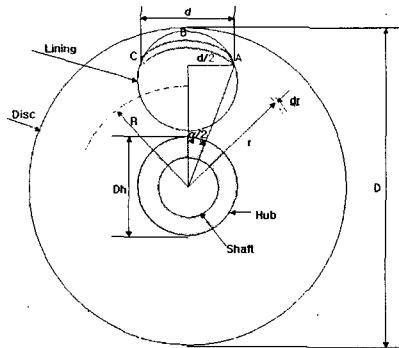


Fig. 2 Disk brake system

3. 설계문제

본 논문에서는 디스크 브레이크의 정지시간을 최소화 하는 문제로 차량용 브레이크 시스템의 형상과 압력 등의 물성치를 최적화하였다. 차량용 디스크 브레이크 시스템 문제의 수식화를 위하여 정지시간동안 디스크와 마찰면의 마찰에 의하여 발생한 열은 디스크에 저장되고, 디스크와 마찰면은 원형이며 표면이 매끄러우며, 이 때 발생한 에너지는 각각의 브레이크에 동등하게 배분되어 흡수되어진다고 가정한다.⁽⁸⁾ 디스크 브레이크 시스템의 최적설계를 위한 모형화는 Fig. 2 와 같고, 설계 인자들의 값은 Table 1 에 정리하였다. 그리고, 최적화 문제는 다음과 같은 수식으로 표현된다.

$$\text{Minimize } t(R, d, D_p, a, P_0, D) = \frac{E}{2\pi\mu FI_2N}$$

$$\text{Subject to } g_1 = \frac{D}{D_u} - 1 \leq 0$$

$$g_2 = \frac{R + d/2}{D/2} - 1 \leq 0$$

$$g_3 = \frac{d/2 + D_h/2}{R} - 1 \leq 0$$

$$g_4 = \frac{D_p/2 + t_c + D_h}{R} - 1 \leq 0$$

$$g_5 = \frac{P_0}{P_m} - 1 \leq 0$$

$$g_6 = \frac{P}{P_u} - 1 \leq 0$$

$$g_7 = \frac{(4E/\pi c\rho D^2 a) + T_i}{T} - 1 \leq 0$$

$$g_8 = \frac{2\mu FI_2}{W\mu_i R_i} - 1 \leq 0$$

Table 1 Design parameter

W	4000 N	μ	0.4
S	120 km/h	P_u	3000000 N/m^2
R_i	0.3556 m	P_m	7000000 N/m^2
D_u	0.3 m	μ_i	0.4
D_h	0.08 m	T_c	0.01 m
T	900 °C	C	502.4258 J/Kg °C
T_i	20 °C	ρ	1.356315×10^7

$$\text{where } I_2 = \int_{R-d/2}^{R+d/2} \frac{l}{r} dr$$

$$I_2 = \int_{R-d/2}^{R+d/2} \frac{l}{I_1} dr$$

$$P = \frac{\pi D_p^2 P_0}{4I_1 r}$$

$$E = 2\pi F\mu N t I_2 = \frac{WV^2}{2g} \quad (1)$$

여기서, 목적함수 t 는 정지시간, l 은 Fig. 2 에서 호 AC의 길이를 나타낸다 그리고, g_1, g_2, g_3, g_4 는 브레이크 시스템의 형상에 대한 제한 조건이며, g_5, g_6 는 각각 유압과 마찰면의 압력에 대한 제한 조건이다. 그리고 g_7, g_8 은 디스크의 열용량과 바퀴가 노면에서 미끄러짐이 없도록 하기위한 제한조건을 나타낸다.

4. 강건최적설계

4.1 강건설계

일반적으로 이루어지고 있는 최적설계는 제품의 생산과정에서 발행할 수 있는 설계변수나 재료의 물성치들의 공차를 고려하지 않는다. 그러나 실제 경우에 있어서 모든 문제는 공차를 내포하고 있고, 이를 고려할 경우에 최적해는 제한조건을 위배하게 된다. 이러한 이유에서 공차를 고려한 강건설계가 요구된다.

강건설계 방법은 크게 설계단계에서 제한함수의 구배를 이용한 벌칙항을 추가하여 목적함수를 변형시켜 강건해를 구하는 방법과 결정론적인 최적해를 구해서 이를 제한조건의 위배량을 평균분석을 통하여 모든 설계변수와 물성치의 공차 내에서 제한조건을 만족하는 강건해를 구하는 방법의

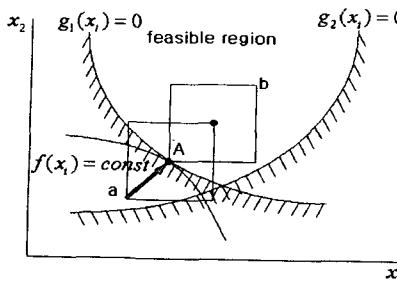


Fig. 3 Deterministic optimum & tolerance region

두 가지로 나누어진다.⁽⁹⁾ 본 논문에서는 두 번째의 방법을 선택하여 강건최적설계를 수행하였다. 공차를 고려하지 않은 일반적인 최적화문제는 아래의 수식과 같이 표현되며 설계영역에서 최적해는 Fig. 3 과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x_i, p) \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ \text{Subject to} \quad & g_j(x_i, p) \leq 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \\ & x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, x_i 는 설계변수로써 설계자가 제어할 수 있는 인자를 뜻하며, p 는 매개변수로써 설계자가 제어할 수 없는 비제어 인자를 뜻한다. 그리고, f , g_i 는 각각 목적함수와 제한조건을 나타낸다. 식 (2)에서 구한 최적해는 x_i^* 이며, 이는 결정론적 최적해라고 한다. Fig. 3에서 x_i^* 은 제한함수의 가용영역 내에 있으나 설계변수와 설계인자들의 공차를 고려하면 x_i^* 이 존재할 수 있는 영역은 A 사각형 안이다. 이때 사각형의 왼쪽 하단 모서리 부분은 제한조건을 위배하는 위치에 있으며, 이는 x_i^* 가 비가용 영역에 속한다는 것을 알 수 있다.

강건설계는 이와 같이 공차를 고려한 경우에도 모든 x_i^* 이 가질 수 있는 모든 공차영역이 제한 조건을 만족하도록 한다. 이러한 경우 도출되어진 최적해의 강건성 판단을 위해 모든 설계변수와 설계인자들의 공차범위를 고려하여 실험을 통한 제한조건의 위배도를 평균분석한다. 여기서 얻은 결과를 이용하여 제한 함수를 가장 크게 하는 설계변수와 설계인자들의 공차조합이 제한조건의 위배여부를 판단함으로써 강건해의 여부를 판단하게 된다. 이 때 실험의 횟수를 줄이고, 각각의 변수들이 결과에 미치는 영향을 정확히 분석하기 위하여 적교 배열표를 이용하여 실험계획을 한다. Fig. 3에서 사각형 A의 하단 왼쪽 모서리처럼 평균분석을 통하여 제시된 위배치를 가장 크게 하는 인자들의 조합이 비가용영역에 포함되어있을 경우에

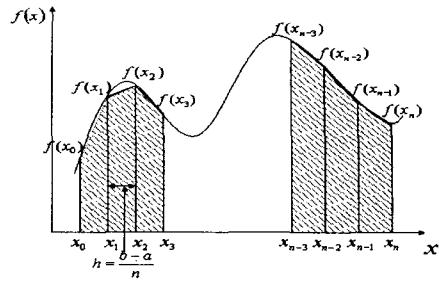


Fig. 4 Composite trapezoidal rule

이를 가용영역에 포함할 수 있도록 사각형 A를 사각형 B의 위치로 이동 시켜준다. 이러한 과정을 모든 조건의 조합에서 제한조건을 만족할 때까지 반복한다. 본 연구에서는 식 (1)에 나타난 6 개의 설계변수와 14 개의 매개변수들의 공차를 고려한다.

4.2 수치해석

컴퓨터의 발달과 더불어 점점 더 복잡하고 새로운 수치적인 문제를 다루기 위한 알고리즘들의 개발의 필요성이 제시되면서 수치해석이 많이 발전되기 시작하였다. 주로 수치해석 방법으로는 유한요소법, 유한 차분법, 경계 요소법, 다중 격자법, 영역 분할법 등이 있다.⁽¹⁰⁾ 본 논문에서는 목적함수와 일부 제한 함수들을 평가하기 위하여 필요한 적분 함수의 계산을 위해 수치해석을 사용하였다. 수치 적분에는 사다리꼴 적분법, Simpson 의 법칙, Gauss 적분법이 있으며, 본 논문에서는 Fig. 4 와 같이 함수 $f(x)$ 의 아래부분을 여러 개의 사다리꼴의 합으로 두고, 그 면적의 합을 계산하여 적분값을 계산하는 방법인 사다리꼴 적분법을 사용하였다. 그리고 수치해석 결과의 정확도를 개선하기 위하여 적분 구간 a 와 b 를 20 개의 구간으로 나누어서 각 구간마다 사다리꼴 적분 공식을 적용하도록 하였다. Fig. 4에서 적분구간은 간격의 크기가 같은 $(n+1)$ 개의 기초점 (x_0, x_1, \dots, x_n) 으로 나누어지며, 폭이 같은 n 개의 구간이 존재하게 된다. 여기서 두 기초점 간의 거리 h 는 아래의 식 (3)에 의해 계산되어진다.

$$h = \frac{b-a}{n} \quad (3)$$

여기서, 적분구간 a, b 가 각기 x_0 와 x_n 으로 설정되었다면 전체 적분은 식 (4)와 같다.

$$I = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \quad (4)$$

여기서, 사다리꼴 적분 공식을 각각의 적분항에 대입하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned}
 I &= h \frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} + h \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} + \cdots + h \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2} \\
 &= \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right] \\
 &= (b-a) \frac{f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{2n}
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$L_{2^m}(2^{2^m-1}) \tag{6}$$

여기서, m 은 2 이상의 정수이고, 2^m 은 실험의 크기를 나타낸다. 그리고, 2^{2^m-1} 은 배치 가능한 최대 요인의 수이다. 본 연구에서는 제어 가능한 인자(설계 변수)가 6 개이고, 제어 불가능한 인자(설계 인자)가 14 개 이므로, Table 2 와 같이 제어 가능한 인자인 설계 변수를 내측 배열(inner array)에 배치하고, 비제어 인자인 설계 인자를 외측 배열(outer array)에 실험계획을 한다. 그리고, 수준의 결정은 음의 방향으로 최소값을 0 수준, 양의 방향으로 최대값을 1 수준으로 한다. 본 연구에서는 최적해의 공차범위 안에서 제한 조건들을 만족하는지를 알아보기 위하여 매번 128($8*16$)번의 수치해석을 수행하게 된다. 그리고, 그 결과들을 이용하여 제한 함수에 대한 위배도의 평균분석을 통하여 제한함수를 가장 크게 위배하는 설계변수와 설계인자들의 조합을 찾아낸다.

4.3 직교배열

실험을 수행함에 있어서 실험횟수를 적게 하고 각각의 인자들이 결과치에 미치는 효과를 정확히 알아보기 위하여 직교배열표를 사용한다. 일반적으로 2 수준계 직교 배열표는 식 (6)과 같이 나타낸다.⁽¹¹⁾

Table 2 Orthogonal array

Experiment number	Inner arrays ($L_8(2^7)$)	Uncontrollable factor	Outer arrays($L_{16}(2^{15})$)														
			Experiment number														
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		W	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
		S	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
		R _t	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
		D _u	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
		D _h	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
		T	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
		T _i	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
		μ	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
		P _u	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
		P _m	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
		μ_1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
		T _c	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
		C	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
		ρ	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
6	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
7	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
8	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1

5. 결과 분석

5.1 결정론적 최적화

강건 최적화를 하기 위해 우선 설계 변수와 설계 인자의 공차를 고려하지 않는 일반적인 최적화를 통하여 결정론적인 최적해를 구한다. 본 논문에서는 식 (1)의 목적함수와 제한조건들을 계산하기 위해 수치해석을 사용하였으며, 이를 상용 최적화 프로그램 ADS 의 가용방향법(MFD)을 이용해 최적화를 수행하였다. Table 3 과 Table 4 는 각각 최적해와 그때의 제한 조건들을 나타낸다. 여기서 목적함수의 값인 정지시간 $t = 11.392798$ 초 이다.

5.2 평균 분석(ANOM)

강건 최적해를 탐색 방향을 결정하기 위해 제한 조건을 최대로 위반하는 설계변수와 설계인자의 공차 조합을 찾아야 한다. 이를 위하여 최적화 수행을 통해 도출한 결정론적인 최적해의 공차를 고려하여 Table 2 의 직교 배열표를 적용하여 평균분석을 하였다. 여기서, 직교 배열표에 배치되는 최대 공차와 최저 공차는 아래의 식과 같이 표현되어 진다.

$$x_i^k = x_i^* + (-1)^k T_i \quad (k=0, 1)$$

$$p^q = p + (-1)^q \Delta p \quad (q=0, 1) \quad (7)$$

여기서 x_i^* 는 결정론적인 최적해이고, T_i 는 설계 변수의 최대 공차량, Δp 는 설계인자의 최대 공차량을 나타낸다. 본 연구에서는 최대 공차량을 각각의 설계변수와 설계인수에 대해 1%씩이라고 고려하였다.

Table 5 와 Table 6 은 각각 설계 변수와 설계 인자의 제한 함수에 대한 위배도를 나타낸다.

Table 3 Optimization results

x_1	0.0946925 m
x_2	0.0688756 m
x_3	0.0560215 m
x_4	0.007 m
x_5	3100000 Kg/m ²
x_6	0.28655 m

Table 4 Violation of constraints

g_1	-0.044833
g_2	-0.098724
g_3	-0.2139
g_4	-0.176168
g_5	-0.557143
g_6	-2.055956
g_7	-0.977631
g_8	-0.00003

Table 5 Degree of violation (design variable)

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0 level	0.11781225	0.26006775	0.0301035	0.225557	0.1225625	0.25531475
1 level	0.29017125	0.14791575	0.37788	0.1824265	0.28541825	0.15266875

Table 6 Degree of violation (design parameter)

W	0	0.14270825	T	0	0.101996875	μ_t	0	0.132337375
	1	0.0612835		1	0.101994875		1	0.071654375
S	0	0.112101875	T_i	0	0.101996875	T_c	0	0.101995
	1	0.091889875		1	0.101994875		1	0.10199575
R_t	0	0.132337375	μ	0	0.07165325	C	0	0.101996
	1	0.071654375		1	0.1323385		1	0.10199575
D_u	0	0.101996	P_u	0	0.0918875	ρ	0	0.101996875
	1	0.10199575		1	0.112103		1	0.101994875
D_h	0	0.101996	P_m	0	0.11210875		0	0.10199575
	1	0.10199575		1	0.091889875		1	0.101994875

Fig. 5 와 Fig. 6 은 각각의 설계 변수와 설계 인자에 제한 함수에 대한 위배도를 그래프상에 나타낸 것으로 제한 함수에 대해 가장 큰 위배도를 가지는 설계 변수의 조합은 $x_1=1, x_2=0, x_3=1, x_4=0, x_5=1, x_6=0$ 이다. 그리고, 설계 인자의 조합 $W=0, S=0, R_q=0, D_u=0, D_h=0, T=0, T_i=0, \mu=1, P_u=1, P_m=0, \mu_t=0, T_c=0, C=0, \rho=0$ 의 조합을 가질 때 제한 함수를 가장 많이 위배하는 것을 알 수 있다.

5.3 강건설계 탐색

직교 배열표를 구성하여 평균분석을 실시하여 도출한 제한 함수를 가장 많이 위배하는 설계 변수와 설계 인자들의 조합으로 수치해석을 수행한 결과를 Table 7 에 나타내었다. 여기서 목적 함수인

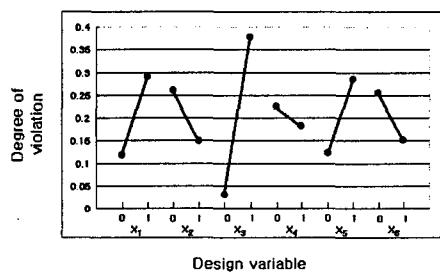


Fig. 5 Degree of violation (design variables)

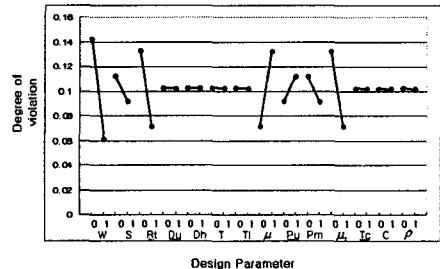


Fig. 6 Degree of violation (design parameters)

정지 시간은 10.510475 초이며, 이는 결정론적 최적해의 결과인 11.392798 초 보다 다소 감소한 결과이지만, 제한함수 g_8 에 의해 이 결과는 비가용영역에 존재함을 알 수 있다. 강건 최적해를 구하기 위한 탐색 방향과 이동 거리를 결정하기 위해 가장 큰 위배치를 가지는 점에서 제한함수 g_8 의 가용영역 내부의 거리가 가장 가까운 점을 찾아야 한다. g_8 은 이종 적분을 포함하는 복잡한 형태의 함수로 미분을 통한 문제해결이 불가능하므로, 본 연구에서는 이 점을 찾기 위해 함수의 미분이 불필요한 최적화 알고리즘인 마이크로 유전알고리즘을 사용하였다. 이 때 g_8 의 제한 조건에 영향을 미치는 설계 변수는 x_1, x_2, x_3, x_5 뿐이므로, 이들을 변수로 하고, 목적함수는 두 점간의 거리, 그리고 제한 함수로 g_8 의 범위를 두었다. 그 결과 가장 큰 위배치를 가지는 점으로부터 g_8 의 제한 조건을 만족하면서 가장 가까운 점은 Table 8 에 나타내었다. 그리고, 두 점간의 거리와 방향은 각각 $\alpha = 61818.182$ 와 $S = [-0.00000003, 0.000000018, -0.000000018, 0, -1, 0]$ 이고, Table 9 에 새로운 최적해로의 이동을 위한 각 설계변수들의 변위를 표시하였다.

Table 7 Result of numerical analysis in worst condition

g_1	-0.044833
g_2	-0.085372
g_3	-0.229466
g_4	-0.186624
g_5	-0.548196
g_6	-2.087521
g_7	-0.977626
g_8	0.083915

$t=10.510475$

Table 8 Closest point on constraint(g_8)

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.093784	0.069304	0.055465	0.007	3069181.818	0.28655

Table 9 Displacement of variable for new optimum

Δx_1	Δx_2	Δx_3	Δx_4	Δx_5	Δx_6
-0.001855425	0.001117156	-0.0011161715	0	-61818.182	0

Table 10 New optimum

x_1^{new}	x_2^{new}	x_3^{new}	x_4^{new}	x_5^{new}	x_6^{new}
0.092837075	0.06992756	0.054904758	0.007	3038181.818	0.28655

Table 11 Comparison between deterministic optimum and robust optimum

	Deterministic optimum	Robust optimum
x_1	0.0946925	0.09283075
x_2	0.0688756	0.069992756
x_3	0.0560215	0.054904785
x_4	0.007	0.007
x_5	3100000	3038181.818
x_6	0.28655	0.28655
g_1	-0.044833	-0.044833
g_2	-0.098724	-0.102701
g_3	-0.2139	-0.196657
g_4	-0.176168	-0.168252
g_5	-0.557143	-0.560537
g_6	-2.055956	-2.007595
g_7	-0.977631	-0.977631
g_8	-0.00003	-0.040172
t	11.392798 sec	11.869270 sec

Table 10 은 결정론적인 최적해에서 계산되어진 범위만큼 이동하여 구성된 새로운 최적해를 나타내며, 이를 기준으로 다시 직교 배열표를 구성하고, 평균분석을 수행한 결과 설계변수와 설계인자의 모든 조합에서 제한 조건을 만족하는 가용영역에 있는 것을 확인하였다. 따라서 이 때의 최적값이 강건 최적해가 된다. Table 11 은 결정론적인 최적해와 강건 최적해의 결과 비교를 나타낸다. 여기서 강건 최적화의 결과가 결정론적인 최적화에 의한 결과에서 목적함수의 값이 다소 증가하였지만, 강건 최적해의 경우 공차를 고려하더라도 모든 경우에 가용영역을 벗어나지 않게 된다.

6. 결 론

본 연구에서는 우선 차량용 디스크 브레이크를 기준의 일반적인 최적화를 통하여 결정론적인 최적해를 도출하였다. 그러나, 이 최적해는 공차를 고려하였을 때 비가용 영역에 존재하게 된다. 브

레이크 시스템의 설계 특성상 다른 성능 향상보다 안전도가 가장 중요한 기준이 되므로, 제품 생산 과정에서 발생할 수 있는 공차영역 내에서 제한조건을 만족시킬 수 있는 강건설계가 반드시 요구된다. 이러한 이유로 설계 변수와 설계인자들의 공차를 고려한 강건설계를 실시한 결과 결정론적인 최적설계를 통하여 도출 되어진 정지시간 11.392798 초에 비하여 강건설계를 통한 정지시간은 11.869270 초로 약 4.18 % 증가하여 목적함수에 좋지 않은 결과를 가졌다. 그러나, 강건설계를 통하여 도출되어진 최적해는 설계변수와 설계인자들이 공차 범위 내에서 어떠한 값을 가지더라도 항상 제한 함수에 대해 가용영역의 범위를 벗어나지 않는다. 이와 같이, 본 논문에서는 설계변수나 매개변수가 오차범위 내에서 가질 수 있는 최악의 조건을 직접 고려하는 강건최적화 기법을 사용하였다.

참고문헌

- (1) Kim C., Sung B., 1998, "Thermal Behavior Analysis of Disc Brake System During Quick Braking," *Transactions of the KSME*, Vol. 22, No. 6, pp. 1106~1113.
- (2) Hohmann C., Schiffner K., Oerter K., Reese H., 1999, "Contact Analysis for Drum Brakes and Disk Brakes Using ADINA," *Computer & Structures*, Volume 72, pp. 185~198.
- (3) Thomas J. M., 2002, "Thermal Cracking in disc brakes," *Engineering Failure Analysis*, Vol. 9, Iss. 1, pp. 63~76.
- (4) Youn S. W., Han M. C., 1999, "Study on Brake Judder Caused by Disc Runout and Disc Thickness Variation, *Transactions of the KSAE*, Vol. 7, No. 2, pp. 378~386.
- (5) Jo J. D., 1997, "Mechanical Design of Automotive Brake," *Journal of the KSME*, Vol. 39, No. 7, pp. 49~57.
- (6) Jang B. J., 1993, *Latest Automotive Mechanics*, Dongmyongsa, Seoul, pp. 156~182.
- (7) S.J Matysiak, A.A. Yevtushenko, E.G Ivanyk, 2002, "Contact Temperature and Wear of Composite Friction Elements During Braking," *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45, pp. 193~199.
- (8) James N. S., 1982, *Optimal Engineering Design, Principal and application*, MARCEL DEKKER INC, New York, pp. 340~355.
- (9) An B., Lee J., 2001, "Robust Design considering Tolerance Bands of Design Variables and Material Properties," *The KSNVE Autumn Annual Conference 2001*, pp. 419~426.
- (10) William H. P., Saul A. T., William T. V., Brian P. F., 1992, *Numerical Recipes in C, second edition*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 129~164.
- (11) Douglas C. M., 1999, *Design and Analysis of Experiments, 5th edition*, John Wiley & Sons INC, New York, pp. 170~217.