《연구논문》 Hankook Kwanghak Hoeji, Volume 14, Number 3, June 2003

디지털 홀로그래피에서의 공초점 렌즈계를 이용한 보다 큰 물체의 기록

김성규† · 최현희 · 손정영
한국과학기술연구원 영상미디어센터
㉾ 130-650 서울시 성북구 하월곡동 39-1

(2002년 11월 14일 받음, 2003년 5월 12일 수정본 받음)

공초점 렌즈의 조합으로 사용되는 두 렌즈의 초점거리의 비율에 해당하는 비율 만큼 입사되는 광의 입사각을 줄일 수 있다. 이 결과로 CCD 상의 간섭 패턴의 공간 주파수가 낮아진다. 따라서 CCD의 구성 화소들의 간격에 의해 한정되는 기록 가능한 공간 주파수 보다 높은 공간 주파수의 간섭 패턴을 기록할 수 있어 보다 큰 물체의 간섭 패턴을 기록할 수 있다. 또한 이러한 광학계로 기록한 간섭 패턴의 수치적 재생(Numerical Reconstrction) 결과에서는 0-차 회절광의 면적이 초점거리 비율의 역수의 제곱에 해당하는 만큼 축소되는 장점이 있다.

주제어 : computer holography, three-dimensional image acquisition, holographic interferometry.

I. 서 론

홀로그램의 수치적 재생 방법은 Goodman과 Laurence[1]에 의해서 30년 이상 이전에 제안된 것이다. 이러한 수치적 재생은 Kronrod 등에 의하여[2] 실현되었다. 이러한 방법은 디지털 데이터로 기록된 홀로그램에서 수치적으로 재생하는 것이다. 홀로그래픽 플레이트(Holographic Plate)를 사용하는 고전적인 홀로그래피와 비교하면, 디지털 홀로그래피(Digital Holography)에 있어서는 화학적 홀로그램 생성 과정을 생략할 수 있고 이로 인한 빠른 결과를 볼 수 있다. 컴퓨팅 연산 속도와 전자적 홀로그래픽 영상(Holographic Image)의 획득 장치의 발전은 다수의 응용 분야에 매우 매력적인 도구가 되었다.[3-7]

CCD의 각 픽셀의 크기(>5 micro meter)는 디지털 홀로그래피에서, 큰 문제점이다. 실버 할라이드(Silver Halide)에서의 에멀젼(Emulsion)을 사용하는 고전적 홀로그래피에서는 그 공간 주파수가 5000 lines/mm 정도이다. 이러한 에멀젼의 경우에는, 참조광과 물체광 사이의 각도에 있어서 기록과 재생에 있어 거의 제한이 없다. 그러나 CCD 카메라의 경우에는 기록 가능한 공간 주파수가 <100 lines/mm 이므로 간섭하는 두 파동의 사잇각은 수 도 정도이다. 이러한 경우에 특별한 방법을 사용하지 않는 한도에서는 기록 대상체의 크기가 상대적으로 작고 먼거리에 있어야 그 간섭 패턴을 기록할 수 있다. 이러한 이유로 인하여, 보다 높은 공간 주파수를 갖는 간섭 패턴을 기록할 수 있는 방법을 공초점 렌즈계를 사용하여 구현하였다. 이러한 경우에 공초점 렌즈의 초점거리 비율과 간섭 패턴의 기록 가능한 대상물체의 크기는 비례하게 된다. 또한 디지털 홀로그래피에서 고속 연산을 통한 수치적 재생에서 FFT를 적용하거나 계산의 단순화를 위해서는 참조광이 평면파이어야 한다. 이러한 경우에 다른 광학적 방법[7]에 비하여 적용하는데 있어서 장점을 갖고 있다. 이러한 장점을 이용할 수 있도록 하기 위하여, CCD 카메라의 앞부분에 공초점 렌즈계를 부착하면, 기존의 간섭 패턴의 기록과 관련된 광학적 배치는 공초점 렌즈를 사용하지 않는 경우와 동일하게 적용할 수 있게 되어 장치 구성에 있어서 단순함을 얻을 수 있다. 이러한 광학계를 이용하여 보다 큰 대상 물체를 기록한 경우 수치적 재생에서 0-차 회절광에 의한 면적이 공초점 렌즈계를 사용하지 않은 경우에 비하여 초점거리 비의 제곱에 비례하여 감소한다. 공초점 렌즈의 초점거리 비율에 따른 큰 물체의 기록이 가능할 뿐만 아니라, 공초점 렌즈계를 직렬로 다수 배치하면 보다 높은 배율의 광학계를 구성할 수 있다. 이러한 직렬 배치의 경우에는, 사용 파장의 회절 한도를 고려하여야 한다. 공초점 렌즈계를 사용한 광학계는 근본적으로 물리적인 CCD의 셀의 개수를 증가시키지 못하므로, CCD의 셀의 수에 비례하는 기록 가능한 정보의 양에 있어서는 변화가 없다.

II. 홀로그램 간섭 패턴의 기록

2.1. 기록 가능한 간섭 패턴

보다 큰 물체의 간섭 패턴을 유효하게 CCD에 기록하기 위하여, 공초점을 갖는 두개의 렌즈를 사용한다. 그림 1에 그 실험 장치의 개요도를 나타내었다. 평면파는 핀홀을 사용하는 공간 필터를 사용하여 생성시키고, 광원으로는 30 mW의 He-Ne 레이저를 사용하고, ND 필터(Neutral Density Filter)를 사용하여 기록에 사용되는 광량을 조절하였다. 여기서 CCD 카메라는 평면파 참조광과 물체광 사이에 발생하는 간섭 패턴을 기록한다. 사용한 CCD 카메라는 KODAK Model 1.4i를 사용하였다. 이 모델의 사용 가능한 해상도는 1317H×1035V이다. 고속 연산 알고리즘인 FFT를 적용하기 위하여 1024H×1024V의 영역만을 사용하였다. 또한, 각각의 셀 간격(pixel spacing)은 수평 수직 모두 6.8 μm이고 각 셀의 개구율(Fill Factor)

†E-mail: kkk@kist.re.kr

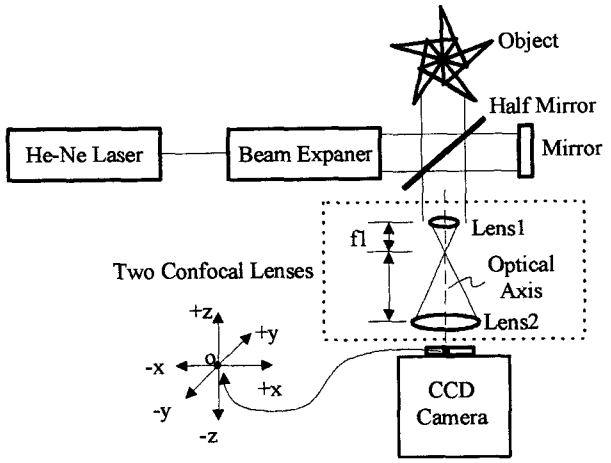

그림 1. 공초점 렌즈계를 이용한 홀로그램 간섭 패턴 기록 장치.

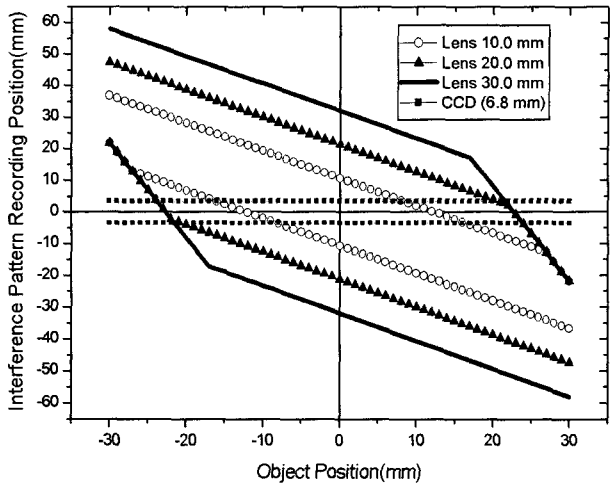

그림 2. CCD의 수평 방향의 크기가 약 7 mm이고, 렌즈 1의 직경이 10 mm, 20 mm, 그리고 30 mm인 경우의 대상 물체의 수평 방향 기록 가능 크기와 CCD의 위치.

은 100%이다. 따라서 간섭 패턴의 기록에 사용되는 면적은 $6.963\times6.963\ mm^2$ 이다. 여기에서 공초점 렌즈계를 반투과경과 CCD 사이에 위치시키면 초기의 평면파 참조광의 상태를 공초점 렌즈계를 지난 후에도 유지시킬 수 있다.

그러면 Nyquist theorem에 따른 식 (1)에 의하여 공초점 렌즈계를 사용하기 전의 경우 최대 기록가능 각도(θ_{max})는 2.67도이고, 공초점 렌즈계를 사용하는 경우에는 초점 거리가 각각 50 mm, 150 mm인 경우 기록 가능 각도가 3배로 증가하여 8.01도가 된다. 또한 공초점 렌즈계를 사용하는 경우 CCD의 셀의 가로와 세로의 사이즈가 각각 초점거리 비에 해당하는 만큼 축소되는 CCD를 사용하는 것과 유사하게 해석할 수 있다.

$$\theta \le \theta_{\max} = arc\ \sin\left(\frac{\lambda}{2\Delta\xi}\right) \tag{1}$$

여기에서 λ=0,6328 μm이고, CCD의 셀간 거리인 $\Delta\xi$는 6.8 μm이고, 공초점 렌즈계를 사용한 경우에는 그 크기가 1/3로 감소한다.

공초점 렌즈계를 사용하는 경우에는 최종적으로 기록될 면적에 물체에서 출발한 빛이 기록가능 각도 이내로 입사되기 위하여는, 각각의 렌즈의 직경을 주의해서 결정하여야 한다. 이러한 부분은 광선추적(Ray Trace) 방법을 이용하여 구현하였으며, 그 결과는 f_1=50 mm, f_2=150 mm의 조건에서 물체거리가 230 mm 인 경우, 그림 2를 계산하였다. 따라서 각각의 경우에 렌즈 2의 직경에 대해서는 각각의 최대 기록 가능 면적 내에서 CCD가 위치하여야 한다. 또한 렌즈 1의 직경이 CCD에 도달하기 전 렌즈 2와 만나는 광선의 좌표를 결정하기 때문에 가장 중요하며, 렌즈 2와 CCD 사이의 거리는 그림 2의 결과에서 최대 입사 각도로 렌즈 2에서 빛이 나왔을 때 CCD의 유효 면적 내에 도달하기 위한 거리도 고려해야 한다. 그림 2에서의 그래프는 렌즈 1의 직경이 10 mm, 20 mm, 그리고 30 mm인 경우에 대한 기록 가능 물체의 위치 좌표를 CCD의 위치에 대하여 계산한 결과이다. 그림 2의 수직 방향의 좌표는 간섭 패턴을 기록할 CCD의 수평 위치를 나타내고, 수평 좌표는 CCD가 각각의 위치에 있을 때, 기록 가능한 물체의 위치 좌표를 나타낸다. 그림 2의 수평 좌표와 수직 좌표에서 원점을 기준으로 표시된 양과 음의 값은 공초점 렌즈계의 중심 광축을 기준으로 하여 좌와 우의 방향을 부호로 표시한 것이다. 중심 광축은 그림 1에 표시하였다. 렌즈 1의 직경이 커질수록, 각각의 수평 CCD 위치에 대하여 좌표의 중심에서 보다 떨어진 물체를 기록할 수 있음을 그림 2에서 알 수 있다. 따라서 CCD에 해당하는 두 직선이 각 렌즈 1의 직경에 해당하는 위와 아래의 직선들과 만나는 지점의 수평 좌표가 해당 렌즈 1의 직경에서 기록 가능한 최대의 물체 좌표가 된다. 가로축의 원점을 통과하는 직선들은 계산 대상의 렌즈 1들의 직경에 모두 기울기가 동일하다. 이것은 모두 공초점 렌즈계로 인한 간섭 무늬의 최대 기록가능 각도에 해당하는 것이고, 물체의 위치 좌표가 가로축의 원점에서 멀어지면서 렌즈 1의 직경별로 다른 위치에서 직선의 기울기가 변화되는 것은, 공초점 렌즈계의 초점거리 비에 따른 최대기록 가능 각도로 입사하여 해당 세로축의 위치에 해당하기 위해서는 해당 렌즈 1의 직경보다 큰 값의 위치에 입사하여야 하기 때문에 발생되는 제한 조건으로 인하여 기울기가 변화되는 것이다. 즉 최대 입사 가능 각도가 렌즈 1의 직경이라는 제한 거리에서부터 변화된다. 본 실험에서는 30 mm의 직경을 갖는 렌즈 1을 사용하였으며, 최대 기록 가능 물체의 수평 크기는 40 mm 보다 다소 크게 된다. 그리고 그림 2는 렌즈의 수평 방향에 대한 조건을 계산한 것이다. 수직 방향의 조건은 렌즈의 대칭성으로 인하여 수평 방향의 조건과 동일하다.

2.2. 수치적 재생

회절 개구가 (ξ, η) 평면에 놓여 있고, 양의 Z 방향으로 빛이 조사되어진다고 가정하면, (x, y) 평면에 걸쳐서 전기장을 계산한다. 이 평면은 (ξ, η) 평면과 평행하며 수직거리 Z 만큼 떨어져 있다. 그리고 그림 3은 고려하는 상황을 나타내고 있다. Z 축은 (ξ, η) 평면과 (x, y) 평면의 원점을 통과한다. 따

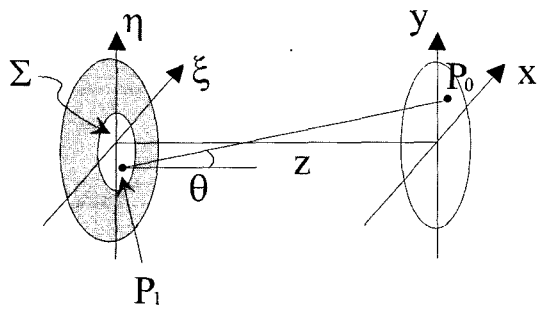

그림 3. 회절의 기하배치.

라서, Huygens-Fresnel 원리에 의하여 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.[8]

$$U(P_0) = \frac{1}{i\lambda}\iint_{\Sigma} U(P_1)\frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}}\cos\theta ds \tag{2}$$

여기서 θ는 밖으로 향하는 법선 벡터 $\hat{n}$과 P_0와 P_1을 연결하는 벡터 r_{01} 사이의 각이다. 또한 $\cos\theta$ 항은 $\cos\theta=\{z/r_{01}\}$과 같이 주어진다.

그러므로, Huygens-Fresnel 원리는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$U(x,y) = \frac{z}{i\lambda}\iint_{\Sigma} U(\xi,\eta)\frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}^2}d\xi d\eta \tag{3}$$

식 (3)에서 거리 r_{01}은 다음과 같다.

$$r_{01} = \sqrt{z^2+(x-\xi)^2+(y-\eta)^2} \tag{4}$$

여기에서 Huygens-Fresnel 원리를 좀 더 간단하고 유용한 표현식을 얻기 위해 식 (5)와 같이 근사를 적용하면, 퓨리어 적분 꼴인 적분식 식 (6)을 얻을 수 있다.

$$z^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda}[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2]^2_{\max} \tag{5}$$

$$U(x,y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z}e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)}\int_{-\infty}^{\infty}\iint\left\{U(\xi,\eta)e^{i\frac{k}{2z}(\xi^2+\eta^2)}\right\}e^{-i\frac{2\pi}{2\lambda z}(x\xi+y\eta)}d\xi d\eta \tag{6}$$

수치적 적분에서 실상은 식 (7)에 의해서 계산할 수 있다.

$$I(x,y) = |U(x,y)|^2 \tag{7}$$

그리고, 식 (6)으로 수치적 재생을 하면, 실상의 영상이 계산되어지고, 퓨리어 역변환 꼴의 적분을 이용하면, 실상을 계산한 z축의 값으로 허상의 영상을 계산할 수 있다.

고속 연산 알고리즘인 FFT(Fast Fourier Transform)을 식 (6)에 적용하기 위하여 아래의 식을 사용한다.

$$\Delta x\Delta\xi = \frac{\lambda z}{N}, \quad \Delta y\Delta\eta = \frac{\lambda z}{N} \tag{8}$$

여기에서 사용되는 N은 CCD의 각 방향의 해상도다. 또한 $\Delta\xi$와 $\Delta\eta$는 CCD의 단위 셀의 수평, 수직 방향의 크기이고, Δx와 Δy는 수치적 재생에서, 수평과 수직 방향의 단위 거리이다.

공초점 렌즈계에 의한 입사 각도는 렌즈 1의 입사 각도의 대하여, 근사적으로 초점 거리의 비의 역수 만큼 CCD로 입사되는 각도가 작아진다. 본 실험의 CCD의 셀 사이즈인 6.8×6.8 μm^2의 수직 수평 각각의 최대 입사각은 평면 참조광이 CCD 표면에 수직으로 입사하는 경우 Nyquist Theorem에 의하여 2.67도가 된다. 따라서, 본 논문의 경우에서와 같이 공초점 렌즈 각각의 초점거리가 50 mm와 150 mm인 경우, 최대 입사각은 CCD의 수직 방향에 대하여 8.01도가 된다.

이러한 조건에서 물체의 거리는 렌즈 1과 물체사이의 거리와 렌즈 2와 CCD 사이의 거리로 표현 가능하다. 본 실험의 조건에서는 공초점 렌즈 뒤의 CCD에서 보게 되는 두 렌즈에 의한 영상의 좌표 계산을 광선 추적의 방법 또는 렌즈 방정식을 이용하여 계산할 수 있다. 보다 간단한 렌즈 방정식에 의하여 계산한다. 각 렌즈의 방정식이 $\{(1/f_1)=(1/O_1+1/i_1)\}$, $\{(1/f_2)=(1/O_2+1/i_2)\}$일 때, $f_2=mf_1$이고, O_1과 O_2는 렌즈 1과 렌즈 2에서 기록하고자 하는 물체와의 사이 거리이고, i_1과 i_2는 렌즈 1과 렌즈 2의 위치를 기준으로 한 재생 영상의 깊이 좌표이다. 따라서, CCD의 위치를 깊이 방향의 원점으로 정한 경우, 수치적 재생 영상점의 깊이 좌표(I_2)는 식 (9)와 같이 주어진다.

$$I_2 = \frac{m(m+1)f_1^2 - mi_1f_1}{i_1-f_1} + Z' \tag{9}$$

여기에서 Z'은 렌즈 2와 CCD 면과의 거리이고, m은 두 렌즈의 초점거리의 비율이다.

따라서, 본 논문에서와 같이, 렌즈 1과 물체의 거리(O_1)가 230 mm이고 렌즈 2와 CCD 사이의 거리가 50 mm이고, m이 3인 경우에 수치적 재생에서 사용되는 물체거리(I_2)는 식 (9)에 의해서 1520 mm가 된다. 이렇게 공초점 렌즈에 의하여 대상체의 위치가 먼 것과 같이 행동함으로 인하여 보다 큰 물체의 기록을 고속 연산 방법(FFT)을 수치적 재생에 적용할 수 있는 근거를 제시한다. 여기에서 Pentium4 1.7 GHz의 컴퓨터에서 계산하면 간섭 패턴 영상의 크기가 1024×1024 인 경우에 FFT를 이용한 수치적 재생의 계산 시간은 약 5초가 소요된다.

III. 결 과

공초점 렌즈계를 사용하지 않는 경우에 물체 거리가 320 mm인 경우의 수치적 재생과 물체와 렌즈 1 사이의 거리가 230 mm이고 렌즈 2와 CCD 사이의 거리가 50 mm인 경우, 즉 수치적 계산에서는 1520 mm인 경우의 수치적 재생 결과를 그림 4에 두었다.

식 (8)에 의해 계산되어지는 재생상의 크기는 각각 29.8 mm와 141 mm 이다. 여기에서 공초점 렌즈를 사용하고 두 초점 거리의 비가 1:3인 경우 수치적 계산에 의해 재생되는 영상은 1520 mm의 거리에서 수평, 수직 방향 모두 3배 확대된

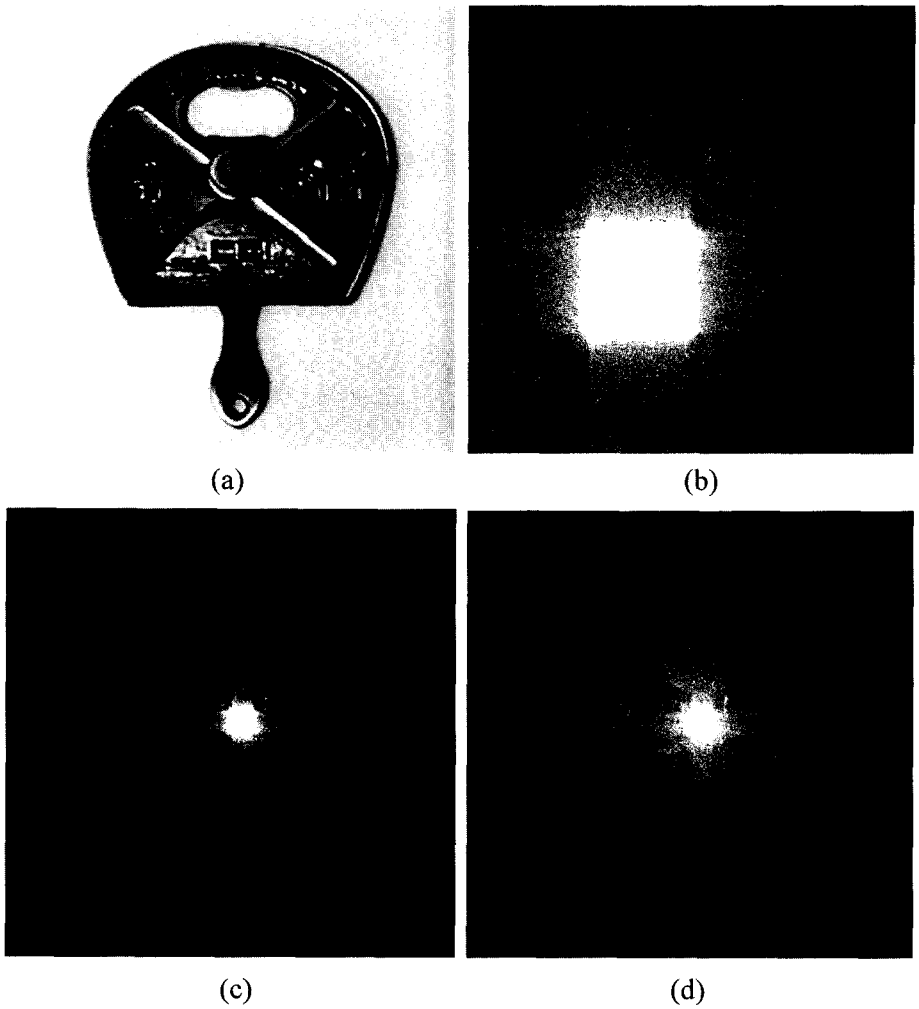

그림 4. 수치적 재생에 의한 결과.

영상이므로 실제 크기는 약 47 mm에 해당된다. 그리고, 식 (1)에 의해서 계산되어지는 기록 가능 크기도 식 (8)에 의한 계산 결과와 일치한다. 또한 공초점 렌즈계를 사용하여 보다 큰 물체를 기록한 배율을 알아보기 위하여는 동일 조건, 즉 280 mm 거리의 기록 가능 물체의 크기를 계산하여야 한다. 식 (8)에 따라 계산하고, 공초점 렌즈계를 사용함으로 인해 수평 및 수직 방향으로 3배 확대되어 기록된 것을 고려하면, 수평 및 수직 방향으로 약 1.8배 큰 물체를 공초점 렌즈계를 사용함으로써 기록 재생할 수 있음을 알 수 있다.

또한, 공초점 렌즈계를 사용함으로 인한 제약에 있어서 렌즈 1의 직경을 본 실험에서와 같이 30 mm로 계산을 하면, 렌즈계의 광축을 중심으로 CCD 가 위치한다고 할 때, 수평과 수직 방향으로 각각 +20 mm와 −20 mm 보다 다소 큰 영역이 기록 가능하다.

그림 4의 (a)는 기록되어지는 물체의 실물 사진이고, (b)의 경우는 공초점 렌즈계를 사용하지 않은 경우에 320 mm 떨어진 대상 물체를 기록한 간섭 패턴을 수치적 재생으로 생성한 결과 영상이고, (c)는 공초점 렌즈를 사용하여 1520 mm의 수치적 재생 계산에 의한 결과이고 (d)는 (c)의 경우에 대하여 대상 물체를 상대적으로 이동시킨 상태에서의 결과이다.

그림 4에서 알 수 있듯이 0-차 회절광의 면적도 초점거리 비의 제곱의 역수에 비례하여 축소 되었음을 알 수 있다. 이것은 짧은 물체 거리를 갖는 조건에서 기록가능 각도의 제한에 의해 off-axis 영역을 많이 줄 수 없을 때 공초점 렌즈계를 사용하게 되면 0-차 회절광의 축소와 배율에 해당하는 보다 큰 면적의 영상을 볼 수 있게 되어서 off-axis에 해당하는 영역을 증가시킬 수 있다. 그림 4의 (b)에서 0-차 회절광의 영역이 수치적 재생 결과 영상의 중앙에 있지 않고 3사 분면에 있는 것은 FFT 계산 알고리즘 때문이다.

IV. 결 론

디지털 홀로그래피는 고전적 홀로그래피와 홀로그래픽 간섭계에서의 새로운 가능성을 갖고 있다. 현재 까지의 큰 단점 중 하나가 CCD의 단위 셀의 크기에 의한 간섭 패턴이 기록 가능한 물체의 크기가 과도하게 제한되는 것이었다. 이러한 제한을 완화하기 위하여, 공초점 렌즈계를 디지털 홀로그래피의 간섭 패턴 입력 장치에 도입하였다.

공초점 렌즈계를 적용한 경우에도 기존의 간섭 패턴 입력 장치의 배치에 별다른 고려를 하지 않아도 참조광이 평면파로 유지된다. 또한 이러한 공초점 광학계를 적용하여 기록한 간섭 패턴의 수치적 재생 결과에서는 0-차 회절광의 면적이 초점거리 비율의 역수의 제곱에 해당하는 만큼 공초점 렌즈계를 적용하지 않은 경우에 비하여 축소되는 장점이 있다. 이러한 장점은 기록 대상체의 거리가 CCD에 가까운 경우에는 0-차 회절광 면적을 축소 시킴으로써 보다 많은 정보를 수치적 재생 방법으로 구현할 수 있다. 이러한 공초점 렌즈계 사용의 장점들은 CCD의 셀 크기에 의해 제한되어지는 응용 영역에 그 제한을 완화 시킬 수 있게 한다. 본 논문에서는 공초점 렌즈계를 사용하는 경우에서 고려하여야 되는 공초점 렌즈들의 직경에 대한 조건을 계산을 하였고, 공초점 렌즈계를 사용한 보다 큰 물체의 기록과 수치 재생을 실험하였다.

참고문헌

[1] J. W. Goodman and R. W. Lawrence, "Digital image formation from electronically detected holograms," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 11, pp. 77-79, 1967.

[2] M. A. Kronrod, N. S. Merzlyakov, and L. P. Yaroslavskii, "Reconstruction of a hologram with a computer," *Sov. Phys. Tech. Phys.*, vol. 17, pp. 444-334, 1972.

[3] U. Schnars, "Direct phase determination in hologram interferometry with use of digitally recoreded holograms," *J. Opt. Soc. Am.* vol. A 11, pp. 2011-2015, 1994.

[4] J. Pomarico, U. Schnars, H.-J. Hartmann, and W. Juptner, "Digital recording and numerical reconstruction of holograms: a new method for displaying light in flight," *Appl. Opt.*, vol. 34, pp. 8095-8099, 1995.

[5] C. Wagneer, S. Seebacher, W. Osten, and W. Juptner, "Digital recording and numerical reconstruction of lensless Fourier holograms in optical metrology," *Appl. Opt.*, vol. 38, pp. 4812-4820, 1999.

[6] Y. Takaki and H. Ohzu, "Fast numerical reconstruction technique for high-resolution hybrid holographic microscopy," *Appl Opt.*, vol. 38, pp. 2204-2055, 1999.

[7] U. Schnars, T. Kreis, and W. Juptner, "Digiatal recording and numerical reconstruction of holograms: reduction of the spatial frequency spectrum," *Opt. Eng.*, vol. 35, no. 4, pp. 977-982, 1998.

[8] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, 2nd ed., McGrawHill, New Your, Chap. 4, pp. 65-67, 1996.

Recording of larger object by using two confocal lenses in digital holography

Sung-Kyu Kim†, Hyun-Hee Lee and Jung-Young Son

Imaging Media Center, Korea Institute of Science and Technology P.O.Box 131, Cheongryang, Seoul 130-650, KOREA

†E-mail: kkk@kist.re.kr

(Received November 14, 2002, Revised manuscript May 12, 2003)

When confocal lenses are applied to a digital holography system, the interference pattern of a larger object size can be recorded on CCD. The angle of incoming light to the CCD can be reduced by the ratio of the two focal lengths of confocal lenses. The recordable spatial frequency is limited by the unit cell size of the CCD. Therefore the spatial frequency of interference on the CCD is lowered by reduction of the incoming light angle. By using confocal lenses , another merit can be achieved that the area of the zero order diffraction is reduced by the square of the ratio of two focal lengths at the numerical reconstruction.

OCIS Codes : 090.1760. 110.6880. 120.2880.