

## 매개변수화 어파인 모델에 기반한 꼬리날개제어 유도탄의 적응제어

### Adaptive Control Based on a Parametric Affine Model for Tail-Controlled Missiles

최진영\*, 좌동경, 송찬호  
(Jin Young Choi, DongKyoung Chwa, and Chanho Song)

**Abstract** : This paper presents an adaptive control against uncertainties in tail-controlled STT (Skid-to-Turn) missiles. We derive an analytic uncertainty model from a parametric affine missile model developed by the authors. Based on this analytic model, an adaptive feedback linearizing control law accompanied by a sliding mode control law is proposed. We provide analyses of stability and output tracking performance of the overall adaptive missile system. The performance and validity of the proposed adaptive control scheme are demonstrated by simulation.

**Keywords** : adaptive control , STT missiles, analytic uncertainty model, parametric affine missile model.

#### I. 서론

비선형 특성이 강한 미사일의 자동조종장치 설계 방법으로서 비선형 제어 기법의 연구가 많이 진행되고 있다. 특히, 궤환선형화 제어기법은 많이 사용되고 있는 비선형 제어 기법중의 하나로서, 알고 있는 공칭 함수의 역을 취하는 것을 기반으로 하기 때문에 시스템 동력학에 대한 정확한 정보가 필요하다. 한편, 공력 계수 자체가 풍동 실험에 의해 구해진 값들이기 때문에, 실제 상황에서는 미사일 동력학에 불확실성의 존재가 불가피하다. 이로 인해 미사일 동력학의 불확실성을 보상하는 것이 필요하다.

이의 문제점을 해결하기 위해, 궤환선형화 가능한 시스템의 불확실성 모델을 보상하기 위해 다양한 강인 제어 및 적응 제어 결과들이 제시되어 왔고[1-6], 또한 자동조종장치에 적용되어 왔다. 그러나, 비선형 시스템에 대한 기존의 적응제어 기법에서는 플랜트 동력학의 불확실성 형태에 대한 조건이 선형 매개변수의 조합으로 나타난다. 즉, 매개변수화된 불확실성이 동력학 식에서 비선형적으로 나타나는 형태에 대한 결과도 있지만[6], 대부분의 결과에서는 선형적으로 나타나는 형태에 대한 결과들이다[1-5]. 반면에, 미사일의 해석적인 불확실성을 얻기가 어렵기 때문에 미사일의 불확실성의 형태를 대체로 직관적인 형태로 가정하였다. 이에 따라, 비선형 미사일 시스템의 적응 제어기 설계[7-9]는 신경망-적응 제어기의 경우[10, 11] 보다 비교적 쉽지 않다. 이를 해결하기 위해, 비선형 적응 제어 기법들이 비교적 어파인 모델에 대해 보다 많이 개발되어 온 사실을 주목하고서, [12]에서 미사일 시스템의 매개변수화 어파인 모델 기법을 제시하였다. 매개변수화 어파인 미사일 모델의 경우 선형 매개변수화 형태

를 지니므로, 쉽게 기존의 적응 제어 기법 [13]을 적용할 수 있고, 실용적인 미사일 적응 제어기를 설계할 수 있다.

본 논문에서는 STT 미사일의 매개변수화 어파인 형태의 불확실성을 유도한다. 불확실성 모델은 매개변수화가 가능한 부분과 가능하지 않은 부분으로 나누어 질 수 있는데, 각각 적응 궤환 선형화 제어와 슬라이딩 모드 제어를 이용하여 보상한다. 또한, 엄밀한 분석을 통해 적응 제어기를 포함한 전체 미사일 시스템이 동력학에 불확실성이 존재하더라도 충분한 성능을 유지할 수 있음을 보인다. 모의실험을 통해서도 제시된 방법이 불확실성의 영향을 효과적으로 감소시킬 수 있음을 확인한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 적응제어의 적용을 위한 매개변수화 어파인 불확실성 모델을 유도하고, III 장에서는 이러한 불확실성을 보상하기 위한 적응제어기법을 제시한 후 적응제어기를 포함한 전체 미사일 시스템의 안정도를 증명한다. IV 장에서는 제시된 적응제어기의 모의실험을 수행한 결과를 보이고, V 장에서 결론을 맺는다.

#### II. 적응제어 적용을 위한 매개변수화 어파인 불확실성 모델

비선형 시스템에 대한 적응제어이론은 비교적 제한된 형태의 시스템들에 대해 개발되어 왔다. 본 절에서는 매개변수화 어파인 미사일 모델에 바탕을 둔 매개변수화 어파인 불확실성 모델을 유도한다.

먼저, STT 미사일의 매개변수화 어파인 모델링[12] 할 때와 마찬가지로 다음의 가정들을 도입한다.

**가정 2.1:**  $m, I_y, I_z$  의 변이는 무시할 수 있다( $\dot{m} = \dot{I} = 0$ ).

**가정 2.2:** 미사일은  $Y, Z$ -축에 대해 대칭이다( $I_y = I_z = I_M, I_{xy} = I_{yz} = I_{zx} = 0$ ).

**가정 2.3:** 미사일은 롤 안정화되어 있다( $p = 0$ ).

**가정 2.4:**  $U \cong V_M = \text{상수}$ .

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2002. 11. 25., 채택확정 : 2003. 4. 16.

최진영, 좌동경 : 서울대학교 전기공학부

(jychoi@neuro.snu.ac.kr/dkchwa@neuro.snu.ac.kr)

송찬호 : 국방과학연구소(chsong@add.re.kr)

※ 본 연구는 국방 과학 연구소 및 서울대 자동 제어 특화 센터, BK21 의 연구비 지원에 의해 연구되었습니다.

Nomenclature

$(X, Y, Z)$	미사일의 등체 좌표계
$U, V, W$	미사일 속도 벡터의 $X, Y, Z$ - 축 방향 부분벡터 크기 (m/sec)
$p, q, r$	각속도 벡터의 $X, Y, Z$ - 축 방향 부분벡터 크기 (rad/sec)
$F_x, F_y, F_z$	전체 공력학 힘 벡터의 $X, Y, Z$ - 축 방향 부분벡터 크기 (kg · m/sec <sup>2</sup> )
$L, M, N$	전체 공력학 모멘트 벡터의 $X, Y, Z$ - 방향 부분벡터 크기 (kg · m <sup>2</sup> /sec <sup>2</sup> )
$g_x, g_y, g_z$	중력의 $X, Y, Z$ - 축 방향 부분벡터 크기 (m/sec <sup>2</sup> )
$I_x, I_y, I_z$	관성모멘트의 $X, Y, Z$ - 축 방향 부분벡터 크기 (kg · m <sup>2</sup> )
$I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}$	축간 관성곱 (kg · m <sup>2</sup> )
$I \in R^{3 \times 3}$	관성 모멘트 (kg · m <sup>2</sup> )
$\alpha, \beta, \phi_A$	받음각, 옆미끄러짐각, 뱅크각 (rad) ( $\alpha = \tan^{-1}(W/U)$ , $\beta = \tan^{-1}(V/U)$ , $\phi_A = \tan^{-1}(V/W)$ )
$\alpha_T$	전체각 (= $\tan^{-1}(\sqrt{ V ^2 +  W ^2} / V_M)$ ) (rad)
$V_S$	음속 (m/sec)
$V_M$	미사일비행속도 (= $\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}$ )
$M_m$	마하수 (= $V_M / V_S$ ) (Mach)
$m, \rho$	미사일의 질량(kg), 공기밀도(kg/m <sup>3</sup> )
$Q$	동압력 (= $\rho  V_M ^2 / 2$ )
$S, D$	공력학적 기준면적 (m <sup>2</sup> ) 및 길이 (m)
$\delta_r, (\delta_q)$	요(피치) 제어 편각 (rad)
$\delta_r^c, (\delta_q^c)$	요(피치) 제어 편각 명령 (rad)
$A_y, (A_z)$	요(피치) 출력 가속도 (g)
$A_{yc}, (A_{zc})$	요(피치) 가속도 명령 (g)
$C_y, (C_z)$	수평(수직) 힘 계수
$C_m, (C_n)$	피칭(요잉) 모멘트 계수
$\dot{x}$	$x$ 의 시간에 대한 미분값
$\text{sgn}(x)$	$x > 0$ 일때 $\text{sgn}(x) = +1$ $x < 0$ 일때 $\text{sgn}(x) = -1$
$\text{sat}(x)$	$ x  \geq 1$ 일때 $\text{sat}(x) = \text{sgn}(x)$ $ x  < 1$ 일때 $\text{sat}(x) = x$

피치 동력학에 대해서도 동일한 전개가 가능하므로, 여기서는 요 동력학에 대해서만 기술한다.

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -r + \frac{QS}{Um} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) \\ \dot{i} = -QC_a(\phi_A, \beta) - \frac{QS(l_f - l_g)}{I_M} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) \\ A_y = \frac{QS}{m} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A). \end{cases} \quad (1)$$

여기서,  $C_a$  는 공력 계수  $C_y$  와  $C_n$  으로 부터 구한 공력 함수 [14] 로서 다음의 관계식으로 표현된다.

$$C_n(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) = -\frac{I_M}{SD} C_a(\phi_A, \beta) - \frac{l_f - l_g}{D} C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) \quad (2)$$

위의  $C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A)$  와  $C_a(\phi_A, \beta)$  에 대해 각 국부 영역 모델에 대한 곡선 피팅과 이의 결과를 지역화 함수의 도입에 의해 전체 영역으로 확장하는 함수 근사화 방법을 적용하면, 각 근사화된 함수들은 다음과 같이 주어지게 된다 [12].

$$\begin{aligned} \hat{C}_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(M_m) [c_{i1}^{f1} \beta + c_{i2}^{f1} \beta^3 + c_{i3}^{f1} \delta_r \\ &+ (c_{i1}^{f2} \beta + c_{i2}^{f2} \beta^3 + c_{i3}^{f2} \delta_r) \sin^2(2\phi_A)] \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^N \mu_i(M_m) [(c_{i1}^{f1} + c_{i1}^{f2} \sin^2(2\phi_A)) \beta \\ &+ (c_{i2}^{f1} + c_{i2}^{f2} \sin^2(2\phi_A)) \beta^3 + (c_{i3}^{f1} + c_{i3}^{f2} \sin^2(2\phi_A)) \delta_r] \\ &= \theta_f^T \phi_f + \theta_g^T \phi_g \delta_r, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{C}_a(\phi_A, \beta) &= c_{a1} \beta + c_{a2} |\phi_A| \beta + c_{a3} \beta^3 \\ &= \theta_h^T \phi_h. \end{aligned} \quad (3.2)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mu_i(M_m) &= \mu_i^0(M_m) / \sum_{j=1}^N \mu_j^0(M_m), \\ \mu_i^0(M_m) &= \exp(-(M_m - M_i)^2 / \sigma_i^2), \\ M_i &\text{ 는 마하 인덱스, } \theta_f^T = [\theta_{f1}^T, \dots, \theta_{fN}^T], \\ \theta_{fi}^T &= [\theta_{fi1} \ \theta_{fi2} \ \theta_{fi3} \ \theta_{fi4}] = [c_{i1}^{f1} \ c_{i1}^{f2} \ c_{i2}^{f1} \ c_{i2}^{f2}], \\ \theta_g^T &= [\theta_{g1}^T, \dots, \theta_{gN}^T], \ \theta_{gi}^T = [\theta_{gi1} \ \theta_{gi2}] = [c_{i3}^{f1} \ c_{i3}^{f2}], \\ \theta_h^T &= [\theta_{h1} \ \theta_{h2} \ \theta_{h3}] = [c_{a1} \ c_{a2} \ c_{a3}], \\ \phi_f^T &= [\phi_{f1}^T, \dots, \phi_{fN}^T], \ \phi_{fi}^T = [\phi_{fi1} \ \phi_{fi2} \ \phi_{fi3} \ \phi_{fi4}] = \\ &\mu_i(M_m) [\beta \ \beta \sin^2(2\phi_A) \ \beta^3 \ \beta^3 \sin^2(2\phi_A)], \\ \phi_g^T &= [\phi_{g1}^T, \dots, \phi_{gN}^T], \\ \phi_{gi}^T &= [\phi_{gi1} \ \phi_{gi2}] = \mu_i(M_m) [1 \ \sin^2(2\phi_A)], \\ \phi_h^T &= [\phi_{h1} \ \phi_{h2} \ \phi_{h3}] = [\beta \ |\phi_A| \beta \ \beta^3], \ i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

이다. 따라서, (1)은 (4)와 같이 된다.

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -r + \frac{QS}{Um} (\theta_f^T \phi_f + \theta_g^T \phi_g \delta_r + \Delta_y) \\ \dot{r} = -Q(\theta_h^T \phi_h + \Delta_a) \\ \quad - \frac{QS(l_f - l_g)}{I_M} (\theta_f^T \phi_f + \theta_g^T \phi_g \delta_r + \Delta_y) \\ A_y = \frac{QS}{m} (\theta_f^T \phi_f + \theta_g^T \phi_g \delta_r + \Delta_y). \end{cases} \quad (4)$$

여기서,  $\Delta_y := C_y - \hat{C}_y$ ,  $\Delta_a := C_a - \hat{C}_a$  는 근사화 오차이다.

표기상의 편의를 위해, 변수

$$x = \beta, \quad \delta = \delta_r, \quad y = A_y,$$

$$\psi_f = \frac{QS}{Um} \phi_f, \quad \psi_g = \frac{QS}{Um} \phi_g, \quad \psi_h = -\frac{Q}{h_v} \phi_h,$$

$$\Delta_{xa} = \frac{QS}{Um} \Delta_y, \quad \Delta_h = -\frac{Q}{h_v} \Delta_a, \quad h_v = \frac{(l_f - l_g)m}{I_M}$$

를 도입하면, (4)은 아래 식과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} \dot{x} = -r + \theta_f^T \psi_f + \theta_g^T \psi_g \delta + \Delta_{xa} \\ \dot{r} = h_v (\theta_h^T \psi_h + \Delta_{ha}) - h_v U (\theta_f^T \psi_f + \theta_g^T \psi_g \delta + \Delta_{xa}) \\ y = U (\theta_f^T \psi_f + \theta_g^T \psi_g \delta + \Delta_{xa}). \end{cases} \quad (5)$$

여기서, 공력테이블에서 피팅하여 얻은  $\theta_f^0$ ,  $\theta_g^0$ ,  $\theta_h^0$  값들을 공력테이블에서 피팅된  $\theta_f$ ,  $\theta_g$ ,  $\theta_h$  의 아는 부분,  $\theta_f$ ,  $\theta_g$ ,  $\theta_h$  값들을 매개변수화 형태의 불확실성에 해당하는  $\theta_f$ ,  $\theta_g$ ,  $\theta_h$  의 모르는 부분이라고 하고,  $\theta_g^T \psi_g \delta$  을  $\Delta_x = \Delta_{xa} + \theta_g^T \psi_g \delta$  와 같이 매개변수화되지 않는 불확실성에 포함하면, 동력학 (5)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x} = \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta + \theta_f^T \psi_f + \Delta_x \\ \dot{r} = h_v (\hat{h}(\theta_h^0, x) + \theta_h^T \psi_h + \Delta_h) \\ \quad - h_v U \{ r + \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta + \theta_f^T \psi_f + \Delta_x \} \\ y = U \{ r + \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta + \theta_f^T \psi_f + \Delta_x \}. \end{cases} \quad (6)$$

여기서,  $\hat{f}(\theta_f^0, x) = -r + \theta_f^{0T} \psi_f$ ,  $\hat{g}(\theta_g^0, x) = \theta_g^{0T} \psi_g$ ,  $\hat{h}^T(\theta_h^0, x) = \theta_h^{0T} \psi_h$  이다.

시스템 (6)에서의  $x$ -동력학을 선형화하기 위해 제어 입력을

$$\hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta + \theta_f^T \psi_f = \beta_{der}. \quad (7)$$

와 같은 형태로 정하고 나면, 특히  $r$ -동력학은

$$\dot{r} = h_v \{ \hat{h}(\theta_h^0, x) + \theta_h^T \psi_h + \Delta_h \} - h_v U \{ r + \beta_{der} + \Delta_x \} \quad (8)$$

형태가 된다. 여기서,  $\beta_{der}$  은 (12)와 같은 형태의 궤환선형화 제어입력을 간략히 표시한 것이다. [12]에서와 같이  $h_v U$  가 상대적으로 큰 값을 가지므로,  $r$  은 정상상태에 빨리 도

달한다고 볼 수 있다. 이때의  $r$  은 (9)와 같다고 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} r = & -\{ \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta + \theta_f^T \psi_f + \Delta_x \} \\ & + \frac{1}{U} \{ \hat{h}(\theta_h^0, x) + \theta_h^T \psi_h + \Delta_h \} \end{aligned} \quad (9)$$

(6)의 세번째 식을 더 간단히 하면, 다음과 같은 최종적인 미사일 동력학 식을 얻게 된다.

$$\begin{cases} \dot{x} = \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta + \theta_f^T \psi_f + \Delta_x \\ y = \hat{h}(\theta_h^0, x) + \theta_h^T \psi_h + \Delta_h. \end{cases} \quad (10)$$

**부연 2.1:** 미사일 동력학 (10) 은  $r$ -동력학의 간략화 과정을 통해 얻어진 것인데, 이는 (7)과 같은 형태의 제어입력에 대해서만 유효하다.

### III. 매개변수화 어파인 불확실성 모델 보상을 위한 적응 제어

본 장에서는 매개변수화 어파인 미사일 모델에서의 불확실성 모델을 보상하기 위한 적응 제어 법칙을 제시한다. 여기서의 제어 법칙의 설계 목적은 시스템 (10)의 출력이 기준 모델

$$\ddot{y}_d + \theta_1 \dot{y}_d + \theta_2 y_d = \theta_2 y_c \quad (11.1)$$

의 출력을 추종하도록 하는 것이다. 이를 상태 공간에서의 형태로 나타내면

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_d \\ u_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\theta_2 & -\theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_d \\ u_d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \theta_2 \end{pmatrix} y_c \quad (11.2)$$

와 같다. 여기서,  $\theta_1, \theta_2 > 0$  는 기준모델의 설계 변수이고,  $y_c = A_{yc}$  이다. 여기서,  $\varepsilon = [\varepsilon_y \quad \varepsilon_u]^T$ ,  $\varepsilon_y = y - y_d$ ,  $\varepsilon_u = u - u_d$ ,  $u$  는 (14)로부터 얻어지는 보상기의 출력이다.

#### 1. 적응 제어 법칙

본 절에서는 가정 3.1, 3.2 하에서 미사일 동력학 (10)에서의 불확실성을 보상하기 위한 적응 제어 법칙을 제시한다.

**가정 3.1:**  $|\phi_d|, \Delta_h$  는 미분가능하고,  $\frac{d}{dt} |\phi_d|, \frac{d}{dt} \Delta_h$  는 유한하다.

**가정 3.2:**  $\theta_f, \theta_g, \Delta_x, \Delta_h$  는 유한하다.

**부연 3.1:** 가정 3.1 은 출력의 시간에 대한 미분치를 취함으로써 적응 제어 법칙을 유도할 수 있기 때문에 필요하다. 반면에, 가정 3.2 는 기존의 적응 제어를 적용한 결과에서와 마찬가지로 불확실한 매개변수화 모델링 오차가 유한하다고 가정하는 것이다.

적응 제어 법칙은 (12)과 같이 주어진다.

$$\delta = \delta_{ad} + \delta_{sl} + \delta_{nd}. \quad (12)$$

여기서,  $\delta_{ad}, \delta_{sl}, \delta_{nd}$  는 (13)와 같고, 보상기는 (14), 매개변수 적응 법칙은 (15)로 주어진다.

$$\delta_{ad} = \left[ \begin{pmatrix} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \hat{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \\ \hat{f}(\theta_f^0, x) - \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \hat{g}_f^T \psi_f \end{pmatrix} \hat{g}(\theta_g^0, x) \right]^{-1} \cdot \left[ u - \begin{pmatrix} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \hat{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \\ \hat{f}(\theta_f^0, x) - \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \hat{g}_f^T \psi_f \end{pmatrix} \right] \quad (13.1)$$

$$\delta_{sl} = - \left[ \begin{pmatrix} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \hat{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \\ \hat{f}(\theta_f^0, x) - \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \hat{g}_f^T \psi_f \end{pmatrix} \hat{g}(\theta_g^0, x) \right]^{-1} \text{sgn}(\varepsilon_y) \cdot \hat{D} \quad (13.2)$$

$$\delta_{nd} = - \left[ \begin{pmatrix} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \hat{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \\ \hat{f}(\theta_f^0, x) - \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \hat{g}_f^T \psi_f \end{pmatrix} \hat{g}(\theta_g^0, x) \right]^{-1} \cdot \{ (\kappa_{1a} + \kappa_{1b}) \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} + (\kappa_{1c} + \kappa_{1d} + \kappa_3) \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} + (\kappa_{2a} + \kappa_{2b}) \psi_f^T \psi_f \cdot \psi_f^T \psi_f + (\kappa_{2c} + \kappa_{2d}) \psi_f^T \psi_f + \kappa_4 \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} \} \text{sgn}(\varepsilon_y), \quad (13.3)$$

$$\dot{u} = -a_m u + b_m (y_c - y) \quad (14)$$

$$\dot{\hat{g}}_f = \Gamma_f \psi_f \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \varepsilon_y \quad (15.1)$$

$$\dot{\hat{g}}_h = \Gamma_h \left( \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \{ \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta \} \right) \varepsilon_y \quad (15.2)$$

$$\dot{\hat{D}}_x = \gamma_x \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \right| \cdot |\varepsilon_y|, \quad \dot{\hat{D}}_h = \gamma_h |\varepsilon_y|, \quad \dot{\hat{D}}_p = \gamma_p \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \right| \cdot |\varepsilon_y|. \quad (15.3)$$

여기서,  $\kappa_{1a}, \kappa_{1b}, \kappa_{1c}, \kappa_{1d}, \kappa_{2a}, \kappa_{2b}, \kappa_{2c}, \kappa_{2d}, \kappa_3, \kappa_4$  는 양수이고,  $\hat{g}_f, \hat{g}_h$  는  $g_f, g_h$  의 추정치이다.  $\hat{D} = \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \right| \hat{D}_x +$

$$\hat{D}_h + \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \right| \hat{D}_p, \quad \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} = -\frac{Q}{h_v} c_{a2} \beta; \quad \hat{D}_x, \hat{D}_h, \hat{D}_p$$

$$\Delta_x, \quad \left| \frac{d}{dt} \Delta_h \right| + |\Delta_l| + \frac{1}{4\kappa_3} (g_h \Delta_x)^T (g_h \Delta_x) + \frac{1}{4\kappa_4} (g_h \frac{d}{dt} |\phi_A|)^T$$

$$(g_h \frac{d}{dt} |\phi_A|), \quad \frac{d}{dt} |\phi_A| \text{의 상한인 } D_x, D_h, D_p \text{의 추정치;}$$

$$\Delta_l = \frac{(g_h^T g_h)^3}{1024 \kappa_{1d}} + \frac{(g_h^T g_h)}{4 \kappa_{1c}} + \frac{(g_h^T g_h)^2}{64 \kappa_{1a}^2 \kappa_{1b}} + \frac{(g_f^T g_f)^3}{1024 \kappa_{2d}} + \frac{(g_f^T g_f)}{4 \kappa_{2c}}$$

$$\frac{(g_f^T g_f)^2}{64 \kappa_{2a}^2 \kappa_{2b}}; \quad \Gamma_f, \Gamma_h \in R^{2N \times 2N}, \quad \gamma_x \in R, \quad \gamma_h \in R, \quad \gamma_p \in R$$

이다.

**부연 3.2:**  $\delta_{ad}$  는 추종오차의 보상항을 포함한 적응 궤환 선

형화 제어 부분에 해당하고,  $\delta_{sl}$  는 슬라이딩 모드 제어 부분  $\delta_{nd}$  는 불확실성에 의해 발생할 수 있는 피킹 현상 [15]를 방지하기 위한 비선형 댐핑 부분 (nonlinear damping term) [15]에 해당한다.

여기서,  $\tilde{g}_x = g_x - \hat{g}_x, \quad \tilde{g}_y = g_y - \hat{g}_y, \quad \tilde{D}_x = D_x - \hat{D}_x, \quad \tilde{D}_h = D_h - \hat{D}_h, \quad \tilde{D}_p = D_p - \hat{D}_p$  를 정의한다. 전체 적응 미사일 시스템의 안정도와 출력 추종 오차에 대한 점근적 수렴성에 대해서는 다음 정리에서 보인다.

**정리 3.1(적응 제어 법칙):**

가정 3.1, 3.2 하에서 적응 제어 법칙 (12), 보상기 (14), 매개변수 적응 법칙 (15)에 의한 미사일 시스템 (10)은 다음과 같은 의미에서의 안정도를 지닌다.

1.  $\tilde{g}_f, \tilde{g}_h, \hat{g}_f, \hat{g}_h, \tilde{D}_x, \tilde{D}_h, \tilde{D}_p, \hat{D}_x, \hat{D}_h, \hat{D}_p \in L_\infty$
2.  $\varepsilon, \varepsilon_y, \varepsilon_u, \dot{\hat{g}}_f, \dot{\hat{g}}_h, \dot{\hat{D}}_x, \dot{\hat{D}}_h, \dot{\hat{D}}_p \in L_\infty \cap L_2$
3.  $\dot{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_y, \dot{\varepsilon}_u \in L_\infty$
4.  $\varepsilon, \varepsilon_y, \varepsilon_u$  는 점근적으로 0 으로 수렴한다.
5.  $\dot{\hat{g}}_f, \dot{\hat{g}}_h, \dot{\hat{D}}_x, \dot{\hat{D}}_h, \dot{\hat{D}}_p$  는 점근적으로 0 으로 수렴한다.

**증명:**

출력의 미분 값은

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \left( \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + g_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \right) \{ \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta + g_f^T \psi_f + \Delta_x \} \\ &\quad + \left( \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} + g_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} \right) \cdot \frac{d}{dt} |\phi_A| + \frac{d}{dt} \Delta_h \\ &= \left[ \begin{pmatrix} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \hat{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \\ \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta \end{pmatrix} \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta \right. \\ &\quad \left. + \tilde{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \{ \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta \} \right] \\ &\quad + \left[ \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} g_f^T \psi_f + g_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} g_f^T \psi_f \right] + \left( \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + g_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \right) \Delta_x \\ &\quad + \left( \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} + g_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} \right) \cdot \frac{d}{dt} |\phi_A| + \frac{d}{dt} \Delta_h \\ &= u + B_1 \end{aligned} \quad (16)$$

와 같다. 여기서,

$$\begin{aligned} B_1 &= \tilde{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \{ \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta \} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \tilde{g}_f^T \psi_f \\ &\quad + \left[ g_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} g_f^T \psi_f - (\kappa_{1a} + \kappa_{1b}) \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \text{sgn}(\varepsilon_y) \right. \\ &\quad \left. - (\kappa_{1c} + \kappa_{1d}) \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \text{sgn}(\varepsilon_y) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -(\kappa_{2a} + \kappa_{2b})\psi_f^T \psi_f \cdot \psi_f^T \psi_f \operatorname{sgn}(\varepsilon_y) \\
 & -(\kappa_{2c} + \kappa_{2d})\psi_f^T \psi_f \operatorname{sgn}(\varepsilon_y) \\
 & + \left[ (\mathcal{G}_h \Delta_x)^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} - \kappa_3 \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \operatorname{sgn}(\varepsilon_y) \right] \\
 & + \left[ \left( \mathcal{G}_h \frac{d}{dt} |\phi_A| \right)^T \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} - \kappa_4 \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} \operatorname{sgn}(\varepsilon_y) \right] \\
 & + \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \Delta_x + \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \cdot \frac{d}{dt} |\phi_A| + \frac{d}{dt} \Delta_h - \operatorname{sgn}(\varepsilon_y) \hat{D}
 \end{aligned}$$

이다. 이때,  $\dot{\varepsilon} = A\varepsilon + B$  가 된다. 여기서,  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b_m & -a_m \end{pmatrix}$ ,

$B = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix}$  이다. 여기서, 양의 한정행렬  $Q$  에 대해  $Q =$

$-(A^T P + PA) > 0$  를 만족하는 양의 한정행렬  $P = \operatorname{diag}(P_{11}, P_{22})$  가 존재한다.

이제, 리아푸노프 함수를

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{2} \varepsilon^T P \varepsilon + \frac{P_{11}}{2} \tilde{g}_f^T (\Gamma_f)^{-1} \tilde{g}_f + \frac{P_{11}}{2} \tilde{g}_h^T (\Gamma_h)^{-1} \tilde{g}_h \\
 &+ \frac{P_{11}}{2\gamma_x} \tilde{D}_x^2 + \frac{P_{11}}{2\gamma_h} \tilde{D}_h^2 + \frac{P_{11}}{2\gamma_p} \tilde{D}_p^2
 \end{aligned}$$

와 같이 정한다. (15)로 부터

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \frac{1}{2} \varepsilon^T (A^T P + PA) \varepsilon + P_{11} \varepsilon_y B_1 + P_{11} \tilde{g}_f^T (\Gamma_f)^{-1} \dot{\tilde{g}}_f \\
 &+ P_{11} \tilde{g}_h^T (\Gamma_h)^{-1} \dot{\tilde{g}}_h + \frac{P_{11}}{\gamma_x} \tilde{D}_x \dot{\tilde{D}}_x + \frac{P_{11}}{\gamma_h} \tilde{D}_h \dot{\tilde{D}}_h + \frac{P_{11}}{\gamma_p} \tilde{D}_p \dot{\tilde{D}}_p \\
 &\leq -\frac{1}{2} \varepsilon^T Q \varepsilon + P_{11} \tilde{g}_f^T \left[ \left( \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \{ \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta \} \right) \varepsilon_y \right. \\
 &+ \left. (\Gamma_h)^{-1} \dot{\tilde{g}}_h \right] + P_{11} \tilde{g}_f^T \left[ \psi_f \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \varepsilon_y + (\Gamma_f)^{-1} \dot{\tilde{g}}_f \right] \\
 &+ \left[ \frac{1}{2} \mathcal{G}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \cdot \mathcal{G}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} + \frac{1}{2} \mathcal{G}_f^T \psi_f \cdot \mathcal{G}_f^T \psi_f \right. \\
 &- (\kappa_{1a} + \kappa_{1b}) \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \\
 &- (\kappa_{1c} + \kappa_{1d}) \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \frac{\partial \psi_h}{\partial x} - (\kappa_{2a} + \kappa_{2b}) \psi_f^T \psi_f \cdot \psi_f^T \psi_f \\
 &- \left. (\kappa_{2c} + \kappa_{2d}) \psi_f^T \psi_f \right] |P_{11} \varepsilon_y| \\
 &+ \left[ (\mathcal{G}_h \Delta_x)^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} - \kappa_3 \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \right] |P_{11} \varepsilon_y| \\
 &+ \left[ \left( \mathcal{G}_h \frac{d}{dt} |\phi_A| \right)^T \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} - \kappa_4 \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} \right] |P_{11} \varepsilon_y| \\
 &+ \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \Delta_x P_{11} \varepsilon_y + \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \cdot \frac{d}{dt} |\phi_A| P_{11} \varepsilon_y + \frac{d}{dt} \Delta_h P_{11} \varepsilon_y \\
 &- |P_{11} \varepsilon_y| \hat{D} + \frac{P_{11}}{\gamma_x} \tilde{D}_x \dot{\tilde{D}}_x + \frac{P_{11}}{\gamma_h} \tilde{D}_h \dot{\tilde{D}}_h + \frac{P_{11}}{\gamma_p} \tilde{D}_p \dot{\tilde{D}}_p
 \end{aligned}$$

여기서,  $\delta_{nd}$  항을 고려하여 계산하면 다음의 부등식을 얻을

수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \varepsilon^T Q \varepsilon + \left\{ \frac{d}{dt} \Delta_h \right\} + |\Delta_x| + \frac{1}{4\kappa_3} (\mathcal{G}_h \Delta_x)^T (\mathcal{G}_h \Delta_x) \\
 &+ \frac{1}{4\kappa_4} (\mathcal{G}_h \frac{d}{dt} |\phi_A|)^T \cdot (\mathcal{G}_h \frac{d}{dt} |\phi_A|) |P_{11} \varepsilon_y| \\
 &+ \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \right| \cdot |\Delta_x| \cdot |P_{11} \varepsilon_y| + \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \right| \cdot \left| \frac{d}{dt} |\phi_A| \right| \cdot |P_{11} \varepsilon_y| - |P_{11} \varepsilon_y| \hat{D} \\
 &+ \frac{P_{11}}{\gamma_x} \tilde{D}_x \dot{\tilde{D}}_x + \frac{P_{11}}{\gamma_h} \tilde{D}_h \dot{\tilde{D}}_h + \frac{P_{11}}{\gamma_p} \tilde{D}_p \dot{\tilde{D}}_p \\
 &\leq -\frac{1}{2} \varepsilon^T Q \varepsilon + \left[ \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \right| D_x - \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \right| \hat{D}_x \right] \cdot |P_{11} \varepsilon_y| \\
 &+ [D_h - \hat{D}_h] \cdot |P_{11} \varepsilon_y| + \left[ \left( \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \right| D_p \right) - \left( \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \right| \hat{D}_p \right) \right] \cdot |P_{11} \varepsilon_y| \\
 &+ \frac{P_{11}}{\gamma_x} \tilde{D}_x \dot{\tilde{D}}_x + \frac{P_{11}}{\gamma_h} \tilde{D}_h \dot{\tilde{D}}_h + \frac{P_{11}}{\gamma_p} \tilde{D}_p \dot{\tilde{D}}_p \\
 &\leq -\frac{1}{2} \varepsilon^T Q \varepsilon + \tilde{D}_x \left[ P_{11} \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \right| \cdot |\varepsilon_y| + \frac{P_{11}}{\gamma_x} \dot{\tilde{D}}_x \right] \\
 &+ \tilde{D}_h \left[ P_{11} |\varepsilon_y| + \frac{P_{11}}{\gamma_h} \dot{\tilde{D}}_h \right] + \tilde{D}_p \left[ P_{11} \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \right| \cdot |\varepsilon_y| + \frac{P_{11}}{\gamma_p} \dot{\tilde{D}}_p \right] \\
 &= -\frac{1}{2} \varepsilon^T Q \varepsilon
 \end{aligned}$$

여기서,  $Q = -(A^T P + PA) > 0$  이다.

따라서,  $V(t)$  는 모든 시간에 대해 유한하고,  $\varepsilon, \tilde{g}_f, \tilde{g}_h, \tilde{D}_x, \tilde{D}_h, \tilde{D}_p \in L_\infty$  와  $\varepsilon_y, \varepsilon_u, \hat{g}_f, \hat{g}_h, \hat{D}_x, \hat{D}_h, \hat{D}_p \in L_\infty$  가 성립한다. 더욱이,  $Q$  의 최소 고유치인  $q_{\min} > 0$  에 대해  $\dot{V} \leq -q_{\min} \varepsilon^T \varepsilon$  가 성립하므로,  $\varepsilon \in L_2$  와  $\varepsilon_y, \varepsilon_u \in L_2$  를 얻는다. 유한한 출력으로부터 유한한 상태변수를 지니므로,  $\dot{\tilde{g}}_f, \dot{\tilde{g}}_h, \dot{\tilde{D}}_x, \dot{\tilde{D}}_h, \dot{\tilde{D}}_p \in L_\infty \cap L_2$  가 성립하고,  $\delta \in L_\infty$  와  $B_1 \in L_\infty$  를 확인할 수 있다. 따라서,  $\dot{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_y, \dot{\varepsilon}_u \in L_\infty$  즉,  $\varepsilon, \varepsilon_y, \varepsilon_u$  는 균일하게 유한 (uniformly bounded) 하다.  $\varepsilon, \varepsilon_y, \varepsilon_u$  의  $L_2$  -특성을 이용하면, Barbalat 보조정리로부터  $\varepsilon, \varepsilon_y, \varepsilon_u$  는 점근적으로 0으로 수렴하고, 또한 매개변수 적응 법칙으로부터  $\dot{\tilde{g}}_f, \dot{\tilde{g}}_h, \dot{\tilde{D}}_x, \dot{\tilde{D}}_h, \dot{\tilde{D}}_p$  또한 점근적으로 0으로 수렴함을 확인할 수 있다. ■

## 2. 데드존을 이용한 적응 제어 법칙

매개변수의 변이와 외란의 존재시에 적응 제어 법칙만 사용하게 되면, 매개변수 추정 오차가 유한함을 보장할 수 없기 때문에, 앞 절에서는 슬라이딩 모드 법칙 또한 사용하였다. 그러나, 스위칭 항은 채터링 현상을 유발하므로, 실제적인 적용을 위해서는 바람직하지 않다. 따라서, 스위칭 함수 대신에 포화 함수를 쓰는 것이 일반적이는데, 이 경우에는  $\varepsilon_y = 0$  으로 정의된 슬라이딩 평면으로의 수렴이 보장되지

않을 뿐만 아니라,  $\varepsilon_y \neq 0$  일 경우  $\hat{D}_x, \hat{D}_h, \hat{D}_p$  는 항상 증가할 수 있다. 이 절에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 데드존을 이용한 적응 제어 법칙을 제시한다.

데드존 형태의 추종 오차는  $\varepsilon_w = \varepsilon_y - d_w \text{sat}(\varepsilon_y/d_w)$  로 정의한다. 여기서,  $d_w$  는 데드존의 폭을 나타내고, 상수로 고정된 형태이다. 수정된 적응 제어 법칙은 (17)와 같이 주어진다.

$$\delta = \delta_{ad} + \delta_{sl} + \delta_{nd}. \tag{17}$$

여기서,  $\delta_{ad}, \delta_{sl}, \delta_{nd}$  는 (18)와 같고, 보상기는 (14), 매개변수 적응 법칙은 (19)로 주어진다.

$$\delta_{ad} = \left[ \left( \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \hat{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \right) \hat{g}(\theta_g^0, x) \right]^{-1} \left[ u - \left( \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \hat{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \right) \hat{f}(\theta_f^0, x) - \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \hat{g}_f^T \psi_f \right] \tag{18.1}$$

$$\delta_{sl} = - \left[ \left( \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \hat{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \right) \hat{g}(\theta_g^0, x) \right]^{-1} \text{sat}(\varepsilon_y/d_w) \cdot \hat{D} \tag{18.2}$$

$$\delta_{nd} = - \left[ \left( \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \hat{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \right) \hat{g}(\theta_g^0, x) \right]^{-1} \left\{ (\kappa_{1a} + \kappa_{1b}) \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} + (\kappa_{1c} + \kappa_{1d} + \kappa_3) \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} + (\kappa_{2a} + \kappa_{2b}) \psi_f^T \psi_f \cdot \psi_f^T \psi_f + (\kappa_{2c} + \kappa_{2d}) \psi_f^T \psi_f + \kappa_4 \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} \right\} \text{sat}(\varepsilon_y/d_w), \tag{18.3}$$

$$\dot{\hat{g}}_f = \Gamma_f \psi_f \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \varepsilon_w \tag{19.1}$$

$$\dot{\hat{g}}_h = \Gamma_h \left( \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \{ \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta \} \right) \varepsilon_w \tag{19.2}$$

$$\dot{\hat{D}}_x = \gamma_x \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \right| \cdot |\varepsilon_w|, \quad \dot{\hat{D}}_h = \gamma_h |\varepsilon_w|, \quad \dot{\hat{D}}_p = \gamma_p \left| \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \right| \cdot |\varepsilon_w|. \tag{19.3}$$

여기서,  $\varepsilon_d = [\varepsilon_w \ \varepsilon_u]^T$  를 정의한다. 데드존을 이용한 전체 적응 미사일 시스템의 안정도와 출력 추종 오차에 대한 점근적 수렴성에 대해서는 다음 정리에서 보인다.

**정리 3.2 (데드존을 이용한 적응 제어 법칙) :** 가정 3.1, 3.2 하에서 적응 제어 법칙 (17), 보상기 (14), 매개변수 적응 법칙 (19) 에 의한 미사일 시스템 (10)은 다음과 같은 의미에서의 안정도를 지닌다.

1.  $\tilde{g}_f, \tilde{g}_h, \dot{\hat{g}}_f, \dot{\hat{g}}_h, \tilde{D}_x, \tilde{D}_h, \tilde{D}_p, \hat{D}_x, \hat{D}_h, \hat{D}_p \in L_\infty$
2.  $\varepsilon_w, \dot{\hat{g}}_f, \dot{\hat{g}}_h, \dot{\hat{D}}_x, \dot{\hat{D}}_h, \dot{\hat{D}}_p \in L_\infty \cap L_2$
3.  $\dot{\varepsilon}_d, \dot{\varepsilon}_w, \dot{\varepsilon}_u \in L_\infty$
4.  $\varepsilon_w, \dot{\hat{g}}_f, \dot{\hat{g}}_h, \dot{\hat{D}}_x, \dot{\hat{D}}_h, \dot{\hat{D}}_p$  는 점근적으로 0 으로 수렴한다.
5.  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\varepsilon_y(t)| \leq d_w$

**증명 :** 여기서는 정리 3.1 의 증명에서 정의한 것과 같은 표기를 계속 사용하고, 리아프노프 함수를

$$V = \frac{1}{2} \varepsilon_d^T P \varepsilon_d + \frac{P_{11}}{2} \tilde{g}_f^T (\Gamma_f)^{-1} \tilde{g}_f + \frac{P_{11}}{2} \tilde{g}_h^T (\Gamma_h)^{-1} \tilde{g}_h + \frac{P_{11}}{2\gamma_x} \tilde{D}_x^2 + \frac{P_{11}}{2\gamma_h} \tilde{D}_h^2 + \frac{P_{11}}{2\gamma_p} \tilde{D}_p^2$$

와 같이 선정한다.  $|\varepsilon_y| \leq d_w$  일때  $\varepsilon_w = 0$  가 되고,  $|\varepsilon_y| > d_w$  일 경우는  $\text{sat}(\varepsilon_y/d_w) = \text{sgn}(\varepsilon_w)$  와  $\varepsilon_y = \varepsilon_w + d_w \text{sgn}(\varepsilon_w)$  를 사용하면  $\dot{\varepsilon}_w = \dot{\varepsilon}_y$  가 성립한다. 따라서,  $\varepsilon_d$  의 미분치는

$$\dot{\varepsilon}_d = \begin{cases} A_{d1} \varepsilon_d + B_{d1}, & |\varepsilon_y| > d_w \\ A_{d2} \varepsilon_d + B_{d2}, & |\varepsilon_y| \leq d_w \end{cases}$$

와 같다. 여기서,  $A_{d1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b_m & -a_m \end{pmatrix}$ ,  $B_{d1} = \begin{pmatrix} B_2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,

$$A_{d2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -a_m \end{pmatrix}, \quad B_{d2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -b_m \varepsilon_y \end{pmatrix},$$

$$B_2 = \tilde{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \{ \hat{f}(\theta_f^0, x) + \hat{g}(\theta_g^0, x) \delta \} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \tilde{g}_f^T \psi_f + \left[ \tilde{g}_h^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \tilde{g}_f^T \psi_f - (\kappa_{1a} + \kappa_{1b}) \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \text{sgn}(\varepsilon_w) - (\kappa_{1c} + \kappa_{1d}) \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \text{sgn}(\varepsilon_w) - (\kappa_{2a} + \kappa_{2b}) \psi_f^T \psi_f \cdot \psi_f^T \psi_f \text{sgn}(\varepsilon_w) - (\kappa_{2c} + \kappa_{2d}) \psi_f^T \psi_f \text{sgn}(\varepsilon_w) \right] + \left[ (\tilde{g}_h \Delta_x)^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} - \kappa_3 \frac{\partial \psi_h}{\partial x}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial x} \text{sgn}(\varepsilon_w) \right] + \left[ (\tilde{g}_h \frac{d}{dt} |\phi_A|)^T \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} - \kappa_4 \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|}^T \frac{\partial \psi_h}{\partial |\phi_A|} \text{sgn}(\varepsilon_w) \right] + \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \Delta_x + \frac{\partial \hat{h}}{\partial |\phi_A|} \cdot \frac{d}{dt} |\phi_A| + \frac{d}{dt} \Delta_h - \text{sgn}(\varepsilon_w) \hat{D}$$

이다. 따라서, 정리 3.1 에서의 증명과 마찬가지로,  $|\varepsilon_y| > d_w$  에 대해

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \varepsilon_d^T (A_{d1}^T P + P A_{d1}) \varepsilon_d + B_{d1}^T P \varepsilon_d + P_{11} \tilde{g}_f^T (\Gamma_f)^{-1} \dot{\tilde{g}}_f$$

$$\begin{aligned}
 &+ P_{11} \tilde{\theta}_h (\Gamma_h)^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_h + \frac{P_{11}}{\gamma_x} \tilde{D}_x \dot{\tilde{D}}_x + \frac{P_{11}}{\gamma_h} \tilde{D}_h \dot{\tilde{D}}_h + \frac{P_{11}}{\gamma_p} \tilde{D}_p \dot{\tilde{D}}_p \\
 &\leq -\frac{1}{2} \varepsilon_d^T Q \varepsilon_d \leq 0
 \end{aligned}$$

를 얻을 수 있고,  $|\varepsilon_y| \leq d_w$  에 대해서는

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \frac{1}{2} \varepsilon_d^T (A_{d2}^T P + P A_{d2}) \varepsilon_d + B_{d2}^T P \varepsilon_d \\
 &= -a_m P_{22} |\varepsilon_u|^2 - b_m \varepsilon_y P_{22} \varepsilon_u \\
 &\leq -a_m P_{22} |\varepsilon_u|^2 + b_m d_w P_{22} |\varepsilon_u| \\
 &\leq -a_m P_{22} \left( |\varepsilon_u| - \frac{b_m d_w}{2a_m} \right)^2 + \frac{P_{22} (b_m d_w)^2}{4a_m}
 \end{aligned}$$

를 얻을 수 있다. 이 경우에도  $|\varepsilon_u| > (b_m d_w)/a_m$  이면  $\dot{V} \leq 0$  이다. 즉,  $|\varepsilon_y| \leq d_w$  와  $|\varepsilon_u| \leq (b_m d_w)/a_m$  인 경우를 제외하면 항상  $\dot{V} \leq 0$  이고,  $|\varepsilon_y| \leq d_w$  와  $|\varepsilon_u| \leq (b_m d_w)/a_m$  인 경우에도  $\varepsilon_y, \varepsilon_u$  가 유한하고,  $\tilde{\theta}_f, \tilde{\theta}_h, \tilde{D}_x, \tilde{D}_h, \tilde{D}_p$  또한 매개변수 적응 법칙에서  $\varepsilon_w = 0$  임을 이용하면 상수이므로, 결국  $V$  또한 일정한 상수값의 유계를 가진다. 따라서,  $V(t)$  는 모든 시간에 대해 유한하다. 따라서,  $\varepsilon_d, \varepsilon_w, \varepsilon_u, \tilde{\theta}_f, \tilde{\theta}_h, \hat{\theta}_f, \hat{\theta}_h, \tilde{D}_x, \tilde{D}_h, \tilde{D}_p, \hat{D}_x, \hat{D}_h, \hat{D}_p \in L_\infty$  가 성립한다. 또한, 상태변수와 제어입력의 유한한 사실로부터  $\dot{\varepsilon}_d, \dot{\varepsilon}_w, \dot{\varepsilon}_u \in L_\infty$  와  $\dot{\hat{\theta}}_f, \dot{\hat{\theta}}_h, \dot{\hat{D}}_x, \dot{\hat{D}}_h, \dot{\hat{D}}_p \in L_\infty$  를 확인할 수 있다.  $\dot{V}$  의 첫번째 부등식에서, 각각  $|\varepsilon_y| > d_w$  에 대해  $\varepsilon_d \in L_2$  이고,  $|\varepsilon_y| \leq d_w$  에 대해  $\varepsilon_w = 0$  이다. 따라서,  $\varepsilon_w \in L_2$  가 성립하고, Barbalat 보조정리에 의해  $\varepsilon_w, \hat{\theta}_f, \hat{\theta}_h, \hat{D}_x, \hat{D}_h, \hat{D}_p$  는 점근적으로 0으로 수렴하고,  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\varepsilon_y(t)| \leq d_w$  가 성립한다. ■

**부연 3.3:**  $d_w$  가 0으로 접근하면, 데드존을 이용한 적응 제어 법칙 (14), (17)-(19) 은 정리 3.1 의 데드존을 이용하지 않은 적응 제어 법칙 (12)-(15) 과 같게 된다. 적응 제어 법칙에 데드존과 포화 함수를 사용함으로써 고주파 성분의 제어 입력이 없이도 전체 시스템의 성능 및 안정도를 유지할 수 있다. ■

#### IV. 모의실험

본 장에서는 적응 제어기의 모의실험 결과를 보인다. 모의 실험을 통해 불확실성에 의해 성능 저하가 일어날 수 있음으로 보이고, 또한 적응 제어기를 통해 저하된 성능을 보상할 수 있음을 보인다. 각 요 및 피치 동력학에 대해 적응 제어 법칙 (17), 보상기 (14), 그리고 매개변수 적응 법칙 (19)으로 구성된 적응 제어기를 적용하였다.

##### 1. 불확실성 모델

$C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A)$  와  $C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A)$  에 다음과 같은 형태의 불확실성이 존재한다고 가정한다.

$$C_y(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) = C_{ym}(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A) + \mathcal{G}_{fy}^T \phi_{fy},$$

$$C_z(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A) = C_{zn}(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A) + \mathcal{G}_{fz}^T \phi_{fz}.$$

여기서,  $C_{ym}(M_m, \beta, \delta_r, \phi_A)$ ,  $C_{zn}(M_m, \alpha, \delta_q, \phi_A)$  는 공력테이블의 공칭 공력계수 값이고,  $\mathcal{G}_{xy}, \mathcal{G}_{xz}$  는  $\mathcal{G}_x$  와 같은 형태를 지닌 불확실성 매개변수이다. 또한, 마하 인덱스 수는  $N = 6$  이다.

##### • 불확실성 모델 1:

$$\mathcal{G}_{fyi}^T = \mathcal{G}_{fzi}^T = [4 \quad 0.1 \quad 10 \quad 4]; \quad i=1, \dots, 3,$$

$$\mathcal{G}_{fjy}^T = \mathcal{G}_{fjz}^T = [4 \quad 0.1 \quad 15 \quad 4]; \quad j=4, 5,$$

$$\mathcal{G}_{fy6}^T = \mathcal{G}_{fz6}^T = [3 \quad 0.1 \quad 10 \quad 4].$$

##### • 불확실성 모델 2:

$$\mathcal{G}_{fyi}^T = [4 \quad 0.1 \quad 50 \quad 4]; \quad i=1, 2,$$

$$\mathcal{G}_{fy3}^T = [4 \quad 0.1 \quad 60 \quad 4], \quad \mathcal{G}_{fy4}^T = [4 \quad 0.1 \quad 70 \quad 4],$$

$$\mathcal{G}_{fjy}^T = [3 \quad 0.1 \quad 80 \quad 4]; \quad j=5, 6,$$

$$\mathcal{G}_{fzi}^T = [4 \quad 0.1 \quad 30 \quad 4]; \quad i=1, 2,$$

$$\mathcal{G}_{fz3}^T = [4 \quad 0.1 \quad 40 \quad 4],$$

$$\mathcal{G}_{fzk}^T = [4 \quad 0.1 \quad 50 \quad 4], \quad k=4, \dots, 6.$$

##### • 불확실성 모델 3:

$$\mathcal{G}_{fyi}^T = \mathcal{G}_{fzi}^T = [-4 \quad -0.1 \quad -10 \quad -4]; \quad i=1, \dots, 3,$$

$$\mathcal{G}_{fjy}^T = \mathcal{G}_{fjz}^T = [-4 \quad -0.1 \quad -15 \quad -4]; \quad j=4, 5,$$

$$\mathcal{G}_{fy6}^T = \mathcal{G}_{fz6}^T = [-3 \quad -0.1 \quad -10 \quad -4].$$

#### 2. 모의실험 환경 및 설계 변수

모의실험의 수행을 위한 미사일 모델로서 6자유도 비선형 방정식과 공력 테이블을 그대로 사용하였다. 전진방향 속도가 가변하는 경우에도 성능향상을 확인할 수 있었으나, 여기서는 보다 명확한 비교를 위해 편의상  $U = 884m/sec$  인 경우에 대해 구형과 가속도 명령에 대한 추종 성능을 평가한 결과를 제시한다. 적응 제어기의 실제 성능은 여러 설계 변수들에 의해 좌우되는데, 여기서는 적응 속도와 과도기 응답 특성을 고려하여 적응 제어기의 설계 변수를 다음과 같이 정하였다. (18c)의 이득  $\kappa_{1a}, \kappa_{1b}, \kappa_{1c}, \kappa_{1d}, \kappa_{2a}, \kappa_{2b}, \kappa_{2c}, \kappa_{2d}, \kappa_3, \kappa_4$  는  $\kappa_{1a} = \kappa_{1b} = \kappa_{2a} = \kappa_{2b} = 5 \cdot 10^{-13}$ ,  $\kappa_{1c} = \kappa_{1d}, \kappa_3 = 3.3 \cdot 10^{-6}$ ,  $\kappa_{2c} = \kappa_{2d} = 5 \cdot 10^{-6}$ ,  $\kappa_4 = 10^{-5}$  이다. (19)에서의  $\Gamma_f, \Gamma_h, \gamma_x, \gamma_h, \gamma_p$  값은  $\Gamma_f = diag(0.0225, 0.0002, 0.45, 0.0045, \dots, 0.0225, 0.0002, 0.45, 0.0045) \in R^{4N \times 4N}$ ,  $\Gamma_h = diag(0.0000225, 0.00015, 0.0000015)$ ,  $\gamma_x = 10^{-8}$ ,  $\gamma_h = 10^{-2}$ ,  $\gamma_p = 10^{-5}$  이다. 그리고, 데드존의 폭은  $d_w = 0.1$  이다. 보상기 (14) 에서의 설계 변수는  $a_m = 2\xi\omega_n$ ,  $b_m = \omega_n^2$ ,  $\xi = 0.7$ ,  $\omega_n = 15$  이다. 구동기 모델로서는 각 요 및 피치 채널에 대해 각각 저주파 통과 필터  $\tau\dot{\delta}_r = -\delta_r + \delta_r^c$ ,  $\tau\dot{\delta}_q = -\delta_q + \delta_q^c$  를 사용하였다. 여기서,  $\delta_r^c, \delta_q^c$  는 (17)의 적응제어입력  $\delta$  에 의해 주어지고, 시정수

는  $\tau = 0.01 \text{ sec}$ . 로 하였다.

3. 적응 제어기의 성능

본 절에서는 적응제어기의 성능에 대해 언급한다. 불확실성 모델 1, 2, 3에 대해 기존에 설계되었던 비적응 제어기[12]

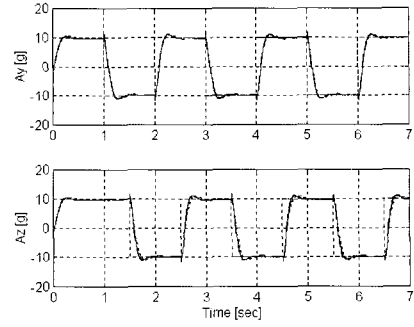
표 1. 불확실성 모델 1에 대한 적응 제어 성능.  
Table 1. Adaptive control performance under uncertainty model 1.

(a) 요 채널에서의 각 시간 구간별 상승시간

	기준모델	적응제어	비적응제어
0-1 초	0.22 초	0.30 초	0.31 초
1-2 초	0.22 초	0.34 초	0.44 초
2-3 초	0.22 초	0.23 초	0.43 초
3-4 초	0.22 초	0.22 초	0.42 초
4-5 초	0.22 초	0.22 초	0.42 초
5-6 초	0.22 초	0.22 초	0.42 초
6-7 초	0.22 초	0.22 초	0.42 초

(b) 요 채널에서의 각 시간 구간별 정상상태오차

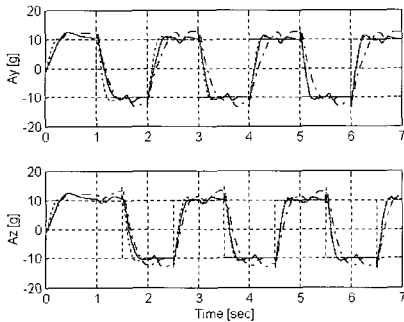
	기준모델	적응제어	비적응제어
0-1 초	0%	4.75%	21.6%
1-2 초	0%	0.60%	9.60%
2-3 초	0%	0.55%	13.7%
3-4 초	0%	0.48%	9.11%
4-5 초	0%	0.12%	12.9%
5-6 초	0%	0.40%	8.67%
6-7 초	0%	0.65%	12.2%



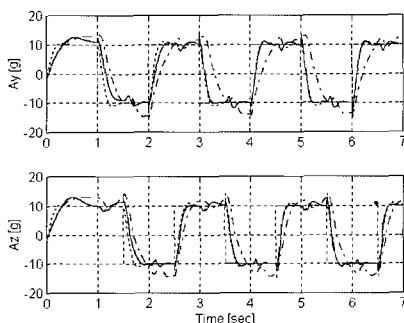
(c) 불확실성 모델 3

그림 1. 불확실성 모델에 대한 비적응 및 적응 제어기의 성능(실선: 적응제어, 파선-점선: 비적응제어, 점선: 기준모델).

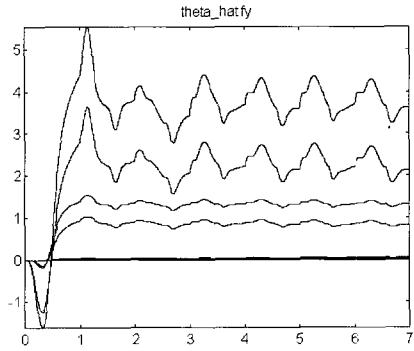
Fig. 1. The performance of non-adaptive and adaptive controller for the uncertainty model(solid: adaptive control, dash-dotted: non-adaptive control, dotted: reference model).



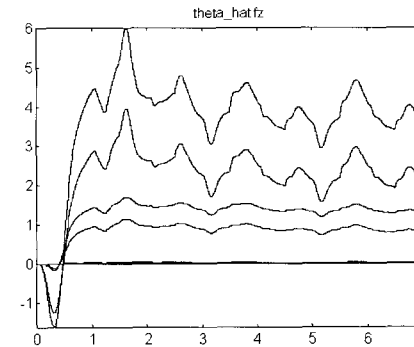
(a) 불확실성 모델 1



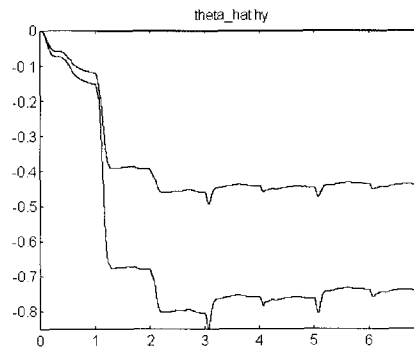
(b) 불확실성 모델 2



(a)  $\hat{\theta}_{fy}$  ( $=\hat{\theta}_f$ ; yaw (요측))

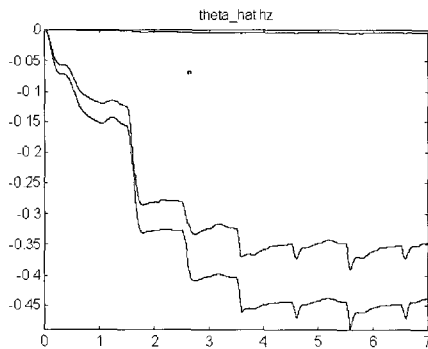


(b)  $\hat{\theta}_{fz}$  ( $=\hat{\theta}_f$ ; pitch (피치측))



(c)  $\hat{\theta}_{hy}$  ( $=\hat{\theta}_h$ ; yaw (요측))





(d)  $\hat{g}_{hz}$  ( $=\hat{g}_h$ ; pitch (피치축))

그림 2. 불확실성모델 1에 대한 추정된 매개변수추이.

Fig. 2. The estimated parameters for Uncertainty Model 1.

와 본 논문에서 새로 제안된 적응 제어기의 결과에 대한 성능 비교를 각각 그림 1(a), (b), (c)에서 보이고 있다. 여기서, 불확실성에 의한 성능 저하 현상과 더불어 적응에 의해 추종 성능이 점차 향상되고 있는 적응 제어기의 성능을 확인할 수 있다. 여기서, 불확실성 3의 경우에 대해서는 성능 저하를 가져다 주지 않는 것을 볼 수 있는데, 이 경우는 공력적인 힘을 보다 강하게 해줌으로써 제어 성능 저하에 영향을 미치지 않는 경우이다. 특히, 불확실성 모델 1에 대해 이상의 결과를 기준모델, 비적응제어, 적응제어의 경우에서의 대략적인 상승시간과 정상상태오차를 각각 표 1를 통해 비교할 수 있다. 추가적으로, 불확실성 모델 1에 대해서 추정된 매개변수의 추이곡선은 그림 2에서 보이고 있다. 이상의 결과로부터, 매개변수화 어파인 미사일 모델을 바탕으로 한 적응 제어기의 타당성을 확인할 수 있다.

**VI. 결론**

본 논문에서는 불확실성이 존재하더라도 STT 미사일의 성능을 향상시킬 수 있는 적응 제어 방법을 제시하였다. 매개변수화 어파인 모델의 구조로 인해 불확실성 또한 해석적인 유도가 가능하다. 성능 및 안정도 해석 뿐만 아니라 모의 실험 결과를 통해서도 적응 제어가 불확실성에 의해 저하될 수 있는 추종 성능을 충분히 보상할 수 있음을 확인할 수 있었다. 이는 이론적으로나 실제적인 측면에서 볼 때 유용한 결과로 볼 수 있다. 본 논문은 제안된 적응 제어 방법이 미사일 시스템에 대해 쉽고도 실용적으로 적용가능하다는 점을 제시하였다는 점에서 그 의의를 찾을 수 있다.

**참고문헌**

[1] K. Nam and A. Arapostathis, "A model-reference adaptive control scheme for pure-feedback nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.

33, pp. 803-811, 1988.  
 [2] D. Taylor and P.V. Kokotovic and R. Marino and I. Kanellakopoulos, "Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, pp. 405-412, 1989.  
 [3] S. S. Sastry and A. Isidori, "Adaptive control of linearizable systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, pp. 1123-1131, 1989.  
 [4] I. Kanellakopoulos and P. V. Kokotovic and A. S. Morse, "Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, pp. 1241-1253, 1991.  
 [5] I. Kanellakopoulos and P.V. Kokotovic and R. Marino, "An extended direct scheme for robust adaptive nonlinear control," *Automatica*, Vol. 27, pp. 247-255, 1991.  
 [6] R. Marino and P. Tomei, "Robust stabilization of feedback linearizable time-varying uncertain nonlinear systems," *Automatica*, vol. 29, pp. 181-189, 1993.  
 [7] Singh, S. N., and Steinberg, M., "Adaptive Control of Feedback Linearizable Nonlinear Systems with Application to Flight Control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 19, no. 4, pp. 871-877, 1996.  
 [8] E. W. Kamen, T. E. Bullock, and C. H. Song, "Adaptive control applied to missile autopilots," *Proc. American Control Conference*, pp. 555-560, 1988.  
 [9] C. F. Lin and J. R. Cloutier et al., "High performance, adaptive, robust bank-to-turn missile autopilot design," *AIAA Guidance, Navigation, Control Conference*, vol. 3, pp. 123-137, 1991.  
 [10] D. M. McDowell, G. W. Irwin, G. Lightbody, and G. McConnell, "Hybrid neural adaptive control for bank-to-turn missiles," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 5, pp. 297-308, 1997.  
 [11] M. B. McFarland and A. J. Calise, "Neural networks for stable adaptive control of air-to-air missiles," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Baltimore, MD, pp. 1280-1285, 1995.  
 [12] D. Chwa and J. Y. Choi, "New Parametric Affine Modeling and Control for Skid-to-Turn Missiles," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 9, no. 2, pp. 335-347, March 2001.  
 [13] P. A. Ioannou and J. Sun, *Stable and Robust Adaptive Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.  
 [14] J. H. Oh and I. J. Ha, "Missile autopilot design via functional inversion and time-scaled transformation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 64-76, 1997.  
 [15] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Wiley & Sons, Inc., 1995.

**최진영**

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 4 권 제 4 호 참조.

**송찬호**

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 3 권 제 2 호 참조.

**좌동경**

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 5 권 제 3 호 참조.