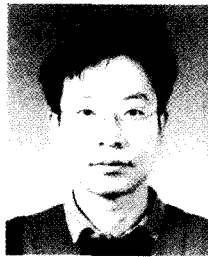


# 타이어의 유한요소 해석법 소개

## Introduction to Finite Element Analysis of Tire



김 기 운 / 금호산업 수석연구원  
Kee-Woon Kim / Kumho Industrial Co.

### 1. 서론

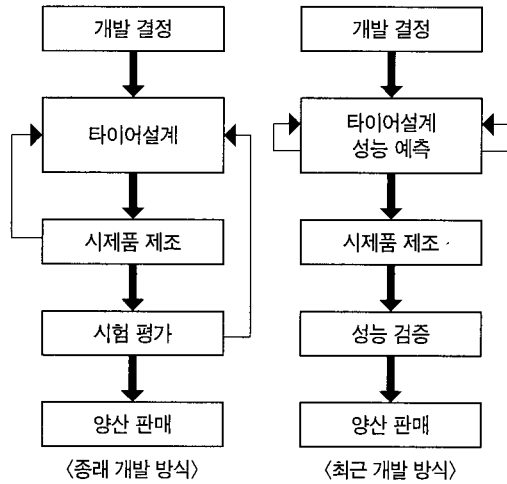
종래의 타이어 개발은 제품 설계, 시제품 제조, 시험 평가 등의 과정을 목표 성능이 만족될 때까지 반복적으로 수행하는 시행착오(Trial and Error) 방식이 주류를 이루었다. 그러나 이러한 시행 착오 방식은 신제품의 적기 개발 및 품질 향상이라는 시장의 요구에 부응하지 못하는 한계성을 드러내었다. 이에 따라 최근에는 CAE (Computer Aided Engineering) 기법을 이용한 제품 설계 방식이 타이어 제조에 적극적으로 활용되고 있다. CAE 기법을 사용하여 설계 단계에서 타제품의 성능을 예측함으로써 개발 기간을 단축하고 품질을 향상시킬 뿐만 아니라 제조 비용을 감소시킬 수 있게 된 것이다. <그림 1>은 시행 착오에 의한 종래의 개발 방식과 CAE 기법에 의한 최근의 개발 방식을 비교하여 보여주고 있다.

타이어의 성능 예측을 위해 가장 널리 사용되는

CAE 기법은 유한 요소법이다. 먼저 타이어의 유한 요소법에 대한 특징을 간단히 기술하고 이를 이용한 타이어의 구조해석 사례를 기술하고자 한다.

### 2. 타이어의 유한요소 해석법

타이어는 차량이 지면과 접촉하는 유일한 부품으로서, 하중을 지지하고 차량에 전달되는 각종 힘을 지탱하는 기능을 수행한다. 이를 위해서 타이어는 거의 비압축성에 가까운 고무와 고탄성율의 보강코드로 된 복합체로 구성된다. 재료특성과 사용조건으로 인해 타이어의 유한요소 해석에서는 여러가지의 비선형성에 의해 제약을 받게 된다. 타이어는 구조물의 대변형으로 인해 기하학적인 비선형성이 존재하고, 또한 재료의 비선형성과 비압축성이 존재할 뿐만 아니라, 타이어와 지면의 접촉에 의한 경계조건의 비선형성이 동시에 존재한다.

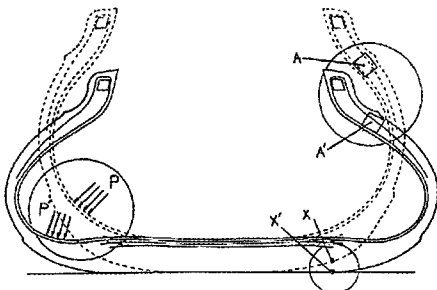


〈그림 1〉 타이어 제조 방식 전환

타이어는 차량의 하중으로 인해 〈그림 2〉에 도시된 바와 같이 대변형이 발생하므로, 기하학적인 비선형성을 고려한 유한요소 해석을 실시해야 한다. 기하학적인 비선형성은 다음과 같은 Lagrangian 기법을 이용하여 정형화된다.

$$\epsilon_{ij}^L = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right)$$

여기서  $\epsilon$ 은 변형율을 나타내고,  $u$ 는 변위를 나타낸다.



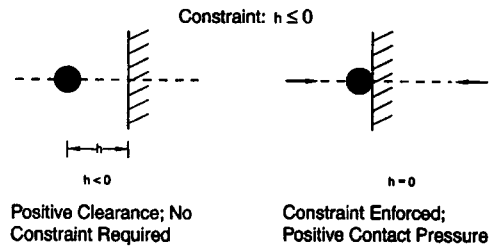
〈그림 2〉 차량하중에 의한 타이어의 대변형

또한 타이어는 대부분이 고무재질로 구성되므로 재료의 비선형성이 유한요소 해석시에 고려되어야 한다. 타이어 해석에서는 일반적으로 다음과 같은 Mooney-Rivlin 형태의 변형에너지 함수를 이용하여 재료의 비선형성이 반영된다.

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D}(J - 1)^2$$

여기서  $U$ 는 변형에너지 포텐셜이고,  $C, D$ 는 재료 상수이고,  $I$ 는 Deviatoric Strain Invariant이고,  $J$ 는 Elastic Volume Ratio이다.

타이어 해석이 일반 구조 해석과 구별되는 또 하나의 특징은 타이어와 지면과의 접촉, 타이어와 휠과의 접촉 등으로 인한 경계조건의 비선형성이 존재한다는 것이다. 접촉에 대한 구속조건은 〈그림 3〉에서와 같이 비접촉시에는 접촉력이 존재하지 않으나 접촉시에는 접촉면을 침투하지 않는 접촉력이 발생하도록 구속하는 것이다.



〈그림 3〉 접촉에 대한 구속조건

또한 타이어의 접촉시에 접촉면 상호간에 슬립이 발생하게 되는데 슬립에 대한 구속조건도 다음과 같이 부여된다.

$$\tau_{eq} < \tau_{crit} \Rightarrow stick$$

$$\tau_{eq} = \tau_{crit} \Rightarrow slip$$

여기서  $t$ 는 Frictional Stress를 나타낸다.

타이어의 유한요소 해석은 위에서 기술한 구조물의 비선형성 뿐만 아니라, 복잡한 트레드 패턴 형상 때문에 해석상의 어려움이 가중된다. 트레드 패턴을 고려한 타이어 해석은 패턴 모델링 작업이 어렵고 또한 해석시간이 장기간 소요된다는 난점이 있다. 이러한 난점 때문에 기존에는 패턴이 없는 스무드(Smooth) 타이어 위주로 구조해석을 실시하였다. 그러나 트레드 패턴의 영향이 지배적인 플라이스티어 잔류 복원 모멘트 (Plyster Residual Aligning Torque), 마찰에너지(Frictional Energy), 수막현상(Hydroplaning) 해석시에는 트레드 패턴을 반드시 고려해야 한다. 금호타이어는 패턴 타이어를 아주 편리하게 모델링하는 프

로그램을 개발하였고, 또한 HP Superdome이라는 슈퍼컴퓨터를 도입하여 장기간 소요되는 해석시간 문제를 해결하였다.

패턴 메쉬는 2차원 패턴 메쉬를 생성한 후에 이를 3차원 타이어 곡면상으로 매핑(Mapping) 및 Extrusion하여 생성된다. 그리고 본체 메쉬는 2차원 타이어 단면 메쉬를 생성한 후에 이를 360도 회전하여 생성된다. 최종적인 패턴 타이어 메쉬는 패턴 메쉬와 본체 메쉬를 Tie Constraint를 이용하여 결합함으로써 완성된다. 패턴 타이어 모델은 <그림 4>에 도시된 바와 같이 패턴 모델링 프로그램에 의해 거의 자동으로 작성된다.

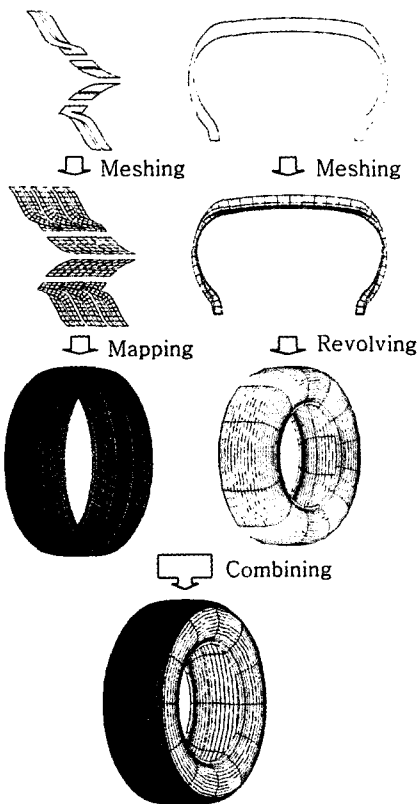
### 3. 타이어의 구조해석 사례

유한요소법을 이용하여 타이어의 비선형성과 트레드 패턴을 고려한 구조해석을 실시한 사례를 살펴보고자 한다.

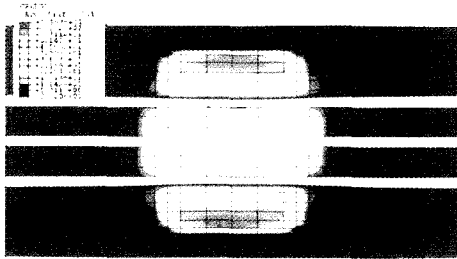
#### 3-1 접지압 및 접지형상

차량이 주행시에 타이어가 지면에 접지되는 영역은 사람의 손바닥 정도의 크기에 불과하다. 이렇게 작은 영역을 통해 차량과 지면이 상호 작용하므로, 타이어의 접지압 분포와 접지 형상은 조종안정성이나 마모 등의 타이어 주행성능에 밀접한 영향을 미친다. 접지압 분포와 접지 형상은 타이어 주행성능을 평가하는 기본적인 항목이므로 이를 정확히 예측하는 것은 매우 중요하다.

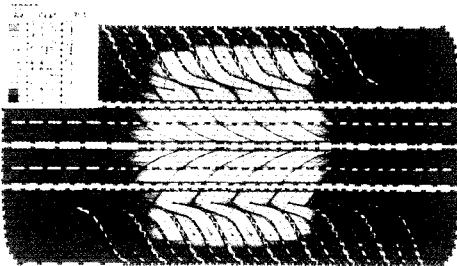
기존에는 패턴이 없는 스무드 타이어에 대한 접지압 해석을 주로 실시하였으나 최근에는 패턴이 반영된 패턴 타이어에 대한 접지압 해석으로 전환되고 있다. <그림 5>와 <그림 6>은 스무드 타이어와 패턴 타이어



<그림 4> 패턴 타이어의 모델링 절차



〈그림 5〉 스무드 타이어의 접지압 해석 결과



〈그림 6〉 패턴 타이어의 접지압 해석결과

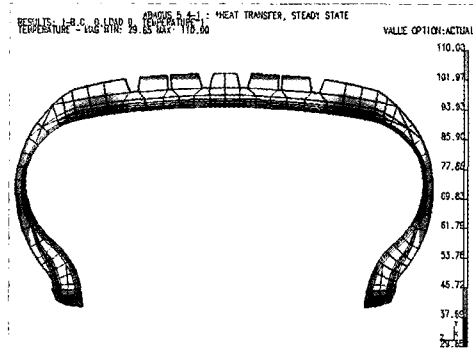
에 대한 접지압 해석결과를 보여준다. 패턴 타이어가 스무드 타이어보다 정확하고 상세한 접지압 분포와 접지 형상을 제공함을 알 수 있다.

### 3-2 회전저항 및 온도분포 해석

고무 시편에 변형을 가하면 응력은 어떤 위상차만큼 지연되어 발생한다. 이러한 특성으로 인해 타이어는 주행시에 에너지 손실이 발생하게 되는데, 이것이 타이어의 회전저항이다. 타이어의 주행시에 발생하는 에너지 손실은 다음 식에 의해 계산된다.

$$\Delta W = \pi \sigma_0 \varepsilon_0 \sin \delta$$

여기서  $\delta$ 는 변형률과 응력사이의 위상각을 나타낸다.

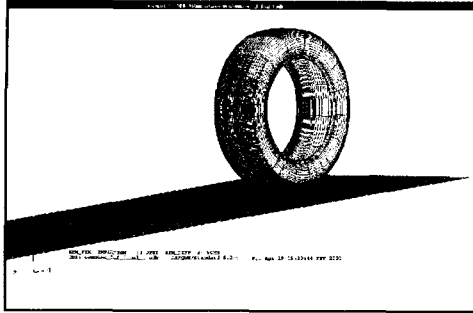


〈그림 7〉 타이어 내부의 온도분포

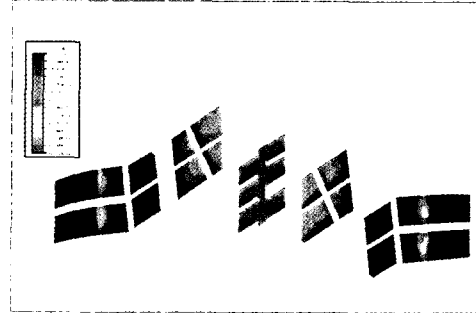
또한 구조해석에서 계산된 변형률 진폭을 열발생원 (Heat Generation Source)으로 가정하여 열해석을 실시함으로써, 타이어 내부의 온도 분포를 예측할 수 있다. 〈그림 7〉에 도시된 바와 같이 강성이 불균일성이 존재하는 벨트 단부에서 온도가 가장 높게 상승한다. 고속 주행 내구력 시험에서도 이 부위에서 파괴 사고가 주로 발생한다.

### 3-3 PRAT 해석

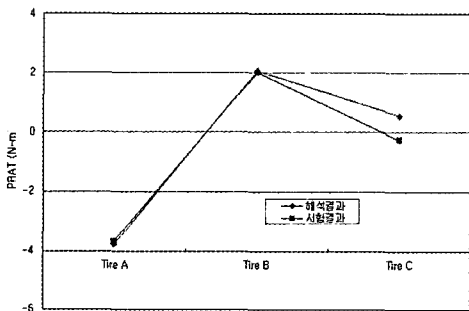
트레드 내부에는 타이어 원주방향에 대해 약 20도의 각도로 배치된 스틸 코드 복합체인 벨트층이 존재한다. 또한 트레드 패턴은 원주방향에 대해 벨트 각도와 반대방향으로 배열된 홈을 갖는다. 이와같이 벨트층과 트레드 패턴의 각도로 인해 타이어는 주행시에 슬립 각도에 따라 변화하는 힘과 모멘트가 발생하게 된다. 타이어에 발생하는 횡력이 0인 슬립 각도에서 존재하는 타이어의 복원 모멘트를 PRAT (Plyster Residual Aligning Torque)라고 한다. 타이어의 PRAT는 차량 쏠림(Vehicle Pull)과 밀접한 관련이 있으므로 설계 단계에서 PRAT가 일정한 범위내에 존재하는지 확인해야 한다. 〈그림 8〉은 패턴 타이어를



〈그림 8〉 패턴 타이어의 Part 해석 모델



〈그림 10〉 마찰에너지 해석결과



〈그림 9〉 패턴타이어의 Part 해석결과

이용한 PRAT 해석 모델을 나타낸다. 슬립 각도를 변화시키면서 타이어 중심축에 작용하는 횡력과 복원모멘트를 해석하여 PRAT를 계산하게 된다. 3가지 규격의 타이어에 대해 PRAT를 해석한 결과와 측정된 결과가 〈그림 9〉에 도시된다. PRAT 해석 결과는 시험결과와 상당히 유사한 경향을 보임을 알 수 있다.

### 3-4 마찰에너지 해석

타이어를 장기간 주행시에 발생하는 편마모는 타이어 수명을 좌우하는 중요한 품질 문제중의 하나이므로 설계단계에서 편마모가 발생하는지 여부를 예측해야 한다. 타이어 마모량은 접지면에서의 마찰에너지 크기

에 비례하고, 마찰에너지는 지면과의 접촉에 의해 발생하는 마찰력과 슬립양을 곱하여 계산된다.

$$w_{ij} = \sum_{k=1}^n \{ (F x_{ij}^k \cdot S x_{ij}^k) + (F y_{ij}^k \cdot S y_{ij}^k) \}$$

여기서 F는 Frictional Stress이고 S는 Slip을 나타낸다.

타이어가 직진 주행시에 트레드 패턴의 1개 피치(Pitch)에 걸리는 마찰에너지 분포가 〈그림 10〉에 도시된다. 1개 피치에 걸리는 마찰에너지가 어느 정도 균일하게 분포하는지를 분석함으로써 타이어의 편마모 발생 여부를 설계단계에서 진단하게 된다.

### 3-5. 돌기물 승월 해석

타이어가 지면상에 설치된 돌기물을 승월시에 동적 거동 특성은 타이어의 승차감을 평가하는 중요한 수단이다. 돌기물 승월 해석을 위해서는 외연적 유한 요소 프로그램을 사용하여 Explicit Dynamic 해석을 실시해야 한다.

이런 해석에서는 해석 응답의 불안정성을 해소하기 위해 적절한 가상 댐핑을 부여하여야 한다. Explicit Dynamic 해석에서 안정적인 해를 얻기 위한 시간증

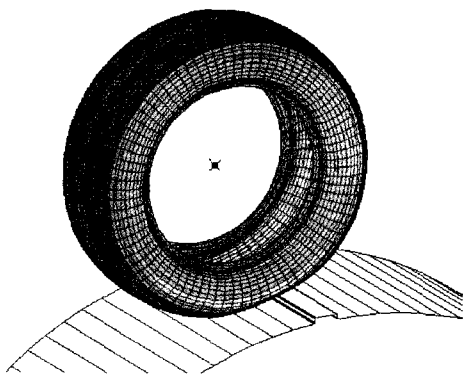
분은 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta t = \frac{L^e}{c_d} \quad c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

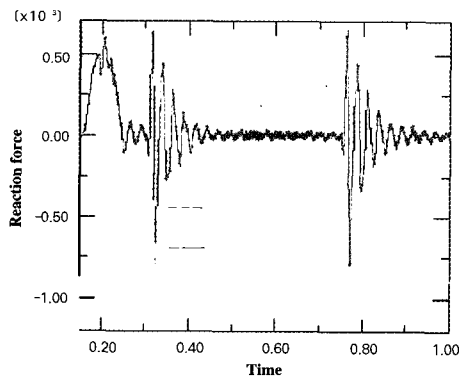
여기서  $L^e$ 는 요소의 특성 길이 (Element Characteristic Length),  $C_d$ 는 파장 전달 속도(Wave Speed),  $E$ 는 강성,  $\rho$ 는 밀도를 나타낸다.

따라서 해석시간을 단축시키기 위해서는 코드 복합체를 솔리드 요소 대신에 셸(Shell)이나 막(Membrane) 요소로 모델링하는 등의 해석시간 단축 기법을 적용하여야 한다.

<그림 11>은 패턴 타이어가 드람상의 돌기물(Cleat)



<그림 11> 타이어의 돌기물 승월 해석 모델



<그림 12> 타이어의 돌기물 승월 해석결과

을 승월하는 해석 모델을 보여준다. 그리고 <그림 12>는 돌기물 승월시에 타이어 회전축에 작용하는 수평력과 수직력의 감쇠 특성에 대한 해석결과를 나타낸다.

감쇠력에 대한 FFT (Fast Fourier Transform) 기법을 통하여 공진 주파수(Resonant Frequency)를 계산해 낼 수 있다.

돌기물 통과시에 감쇠 특성과 공진 주파수를 분석함으로써 타이어의 승차감 특성을 설계 단계에서 예측하게 된다.

#### 4. 결론

지금까지 타이어의 유한요소 해석법에 대해 간단하게 소개하였고 이를 적용한 대표적인 구조 해석 사례를 기술하였다. 기존에는 트레드 패턴이 없는 타이어에 대한 정상상태의 구조 해석을 주로 수행하였으나 이제는 패턴 타이어에 대한 과도 상태의 구조해석까지 실시할 수 있도록 타이어의 유한요소해석 기술이 발전하였다. 또한 기존에는 타이어에 대한 구조 해석은 해석 전문가와 일부 설계자에 한정되어 사용되었으나 이제는 대부분의 설계자들이 구조 해석을 통하여 타이어를 개발하기에 이르렀다. 유한요소 해석법을 이용한 구조 해석 기술을 한층 더 활성화하기 위해서는 모든 설계자가 사용하기에 좀더 편리한 설계 및 해석 통합 시스템을 개발할 필요성이 대두되고 있다.

(김기운 수석연구원 : kwkim@tire.kumho.co.kr)