

## 이산와법에 의한 다양한 배열에서 2원주 주위의 유동장 계산

노 기 덕<sup>†</sup> · 박 지 태<sup>\*\*</sup> · 강 호 근<sup>\*</sup>

(원고접수일 : 2002년 10월 29일, 심사완료일 : 2002년 12월 27일)

### A Flowfield Calculation around Two Circular Cylinders in Various Arrangements by a Discrete Vortex Method

Ki-Deok Ro<sup>†</sup> · Ji-Tae Park<sup>\*\*</sup> · Ho-Keun Kang<sup>\*</sup>

**Key words** : Fluid Dynamics(유체역학), Numerical Analysis(수치해석), Discrete Vortex Method(이산와법), Flow Visualization(흐름의 가시화), Two Cylinders(2원주)

#### Abstract

The Flow patterns around two cylinders in various arrangements were studied by a discrete vortex method. The flow for the surface of each cylinder was represented by arranging bound vortices at adequate intervals. The viscous diffusion of fluid was represented by the random walk method. The vortex distributions, streaklines, timelines and velocity vectors around two cylinders were calculated for centre-to-centre pitch ratios of  $P/D=1.5$  and  $2.5$ , attack angles of  $\alpha=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  and  $90^\circ$ , and Reynolds number of  $Re=1200$ . The results of simulation correspond to the photographs by flow visualization and the flow interference between two cylinders in various arrangements were clearly visualized by a numerical simulation.

#### 1. 서 론

2원주의 간섭에 관한 연구는 서로 근접한 빌딩 주위의 흐름을 예측하기 위한 접근법으로 시작되었다. 그 후 소형항공기의 지지대, 잠수함의 흡·배기관, 공장지대의 굴뚝, 다리교각, 원자로 등 열교환기의 관속, 냉각 팬 앞에 놓여 있는 각종 전자부품 등 그것들 주위의 유체역학적 문제를 해결하기 위해 주로 실용적인 측면에서 연구되어 왔다.

2원주 주위의 흐름은 단독 원주 주위의 흐름과 같거나 유사할 것이라고 가정하는 것이 일반적인 관습이다. 이러한 가정은 2원주가 서로 충분히 멀리 떨어져 있을 때 정당화되며, 2원주가 근접해 있을 때는 전혀 다른 형태의 흐름을 보인다.

2원주에 관한 연구는 그 배치형태에 따라 3가지로 대별<sup>(1)</sup>되는데, 흐름에 대하여 나란한 형태의 직렬배열(tandem arrangement), 흐름에 수직인 병렬배열(side by side arrangement), 그 외

<sup>†</sup> 책임저자(경상대학교 기계항공공학부 · 해양산업연구소) E-mail:rokid@gshp.gsnu.ac.kr, T:(055)640-3123  
<sup>\*\*</sup> 경상대학교 대학원 기관공학과

흐름과 2원주의 중심선을 이은 선이 이루는 각, 즉 임의의 반음각을 갖는 엇갈림배열(staggered arrangement) 등이 그것이다. 2원주에 관한 연구를 연구기법으로 분류하면, 양·항력측정<sup>[2-3]</sup>, 압력분포측정<sup>[4-5]</sup>, 와방출 주파수 측정<sup>[3,5-7]</sup> 및 유동장의 가시화<sup>[6-9]</sup> 등으로 나눌 수 있다. 이 중에서 유동장의 가시화는 유동장을 직접 눈으로 확인할 수 있어 가장 기초적이고, 중요한 연구기법이라 할 수 있다. 2원주 주위의 유동장 가시화에 관한 연구를 살펴보면 먼저 Zdravkovich<sup>[8]</sup>는 직렬배열에 있는 2원주의 후류를 연기로 가시화하여 하류측 원주의 뒤쪽에 항상 하나의 볼텍스열이 존재하며, 간격비가 클 경우는 상류측 원주의 뒤쪽에도 생성됨을 밝혔다. Ishigai 등<sup>[6]</sup>은 직렬 및 병렬배열에서 간격비 변화에 따른 2원주 주위의 흐름패턴을 슈리렌법으로 가시화했고, 간격비에 따라 흐름패턴이 변화함을 밝혔다. Park<sup>[9]</sup>은 병렬배열에 있는 2원주의 후류를 연기선(smoke-wire) 기법으로 가시화하여 간격비  $P/D=1.0$  및  $2.0$ 에서의 후류패턴을 명확히 구분하였다. 최근 Sumner<sup>[7]</sup>는 병렬배열에서의 2원주 주위의 유동장을 PIV기법으로 가시화하여 간격비에 따라 3가지 유동패턴이 존재함을 보였다.

상술한 바와 같이 2원주 주위의 유동장 가시화에 관한 연구는 주로 실험에 의존하고 있으며, 다양한 배열상태에 대해 하나의 기법으로 체계적으로 수행한 연구는 보이지 않고 있다. 또한 2원주 주위의 유동은 원주간의 간섭에 의해 복잡하며 특히 후류의 명확한 가시화는 용이하지 않다.

따라서 본 연구에서는 이산와법(discrete vortex method)<sup>[10-12]</sup>을 이용, 다양한 배열상태에 있는 2원주 주위의 흐름패턴을 체계적으로 파악하고자 한다. 경계적분법의 일종인 이산와법은 유체 중에 존재하는 와도 분포를 이산와로서 표현하고 그것을 라그랑제(lagrange)적으로 추적하여 유동장을 해석하는 수법이다.

## 2. 계산방법

### 2.1 해석모델 및 경계조건

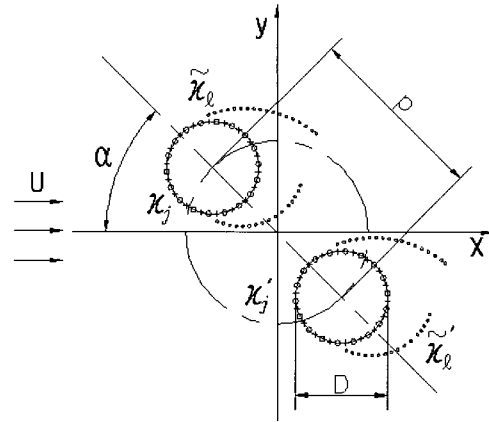


Fig. 1 An analytical model.

먼저 2원주의 해석모델을 Fig. 1에 나타낸다. 각 원주의 중심점을 잇는 선의 중점을 직교좌표의 원점으로 잡고 x축을 일정류 U와 같은 방향, y축을 일정류와 수직방향으로 잡으며, 각 원주 중심점과의 거리를 P, 이 중심선과 x축과 이루는 각을  $\alpha$ 로 표시한다. 각 원주는 그림에서처럼 속박와(Bound vortex)를 등간격으로 배치시켜 나타내며, 박리 전단층도 각 원주의 박리점 부근에 자유와(Free vortex)를 매 타임 스텝마다 도입하여 나타낸다. 이때 2원주 주위의 유동장 전체로 나타내는 복소포텐셜  $F(z)$ 는 다음과 같다.

$$F(z) = \sum_{j=1}^m i \{ \kappa_j (z - z_j) + \kappa'_j (z - z'_j) \} + \sum_{\ell=1}^m i \{ \tilde{\kappa}_\ell (z - \tilde{z}_\ell) + \tilde{\kappa}'_\ell (z - \tilde{z}'_\ell) \} + Uz \quad (1)$$

여기서  $i$ 는 허수( $\sqrt{-1}$ ),  $\kappa_j, \kappa'_j$  및  $z_j, z'_j$ 는 각각 상, 하류측 원주를 나타내는 속박와의 강도 및 위치이며,  $\tilde{\kappa}_\ell, \tilde{\kappa}'_\ell$  및  $\tilde{z}_\ell, \tilde{z}'_\ell$ 은 각각 상, 하류측 원주의 박리점으로부터 방출된 자유와의 강도 및 위치로 나타낸다. 그리고 본 논문 전체에서  $z$ 는 복소수( $=x+iy$ )로 표시된 위치좌표이다.

한편 와의 강도를 결정하기 위한 경계조건은 상, 하류측 원주 모두 동일하므로 이하 상류측 원주를 중심으로 설명한다. 원주의 박리점 부근에서 방출

된 와는 그 강도를 유지하면서 후류중으로 이동하기 때문 각 타임스텝마다 결정해야 할 미지수는  $m$  개(여기서는 100개로 했다)의 속박와의 강도, 두 개의 자유와의 강도 및 물체표면의 유동함수  $\Psi_0$ 이며, 모두  $m+3$ 개이다. 먼저 매 타임스텝마다 새로이 방출되는 두 개의 자유와의 강도  $\tilde{\chi}_\ell^{new}$ 는 경계층 이론에 의해 다음 식으로 구한다.

$$\tilde{\chi}_\ell^{new} = \frac{1}{4\pi} v_s^2 \Delta t \quad (2)$$

여기서  $v_s$ 는 박리점에서의 유속이며, 복소속도 ( $dF/dz$ )로부터 구한다. 나머지  $m+1$ 개의 경계조건으로서 이웃하는  $m$ 개의 속박와의 중점(그림에서  $\times$ 표시)을 검사점으로 잡아 각 검사점에서 유동함수  $\Psi$ 의 조건

$$\Psi = \Psi_0 = constant \quad (3)$$

및 Kelvin의 정리

$$\sum_{j=1}^m \chi_j + \sum_{\ell=1}^m \tilde{\chi}_\ell = 0 \quad (4)$$

를 이용한다.

### 2.2 유동장의 시뮬레이션

각 원주의 박리점에서 방출되는  $\ell$  번째의 자유와  $\tilde{z}_\ell$ 의 이동은 다음의 Euler식을 이용하여 행한다.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{z}_\ell(t+\Delta t) &= \tilde{z}_\ell(t) + \bar{W} \cdot \Delta t + \Delta r_x + i \Delta r_y \\ W &= \frac{d}{dz} [F(z) - i \tilde{\chi}_\ell \log(z - \tilde{z}_\ell)] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

여기서  $\bar{W}$ 는 공액복소수,  $W$ 는  $\ell$  번째의 자유와  $\tilde{z}_\ell$ 를 제외한 유동장내 전 속박와 및 자유와로부터 유기된 복소속도이며,  $\Delta t$ (여기서는 0.05로 했다)는 타임스텝,  $\Delta r_x, \Delta r_y$ 는 랜덤워크법<sup>[12]</sup>으로 구한 각각 독립한 평균치 0, 분산  $2\nu\Delta t$  ( $\nu$ : 동점도)의 정규난수이다. 비점성와류에서는 선회속도의 크기가 중심으로부터의 거리에 반비례하

는 자유와이며, (5)식의 복소속도에서 알 수 있듯이 자유와 상호가 접근했을 경우, 또는 자유와가 물체 표면에 접근했을 경우 비현실적인 속도가 유기된다. 그래서 이를 방지하기 위해 다음과 같은 선회속도  $v_\theta$ 를 유기하는 점성와모델을 이용했다.

$$v_\theta = \begin{cases} \frac{x}{r} & (r \geq \sigma) \\ \frac{xr}{\sigma^2} & (r < \sigma) \end{cases} \quad (6)$$

여기서  $x$ 는 와류의 강도,  $r$ 은 와 중심으로부터의 반경,  $\sigma$ 는 점성와류의 와핵반경(여기서는 각 검사점과 이웃하는 속박와의 거리를 기준으로  $\sigma = 0.025D$ 로 했다)을 나타낸다.

한편 유동장의 시뮬레이션에 있어 각각의 유맥선(여기서는 25개의 유맥선으로 했다)은 상류측의 어느 한 점을 트레이서(Tracer)원으로 하고 그곳에 타임스텝  $\Delta t$ 마다 트레이서를 넣어 계산했다. 그리고 각 트레이서의 이동은 (5)식을 이용하며, 이때 복소속도  $W = dF/dz$ 로 계산한다. 타임라인은 상류측에 트레이서원을 흐름에 수직한 한 개의 직선상으로 배열(여기서는 60개의 점으로 배열했다)해서 일정한 시간간격(여기서는  $5\Delta t$ 로 했다)마다 일제히 방출시켜 행하였고, 그 이동방법은 유맥선에서와 같다. 또한 속도벡터장은 유동장에 등방형의 격자(여기서는 0.2D 간격으로  $20 \times 15$ 개로 했다)를 구축하여 각 격자점에서 복소속도를 계산해서 얻었고, 유선은 이 속도벡터장으로 부터 구했다.

### 3. 가시화 실험

유동장의 가시화 실험은 회류수조내에서 수소기포법으로 행하였다. 가시화 실험에 사용한 2원주외 구조를 Fig. 2에 나타낸다.

각 원주는 직경 20mm의 투명한 아크릴관을 길이 185mm로 잘라 만들었다. 원주를 고정시키기 위한 고정판은 직경 120mm, 두께 8mm의 목판으로 만들었으며 흐름에 영향을 주지 않도록 그림에서와 같이 가장자리를 그라인드로 갈아 경사를

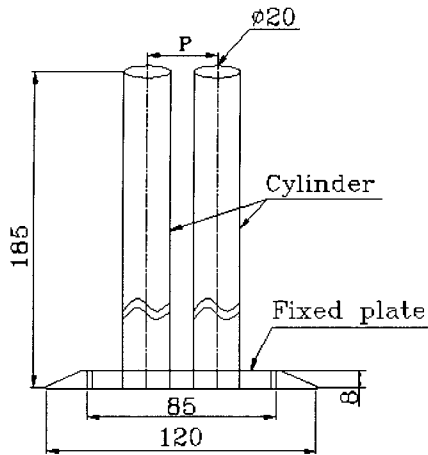


Fig. 2 Structure of two cylinders for flow visualization.

주었다. 또한 고정판은 두께 2mm의 아크릴 밀판에 나사못으로 고정 시켰으며, 받음각  $\alpha$ 가  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  및  $90^\circ$ 가 되도록 고정판을 회전시켜가며 가시화 실험을 행하였다. 이때 2원주의 모델은 각 원주의 중심에서 중심까지의 간격비  $P/D$ 가 1.5, 2.0, 2.5인 3종류를 만들었다. 가시화 실험은 회류수조 측정부의 상류측에 전극을 설치하여 수소

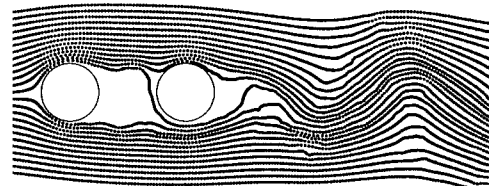
기포를 발생시키고, 그 하류측에 2원주의 모델을 설치하여 2원주 주위의 타임라인 및 유맥선을 촬영했다. 가시화 실험시 수소기포가 잘 보이도록 2원주 모델의 고정판 및 밀판을 검정색 도료로 칠했다. 가시화 사진을 회류수조 밖에서 일정류와 수직, 수평방향으로 할로겐램프(150W×2대)에 의한 스트리트상의 조명광을 비추고 2원주의 상부에서 수직하방으로 유동장을 촬영했다.

#### 4. 결과 및 고찰

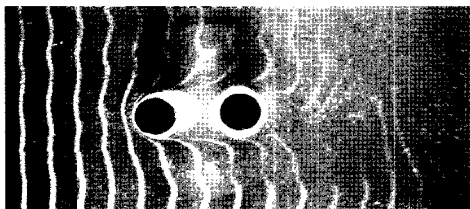
먼저 Fig. 3에 2원주 주위 흐름의 가시화 사진과 수치시물레이션 결과를 비교한다. 그림은 직렬 배열로 원주중심간의 간격비  $P/D=2.0$ 인 경우이며, 레이놀즈 수 역시 양자 모두 1200이다. 유맥선을 보면 상류측 원주의 상, 하 부분에서 박리가 일어나 하류측 원주표면에 재부착하고 있다. 또한 타임라인의 경우 원주주위의 경계층 부분에 속도가 느려짐이 확실히 나타나 있다. 가시화 사진에서 유맥선 및 타임라인의 이러한 경향은 수치시물레이션 결과에서도 동일하며, 계산방법의 유효성을 잘 나타내고 있으므로



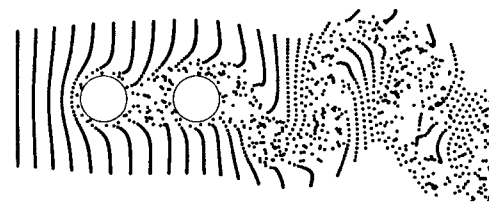
Streak lines



Streak lines



Time lines



Time lines

Fig. 3 The comparison between photograph and simulation( $P/D=2.0$ ,  $Re=1200$ ).

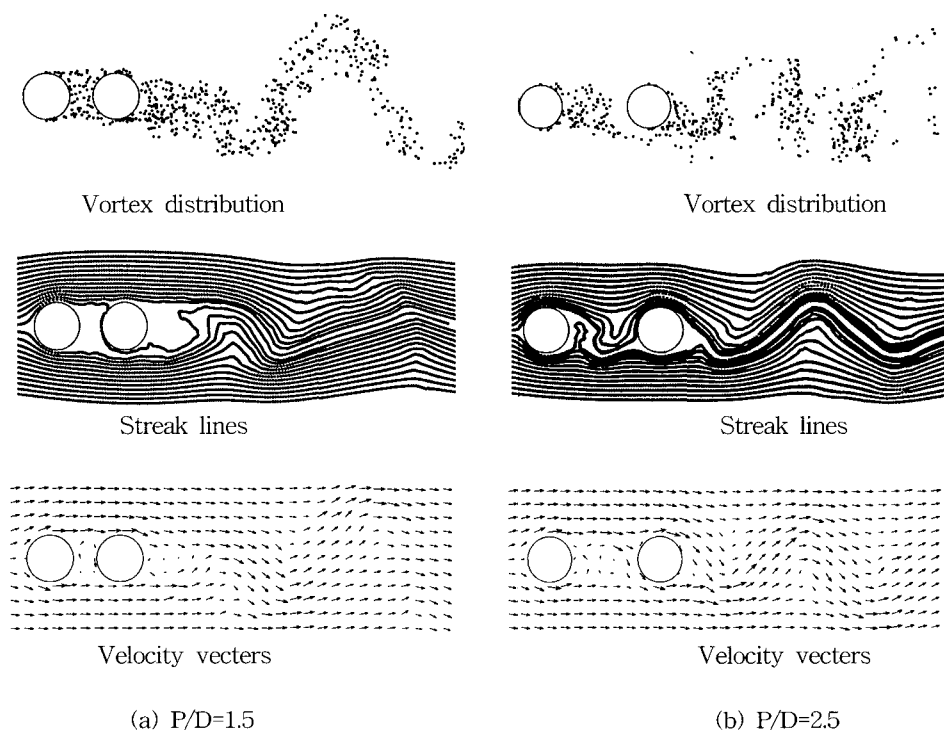


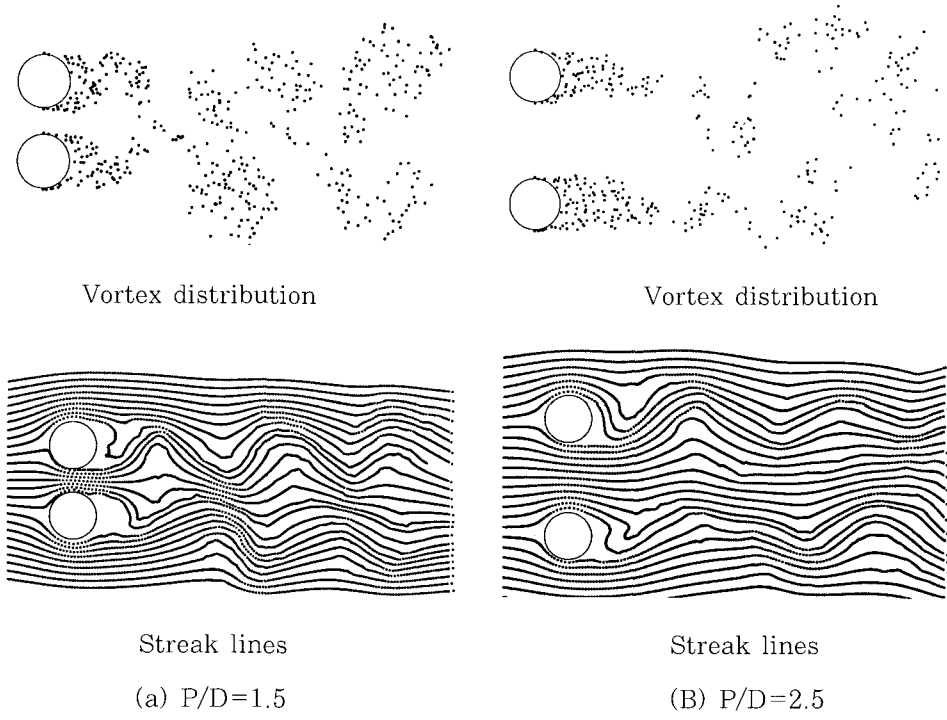
Fig. 4 Flow patterns with spacing ratio in tandem arrangement.

이하 유동장의 비교는 수치계산 결과만으로 행한다. 또한 비교를 용이하게 하기 위해 유동장은 전부 같은 레이놀즈 수로 계산한다.

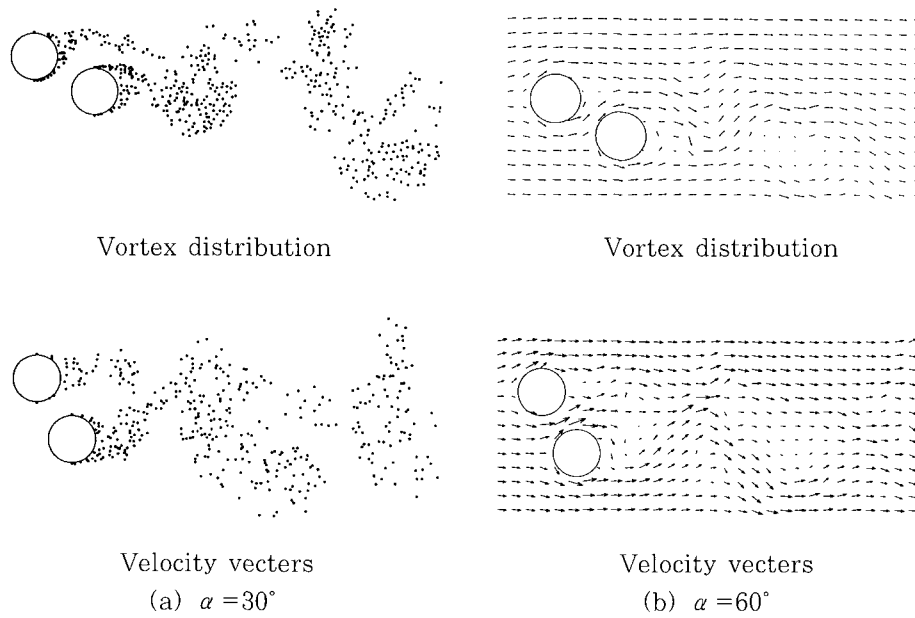
Fig. 4에 직렬배열(tandem arrangement)에서 간격비  $P/D=1.5$  및  $2.5$ 에서의 유동패턴을 나타낸다. 먼저 불텍스 및 유맥선 분포를 보면 간격비  $P/D=1.5$ 인 경우는 상류측 원주 뒤쪽에는 칼만와가 형성되지 않고 있으나, 하류측 원주 뒤쪽에는 칼만와가 형성되어 있다. 그리고 유맥선 분포에서 확실히 알 수 있듯이 하류측 실린더는 상류측 실린더의 박리역 내에 들어 있다. 이에 대해 간격비  $P/D=2.5$ 인 경우는 상, 하류측 원주 모두 그 후류측에 칼만와가 존재하고 있다. 유맥선 분포를 보면 칼만와의 형상은 상·하류측이 서로 다르다. 또한  $P/D=1.5$  및  $2.5$ 의 하류측 원주 뒤쪽의 유맥선을 비교해 보면 간격비가 작은 쪽이 칼만와의 주파수가 작은 것을 알 수 있다. 또한 속도벡터장을 비교해 보면  $P/D=1.5$  및  $2.5$  두 경우 모두 2원주 사이의 흐름이 정체되어 있는 것을 볼 수

있다. 따라서 직렬배열의 경우 하류측 원주의 항력은 거의 0 이거나 음의 값을 유추할 수 있다.

Fig. 5에 병렬배열(side by side arrangement)에서 원주간의 간격비  $P/D=1.5$  및  $2.5$ 에서의 유동패턴을 나타낸다. 먼저 불텍스 분포를 보면  $P/D=1.5$ 인 경우는 각각의 원주에서 발생한 칼만와가 2원주 바로 뒤쪽에서 서로 혼합된다.  $P/D=2.5$ 인 경우는 2원주로부터 상당히 떨어진 곳에서 서로 혼합이 일어난다. 즉 간격비가 작을수록 간섭이 크게 일어남을 알 수 있다. 유맥선 분포를 보면  $P/D=1.5$ 인 경우는 2원주 모두 후류측에 동시성 불텍스를 형성하고 있으며, 또한 이 불텍스 분포는 2원주의 중심선에 서로 대칭이다.  $P/D=2.5$ 인 경우는 2원주 모두 후류측에 동시성 불텍스를 형성하고 있으나  $P/D=1.5$ 와는 달리 중심선에 비대칭이다. 즉 간격비가 작은 경우는 상·하원주에는 서로 역위상의 칼만불텍스가, 간격비가 큰 경우는 동위상의 칼만불텍스가 존재하며 그 발생 주파수는 간격비가 작은 쪽이 다소 크다.



**Fig. 5** Flow patterns with spacing ratio in side by side arrangement.



**Fig. 6** Flow patterns for  $P/D=1.5$  in staggered arrangement.

Fig. 6에 간격비  $P/D=1.5$ 에서 엇갈림 배열 (staggered arrangement) 즉 받음각  $\alpha=30^\circ$  및  $60^\circ$ 에서의 흐름패턴을 나타낸다. 각 원주의 후류측 볼텍스 분포를 보면  $\alpha=30^\circ$  및  $60^\circ$  모두 상류측 원주의 박리점은 뒤쪽으로 이동해 있고, 박리역의 크기도 하류측 원주의 그것에 비해 매우 작다.  $\alpha=30^\circ$  및  $60^\circ$ 의 속도 벡터장을 관찰해 보면 2원주 사이영역의 유속이 다른 영역보다 매우 빠르고 유속의 방향도 각 원주의 중심점을 잇는 선에 거의 수직한 방향이다. 따라서 유속이 빨라지면 그 영역에서의 압력이 저하 함으로 2원주에는 서로 잡아당기는 인력이 작용한다. 그리고 이 인력은 그 작용방향으로부터 상류측 원주에는 양력감소, 항력증가, 또한 하류측 원주에는 양력증가, 항력감소를 초래할 것으로 예상된다.

### 5. 결 론

본 연구는 다양한 배열상태에 있는 2원주 주위의 흐름패턴을 이산와법에 의한 수치계산으로 명확히 파악한 것이다. 본 계산에서 각 원주는 속박와를 등간격으로 배치하여 나타냈으며, 유체의 점성확산항은 램덤워크법으로 근사했다. 또한 본 계산방법의 유효성을 확인하기 위해 수소기포법에 의한 가시화 실험을 병행하였으며, 계산결과는 동일 레이놀즈 수( $Re$  수 = 1200)의 가시화 사진과 정성적으로 잘 일치 했다. 계산은 2원주의 간격비  $P/D$  및 받음각  $\alpha$ 를 변수로 하여 행하였으며, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 직렬배열 ( $\alpha=0^\circ$ )에서 간격비가 1.5인 경우 하류측 원주에만, 2.5인 경우는 상, 하류측 원주 모두 후류측에 칼만와를 형성하며, 하류측 원주의 와발생 주파수는 간격비가 작은 쪽이 작다. 또한 이 배열에서 2원주 사이의 흐름은 정체되어 있다.
- (2) 병렬배열 ( $\alpha=90^\circ$ )에서 간격비가 1.5인 경우는 상, 하 원주에 동시성이고 서로 역위상인 볼텍스가 간격비 2.5인 경우는 동시성이고 서로 동위상인 볼텍스가 발생하며, 그 주파수는 간격비가 작은 쪽이 다소 크다.

- (3) 엇갈림배열 ( $\alpha=30^\circ$  및  $60^\circ$ )에서 간격비가 1.5인 경우 상류측 원주의 박리점은 하류측의 그것에 비해 뒤쪽에 있으며, 2원주 사이의 유속은 다른 영역에 비해 매우 빠르다.

### 후 기

이 논문은 2002년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음. 본 계산을 도와준 당시 학부 학생인 김태근 군에게 감사한다.

### 참고문헌

- [1] M. M. Zdravkovich, "Review of Flow Interference Between Two Cylinders in Various Arrangements," Trans. of ASME Journal of Fluid Engineering, Vol. 99, pp. 618-633, 1977
- [2] D. Biermann and W. H. Herrnstein, Jr., "The Interference between Struts in Various Combinations," National Advisory Committee for Aeronautics, Tech. Rep. 468, 1933
- [3] J. A. Jendrzejczyk and S. S. Chen, "Fluid Forces on Two Circular Cylinders in Cross-Flow," Flow-Induced Vibration, New York: ASME, Vol. 104, pp. 1-13, 1986
- [4] E. Hori, "Experiments on Flow around a Pair of Parallel Circular Cylinders," Proc. 9th Japan National Congress for Applied Mech., Tokyo, pp. 231-234, 1959
- [5] H. J. Kim and P. A. Durbin, "Investigation of the Flow between a Pair of Circular Cylinders in the Flopping Regime," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 196, pp. 431-448, 1988
- [6] S. Ishigai, E. Nishikawa, K. Nishimura and K. Cho, "Experimental Study on Structure of Gas Flow in Tube Banks

- with Tube Axes Normal to Flow (Part 1, Karman Vortex Flow around two Tubes at Various Spacings)," Bulletin of of the Japan Society Mechanical Engineers, Vol. 15, No. 86, pp. 949-956, 1972
- [7] D. Sumner, S. Wong, S. S. T., S. J. Price and M. P. Paidoussis, "Fluid Behaviour of Side-by-Side Circular Cylinders in Steady Cross-Flow," Journal of Fluids and Structures, Vol. 13, pp. 309-338, 1999
- [8] M. M. Zdravkovich, "Smoke Observations of Wakes of Tandem Cylinders at Low Reynolds Number," The Aeronautical journal, Vol. 76, pp. 108-114, 1972
- [9] W. J. Park, "An Experimental Study of Far Wakes Behind a Pair of Circular Cylinders," Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 27, No. 2, pp. 28-37, 1999
- [10] K. D. Ro, B. G. Kwon and H. C. An, "Numerical Analysis for Flowfield of a Circular Arc Type Sea Anchor by Discrete Vortex Method," Trans. Korean Soc. Mech. Engrs., 22(8), pp. 1041-1051, 1998
- [11] K. D. Ro and M. Tsutahara, "Numerical Analysis of Unsteady Flow in the Weis-Fogh Mechanism by the 3D Discrete Vortex Method with GRAPE3A," Trans. of ASME, J. of Fluid Engineering, Vol. 119, pp. 96-102, 1997
- [12] Chorin, A. J., Numerical Study of Slightly Viscous Flow, J. Fluid Mech., 57, pp. 785-796, 1973

### 저 자 소 개



**노기덕 (盧基德)**

1953년 6월생. 1977년 부산수산대학 기관공학과 졸업(학사). 1986년 Kobe Univ. 대학원 기계공학과 졸업(석사). 1989년 Kobe Univ. 대학원 기계공학과 졸업(박사). 현재 경상대학교 기계항공공학부 교수



**박지태 (朴知泰)**

1970년 10월생. 1999년 경상대학교 기관공학과 졸업(학사). 2001년 경상대학교 대학원 기관공학과 졸업(석사). 현재 경상대학교 실습선 새바다호 3기사



**강호근 (姜鎬根)**

1969년 11월생. 1992년 한국해양대학교 기관공학과 졸업(학사). 1997년 한국해양대학교 기관공학과 졸업(석사). 2001년 Kobe Univ. 대학원 기계공학과 졸업(박사). 현재 경상대학교 기계항공공학부 BK교수