

## 모드형상분석을 위한 연속 스캐닝 레이저 도플러 진동측정기

박기환<sup>†</sup> · 최지은<sup>\*</sup> · 라종필<sup>\*</sup> · 왕세명<sup>\*\*</sup> · 경용수<sup>\*</sup> · 김경석<sup>\*\*\*</sup>  
(2002년 4월 24일 접수, 2003년 3월 11일 심사완료)

### A Continuous Scanning Laser Doppler Vibrometer for Mode Shape Analysis

Kyihwan Park, Jieun Choi, Jongpil La, Semyung Wang, Yongsoo Kyoung, and  
KoungSuk Kim

**Key Words:** Continuous Scanning Laser Doppler Vibrometer(연속스캐닝 레이저 도플러 진동측정기), Mode Shape Analysis(모드형상분석), Bow Scanning Compensation(보 스캐닝 보상), Chebyshev Series(체비셰프 다항식)

#### Abstract

This paper addresses the vibration mode shape Measurement technique utilizing a Continuous Scanning Laser Doppler Vibrometer (CSLDV). The continuous scanning capability is added to the conventional discrete Laser Doppler Vibrometer by reflecting the laser beams on the surface of the object using two oscillating mirrors. The bow scanning resulted from the proposed scanning method is eliminated by feedback control. The velocity output signal from the CSLDV is modulated to give the spatial velocity distribution in terms of coefficients which are obtained from the Fast Fourier Transformation of the time dependent velocity signal. Using the Chebyshev series form, the analysis of the vibration mode shape techniques for straight line scanning and 2 dimensional scanning are presented and discussed. The performance of the proposed SLDV is presented using the experimental results of the vibration mode shape of a cantilever and plate

#### 1. 서 론

구조물의 소음, 진동 및 안정성 등을 판단할 수 있는 직접적인 근거로 산업현장에서의 진동 모드 측정은 매우 중요하다. 현재, 진동측정을 위해 가장 많이 사용하고 있는 방법은 가속도계를 이용하여 대상구조물의 진동을 측정하는 방법이다. 이러한 접촉식 센서는 큰 구조물이나 기계류 등에 대해서 어느 정도 수용 가능한 측정 결과를 제공한다. 그러나 이러한 접촉식 방법은 대상체 표면에 충격이 가해지고 센서의 자중에 의한 질

량효과가 발생하므로 소형경량의 구조물에는 사용할 수 없다. 또한, 하드디스크, 모터 등의 회전체나 전자파간섭이 있는 측정 대상 체에는 사용이 어려우며 대상체 전체면에 대한 진동모드해석을 위해서는 여러 개의 센서를 부착해야 하는 단점이 있다. 이러한 기준 검사기법의 문제점을 보완하기 위하여 레이저 도플러 진동측정기(Laser Doppler Vibrometer: LDV)가 개발되어 활용이 날로 증가되고 있다.<sup>(1)</sup> 레이저 도플러 진동측정기는 속도를 갖는 물체로부터 반사되는 레이저의 천이 된 진동수를 이용하여 측정점의 속도를 측정하는 비접촉식 측정이므로 센서의 부착이 어려운 열악한 환경에서도 사용할 수 있다. 특히, 스캐닝 레이저 도플러 진동측정기는 물체로 조사되는 레이저의 경로 상에 각도를 정밀하게 조정할 수 있는 거울을 설치하여 레이저의 지향점을 임의로 변경할 수 있도록 함으로써 구조물의 모드형상 분석

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 광주과학기술원 기전공학과

E-mail : khpark@kjist.ac.kr

TEL : (062) 970-2391 FAX : (062)970-3509

<sup>\*</sup> 광주과학기술원 기전공학과

<sup>\*\*</sup> 회원, 광주과학기술원 기전공학과

<sup>\*\*\*</sup> 회원, 조선대학교 기계설계공학과

시 여러 개의 센서 부착의 불편함을 해결할 수 있다. 그러나, 현재 상용 레이저 도플러 진동측정기는 진동모드해석을 위해 설정된 몇 개의 점에서 진동수 응답함수를 구해 전체 구조물의 모드를 해석하므로 공간 분해능을 높이기 위해서는 측정할 점의 수를 늘려야 되는데 이는 데이터 양과 측정시간의 증가를 가져온다.<sup>(2)</sup>

따라서, 본 논문에서는 기존 LDV의 불연속 측정방식(Point by point)을 개선하기 위하여 물체 전면에 대해 연속 스캐닝(Continuous scanning)이 가능하도록 스캐닝 시스템을 구성하였고, 기존 진동해석기법보다 측정시간을 줄일 수 있도록 체비셰프 다항식에 근거한 진동모드 해석법을 개발하였다. 이 기법에서는 물체 표면에서 레이저의 궤적이 정현 스캐닝되는 것으로 가정하였으며, 연속스캐닝에 의해 발생되는 보(Bow)문제를 해결하기 위해 위치센서를 이용하여 물체표면의 레이저의 궤적을 제어하였다. 본 논문에서 제안된 두 가지 방법으로 기존의 LDV보다 측정시간을 줄이고, 진동모드해석에서 공간분해능을 높일 수 있었다.

## 2. 연속스캐닝 레이저 도플러 진동측정기

속도  $v$ 를 갖는 물체 표면에 레이저가 조사되어질 때 반사된 레이저는 도플러효과에 의해 진동수 천이가 발생한다. 물체의 속도에 비례하는 천이 진동수  $f_D$ 는 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$f_D = \left| \frac{\mathbf{v} \cdot (\mathbf{s} - \mathbf{i})}{\lambda} \right| \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{s}$  와  $\mathbf{i}$ 는 입사광과 반사광의 단위 벡터이며  $\lambda$ 는 광의 파장이다. 이때 물체의 속도는 식 (1)의 도플러 진동수  $f_D$ 를 측정함으로써 얻을 수 있다. 또한 진동하는 물체표면의 각 점의 위치를 알고 있을 때 진동모드 형상도 얻을 수 있다. LDV는 일반적으로 광학부, 스캐닝부, 신호처리부 그리고, 진동모드를 해석하는 부분으로 구성되어진다. 본 논문에서 제안된 연속스캐닝 레이저 진동측정기(Continuous Scanning Laser Doppler Vibrometer: CSLDV)는 진동모드해석 부

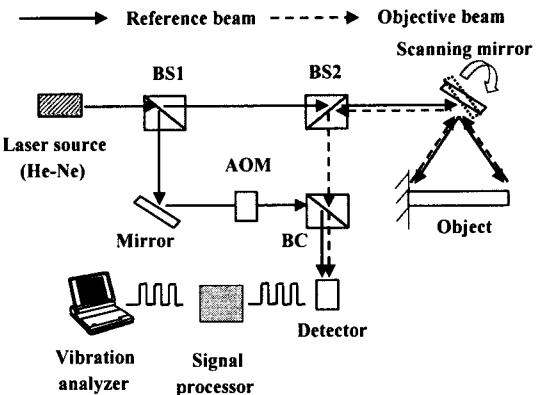


Fig. 1 The experimental setup; the modified Mach-Zender interferometer

분과 연속 스캐닝부를 제외하면 일반적인 LDV와 같다.

### 2.1 광학부 및 신호처리부

광학부는 그림 1과 같이 혼테로다인(Heterodyne interferometer)간섭계를 사용하고 있으며, He-Ne 레이저와 광 분할기, 광 합성기, 반사거울, 광 음향소자인 브렉셀(Bragg cell) 그리고 검출부로 구성되어진다. 일반적으로 레이저의 전자기파  $\Phi$ 는 진동수  $f_i$ 와 진폭  $U_o$ , 위상  $\phi_o$ 로 식 (2)와 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi = U_o e^{i(\phi_o - 2\pi f_i t)} \quad (2)$$

Fig. 1에서 레이저는 광 분할기 1(Beam splitter: BS1)에서 기준광의 전자기파  $\Phi_r$ 와 물체광의 전자기파  $\Phi_o$ 로 나누어지고 브렉셀을 통과하여 진동수 천이된 기준광과 진동하는 물체에 의해 반사되어진 물체광은 각각 식 (3)과 식 (4)로 쓸 수 있다.

$$\Phi_r = \frac{U_o}{2} e^{i\phi_o} e^{-i2\pi(f_i - f_B)t} \quad (3)$$

$$\Phi_o = \frac{U_o}{2} e^{i\phi_o} e^{-i2\pi(f_i + f_B)t} \quad (4)$$

여기서,  $f_B$ 는 브렉셀에 의해 천이된 진동수이다. 식 (3),(4)에 의해 표현된 물체광과 기준광은

광합성기(Beam combiner: BC)을 통과하여 간섭을 일으키며, 간섭신호  $I$ 는 식 (5)와 같이 쓸 수 있다.

$$I = \frac{U_0^2}{2} \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \left( f_B + \frac{2v}{\lambda} \right) t \right) \right] \quad (5)$$

식 (5)에서 보는 것처럼  $f_B$ 를 기준으로 한 진동수의 크기로부터 속도  $v$ 의 방향을 알 수 있다. 신호처리부에서는 진동체의 속도에 해당하는 도플러 진동수와 브렉셀 진동수를 포함한 간섭신호  $I$ 를 전기적인 신호로 바꾸어 도플러 진동수에 해당하는 속도를 얻는다.

## 2.2 진동 모드해석

$N$  자유도를 가진 선형시스템의 운동방정식은 식 (6)과 같으며, 여기에서 인수행렬인  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$ 는 각각 질량, 감쇠, 강성을 나타내는  $N \times N$  행렬이고,  $\mathbf{u}$ 는 일반화된 변위 좌표계를 나타내는  $N \times 1$  벡터,  $\mathbf{F}$ 는 정현가진력을 나타내는  $N \times 1$  벡터이다.<sup>(3,4)</sup>

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (6)$$

식 (6)에서 조화가진력  $\mathbf{F} = F \cos(\omega t)$ 에 대한 정상상태 응답은 식 (7)과 같이 모드중첩법에 의해 정상모드의 합으로 표현된다.<sup>(5)</sup>

$$\mathbf{u}(x, t) = \sum_{r=1}^N \phi_r(x) \cdot C_r \cos(\omega r t - \alpha_r) \quad (7)$$

여기서  $\phi_r(x)$ ,  $C_r$  그리고  $\alpha_r$ 은 각각  $r$ 번째 진동모드, 진폭 그리고 위상이다. 단,  $x$ 는 공간상의 임의 위치를 나타낸다. 이때 식 (7)을 미분하여 속도에 관한 식으로 표현하면 식 (8)과 같이 된다.<sup>(6)</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(x, t) &= \sum_{r=1}^N \phi_r(x) \cdot (C_r^R \sin(\omega r t) + C_r^I \cos(\omega r t)) \\ &= \phi_R(x) \cdot \sin(\omega t) + \phi_I(x) \cdot \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,  $C_r^R$ 은 실수부의 진폭이며  $-C_r \omega \cos(\alpha_r)$ 을 의미한다. 진동모드  $\phi_R(x)$ 는  $\sum_{r=1}^N C_r^R \cdot \phi_r(x)$ 로 표현된다. 또한,  $C_r^I$ 는 헤수부의 진폭이며,  $C_r \omega \sin(\alpha_r)$ 을 가지며, 이때의 헤수부 진동모드  $\phi_I(x)$ 는  $\sum_{r=1}^N C_r^I \phi_r(x)$ 로 표현된다.

### 2.2.1 1차원 스캐닝을 위한 진동모드해석

본 논문에서는 스캐닝 끝단에서의 불연속을 피하기 위해 정현 스캐닝 기술을 이용한다. 이때 편의를 위해 정규화된 스캐닝 변위인  $x(t)$ 를 다음 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$x(t) = \cos(\Omega_x t) \quad (9)$$

여기서  $\Omega_x$ 는  $x$  방향의 스캐닝 각진동수이다. 이하,  $\omega$  및  $\Omega$  등의 각진동수를 줄여 진동수라 한다.  $\phi_R(x)$ 와  $\phi_I(x)$ 의 모드형상의 푸리에 변환은 각각 식 (10), (11)으로 표현된다.

$$\phi_R(x) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2A_n \cos(n\Omega_x t) \quad (10)$$

$$\phi_I(x) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2B_n \cos(n\Omega_x t) \quad (11)$$

식 (9), (10), (11)을 사용하여 센서의 출력신호인 시간에 대한 속도를 표현하면 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} v(t) &= A_0 \sin(\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin[(\omega \pm n\Omega_x)t] \\ &\quad + B_0 \cos(\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos[(\omega \pm n\Omega_x)t] \end{aligned} \quad (12)$$

식 (10)에서 Type I Chebyshev 다항식인  $T_n(x) = \cos(n \cos^{-1} x)$ 을 이용하면 진동모드는 식 (13)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \phi_R(x) &= A_0 \sum_{n=1}^k 2A_n T_n(x) \\ &= \sum_{n=0}^k V_n^R x^n \end{aligned} \quad (13)$$

또한,  $T_n$ 은 식 (14)와 같은 관계를 가지고 있다.<sup>(7,8)</sup>

$$T_{n+1}(x) - 2xT_n(x) + T_{n-1}(x) = 0 \quad (14)$$

식 (15)를 사용하여 다항식 계수  $V_n^R$ 은 간단한 변환행렬  $T \in R^{P \times P}$ 에 의해 얻어진다.

$$\{V_n^R\} = |\mathbf{T}| \{A_n\} \quad (15)$$

여기서,  $\{V_n^R\} \in R^P$ ,  $\{A_n\} \in R^P$ 이다. 같은 방법으로 허수부 모드형상은  $\{V_n^I\} = |\mathbf{T}| \{B_n\}$ 로 얻을 수 있으며, 여기서  $\{V_n^I\} \in R^P$ ,  $\{A_n\} \in R^P$ 이다.

### 2.2.2 2차원 정현 스캐닝을 위한 진동모드해석

조화 가진력  $\mathbf{F} = F \cos(\omega t)$ 을 받는 평판과 같은 구조물의 정상상태의 응답은 모드중첩법에 의해 고유진동 모드의 합으로써 식 (16)과 같이 표현되어진다.

$$v(x, y, t) = \phi(x, y) \cdot \sin(\omega t) \quad (16)$$

모드형상  $\phi(x, y)$ 은 다항 급수전개에 의하여 식 (17)로 가정한다.

$$\phi(x, y) = \sum_m \sum_n V_{mn} x^m y^n \quad (17)$$

$xy$  평면에서 2차원 스캐닝 레이저의 궤적은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x(t) = \cos(\Omega_x t) \quad (18)$$

$$y(t) = \cos(\Omega_y t) \quad (19)$$

여기서  $\Omega_x > \Omega_y$ 이며, 이 때 모드형상은 식 (18)과 (19)를 사용하고 삼각함수의 급수관계식을 이용하면, 식 (20)과 같이 표현되어진다.

$$\begin{aligned} \phi(x, y) &= A_{00} + \sum_{n=1}^b 2A_{m0} \cos(m\Omega_x t) \\ &+ \sum_{n=1}^b 2A_{0n} \cos(n\Omega_y t) \\ &+ \sum_{m=1}^b \sum_{n=1}^b 4A_{mn} \cos(m\Omega_x t) \cos(n\Omega_y t) \end{aligned} \quad (20)$$

식 (16)의  $\phi(x, y)$ 에 식 (19)와 식 (20)을 대입하여  $v(x, y, t)$ 을 간단히 하면 식 (21)과 같다. 이 식으로부터 센서의 출력신호인 속도에 대해 FFT를 수행하면, 각 진동수 성분이 나타나게 되며, 각각의 계수  $A_{00}$ ,  $A_{0n}$ ,  $A_{m0}$ ,  $A_{mn}$ 은  $\omega$ ,  $\omega \pm n\Omega_y$ ,  $\omega \pm m\Omega_x$ ,  $\omega \pm m\Omega_y \pm n\Omega_y$ 의 각각의 진동수의 크기에서 결정된다.

$$\begin{aligned} v(t) &= A_{00} \sin(\omega t) + \sum_{m=1}^b A_{m0} \sin([\omega \pm m\Omega_x]t) \\ &+ \sum_{n=1}^b A_{0n} \sin([\omega \pm n\Omega_y]t) \\ &+ \sum_{m=1}^b \sum_{n=1}^b A_{mn} \{ \sin([\omega + m\Omega_x \pm n\Omega_y]t) \\ &+ \sin([\omega - m\Omega_x \pm n\Omega_y]t) \} \end{aligned} \quad (21)$$

센서의 출력신호인 속도에 대해 FFT를 수행하여 얻은 계수 값  $A_{00}, A_{01}, A_{02}, \dots, A_{10}, A_{11}, A_{12}, \dots, A_{20}, A_{21}, A_{22}, \dots$ 을 식 (21)에 대고 Type I Chebyshev 다항식  $T_n(x) = \cos(n \cos^{-1} x)$ 을 이용하면 진동모드는 식 (22)와 같이 표현된다. 여기서 각 계수의 부호는 위상 각에 의해 결정되어지는데 각 진동수에 대해 위상이 만약  $0^\circ$  이면 양수 값이고  $\pm 180^\circ$  이면 음수 값이다.

$$\begin{aligned} \phi(x, y) &= A_{00} + \sum_{m=1}^b 2A_{m0} T_m(x) + \sum_{n=1}^b 2A_{0n} T_n(y) \\ &+ \sum_{m=1}^b \sum_{n=1}^b 4A_{mn} T_m(x) T_n(y) \end{aligned} \quad (22)$$

### 2.3 연속 스캐닝부(Continuous scanning part)

스캐닝 거울을 구성하는 방법은 한 개의 거울

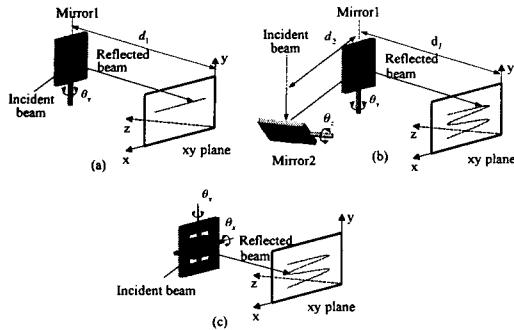


Fig. 2 The scanning mechanisms of the reflecting mirrors

을 이용하는 방법과 두 개의 거울을 이용하는 방법으로 크게 나눌 수 있다. 1차원 스캐닝은 Fig. 2(a)와 같이 한 개의 모터를 사용하여  $y$ 축 방향으로 거울 1을 구동한다. 이때  $d_1$ 은 회전축의 중심과  $xy$ 평면사이의 거리이다. 2차원 스캐닝을 위해 한 개의 모터를 더 사용하여 Fig. 2(b)와 같이 거울 1로부터  $d_2$ 만큼 떨어진 거리에서  $z$ 축 방향으로 거울 2를 구동한다. 다른 하나는 Fig. 2(b)에서  $d_2 = 0$ 일 때로서 Fig. 2(c)와 같이 gimbal structure를 사용하여 2차원 스캐닝 구동부 거울의 중앙으로부터  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ 의 2 자유도를 갖는 구성이다. 본 논문에서는 비교적 설계가 간단한 Fig. 2(b)의 스캐닝 구동부를 선택하였고, 스캐닝 구동부의 사양은 Table 1에 나타내었다. 1차원 정현스캐닝과 2차원 정현스캐닝은  $x$ 방향과  $y$ 방향에 대해 반사광의 궤적이 독립적으로 직선을 이를 경우 성립한다. Fig. 2(a)와 같은 1차원 스캐닝에서는 오직  $y$ 축의 거울이 회전하며, 레이저의 궤적은 전동하는 물체의 표면 위에서 직선으로 정현스캐닝 된다. 그러나, 2차원 스캐닝에서는 Fig. 2(b)처럼  $\theta_y$ 와  $\theta_z$ 방향으로 두 거울을 회전시키는 스캐닝 부의 기하학적 비선형 문제가 나타나며, 물체의 표면을 따라서 정현 스캐닝 되지 못하고 보(Bow)문제가 발생한다. 앞 절에 제시된 전동모드해석법을 사용하기 위해서는 식 (19)와 (20)과 같은 정현 스캐닝이 필요하다. 이를 위하여 피드백 제어를 이용하여 거울의 각도를 제어하였다. 거울의 정확한 각도를 측정하기 2개의 거울에 비접촉 위치센서(PSD)를 장착하고 그 위치값을 거울의 제어부로 피드백함으로서 레이저가 물체표

Table 1 The specification of the scanning system

Mirror mass moment of inertia rotating ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )		Span between two mirrors(m)
$J_z$	$J_y$	
$231 \times 10^{-9}$	$11016 \times 10^{-9}$	0.065

면에서 정확히 정현 스캐닝이 될 수 있도록 하였다. Fig. 2(b)와 같은 구성에 의한 레이저광의 궤적은 식 (23)과 같다.<sup>(9,10)</sup>

$$[x, y, z] =$$

$$\left[ d_1 \tan(2\theta_y), \frac{d_1 \tan(2\theta_z)}{\cos(2\theta_y)} + d_2 \tan(2\theta_z), d_1 \right] \quad (23)$$

$x$ ,  $y$ 평면을 따라 정현 스캐닝되는 광 궤적  $x_{ref}$ 와  $y_{ref}$ 는 식 (24)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{ref} &= X \cos \Omega_x t \\ y_{ref} &= Y \cos \Omega_y t \end{aligned} \quad (24)$$

여기서  $X$ 와  $Y$ 은  $x$ 와  $y$  방향에서의 전체 스캐닝범위이며,  $\Omega_x$ ,  $\Omega_y$ 은  $x$ 와  $y$ 방향에서 레이저의 스캐닝 진동수이다. 보를 가지는 레이저 궤적을 제어하기 위하여 물체 표면에서 레이저의 위치를 알아야 하며, 이를 위하여 Fig. 4와 같은 장치를 구성하였다. 로터리형 센서에 비해 정밀도가 높고, 광궤적을 직접 측정할 수 있는 선형 PSD(Position Sensitive Detector)센서를 사용하였다. 여기서 사용되어진 센서는 두 개의 전반사형 PSD 센서(Model: TBMPH-1, EM4SYS Co., Korea)이다.  $x^*$ 와  $x$ 은 PSD 센서에 의해 측정되어진 위치와 물체 표면에서 레이저의 위치를 각각 나타낸다. 이때  $x^*$ 와  $\theta_y$ ,  $y^*$ 와  $\theta_z$ 는 식 (25)로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} x^* &= k_1 \tan 2\theta_y \\ y^* &= k_2 \tan 2\theta_z \end{aligned} \quad (25)$$

여기서  $k_1$  와  $k_2$ 은 PSD 센서와 조사거울 사

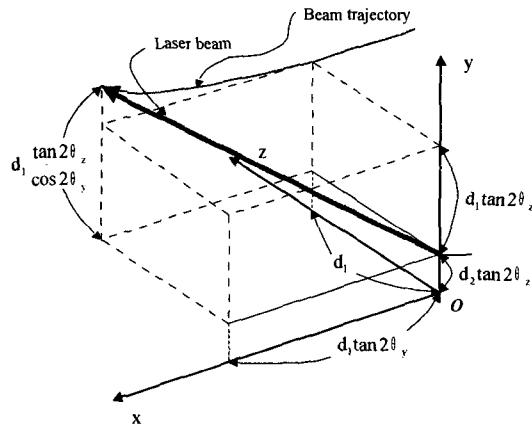


Fig. 3 The beam scanning trajectory

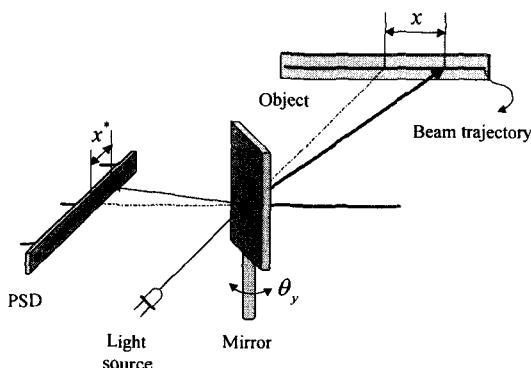


Fig. 4 The sensing system for measuring laser beam trajectory using PSD sensors

이의 수직 거리이다. 식 (23)과 식 (24)를 같게 놓으면 그 참조위치 입력  $x^*$  와  $y^*$ 은 식 (25)로부터 식 (26)으로 표현되어진다.

$$\begin{aligned} x_{ref}^* &= X \frac{k_1}{d_1} \cos \Omega_x t \\ y_{ref}^* &= \left[ Y \frac{d_1 \sqrt{k_1^2 + x^*}}{k_1 k_2} + \frac{d_2}{k_2} \right]^{-1} \cos \Omega_y t \end{aligned} \quad (26)$$

### 3. 진동모드 분석 실험 및 고찰

제안된 SLDV의 신뢰성 확인을 위하여 본 연구에서는 1차원 스캐닝 방식과 2차원 스캐닝 방식에 대한 진동모드 측정 실험을 수행한 후 수치해석결과와 비교하였다.

Table 2 the geometric configuration of the plate.

Length( $l$ )	Width( $w$ )	Thickness( $t$ )
120 mm	120 mm	0.78 mm

#### 3.1 1차원 스캐닝에 의한 진동모드 분석

외팔보의 고유진동수 16 Hz, 101 Hz, 256 Hz를 실험적으로 얻었으며, 스캐닝 진동수  $\Omega_x$ 와  $\Omega_y$ 는 각각 10 Hz와 0 으로 하였다. 1차원 스캐닝에서 진동모드 분석을 위하여 식 (13)을 이용하였다. 외팔보는 가진기에 의해 3차 고유진동수에서 가진 되었고, FFT 처리 후 속도신호의 스펙트럼이 Fig. 5과 같이 얻어졌다. 그림에서 가진 진동수를 기준으로 스캐닝 진동수의 간격으로 측파대가 형성된다. 즉, 가진 진동수를 사이에 두고 스캐닝 진동수의 정수배 만큼 떨어진 곳에 계수 값이 형성된다. 또한, 각 계수의 값은 각 진동수의 크기로부터 얻을 수 있으며, 계수의 부호는 위상을 확인함으로써 얻을 수 있다. 결과적으로 계수  $A_n$ 은  $A_0 = -1.7174$ ,  $A_1 = -0.5764$ ,  $A_2 = 1.0242$ ,  $A_3 = 0.9135$ 로 각각 얻을 수 있다.  $A_0$ 에서  $A_3$ 까지의 값을 이용해 체비셰프 다항식의 인수값을 정하여 3차 체비셰프 다항식으로 모드형상을 얻으면 식 (27)과 같다.

$$\phi_R(x) = 9.884 - 56.51x - 12.58x^2 + 36.832x^3 \quad (27)$$

외팔보의 모드형상의 이론적인 풀이는 식 (28)과 같이 간단하게 표현되어진다.

$$\begin{aligned} \phi_{analy}(x) &= \cosh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) + \cos\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) \\ &- \sigma_i \left( \sinh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) + \sin\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) \right) \end{aligned} \quad (28)$$

여기서, 3차 모드의  $\lambda_3 = 8.639$ ,  $\sigma_3 = 0.999$ 이다. Fig. 6에 수치해석 결과로부터 얻은 진동모드와 실험 결과를 비교하였으며, 제안된 CSLDV의 해석결과는 수치해석결과와 잘 일치함을 보였다.

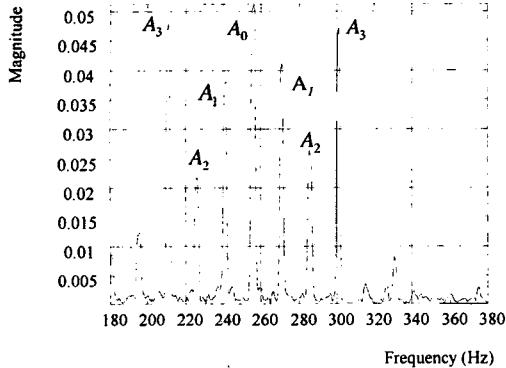


Fig. 5 The Fast Fourier Transformation for the output velocities of the cantilever

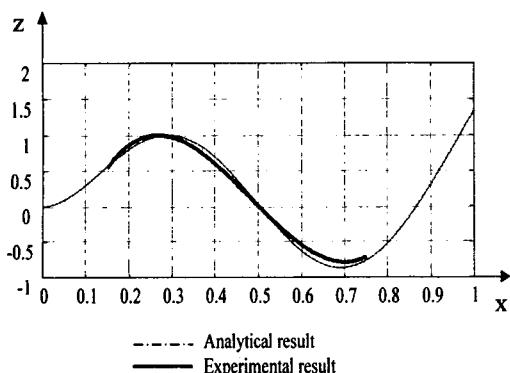


Fig. 6 Mode shape comparison between the analytical and experimental results in a cantilever

### 3.2 2차원 스캐닝에 의한 진동모드 분석

2차원 스캐닝 시스템에 대한 해석을 평판에 적용하기 위하여 Fig. 2(b)와 같은 실험장치를 구성하였다. 시험편은 중앙에서 가진기에 의해 가진 되었으며, 그 형상은 Table 2에서 나타내었다.

Table 3에는 시험편의 고유진동수를 유한요소 기법을 이용하여 얻은 결과와 모달해석 기법으로 얻은 실험결과를 비교하였다. 2차원 스캐닝에서 진동모드형상은 식 (22)를 사용함으로써 표현되어 진다. 여기에서 스캐닝 진동수  $\Omega_x$ ,  $\Omega_y$ 은 15 Hz와 1 Hz로 각각 하였다. 평판이 가진 되어질 때 1차 고유진동수에서 속도 출력신호의 자동스펙트럼은 Fig. 8과 같이 얻어진다.

Fig. 7로부터  $A_{00}$ 은  $\omega = 150$  Hz에서의 진폭의

Table 3 The natural frequencies of the plate using the FEM and experiment

Mode	FEM	Experiment
1st	146 Hz	150 Hz
2nd	196 Hz	170 Hz
3rd	245 Hz	240 Hz

Table 4 The coefficients experimentally obtained from the fast Fourier transformation of the velocity signal at the first natural frequency

$A_{00}$	-1.04887	$A_{20}$	-0.30556
$A_{01}$	0.02633	$A_{21}$	-0.01043
$A_{02}$	-0.35103	$A_{22}$	-0.02131
$A_{03}$	0.01443	$A_{23}$	0.00139
$A_{10}$	0.03995	$A_{30}$	-0.01611
$A_{11}$	1.15140	$A_{31}$	0.04806
$A_{12}$	0.02178	$A_{32}$	0.00409
$A_{13}$	0.07820	$A_{33}$	0.00301

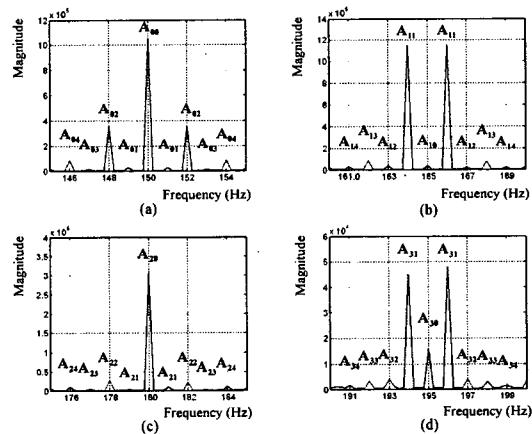
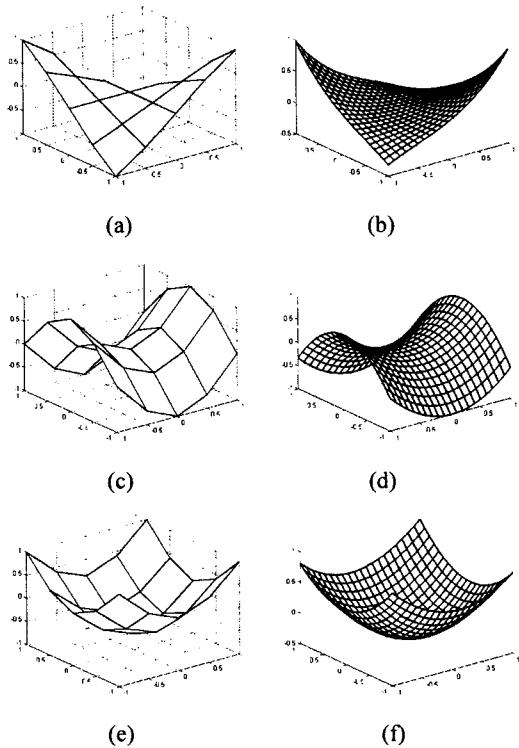


Fig. 7 The frequency response of the plate at the first natural frequency

크기로부터 얻어지며,  $A_{0m}$ ,  $A_{m0}$ ,  $A_{mn}$ 은  $\omega \pm n\Omega_x$ ,  $\omega \pm m\Omega_x$ ,  $\omega \pm m\Omega_y \pm n\Omega_y$ 의 각각 진동수의 크기에서 결정된다. 또한, 각 계수의 부호는 각 진동수의 위상에 의해 결정되어진다. 모든 계수  $A_{mn}$ 에 대하여 그 값을 Table 4에 나타내었



**Fig. 8** The first mode shape obtained by (a) experiment, (b) numerical result. The second mode shape obtained by (c) experiment, (d) numerical result. The third mode shape obtained by (e) experiment, (f) numerical result.

다. Fig. 8은 수치해석결과로부터 얻은 진동모드와 개발시스템으로부터 얻은 결과를 3차 모드까지 비교하였으며, 결과는 잘 일치하였다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 기존의 레이저 도플러 진동측정기의 측정속도 및 공간분해능 개선을 위하여 연속 정현 스캐닝 방식과 간섭계로부터 얻은 물체의 속도를 FFT 함으로써 얻은 특정 진동수값과 위상만으로 진동모드를 구현할 수 있는 기법을 제안하였으며, 2차원 정현스캐닝 방식의 문제점인 보문제(Bow problem)를 비접촉 위치센서(PSD)를 사용하여 조사거울을 퍼드백 제어함으로써 해결하였다. 적용실험에서는 외팔보와 평판을 이용

하여 1차원과 2차원 정현스캐닝을 수행하고 그 결과를 수치해석 결과와 비교함으로써 신뢰성을 확보하였다. 실험 결과로부터 제안된 연속 스캐닝 레이저 진동측정기(Continuous Scanning Laser Doppler Vibrometer: CSLDV)는 기존 불연속 스캐닝에 의한 측정 방식보다 측정시간을 줄이면서 공간분해능을 증대시킬 수 있을 것으로 사료된다.

#### 참고문헌

- (1) Helmut Selbach, "Technical Notes," POLYTECH GMBH.
- (2) Kang, M. S., "Measurement of Mode Shape By Using A Scanning Laser Doppler Vibrometer," *Transactions of the KSME*, A, Vol. 24, No. 10, 2000, pp. 2560~2567.
- (3) Roy R. Graig, jr., 1981, "Structural Dynamics," John Wiley & Sons, Inc.
- (4) William T. Thomson, Marie Dillon Dahleh, 1998, "Theory of Vibration with Applications 5th ED.," Prentice Hall, Inc., pp. 49~52.
- (5) Daniel J. Inman, 1996, "Engineering Vibration," Prentice Hall, Inc., pp. 386~392.
- (6) Stanbridge, A.B. and Ewins, D.J., 1999, "Modal Testing Using a Scanning Laser Doppler Vibrometer," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 13, No. 2, pp. 255~270.
- (7) Gradshteyn I.S. and Ryzhik I.M., 1980, "Table of Integrals, Series, and Products," Academic Press, Inc., p. 25.
- (8) Gradshteyn, I.S. and Ryzhik, I.M., 1980, "Table of Integrals, Series, and Products," Academic Press, Inc., p. 1032.
- (9) Vera B. Anand, 1993, "Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers," John Wiley & Sons, Inc., pp. 105~110.
- (10) Mark W. Spong, Vidyasagar M., 1989, "Robot Dynamics and Control," John Wiley & Sons, Inc., pp. 32~43.