

NURBS 곡면기법을 이용한 압출금형 곡면의 표현방법에 관한 연구

유동진* · 임중훈**

(2003년 3월 6일 접수)

Investigation on the Description Method of Extrusion Die Surface using NURBS Surface Scheme

D. J. Yoo and J. H. Im

Abstract

In the present study, an advanced surface construction method based on NURBS surface scheme is proposed to construct the extrusion die surface. The inlet and outlet profiles are precisely described with NURBS curves using appropriate control points and weights. The interior control points of surface are generated using the cubic interpolation method based on the tangential vectors at the inlet and outlet sections. The weights of interior control points are determined by linear interpolation of the weights at the inlet and outlet sections. In order to verify the validity of the proposed method, automatic surface generation is carried out for the various types of extrusion die surface.

Key Words : NURBS Surface, Weights, Curved Die, Extrusion Die Surface

1. 서론

주요 소성가공 방법중의 하나인 압출 공정은 우수한 생산성, 최종 제품의 기계적 성질의 양호함 등 많은 장점 때문에 자동차 산업, 항공기 산업, 군수 산업 등의 발달과 더불어 널리 이용되고 있다. 특히 컴퓨터 응용 기술 및 금형 가공 기술이 급속히 발전되었고 고강도의 금형 재료 사용이 보편화 됨에 따라 고강도강, 복합재료 등을 냉간 압출하기 위한 직선다이(straight die), 곡선다

이(curved die) 등 종래의 평금형(flat faced die, square die)과는 다른 새로운 형상의 금형 설계에 관한 연구가 다각적으로 이루어져 왔다.

Nagpal과 Altan⁽¹⁻²⁾은 원형 소재로부터 타원형 및 정다각형 제품을 압출하기 위한 최적의 금형 형상을 구하기 위하여 삼차 다항식을 기본으로 한 이중유선함수(dual stream function)를 제안하고 동적가용 속도장을 유도하여 상계해를 구하였다.

Yang과 Lee⁽³⁾는 축방향 속도가 단면내에서 일정하다

* 대전대학교 컴퓨터응용기계설계학과

** 대전대학교 기계설계공학과 대학원

는 가정하에 등각사상(conformal mapping)을 이용하여 일반적인 형상의 단면 형체를 생산하기 위한 압출 공정에 대한 상세해를 구하였다. Gunasekera⁽⁴⁻⁵⁾ 등은 Nagpal과 Altan⁽⁶⁾ 등이 사용하였던 면적사상(area mapping) 기법을 Stoke's 이론을 사용하여 길이사상(line mapping) 기법으로 전환하여 일반적인 형상의 단면 형체를 압출하기 위한 급형 곡면을 자동 생성하는 CAD 프로그램을 개발하였는데, 직선급형(straight die), 곡선급형(curved die) 등 다양한 형태의 급형 생성이 가능하도록 편의성까지 고려하였다. Kiuchi⁽⁶⁾는 3차원 비축대칭 압출 또는 인발 공정에 대하여 축방향 속도가 임의의 단면에서 일정하다는 가정하에 소성변형 영역을 몇 개의 영역으로 분할한 후 직선 급형에 대하여 일반화된 3차원 속도장을 제안하였다. Yang과 Han⁽⁷⁾ 등은 임의의 단면 형상에 대한 압출 공정을 해석하기 위하여 입구 및 출구 형상을 푸리에(Fourier)함수로 표현하고, 이 두 단면곡선을 혼합(blending)하여 급형 곡면과 속도장을 생성한 후 상세해를 구하였다. Celik과 Chitkara⁽⁸⁻¹⁰⁾는 비축대칭 단면형상의 제품을 압출하기 위한 급형 곡면을 베지에(Bezier) 형태의 곡면으로 표현하고 속도장을 유도한 후 상세해를 구하였다.

이상과 같이 최적의 급형 곡면 형상을 구하기 위하여 컴퓨터 해석 기술, 가공된 급형에 의한 실험 등 많은 시도가 이루어져 왔으나 급형 곡면 자체에 관한 수식적인 표현에 관해서는 그 연구가 제한적으로 이루어져 왔다.

본 연구에서는 임의의 단면 형상에 대한 압출 급형 곡면의 자동 생성을 위하여 CAD 분야에서 최근의 연구 결과로 널리 응용되고 있는 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) 곡면 기법을 적용하는 방법에 대하여 제안하고자 한다. NURBS 곡선은 자유곡선(free form curve)은 물론 원, 타원, 포물선 등의 원추곡선(conic curve)을 오차 없이 정확히 나타낼 수 있기 때문에 보간법등에 의한 곡선 근사를 하지 않아도 된다는 큰 장점이 있는 동시에 NURBS 곡면의 경우 조정점에 대한 가중치도 조절 가능하므로 지금까지 연구 보고된 모든 형태의 곡면을 포함하고 있는 확장된 개념의 곡선, 곡면 이론으로서 CAD, CG(Computer Graphics), IT(Information Technology) 등 컴퓨터 응용 분야에 널리 보급되어 사용되고 있다.

본 연구에서는 지금까지 다양한 형태의 급형 곡면 표현을 위하여 사용되었던 다항식 곡면, 베지에 곡면 등을 정확히 재현할 수 있고 복잡한 단면 형상 및 입구에서 출구로 변해가는 압출 급형 곡면 형상을 체계적이고 일관된 방법으로 나타낼 수 있는 NURBS 곡선 및 곡면 기법에 의한 압출 급형 곡면의 생성법에 대하여 제안하고자 하고 그 효용성을 검토하고자 한다. 저자들에 의하여 이미

연구 보고된 B 스플라인 곡면 기법에 의한 방법도⁽¹¹⁾ 원형, 타원형, 다각형 등 비교적 간단한 형태의 경우에는 적용이 가능하지만 단면 형상이 좀더 복잡해지면 곡선 근사를 위한 조정점수가 증가하게 되고 따라서 전체 곡면을 구성하는 조정점의 수도 크게 증가하므로 정확도, 계산시간, 프로그램 작성 난이도 등 여러 면에서 볼 때, 본 연구에서 제안한 NURBS 곡면 기법에 의한 방법이 우위에 있다고 할 수 있다. 사용자가 급형 형상과 관련된 주요 변수만 입력하면 단면 형상에 대한 NURBS 곡선을 생성하고 이 두 단면 곡선을 급형길이 방향으로 보간하여 전체 급형 형상을 하나의 NURBS 곡면으로 자동 생성하는 방법을 제안하고자 한다.

2. NURBS 곡선 및 곡면의 수식적 표현

본 연구에서는 압출 급형 곡면의 자동 생성을 위하여 사용자가 급형 형상과 관련된 몇 가지 매개 변수만 입력하면 입구 형상과 출구 형상을 NURBS 곡선으로 변환한 후, 이 두 단면곡선을 급형 길이 방향으로 블렌딩하여 전체 급형 곡면을 NURBS 곡면화 하는 방법을 제안하였다. NURBS는 Non-Uniform Rational B-Spline의 약자로서 본 연구에서 사용한 NURBS 곡선 식은 다음과 같이 정의된다.⁽¹²⁾

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i} \quad (a \leq u \leq b) \quad (1)$$

여기서,

P_i : 곡선을 구성하는 조정점의 좌표

$N_{i,p}(u)$: B-Spline 블렌딩 함수

n : 조정점의 수 - 1

p : 곡선의 차수 (degree)

w_i : 조정점의 가중치 (weights of control points)

식(1)과 같이 다항식의 비율(ratio) 형태로 표현되고 비균일(non-uniform)한 노트 값(knot value)과 B-스플라인 블렌딩 함수를 기본으로 하기 때문에 NURBS 곡선이라 불리우며 기존의 B-스플라인 곡선과 크게 다른 점은 w_i 라는 조정점에 대한 가중치의 사용이다. B-스플라인과 마찬가지로 각 블렌딩 함수는 노트 값의 일정 범

위 내에서만 영향력을 발휘하기 때문에 곡선에 대한 국부수정이 가능하고, 조정점의 개수와는 무관하게 원하는 차수를 지정할 수 있다. 더욱이 가중치 w_i 의 사용으로 인하여 자유곡선(free form curve)은 물론 원, 타원 등의 원추곡선(conic curve)을 오차없이 정확히 나타낼 수 있으므로 적은 수의 조정점으로 복잡한 형태의 곡선 생성이 용이하다.

식(1)에서 $N_{i,p}(u)$ 는 B 스플라인 블렌딩 함수로서 다음과 같은 재귀함수로 정의된다.

$$N_{i,p}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2a)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i,p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+1,p-1} - u}{u_{i+1,p-1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (2b)$$

식(2)의 u_i 는 knot vector의 요소로서 다음과 같은 knot vector를 구성한다.

$$U = \{ a, \dots, a, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, b, \dots, b \} \quad (3)$$

NURBS 곡선 식을 두 매개 변수 u, v 에 대하여 2차원적으로 확장하면 다음과 같은 NURBS 곡면 식을 정의할 수 있다.⁽¹²⁾

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j}} \quad (4)$$

여기서,

- $P_{i,j}$: 곡면을 구성하는 조정점의 좌표
- p, q : u, v 방향의 차수
- $n+1$: u 방향의 조정점의 수
- $m+1$: v 방향의 조정점의 수
- $N_{i,p}(u), N_{j,q}(v)$: u, v 방향의 B-스플라인 블렌딩 함수
- $w_{i,j}$: 조정점 $P_{i,j}$ 의 가중치

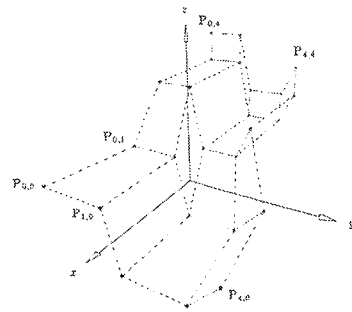
노트벡터는 B 스플라인 곡면에서와 마찬가지로 u, v 두 방향에 대하여 정의 되어야 한다.

$$U = \{ a, \dots, a, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, b, \dots, b \} \quad (5a)$$

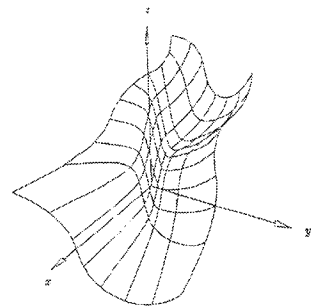
$$V = \{ c, \dots, c, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, d, \dots, d \} \quad (5b)$$

Fig. 1은 일반적인 NURBS 곡면을 보여주고 있는데, Fig. 1(a)는 구성 조정점들을, Fig. 1(b)는 생성된 곡면을 나타낸다.

본 연구에서는 식(4)로 표현되는 NURBS 곡면상의 3차원 점의 좌표 값을 구하기 위하여 Cox de Boor 알고리즘을 이용하였다. 곡선에서와 마찬가지로 곡면에서의 $w_{i,j}$ 는 각 조정점에 대한 가중치로서 이들 값을 변화시키면 해당되는 조정점으로 끌어당기거나 밀어내거나 하여 곡면의 국부적인 수정이 용이해진다.



(a) The control points



(b) Biquadratic NURBS surface

Fig. 1 Typical NURBS surface

3. NURBS 곡면 기법을 이용한 압출 금형 곡면의 자동 생성

NURBS 함수를 이용하면 자유 형상의 곡선, 곡면은 물론 원추곡선, 원추곡면등의 해석적 곡면도 오차 없이 정의할 수 있으므로 본 연구에서는 압출 금형 곡면의 자동 생성을 위하여 NURBS 곡선, 곡면 방정식을 기본으로 하였다.

3.1 NURBS 곡선에 의한 입구 및 출구형상의 표현

Fig. 2는 원형 소재로부터 타원형의 제품을 압출하는 경우의 단면 형상을 나타내고 있는데 본 연구에서는 완전 원(full circle)을 나타내기 위하여 9개의 조정점을 사용하였고 원은 이차식으로 정확히 표현될 수 있으므로 단면 곡선 방향(u방향)의 차수는 2차로 하였다. 이러한 경우의 u방향 노트 값 및 가중치는 다음식으로 주어진다.

$$U = \{ 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4 \}$$

$$w = \left\{ 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right\} \quad (6)$$

Table 1은 입구와 출구 형상을 NURBS 곡선으로 정의 하기 위한 조정점들의 x, y, z 좌표 값들을 나타내고 있는데 R은 입구 측 원의 반경, a, b는 출구 측 장·단축 방향 반경, d는 금형의 길이이다.

식(6)과 Table 1에 의하여 정의된 NURBS 곡선은 오차없이 원, 타원을 표시한 것으로 종래의 근사적인 보간법에 의한 표현법과는 효율성과 정확도면에서 본질적인 차이가 있는 것이다.

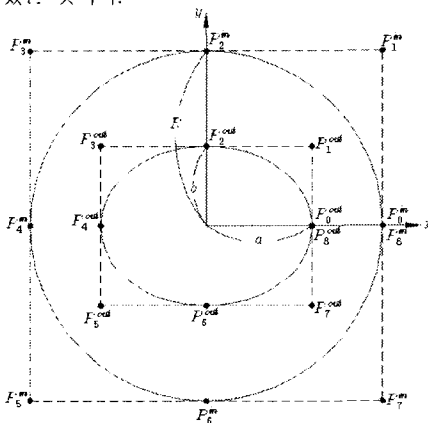


Fig. 2 Description of inlet and outlet profiles using NURBS curve : From circle to ellipse

Table 1 Coordinates of control points for NURBS curve generation : From circle to ellipse

Inlet profile		Outlet profile	
P_0^m	R, 0, 0	P_0^{out}	a, 0, d
P_1^m	R, R, 0	P_1^{out}	a, b, d
P_2^m	0, R, 0	P_2^{out}	0, b, d
P_3^m	-R, R, 0	P_3^{out}	-a, b, d
P_4^m	R, 0, 0	P_4^{out}	-a, 0, d
P_5^m	-R, -R, 0	P_5^{out}	-a, -b, d
P_6^m	0, -R, 0	P_6^{out}	0, -b, d
P_7^m	R, R, 0	P_7^{out}	a, -b, d
P_8^m	R, 0, 0	P_8^{out}	a, 0, d

Fig. 3은 원형 소재로부터 정육각형의 제품을 압출하는 경우의 단면 형상을 NURBS 곡선으로 표현하는 과정을 보여주고 있는데 육각형의 한 변은 세 개의 동일 직선상의 조정점들로 표현되었으며 따라서 $0^\circ \sim 60^\circ$ 에 해당하는 입구 측 원호 부분도 같은 수의 조정점들로 구성되었다. 다만 앞의 경우와 다른 점은 P_1, P_3, \dots, P_5 에서의 가중치가 $\sqrt{3}/2$ 으로서 기하학적으로는 이 점들을 이웃으로 하는 점들과 중심을 잇는 직선들과의 사잇각의 절반의 코사인(cosine)에 해당된다. 역시 단면 곡선 방향(u방향)의 차수는 2차로 하였고 노트 값 및 가중치는 다음 식으로 주어진다.

$$U = \{ 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6 \} \quad (7)$$

$$w = \left\{ 1, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1 \right\}$$

Table 2는 입구와 출구 형상을 NURBS 곡선으로 정의하기 위한 조정점들의 x, y, z 좌표 값들을 나타내고 있는데 R은 입구 측 원의 반경, l은 정육각형 한 변의 길이, d는 금형의 길이이다. Table 2에서 보는바와 같이 형상에 대칭성이 있으므로 세 개의 조정점들을 구한 후 이들을 복수 회전 변환하여 전체 조정점들을 구성하게 된다. 지금까지는 비교적 간단한 형상에 대하여 NURBS 곡선화 하는 방법에 대하여 기술하였는데 좀더 복잡한 형상에 대해서는 적용 예를 기술하면서 세부사항을 더 언급하기로 한다.

Table 2 Coordinates of control points for NURBS curve generation : From circle to hexagon

Inlet profile		Outlet profile	
P_0^{in}	R, 0, 0	P_0^{out}	l, 0, d
P_1^{in}	R, R tan($\pi/6$), 0	P_1^{out}	$l(1+\cos\pi/3)/2, l(\sin\pi/3)/2, d$
P_2^{in}	R cos $\pi/3$, R sin($\pi/3$), 0	P_2^{out}	$l \cos\pi/3, l \sin\pi/3, d$

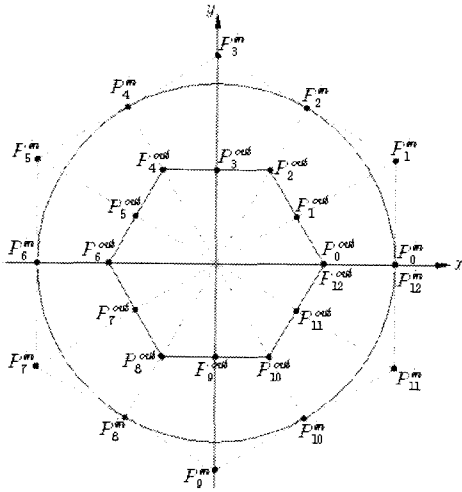


Fig. 3 Description of inlet and outlet profiles using NURBS curve : From circle to hexagon

3.2 금형 길이방향(v방향)의 조정점 및 가중치의 계산

입구와 출구 형상에 대한 NURBS 곡선의 조정점 및 가중치가 결정되면 사용자에 의하여 입력된 입구와 출구에서의 접선벡터의 크기 및 경사각에 의하여 중간 조정점들을 구하게 된다. (Fig. 4)

$$\begin{aligned}
 P_{i,0} &= P_i^{in} & P_{i,3} &= P_i^{out} \\
 P_{i,1} &= \frac{1}{3} D_{0,i} + P_i^{in} \\
 P_{i,2} &= -\frac{1}{3} D_{1,i} + P_i^{out}
 \end{aligned} \tag{8}$$

여기서,

- P_i^{in} : 입구 측 NURBS 곡선의 조정점들의 좌표 값
- P_i^{out} : 출구 측 NURBS 곡선의 조정점들의 좌표 값
- $D_{0,i}$: 입구 측 접선 벡터
- $D_{1,i}$: 출구 측 접선 벡터

식(8)에서 보듯이와 같이 v방향(금형길이방향)으로는 네 개의 조정점을 생성하였으며 차수는 3으로 하였다. 필요성에 의하여 더 높은 차수의 보간도 차수올림(degree elevation)등의 CAD 기법에 의하여 가능하지만, 본 연구에서는 삼차(cubic)로 제한하였다.

NURBS 곡선으로부터 NURBS 곡면을 생성하기 위해서는 조정점들 뿐만 아니라 각 조정점들에서의 가중치도 구해야 하는데 본 연구에서는 입구 및 출구 조정점들에서의 가중치를 선형 보간 하는 방법을 제안하였다.

$$\begin{aligned}
 w_{i,0} &= w_i^{in} & w_{i,3} &= w_i^{out} \\
 w_{i,1} &= \frac{2}{3} w_i^{in} + \frac{1}{3} w_i^{out} \\
 w_{i,2} &= \frac{1}{3} w_i^{in} + \frac{2}{3} w_i^{out}
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서,

- w_i^{in} : 입구 측 NURBS 곡선의 조정점들의 가중치
- w_i^{out} : 출구 측 NURBS 곡선의 조정점들의 가중치

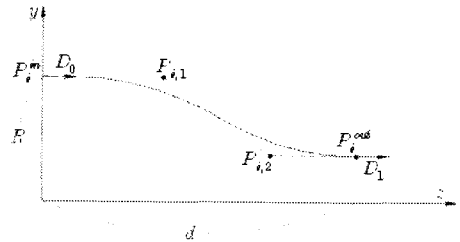


Fig. 4 Definition of v-direction control points

3.3 NURBS 곡면의 생성

앞 전에서 언급한 바와 같은 순서로 전체 형상을 표현하는 NURBS 곡면을 생성하게 되는데 입구와 출구 형상의 특성에 따른 적절한 변환 과정 및 노트 제거 등의 과정을 거치게 된다. Fig. 2의 형상의 경우 최종 NURBS 곡면 식은 다음과 같이 주어진다.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^8 \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^8 \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j}} \tag{10}$$

이 경우 특별한 변환 과정은 필요 없었으며 u방향의 조정점 수는 9개, v방향의 조정점 수는 4개로 총 36개의 조정점 및 가중치로 표현됨을 알 수 있다.

두 매개 변수 방향의 노트벡터들은 다음의 식으로 표현된다.

$$U = \{ 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4 \}$$

$$V = \{ 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1 \} \quad (11)$$

식 (11)에서 보논바와 같이 u방향 차수는 2, v방향 차수는 3으로 하였다.

Fig. 3의 형상의 경우 최종 NURBS 곡면 식은 다음과 같이 주어진다.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j}} \quad (12)$$

이 경우는 Table 2에서 보논바와 같이 세 개의 조정점만 구한 후 다섯 번의 회전 변환을 거쳐 전체 조정점들을 구하였다. u방향의 조정점수는 13개, v방향의 조정점수는 4개로 총 52개의 조정점 및 가중치로 곡면을 구성하였다. 두 매개 변수 방향의 노트벡터들은 최종적으로 다음과 같이 표현된다.

$$U = \{ 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6 \}$$

$$V = \{ 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1 \} \quad (13)$$

이상과 같이 입구와 출구 측 단면 형상에 대한 NURBS 곡선이 구해지면 NURBS 곡면화 하는 과정은 유사한 절차를 거치게 되므로 더 복잡한 일반적인 형상에 대한 곡면 생성에 관해서는 다음절에서 더 세부적으로 다루고자 한다.

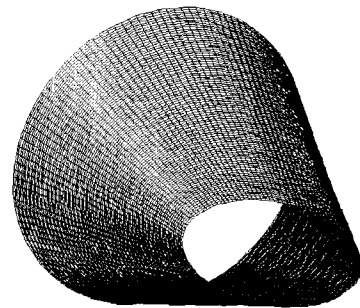
4. 적용 예

본 연구에서 제안한 NURBS 곡면에 의한 압출 금형 곡면의 자동 생성 알고리즘의 효용성을 확인하기 위하여 다양한 형태의 금형 곡면을 생성해 보았다.

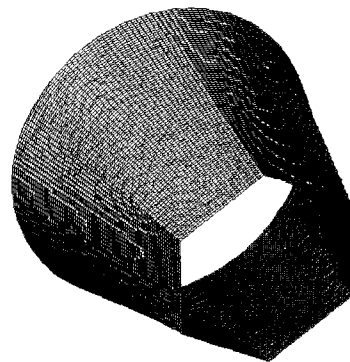
Fig. 5는 원형 소재에서 타원 형상으로 압출하는 경우의 금형 곡면을 보여주고 있는데, Fig. 5(a)는 직선 다이(straight die)를, Fig. 5(b)는 곡선 다이(curved die)를 나타낸다. 사용자의 선택에 의하여 직선다이, 곡선다이를 생성할 수 있도록 하였는데 직선 다이의 경우는 입구와 출구 측 조정점들을 직선 보간하여 접선벡터를 구하였으며 곡선 다이의 경우는 사용자가 입력한 접선벡터의 크기와 경사각을 이용하여 v방향(금형길이방향)의 조정점

들을 생성하였다. 사용자가 입구 측 원의 반경, 장·단축 방향의 반경, 금형의 길이 등을 입력하면 Table 1의 조정점들이 구해지고 접선벡터의 크기와 경사각에 의하여 식(8)로부터 내부 조정점들을 구하게 된다. 최종적으로 완성된 NURBS 곡면은 식(10)과 같이 표현되고 이로부터 u, v방향의 등매개변수 곡선을 가시화 한 것이 Fig. 5이다.

Fig. 6은 원형 소재에서 육각형 형상으로 압출하는 경우의 금형 곡면을 보여주고 있는데, Fig. 6(a)는 직선다이를, Fig. 6(b)는 곡선다이를 나타낸다. 사용자가 입구 측 원의 반경, 육각형 한 변의 길이, 금형의 길이 등을 입력하면 Table 2의 조정점들이 구해지고, 식(8)에 의하여 내부 조정점들을 구하게 된다. 이 경우는 형상의 대칭성을 이용하여 첫 번째 부분의 조정점들을 구한 후, 다섯 번 회전 변환하여 전체 곡면의 조정점들을 구성하였다.

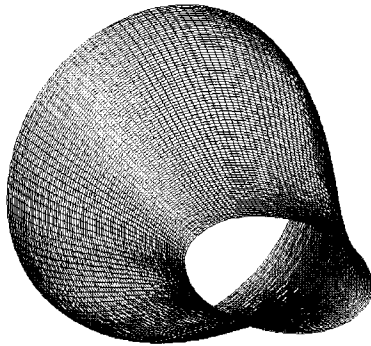


(a) Straight die

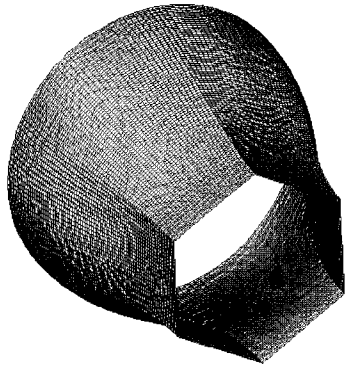


(b) Curved die

Fig. 5 Generation of extrusion die surface using NURBS surface : From circle to ellipse



(a) Straight die



(b) Curved die

Fig. 6 Generation of extrusion die surface using NURBS surface : From circle to hexagon

Fig. 7은 원형 소재로부터 코너 반경을 가진 직사각형의 제품을 압출하는 경우의 입·출구 단면 형상을 나타내고 있는데 Table 3에서 보는바와 같이 0° ~ 180° 사이의 13개의 조정점들을 구한 후, 회전 변환을 거쳐 나머지 조정점들을 구하였다. 최종적으로 u방향의 조정점수는 25개, v방향의 조정점수는 4개로 총 100개의 조정점 및 가중치로 곡면을 구성하였다. 이 경우의 최종 NURBS 곡면 식은 다음과 같이 표현된다.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^{24} \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^{24} \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j}} \quad (14)$$

식(14)의 곡면이 정의되기 위한 두 매개 변수 방향의 노드벡터들은 다음의 식으로 표현된다.

$$U = \{ 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 12 \}$$

$$V = \{ 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1 \} \quad (15)$$

식(14)의 곡면을 가지화 한 것이 Fig. 8이다. Fig. 8(a)는 직선다이어를 Fig. 8(b)는 곡선다이어를 나타낸다. 이와 같이 NURBS 곡면을 이용함으로써 다양한 형태의 금형 곡면을 체계적이고 일관된 방법으로 표현하는 것이 가능하며 성형 해석자나 금형 설계자를 위한 CAD, CAE, CAM 시스템과의 인터페이스도 유연성 있게 대처할 수 있게 되었다.

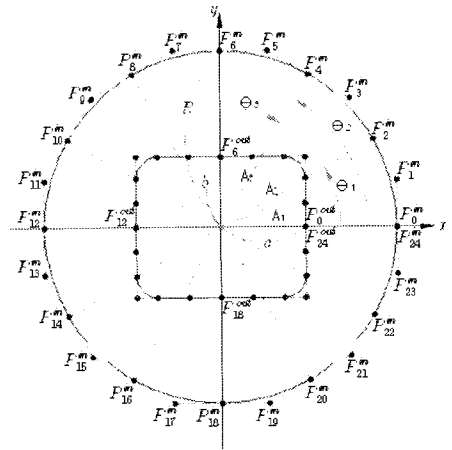


Fig. 7 Descriptions of inlet and outlet profiles using NURBS curve : From circle to rectangle with corner radius

Fig. 9는 원형 소재로부터 코너 반경을 가진 정육각형의 제품을 압출하는 경우의 입·출구 단면 형상을 나타내고 있는데, Table 4에서 보는바와 같이 첫 번째 부분의 조정점들을 구한 후 회전 변환을 거쳐 나머지 조정점들을 구하였다. 앞의 예제와 마찬가지로 u방향의 조정점수는 25개, v방향의 조정점수는 4개로 총 100개의 조정점 및 가중치로 곡면을 표현하였다.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^{24} \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^{24} \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j}} \quad (16)$$

식(16)의 곡면을 등매개변수 곡선을 이용하여 가지화 한 것이 Fig. 10이다. Fig. 10(a)는 직선다이어, Fig.

10(b)는 곡선다이를 나타낸다. 식 (14)와 식 (16)을 비교해 보면 전혀 차이점을 발견할 수 없다. 이와 같이 형상은 전혀 다른 금형을 나타내지만 NURBS 곡면이라는 큰 틀에서 보면 일관되고 체계적인 방법으로 금형 곡면을 생성하고 있음을 확인할 수 있다. 그러므로 어떠한 형태의 압출 금형 형상도 NURBS 곡면으로 표현하는 것이 가능하므로 본 연구에서 제안한 압출 금형의 곡면 생성 방법은 성형해석 기술이나 금형설계 기술발전에 큰 도움을 줄 수 있을 것으로 기대되어진다.

Table 3 Coordinates of control points for NURBS curve generation : From circle to rectangle with corner radius

Inlet profile		
No.	P_i^{in}	W_i^{in}
0	R, 0, 0	1
1	R, R tan($\theta_1/2$), 0	cos($\theta_1/2$)
2	R cos θ_1 , R sin θ_1 , 0	1
3	$l \cos((\theta_1 + \theta_2)/2)$, $l \sin((\theta_1 + \theta_2)/2)$, 0	cos($(\theta_2 - \theta_1)/2$)
4	R sin θ_2 , R cos θ_2 , 0	1
5	R tan($\theta_2/2$), R, 0	cos($\theta_2/2$)
6	0, R, 0	1
7	-R tan($\theta_2/2$), R, 0	cos($\theta_2/2$)
8	-R sin θ_2 , R cos θ_2 , 0	1
9	$-l \cos((\theta_1 + \theta_2)/2)$, $l \sin((\theta_1 + \theta_2)/2)$, 0	cos($(\theta_2 - \theta_1)/2$)
10	R cos θ_1 , R sin θ_1 , 0	1
11	-R, R tan($\theta_1/2$), 0	cos($\theta_1/2$)
12	R, 0, 0	1

Outlet profile		
No.	P_i^{out}	W_i^{out}
0	a, 0, d	1
1	a, (b-r)/2, d	cos($\theta_1/2$)
2	a, b, r, d	1
3	a, b, d	cos($\pi/4$)
4	a, r, b, d	1
5	(a-r)/2, b, d	cos($\theta_2/2$)
6	0, b, d	1
7	(a-r)/2, b, d	cos($\theta_2/2$)
8	-(a-r), b, d	1
9	-a, b, d	cos($\pi/4$)
10	-a, b-r, d	1
11	-a, (b-r)/2, d	cos($\theta_1/2$)
12	a, 0, d	1

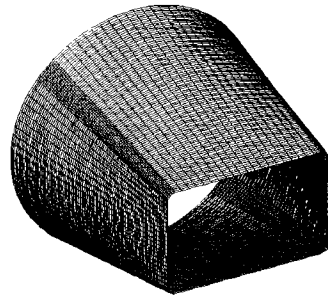
where

$$A = ab - r^2(1 - \frac{\pi}{4}) \quad A_2 = A - (A_1 + A_3)$$

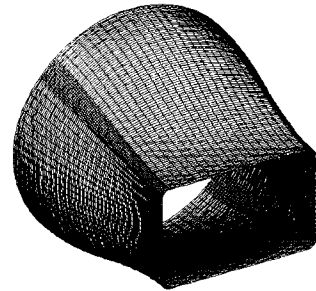
$$A_1 = \frac{1}{2} a(b-r) \quad A_3 = \frac{1}{2} b(a-r)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi A_1}{2A} \quad \theta_3 = \frac{\pi A_3}{2A}$$

$$l = R / \cos(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2})$$



(a) Straight die



(b) Curved die

Fig. 8 Generation of extrusion die surface using NURBS surface : From circle to rectangle with corner radius

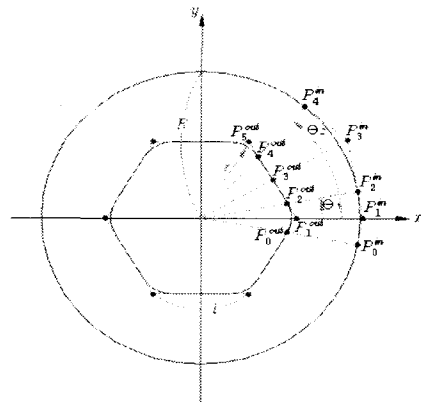


Fig. 9 Descriptions of inlet and outlet profiles using NURBS curve : From circle to hexagon with corner radius

Table 4 Coordinates of control points for NURBS curve generation : From circle to hexagon with corner radius

Inlet profile		
No.	P_i^{in}	w_i^{in}
0	$R \cos \theta_1, R \sin \theta_1, 0$	1
1	$R/\cos \theta_1, 0, 0$	$\cos \theta_1$
2	$R \cos \theta_1, R \sin \theta_1, 0$	1
3	$l' \cos((\theta_1 + \theta_2)/2), l' \sin((\theta_1 + \theta_2)/2), 0$	$\cos((\theta_2 - \theta_1)/2)$
4	$R \cos \theta_2, R \sin \theta_2, 0$	1
Outlet profile		
No.	P_i^{out}	w_i^{out}
0	$l' - l' \sin(\pi/6), r \sin(\pi/6), d$	1
1	$l', 0, d$	$\cos(\pi/6)$
2	$l' - l' \sin(\pi/6), r \sin(\pi/6), d$	1
3	$(p_{2x} + p_{3x})/2, (p_{2y} + p_{3y})/2, d$	$\cos((\theta_2 - \theta_1)/2)$
4	$p_{3x} + l' \cos(\pi/3), p_{3y} - l' \sin(\pi/3), 0$	1

where,

$$l' = r \tan \frac{\pi}{6} \quad l'' = R / \cos \frac{\theta_2 - \theta_1}{2}$$

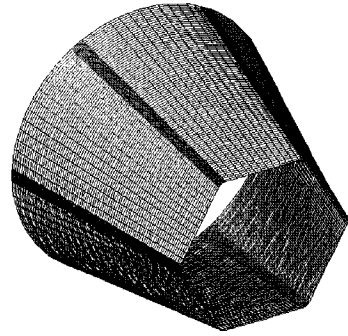
$$p_{3x} = l \cos \frac{\pi}{3} \quad p_{3y} = l \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{p_{2y}}{p_{2x}} \right) \quad \theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{p_{4y}}{p_{4x}} \right)$$

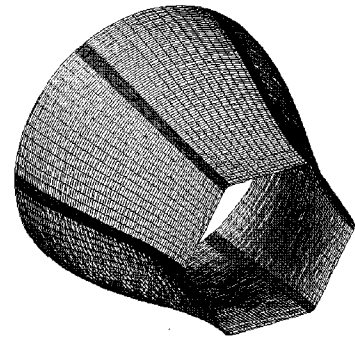
5. 결 론

본 연구에서는 어떠한 형상의 금형 곡면도 표현이 가능하도록 CAD 분야의 최근 곡면 이론중 하나인 NURBS 곡면 기법을 이용하여 금형면을 자동 생성하는 방법을 제안하였다. 물론 최적의 금형설계는 금형설계자의 몫으로 남겠지만, 간단한 매개변수 입력만으로 금형 곡면을 자동 생성함으로써 성형해석을 위한 유한요소 데이터 및 금형면 CAD 데이터의 확보를 용이하게 하고 곡면 형상을 정량적으로 표현하고 관리할 수 있는 수단을 금형설계자들에게 제공하고자 하는 것이 본 연구의 주된 목표라 할 수 있다.

입구와 출구 형상을 NURBS 곡선으로 표현하고 금형길이 방향으로서는 3차 NURBS 곡선 보간법을 이용하여 전체 금형 형상을 하나의 NURBS 곡면화 하는 방법을 제안하였다. 금형길이 방향으로의 보간시 중간 조정점들에서의 가중치를 구하기 위하여 입구와 출구를 나타내는 NURBS 곡선상의 조정점들에서의 가중치를 선형 보간하는 방법을 제안하였다.



(a) Straight die



(b) Curved die

Fig. 10 Generation of extrusion die surface using NURBS surface : From circle to hexagon with corner radius

실제 산업현장에서 많이 사용되고 있는 여러 형태의 압출 제품에 대한 금형 곡면을 생성해본 결과 본 연구에서 제안한 제반 알고리즘의 효율성 및 신뢰성을 확인할 수 있었다.

향후에는 T형, H형, L형 등 보다 복잡한 형상에도 적용할 수 있도록 소성변형 및 금속유동(metal flow)등의 물리적인 개념이 접목된 보다 개선된 곡면 생성법에 대한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- (1) V. Nagpal and T. Altan, 1975, "Analysis of the Three-Dimensional Metal Forming in Extrusion of Shapes with Use of Dual Stream Functions", Proc. 3rd North American Met. Res. Conf. Pittsburgh, Pennsylvania, pp. 26~40.
- (2) V. Nagpal, 1977, "On the Solution of Three-Dime

- nsional Metal Forming Processes", J. Eng. Ind. Trans. ASME Series B. Vol. 99, pp. 624~629.
- (3) D.Y. Yang and C.H. Lee, 1978, "Analysis of Three-Dimensional Extrusion of Section through Curved Dies by Conformal Transformation", Int. J. Mech. Sci., Vol. 20, pp. 541~552.
- (4) J.S. Gunasekera and S. Hoshino, 1980, "Analysis of Extrusion of Non Circular Sections through Shaped Dies", Annals of CIRP, Vol. 29, pp. 141~145.
- (5) J.S. Gunasekera, H.L. Gegel, J.C. Malas and S.M. Doraivelu, 1982, "Computer Aided Process Modeling of Hot Forging and Extrusion of Aluminum Alloys", Annals of CIRP, Vol. 31, No. 1, pp. 131~136.
- (6) M. Kiuchi, 1984, "Overall Analysis of Non-Axisymmetric Extrusion and Drawing", Proc. of 12th NAMRC, pp. 111~119.
- (7) D.Y. Yang, C.H. Han and M.U. Kim, 1986, "A generalized method for analysis of three dimensional extrusion of arbitrarily shaped sections", Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, pp. 517~534.
- (8) K.F. Celik and N.R. Chitkara, 2000, "Application of an upper bound method to off centric extrusion of square sections, analysis and experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 42, pp. 321~345.
- (9) N.R. Chitkara and K.F. Celik, 2001, "Extrusion of non-symmetric T-shaped sections, an analysis and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 43, pp. 2961~2987.
- (10) K.F. Celik and N.R. Chitkara, 2002, "Extrusion of non-symmetric U and I-shaped sections through ruled-surface dies : numerical simulations and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 44, pp. 217~246.
- (11) 유동진, 임종훈, 2003, "B-스플라인 곡면 기법을 이용한 압출 급형 곡면의 표현 방법에 관한 연구", 한국소성가공 학회지, Submitted.
- (12) Les Piegl and Wayne Tiller, 1995, The NURBS Book, Springer.