

잠수체 주위 자유표면 유동의 수치계산

김용직^{†*}, 하영록*, 홍사영**

부경대학교 조선해양시스템공학과*, 한국해양연구원 해양시스템안전연구소**

Numerical Calculation of the Free-Surface Flows around a Submerged Body

Yong Jig Kim*, Young Rok Ha* and Sa Young Hong**

Dept. of Naval Architecture and Marine Systems Engineering, Pukyong National University *
Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering, KORDI**

Abstract

In this paper, the high-order spectral/boundary-element method is developed to calculate the 3-dimensional water waves generated by a submerged body. This method is one of the most efficient numerical methods by which the nonlinear gravity waves can be simulated in time-domain. Three-dimensional free-surface flows generated by a submerged sphere which is moving under the free-surface are calculated. Through example calculations, nonlinear effects on free-surface profiles and hydrodynamic forces are shown. Comparisons with others' results show good agreements.

※ Keywords: High-Order Spectral/Boundary-Element Method(고차 스펙트럴/경계요소법), 3-Dimension(3차원), Free-Surface Flows(자유표면 유동), Numerical Calculation(수치계산), Submerged Body(잠수체)

1. 서언

수치 파수조(numerical wave tank)는 자유표면과의 비선형/비정상(nonlinear/unsteady) 생성 변형과정을 자연현상 그대로 시간영역 수치계산을 통해 재현하고, 이로부터 공학적 정보를 얻는 해석수단이라 할 수 있다. 이 방법에서는 자유표면

경계조건과 물체표면 경계조건을 선형화하지 않고 엄밀하게 만족시킬 수 있으며, 시간영역에서 임의의 현상을 다룰 수 있으므로 적용성에 있어 근본적인 제약은 받지 않으며, 포텐셜유동으로 해석될 수 있는 자유표면유동의 다양한 문제들에 적용할 수 있다.

수치 파수조를 전산기를 이용하여 구현하는데 있어서, 큰 어려움들 중의 하나가 이에 소요되는 과중한 계산시간과 이로 인해 초래되는 문제들이다. 따라서 보다 효율적이고 우수한 새로운 수치해법의 개발은 매우 중요한 과제라고 할 수 있다.

접수일: 2002년 12월 31일, 승인일: 2003년 3월31일

† 주저자, E-mail : yjkim@pknu.ac.kr

Tel : 051-620-6483

이를 위해 본 논문에서는 잠수체에 의한 조파현상을 계산할 수 있는 3차원 고차 스펙트럴/경계요소법(high-order spectral/boundary-element method)을 개발하였다. 이 방법은 자유표면 요소수를 N_0 이라 할 때 그 계산량이 $N \log N_0$ 에 비례(N_0 이 클 때는 거의 선형적으로 비례)하여 증가하므로 기존의 수치해법들(경계요소법(Boo, 1998; 홍사영, 1994), 유한차분법(박종진 등, 1995), 유한요소법(Bai et al., 1992) 등)보다 매우 효율적인 수치해법이라 할 수 있다. 이 수치해법의 기본 정식화와 수치계산법을 보이고, 수면하에서 운동하는 잠수구에 의한 조파현상을 다룬다

2. 시간영역 경계치 문제의 정식화

자유표면 아래 무한 깊이의 유체내에서 물체가 초기 정지상태로부터 주어진 운동을 하는 경우를 대상으로 한다. 유체는 비점성, 비압축성이고 유체의 운동은 비회전성이라고 가정하며 표면장력은 무시한다. 좌표계는 원점을 정수면에 두고, z 축을 상방향으로 하는 직교 좌표계를 택한다.

위의 가정으로부터 속도포텐셜 $\phi(x, z, t)$ 를 도입하면 유체의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla_x^2 \phi + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \text{ in fluid region, } t \geq 0 \quad (1)$$

여기서 $x = (x, y)$ 는 수평면 내의 벡터를 표시하고, t 는 시간을 나타내며 $\nabla_x = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ 이다.

자유표면 $z = \eta(x, t)$ 에서의 속도 포텐셜 값을 표면 포텐셜(surface potential) $\phi^s(x, t)$ 로 하며, 이는 다음과 같이 표현된다.

$$\phi^s(x, t) = \phi(x, \eta(x, t), t) \quad (2)$$

각 순간의 자유표면상에서 만족되어야 하는 운동학적(kinematic) 경계조건과 동력학적(dynamic) 경계조건을 ϕ^s 를 이용하여 각각 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_x \phi^s \cdot \nabla_x \eta \\ - (1 + \nabla_x \eta \cdot \nabla_x \eta) \cdot \Phi_z(x, \eta, t) = 0, \\ \frac{\partial \phi^s}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} \nabla_x \phi^s \cdot \nabla_x \phi^s \\ - \frac{1}{2} (1 + \nabla_x \eta \cdot \nabla_x \eta) \Phi_z^2(x, \eta, t) = 0, \\ \text{on } z = \eta(x, t), t \geq 0 \quad (3) \end{aligned}$$

여기에서 g 는 중력 가속도이다.

각 순간의 물체표면상에서 만족되어야 하는 물체 표면 경계조건은

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = V(t) \cdot n \text{ on the body surface, } t \geq 0 \quad (4)$$

이며, 여기에서 n 는 유체 밖으로 향한 단위 법선 벡터이고, $V(t)$ 는 물체의 속도벡터이다. 물체로부터 무한히 떨어진 곳에서 만족되어야 하는 무한원방 경계조건은 다음과 같고,

$$\left. \begin{aligned} \nabla \phi \rightarrow 0 \\ \phi < \infty \end{aligned} \right\} \text{ as } R \rightarrow \infty, t \geq 0 \quad (5)$$

여기에서, $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ 이다. 정수면에서의 초기조건은 다음과 같다.

$$\phi = \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \text{ on } z = 0, t = 0. \quad (6)$$

3. 고차 스펙트럴/경계요소법

시간의 진행에 따른 수면변위 η 와 표면 포텐셜 ϕ^s 의 변화는 자유표면 경계조건식(3)을 시간에 따라 적분하여 얻을 수 있으므로, 각 순간에서의 공간상의 경계치 문제는 $z = \eta$ 에서 Dirichlet 경계조건으로서 ϕ^s 가 주어졌을 때 식(1)의 Laplace 방정식과 식(4), 식(5)의 경계조건을 만족하는 속도 포텐셜 $\phi(x, z, t)$ 를 구하는 문제가 된다.

속도포텐셜 ϕ 를 다음과 같이 M 항까지의 급수로 표현하며,

$$\phi(x, z, t) = \sum_{m=1}^M \phi^{(m)}(x, z, t) \quad (7)$$

$\phi^{(m)}$ 을 $O(\epsilon^m)$ 이라 가정한다. 여기서 ϵ 은 작은 양으로서 파 기울기(wave steepness)정도의 척도이다.

$z = \eta$ 에서의 표면 포텐셜 ϕ^s 를 각각의 속도 포텐셜 $\phi^{(m)}$ 의 $z=0$ 에 대한 Taylor 급수로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi^s(x, t) &= \Phi(x, \eta, t) \\ &= \sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial z^k} \phi^{(m)}(x, 0, t) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

이 식을 각 차수별로 정리하면, 다음과 같이 $\phi^{(m)}$ 에 대한 $z=0$ 에서의 경계조건을 얻는다.

$$\begin{aligned} \phi^{(m)}(x, 0, t) &= \begin{cases} \phi^s(x, t), & m=1 \\ -\sum_{k=1}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial z^k} \phi^{(m-k)} \right]_{z=0}, & M \geq m \geq 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

임의의 물체운동을 포함하는 해를 구하기 위해 $\phi^{(m)}$ 을 다음과 같이 파 포텐셜(wave potential) $\phi_w^{(m)}$ 과 물체 포텐셜(body potential) $\phi_b^{(m)}$ 의 합으로 나타내고,

$$\phi^{(m)} = \phi_w^{(m)} + \phi_b^{(m)} \quad (10)$$

$\phi_t^{(m)}$ 은 식(1)의 Laplace 방정식과 식(5)의 무한 원방 경계조건외에 다음의 경계조건들을 만족하는 포텐셜로 한다.

$$\phi_b^{(m)} = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &\nabla \phi_b^{(m)} \cdot \underline{n} \\ &= \begin{cases} \underline{V}(t) \cdot \underline{n} - \nabla \phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & m=1 \\ -\nabla \phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & M \geq m \geq 2 \end{cases} \\ &\quad , \text{ on the body surface} \end{aligned} \quad (12)$$

$\phi_t^{(m)}$ 은 $z=0$ 에서 식(11)을 만족하므로, $\phi^{(m)}$ 이 식(9)의 경계조건을 만족하기 위해서는 $\phi_w^{(m)}$

은 $z=0$ 에서 다음의 경계조건을 만족하여야 하며,

$$\begin{aligned} \phi_w^{(m)}(x, 0, t) &= \begin{cases} \phi^s(x, t), & m=1 \\ -\sum_{k=1}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial z^k} (\phi_w^{(m-k)} + \phi_b^{(m-k)}) \right]_{z=0}, & M \geq m \geq 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

이외에 식(1)의 Laplace 방정식과 식(5)의 경계조건을 만족하여야 한다.

각각의 경계치 문제의 해 $\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 의 합으로 얻어지는 속도 포텐셜 Φ 는 식(8)의 급수가 유효한 범위내에서 자유표면에 주어진 Dirichlet 경계조건과 식(1), 식(4), 식(5)로 이루어진 각 순간의 경계치 문제의 해가 된다.

식(13)의 우변이 ϕ^s 와 $(m-1)$ 차까지의 해만을 포함하므로 각 순간에서 η 와 ϕ^s 가 주어지면 $\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 은 오름차순으로 순차적으로 구해갈 수 있다.

고차 스펙트럴/경계요소법은 이상의 $\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 에 대한 공간상의 경계치 문제들을 각각 고차 스펙트럴법(Dommermuth and Yue, 1988)과 고차 경계요소법(Boo, 1998; 홍사영, 1994)에 의해 풀고, 식(3)을 적절한 시간적분법에 의해 수치적분함으로써 시간영역에서의 해를 순차적으로 계산해 나가는 방법이다. 이 수치해법을 이용한 2차원 문제들의 연구로 김용직과 황종홀(1992), 김용직(1994), 김용직과 김선기(2002) 등이 있다.

참고로, 식(3)의 $\Phi_z(x, \eta, t)$ 는 $\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 으로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\Phi_z(x, \eta, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^{k+1}}{\partial z^{k+1}} (\phi_w^{(m)} + \phi_b^{(m)}) \right]_{z=0} \quad (14)$$

4. 수치계산법

4.1 고차 스펙트럴법

파 포텐셜 ϕ_w 의 수치계산은 고차 스펙트럴법

(Dommermuth and Yue, 1988)에 의해 수행된다. ϕ_w 의 수치계산을 위해 정수면의 계산영역을 x 축방향 길이 L , y 축방향 길이 W 로 정하고, x 축방향으로 P 개, y 축방향으로 Q 개로 각각 균등분할하여 수평면상의 절점들을 정한다. 이 사각 영역에서 각 차수별 포텐셜 $\phi_w^{(m)}$ 을 다음과 같이 Eigen함수 전개식(복소 Fourier급수)으로 표현한다.

$$\phi_w^{(m)}(x, z, t) = \sum_{l=-Q/2}^{Q/2} \sum_{n=-P/2}^{P/2} A_{nl}^{(m)}(t) \Psi_{nl}(x, z) \quad (15)$$

여기서,

$$\Psi_{nl}(x, z) = \exp[(k_n^2 + k_l^2)^{1/2}z + i(k_n x + k_l y)],$$

$$k_n = 2\pi n/L, \quad k_l = 2\pi l/W,$$

이다. 복소값 $A_{nl}^{(m)}(t)$ 는 식(13)의 Dirichlet 경계 조건을 만족하도록 Fast Fourier 변환법(Brigham, 1988)인 FFT를 이용하여 구한다. 식(14)에서의 z 방향 미분값들은 $A_{nl}^{(m)}(t)$ 에 $(k_n^2 + k_l^2)^{1/2}$ 를 곱한 후 이를 역시 FFT를 이용 역변환(inverse transform)하여 계산한다.

식(3)의 η 와 ϕ^s 의 x 와 y 에 대한 미분은 η 와 ϕ^s 를 다음과 같이 FFT를 이용하여 변환한 후,

$$\eta(x, t) = \sum_{l=-Q/2}^{Q/2} \sum_{n=-P/2}^{P/2} \eta_{nl}(t) \Psi_{nl}(x, 0) \quad (16)$$

$$\phi^s(x, t) = \sum_{l=-Q/2}^{Q/2} \sum_{n=-P/2}^{P/2} \phi_{nl}^s(t) \Psi_{nl}(x, 0) \quad (17)$$

$\eta_{nl}(t)$ 와 $\phi_{nl}^s(t)$ 에 ik_n 또는 ik_l 을 각각 곱하고 이들을 다시 FFT를 이용 역변환하여 계산한다.

η 와 ϕ^s 의 시간에 따른 변화는 초기조건으로부터 출발하여 식(3)을 시간적분함으로써 계산하며, 시간적분법으로는 4차 Runge-Kutta 적분법을 사용하였다.

장시간 시뮬레이션을 할 때 파가 계산영역 밖으로 전파되는 것(본 수치해법의 공간반복성 때문에 이는 반대쪽 끝단에서 재유입됨)을 막기 위해 소파기구가 필요하다. 이를 위해 매 시간스텝에서

수면변위 η 와 표면포텐셜 ϕ^s 에 대해 계산영역의 x 방향 양끝단(음의 방향 끝단 x 좌표 x_1 , 양의 방향 끝단 x 좌표 x_2)에서 다음의 소멸함수(tapering function)를 곱하여 파를 소멸시켰다.

$$\Omega(x, \Delta) = \begin{cases} 1 & , x_1 + \Delta < x < x_2 - \Delta \\ \Pi(f) & , x_1 \leq x \leq x_1 + \Delta \text{ or } x_2 - \Delta \leq x \leq x_2 \end{cases} \quad (18)$$

여기서,

$$\Pi(f) = 1 - 462f^6 + 1980f^7 - 3465f^8 + 3080f^9 - 1386f^{10} + 252f^{11},$$

$$f = \begin{cases} (x_1 + \Delta - x)/\Delta & , x_1 \leq x \leq x_1 + \Delta \\ (x - x_2 + \Delta)/\Delta & , x_2 - \Delta \leq x \leq x_2 \end{cases},$$

$$\Delta = 0.5\lambda_o, \quad \lambda_o = 2\pi U^2/g$$

이며, U 는 구의 전진속도이다.

비선형 자유표면파를 시뮬레이션할 때는 단파장 성분에 의해 파형의 일그러짐이 나타날 수 있다. 수치계산시 이 단파장 성분에 의한 파형의 일그러짐을 억제하기 위해서 매 계산스텝마다 식(16)과 식(17)의 $\eta_{nl}(t)$ 와 $\phi_{nl}^s(t)$ 에 다음의 순정함수(smoothing function)를 곱하였다.

$$A(k_n, k_l, \nu) = \begin{cases} 1, & 2 |n| / P \text{ and } 2 |l| / Q \leq \nu \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

여기서, ν 는 주어진 파라메타이다.

4.2 고차 경계요소법

물체 포텐셜 ϕ_b 의 수치계산은 고차 경계요소법(홍사영, 1994)에 의해 수행된다. $\phi_b^{(m)}$ 을 물체 표면과 정수면위의 이미지에 용출정(source)와 법선 더블릿(normal doublet)을 분포시켜 나타내기로 하고 다음과 같은 Green 함수 $G(P, M)$ 을 도입한다.

$$G(P, M) = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \quad (20)$$

여기에서 P : field point

M : source point

$$r_1: [(x_P - x_M) + (y_P - y_M) + (z_P - z_M)]^{1/2}$$

$$r_2: [(x_P - x_M) + (y_P - y_M) + (z_P + z_M)]^{1/2}$$

유체영역 D_w 내에서 포텐셜 $\phi_b^{(m)}$ (이후부터 편의상 Ψ 로 표시한다)와 Green 함수 $G(P, M)$ 에 Green 정리를 적용하면, 다음의 적분 관계식을 얻는다.

$$\int \int_{S_M} \left[\frac{\partial \Psi(M)}{\partial n} G(P, M) - \Psi(M) \frac{\partial G(P, M)}{\partial n_M} \right] dS_M$$

$$= \begin{cases} 4\pi \Psi(P) & \text{for } P \in D_w & (21) \\ 2\pi \Psi(P) & \text{for } P \in S_M & (22) \\ 0 & \text{for } P \notin D_w \cup S_M & (23) \end{cases}$$

여기에서 S_M : 침수표면
 $\Psi(M)$: 법선 더블릿의 세기
 $\frac{\partial \Psi(M)}{\partial n}$: 용출점의 세기

물체표면에 분포되는 특이점의 세기를 결정하기 위해 식(22)을 이용하는데, 물체표면 경계조건으로부터 용출점의 세기 $\frac{\partial \Psi(M)}{\partial n}$ 은 주어지므로 기지의 항을 우변으로 모으면 다음 식으로 표현되는 제2종 Fredholm 적분방정식을 얻는다.

$$2\pi \Psi(P) + \int \int_{S_M} \Psi(M) \frac{\partial G(P, M)}{\partial n_M} dS_M$$

$$= \int \int_{S_M} \frac{\partial \Psi(M)}{\partial n} G(P, M) dS_M, P \in S_M \quad (24)$$

Ψ 에 대한 이 적분 방정식의 수치해를 구함으로써 더블릿의 세기가 결정된다.

8점 경계요소법(8 node bi-quadratic element method; 홍사영, 1994)을 사용하였으며, 8점요소는 4변을 갖는 곡면요소를 각 변의 모서리의 4절점(rode point)과 각 변의 중간에 위치하는 4절점의 합인 8개의 절점으로 표시하고, 각 절점은 사상된 평면에서 직교성을 갖는 2개의 변수의 2차함수로 적합(fitting)된다. 각 곡면요소내의 모든 변수는 각 절점에 대응하는 형상함수(shape function)

와 그 절점에서의 변수값의 곱들을 더하여 다음과 같이 나타내어진다.

$$x_j = \sum_{k=1}^8 N^k x_j^k, \quad y_j = \sum_{k=1}^8 N^k y_j^k, \quad z_j = \sum_{k=1}^8 N^k z_j^k$$

$$\Psi_j = \sum_{k=1}^8 N^k \Psi_j^k, \quad \Psi_{nj} = \sum_{k=1}^8 N^k \Psi_{nj}^k \quad (25)$$

여기서 밑첨자 j는 곡면요소의 번호를 나타내며 윗첨자 k는 국부 절점번호(local nodal number)를 표시하며, 사용된 형상함수들은 홍사영(1994)에서와 같다.

식(24)를 표면요소에 대해 이산화하면,

$$\Psi_i + \sum_{j=1}^{N_E} \frac{1}{2\pi} \int \int_{\wedge S_j} \Psi_j \frac{\partial G}{\partial n} ds$$

$$= \sum_{j=1}^{N_E} \frac{1}{2\pi} \int \int_{\wedge S_j} \Psi_{nj} G ds \quad (i=1, N_E) \quad (26)$$

와 같고 여기서 N_E 는 물체표면에서의 표면요소수이다.

8점 경계요소법에 의해 식(26)을 각 절점값에 대한 형태로 정리하고, 국부 절점번호를 전체 절점번호로 변환하면 다음과 같이 전체 절점수(N_D)만큼의 연립 대수방정식이 얻어진다.

$$A_{ij} \Psi_j = B_{ij} \Psi_{nj}, \quad (i=1, N_D)$$

$$A_{ij} = C_i^* \delta_{ij} + \sum_{m=1}^N \frac{1}{2\pi} PV \int \int_{\wedge S_{j(m)}} N^{k(m)} \frac{\partial G}{\partial n} ds$$

$$B_{ij} = \sum_{m=1}^N \frac{1}{2\pi} \int \int_{\wedge S_{j(m)}} N^{k(m)} G ds \quad (27)$$

- N : 절점 j 를 포함하는 곡면요소수
- $k(m)$: m 번째 곡면요소에서 절점 j 에 대응하는 국부 절점번호
- C_i^* : i -node에서의 solid angle $C_i / 2\pi$
- δ_{ij} : Kronecker delta function
- N_D : 전체 절점수

Solid angle C_i 는 계산점 i 의 형상을 나타내는 것으로 다음식에 의해 계산된다.

$$C_i = 4\pi - \iint_{S_u - S_{e,i}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_1} \right) ds \quad (28)$$

여기에서 $S_{e,i}$ 는 i 절점 주위의 미소 면적이다.

식(27)의 대수방정식을 풀어 각 절점에서의 속도포텐셜이 구해지면 형상함수의 미분으로부터 물체표면에서의 접선속도를 구하고, 이 접선속도들과 경계조건에서 주어진 법선속도를 변환하여 각 좌표축 방향의 유속들을 계산한다.

유체영역 D_w (정수면 포함)에서의 유속은 식(21)을 미분하여 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \nabla_P \Psi(P) = & \frac{1}{4\pi} \iint_{S_u} \left[\frac{\partial \Psi(M)}{\partial n} \nabla_P G(P, M) \right. \\ & \left. - \Psi(M) \nabla_P \frac{\partial G(P, M)}{\partial n_M} \right] dS_M \quad (29) \end{aligned}$$

또한, 본 수치계산에서 곡면요소에 대한 면적분들은 곡면을 표현하는 좌표변환함수(mapping function or shape function)가 결정되면 변환관계를 나타내는 Jacobian을 도입하여 사상된 평면에서 수행하였다. 본 계산에서 이들 면적분에는 Gauss-Legendre quadrature를 이용하였으며, 계산점과 적분면과의 거리에 따라 2*2점에서 12*12점까지의 적분식을 적절히 사용하였다. 특히, 계산점이 적분면 내에 위치하는 특이 면적분(singular surface integral)의 경우는 특이점 근처에서의 급격한 변화를 수치적으로 잘 반영하기 위해 quadrature point를 특이점 근처로 집중시키는 3차항수 변환법(bi-cubic transformation; 홍사영, 1994)을 사용하였다.

5. 계산결과 및 고찰

계산으로 잠수된 구가 전진할 때의 조파 문제를 다룬다. 구의 직경은 D 이고, 잠수깊이 h 는 정수면에서 구 중심까지의 거리를 나타낸다. 초기 정지 상태에서부터 속도가 선형적으로 증가하여 T_{acc} 시간 후에 일정속도 U 에 도달하는 것으로 하며, 각 순간의 x 방향 속도 $u(t)$ 는 다음과 같이 준다.

$$u(t) = \begin{cases} -Ut/T_{acc}, & 0 \leq t < T_{acc} \\ -U, & T_{acc} \leq t \end{cases} \quad (30)$$

구 표면 요소수를 결정하기 위해 고차 경계요소법으로 무한유체중 전진시 유동문제를 별도로 계산하였다. 좌우대칭성을 이용한 계산에서 구 반쪽면을 요소수(N_E) 16개, 절점수(N_D) 49개로 분할했을 때 최대 접선속도가 해석해와 비교하여 0.124%의 상대오차를 줄을 확인하였고, 이후의 계산에서 구표면은 모두 이 요소수를 사용하였다.

Fig. 1에는 잠수깊이 $h=1.2D$ 에서 전진하는 구에 의해 발생된 파형을 보인다. 첫 첨자 *가 붙여진 시간들은 D/U 로 무차원화된 시간들을 나타낸다. $F_n = U/\sqrt{gD} = 0.5774$ 이며, 무차원 가속 시간 $T_{acc}^* = 1.0$ 이다. 계산시 시간증분 $\Delta t^* = 1/20$ 이었고, $t^* = 20$ 일때의 파형이므로 총 400 시간스텝을 계산한 결과이다. 공간고정 좌표계에서 계산되었으며, 구의 위치는 출발시 $x/D=11.5$, $t^* = 20$ 일 때 $x/D=-8$ 인 x 축 아래에 있다. 공간고정 좌표계에서의 계산시 물체와 자유표면상 절점들의 상대적인 위치가 계속 바뀌므로 매 시간마다 자유표면에의 영향계수들을 새로 계산해야 하므로 계산시간 면에서 불리하고, 전진방향 계산영역이 넓어지므로 불리하다. 따라서 이러한 단점들을 피하기 위해 이후의 계산은 물체고정 이동좌표계에서 수행하였다.

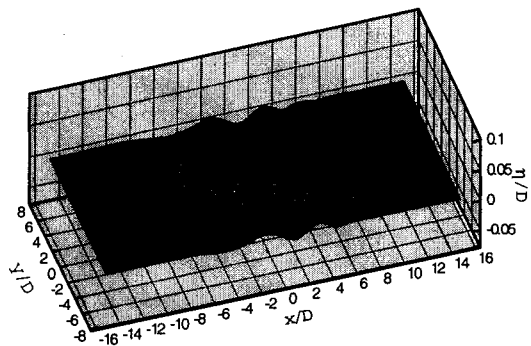


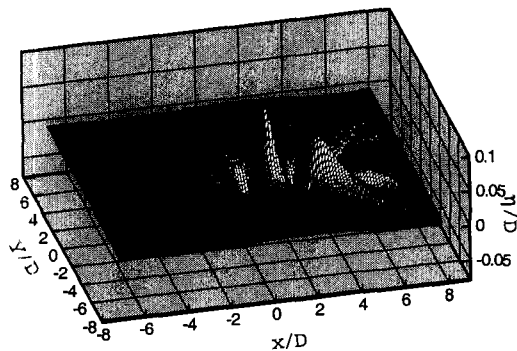
Fig.1 Free-surface waves calculated in the space-fixed coordinate at $t^*=20$.

($h=1.2D$, $F_n=0.5774$, $L/D=30$, $W/D=15$, $P=256$, $Q=128$, $\Delta t^*=1/20$, $T_{acc}^*=1.0$, $M=3$, $\nu=0.9$)

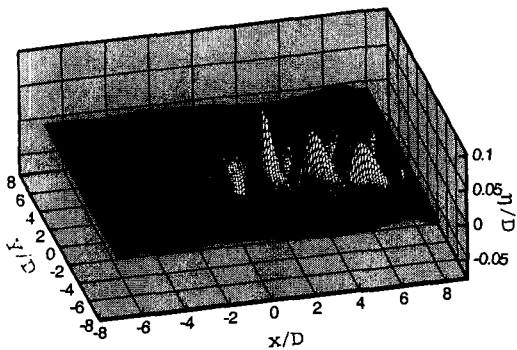
Fig. 2에는 잠수구의 Fig. 1에서와 같은 전진 운동에 대해 이동좌표계에서 계산한 파형이 $t^*=10$ 과 $t^*=20$ 에 대해 보여지고 있다. 구의 위치는 좌표계 원점 아래이다. 자유표면 계산영역은 $15D \times 15D$ 이며 요소수는 $128 \times 128=16,384$ 개이다. 비선형 파라메터 $M=5$ 이고, 시간증분 $\Delta t^*=1/30$ 이며 $t^*=20$ 까지 총 600스텝을 계산하였다.

Fig. 3에는 x 축상의 파형들이 보여지고 있고, Fig. 4에는 항력계수 $C_D (= F_x / 0.5\rho\pi D^2 U^2)$ 와 양력계수 $C_L (= F_z / 0.5\rho\pi D^2 U^2)$ 의 계산결과들이 보여지고 있다. 항력계수 C_D 는 초기 가속구간 동안 (부가질량과 가속도의 곱에 해당하는) 관성력이 대부분을 차지하는 유체력을 보이다가 등속

운동 구간에서는 조파저항만에 의한 유체력을 보이고 있다. 초기 시간스텝에서의 $C_D=0.163$ 으로부터 산출한 부가질량은 구 배수질량의 0.489배이며, 이는 무한유체중 구의 부가질량 0.5배보다 약 2% 작다. Fig. 4의 항력과 양력은 등속운동구간에



(a) $t^*=10$.



(b) $t^*=20$.

Fig. 2 Free-surface waves calculated in the body-fixed moving coordinate ($h=1.2D$, $Fr=0.5774$, $L/D=W/D=15$, $P=Q=128$, $\Delta t^*=1/30$, $T_{acc}^*=1.0$, $M=5$, $\nu=0.9$)

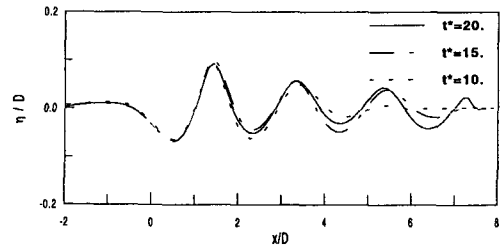


Fig. 3 Wave profiles on the center line $y=0$. (Calculation parameters are the same as in Fig.2)

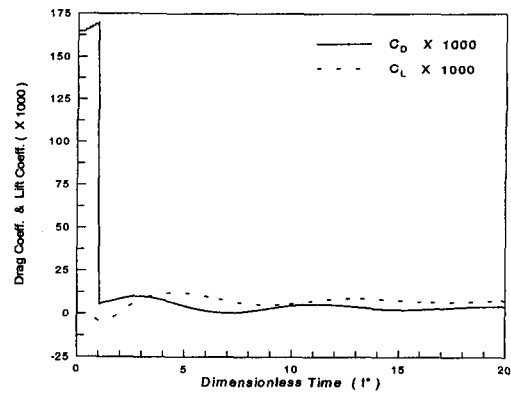


Fig. 4 Time-histories of drag and lift coefficients. (Calculation parameters are the same as in Fig.2)

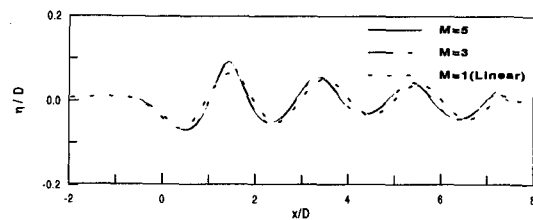


Fig. 5 Nonlinear effects on wave profiles at $t^*=20$. (Calculation parameters are the same as in Fig.2 except M)

서도 일정값으로 바로 수렴하지 않고 상당한 진동 양상을 보이고 있다. Fig. 3에 보여진 파형에서도 물체근방 파형이 다소 진동함을 볼 수 있다. 이러한 진동양상은 이 경우 가속방법이 충분히 점진적이지 못하여 초기의 다소 급한 가속이 작지않은 과도파를 발생시키고, 이후 이 과도파가 계속 영향을 주고 있기 때문이다.

Fig. 5에는 파형에 대한 비선형 파라미터 M에 따른 비선형 효과가 보여지고 있고, Fig. 6과 Fig. 7에는 항력계수와 양력계수에 대한 비선형 효과가 보여지고 있다. 이들에서 M=1 즉, 선형경우는 M=3, M=5인 비선형 경우들에 비해 상당한 차이를 보이지만 M=3과 M=5의 두 경우는 그 차이가 매우 작음을 알 수 있다. 선형결과와 비선형결과를 비교하여 보면 비선형효과가 파형을 보다 가파르게 파의 위상속도를 보다 빠르게 하며, 항력을 다소 증가시키고 양력을 다소 감소시킴을 알 수 있다.

본 수치계산의 검증을 위해 다른 계산결과들과의 비교를 수행하였다. Fig. 8에는 잠수깊이 $h=1.0D$ 일 때 전진하는 구에 의한 파형을 Lee et al.(1994)의 계산결과와 비교하였다. Lee et al.의 계산은 물체표면과 자유표면 모두를 9절점 고차 경계요소법으로 계산한 결과이다. 두 파형이 대체로 일치함을 볼 수 있다. 본 계산 파형은 충분한 요소분할로 부드러운 파형이 보여지고 있으나 Lee et al.의 계산은 요소수가 충분하지 못해 파형이 다소 매끄럽지 못하다고 할 수 있다. Fig. 9와 Fig. 10에는 각각 항력계수와 양력계수의 계산결과들을 Lee et al.(1994)과 Xu et al.(1989)의 계산결과와 비교하였다. Xu et al.의 결과는 선형 삼각패널을 이용한 경계 요소법에 의한 비선형 계산 결과이다. 본 계산결과는 대체로 Lee et al.의 결과와 잘 일치한다고 할 수 있다.

본 계산방법은 잠수체의 임의 운동에 의한 조파 문제에 효율적으로 적용할 수 있다. 다른 계산 예로서 Fig. 11에는 수면아래에서 수평방향으로 원 궤적의 운동을 하는 구에 의해 발생하는 파형이 보여지고 있다. 운동궤적은 원점을 중심으로 하는 반경 2D의 원이며, 잠수깊이는 1.0D이다. 이 경우에도 효율적인 계산을 위해 물체고정 이동 좌표계

에서 계산을 수행하였다.

본 고차 스펙트럴/경계요소법은 계산의 효율성 면에서 다른 계산법들보다 매우 우수하다. Fig. 2 ~ Fig. 4에 보여진 계산의 경우(자유표면 절점수

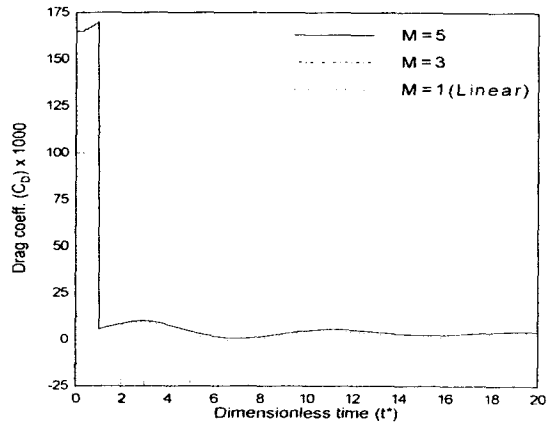


Fig. 6 Nonlinear effects on drag coefficient. (Calculation parameters are the same as in Fig.2 except M)

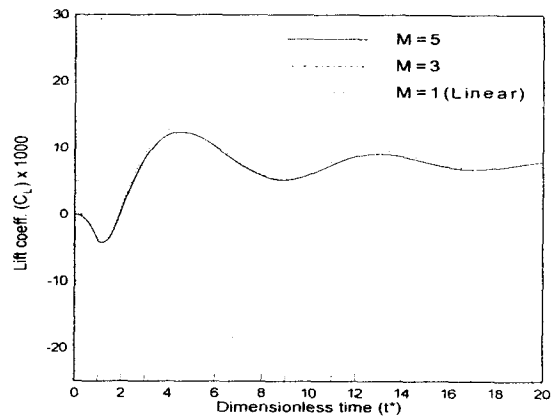
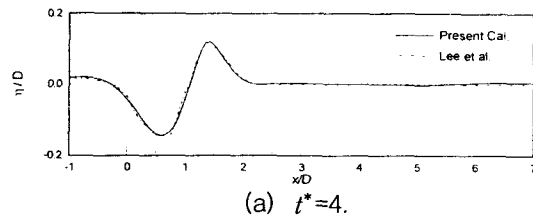


Fig. 7 Nonlinear effects on lift coefficient. (Calculation parameters are the same as in Fig.2 except M)



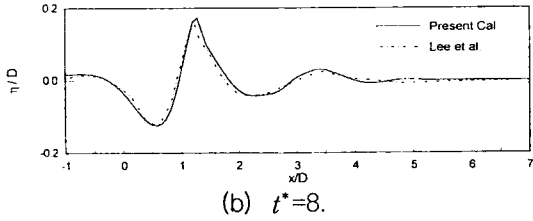


Fig. 8 Comparison of calculated wave profiles on $y=0$ with those of Lee et al..(Present calculation parameters: $Fn=0.5774$, $L/D=20$, $W/D=10$, $P=256$, $Q=128$, $\Delta t^*=1/30$, $T_{acc}^*=1.0$, $M=3$, $\nu=0.8$)

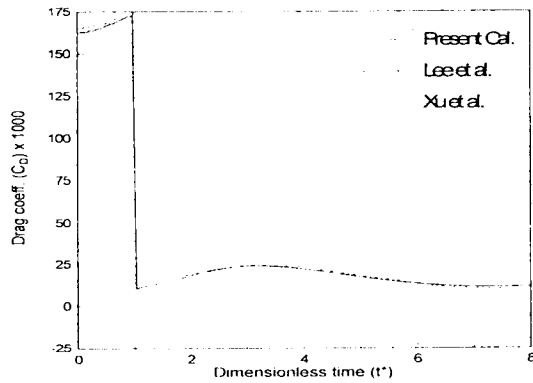


Fig. 9 Comparison of calculated drag coefficient with others' results. (Present calculation parameters are the same as in Fig. 8)

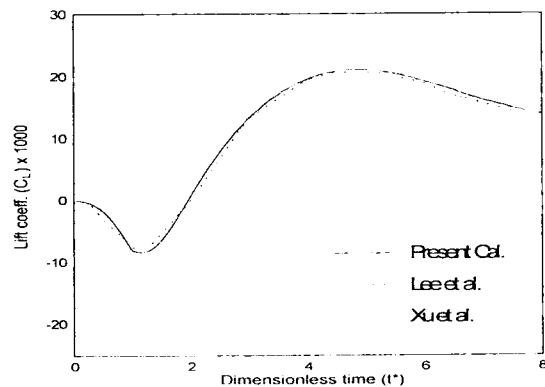


Fig. 10 Comparison of calculated lift coefficient with others' results.(Present calculation parameters are the same as in Fig. 8)

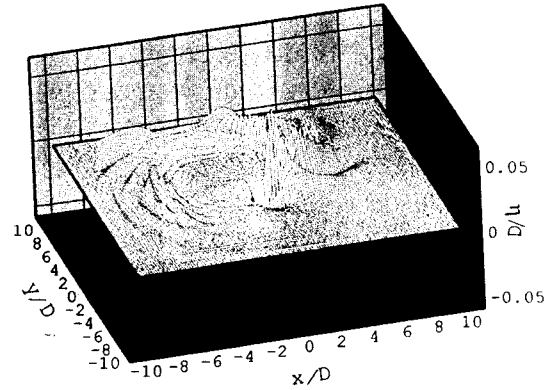


Fig. 11 Free-surface waves generated by a submerged sphere which is translating along a circular horizontal orbit.(Calculated in the body -fixed moving coordinate)

16,384개, 물체표면 절점수 49개인 경우) 펜티엄 333Mhz 개인 전산기로 한 스텝당 1.875분이 소요되어 총 600스텝 계산에 18.75시간이 소요되었다. 이는 고차경계요소법에 의한 Lee et al.(1994)의 계산(총 절점수 1,047개 사용)에서 Cray Y-MP 슈퍼 컴퓨터로 한 스텝당 3.865분이 소요되어 600스텝 계산에 38.65시간이 소요되는 것에 비해 매우 효율적임을 알 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 잠수체에 의한 3차원 조파현상을 시간영역에서 시뮬레이션 할 수 있는 고차 스펙트럴/경계요소법이 개발되었고, 수면아래에서 이동하는 구에 의한 조파현상이 다루어 졌다. 얻어진 주요결론은 다음과 같다.

- (1) 본 수치해법은 파 포텐셜의 계산에 FFT를 사용함으로써 자유표면 요소수를 N 이라 할 때 그 계산량이 $N \log N$ 에 비례(N 이 클 때는 거의 선형적으로 비례)하여 증가하는 매우 효율적인 수치해법이다.
- (2) 본 수치해법은 시간영역에서 비선형 조파현상을 효율적으로 계산할 수 있으므로 3차원 수치 파수조 구축에 유망한 수단이 될 수 있다.

- (3) 계산예로 보여진 전진하는 잠수구에 의한 조파현상에서, 자유표면 비선형 효과는 발생파를 선형해보다 가파르게 하고 위상속도도 빨라지게 하며, 항력과 양력에서도 영향을 미친다. 비선형 3차 해석과 5차 해석의 차이는 매우 작다.
- (4) 계산예로 보여진 전진하는 잠수구에 의한 조파현상의 계산결과들은 고차 경계요소법에 의한 Lee et al.의 계산결과들과 잘 일치한다.

향후 양력물체와 수면관통형 물체의 경우에 대한 연구가 필요하다고 생각된다.

후 기

본 논문은 1995년 한국학술진흥재단의 자유공모과제 연구비에 의해 수행된 연구결과의 일부를 밝히며, 지원에 감사 드린다.

참 고 문 헌

- 김용직, 1994, "2차원 수중익주위 비선형 자유 표면유동의 시간영역 시뮬레이션", 대한조선학회집, 제31권, 제2호, pp. 45-56.
- 김용직, 김선기, 2002, "초기 쇄파의 수치모사" 대한조선학회 논문집, 제39권, 제4호, pp. 1-10.
- 김용직, 황종흠, 1992, "고차 스펙트럴법에 의한 2차원 수치 파수조 개발에 관한 연구", 대한조선학회 논문집, 제29권, 제3호, pp. 131-139.
- 박종진, 정세민, 이영길, 이승희, 홍성완, 1995, "자유수면 아래서 전진하는 수중익 주위의 점성 유동 해석", 대한조선학회 논문집, 제32권, 제3호, pp. 72-82.
- 홍사영, 1994, "고차 경계요소법에 의한 선체주위 유동해석", 서울대학교 대학원, 조선해양공학과, 공학박사학위논문.
- Bai, K., Kim, J. and Lee, H., 1992, "A Localized Finite-Element Method for Nonlinear Free-Surface Wave Problems", Proc. 19th Symp. on Naval Hydrodynamics.
- Boo, S. Y., 1998, "Open Boundary Modeling for Fully Nonlinear Wave Simulation in a 3-D Numerical Wave Tank", 한국해양공학회지, 제12권, 제1호, pp. 99-106.
- Brigham, E.O., 1988, The Fast Fourier Transform, Prentice-Hall, Inc..
- Dommermuth, D.G. and Yue, D.K., 1988, "The Nonlinear Three-Dimensional Waves Generated by a Moving Surface Disturbance", Proc. 17th Symp. on Naval Hydrodynamics.
- Lee, C.C., Liu, Y.H. and Kim, C.H., 1994, "Simulation of Nonlinear Waves and Forces Due to Transient and Steady Motion of Submerged Sphere", Int. J. of Offshore and Polar Engineering, Vol. 4, No. 3, pp. 174-182.
- Xu, Q. and Mori, K.H., 1989, "Numerical Simulation of 3-D Nonlinear Water Waves by Boundary Element Method", J. Soc. Naval Arch. Japan, Vol. 165, pp. 9-15.



< 김 용 직 >



< 하 영 록 >



< 홍 사 영 >