

특집논문-33-08-1-05

유클리드 norm에 기반한 최적 비정규 리사이징 알고리즘

신 건 식*, 엄 지 윤*, 이 학 무*, 강 문 기*

L_2 -Norm Based Optimal Nonuniform Resampling

Gun Shik Shin*, Jiyoon Um*, Hak Moo Lee* and Moon Gi Kang*

요 약

신호를 원하는 해상도의 신호로 다시 샘플링하기 위해 일반적으로 쓰이는 방법은 원래의 영상을 연속된 모델로 나타낸 후 이를 원하는 해상도의 신호로 다시 샘플링하는 것이다. 이산 신호를 연속 신호로 바꿀 때 이용하게 될 $B-spline$ 함수는 다른 기저함수에 비해 진동하는 성향이 적고 작은 계수로 표현이 가능하다. 디지털 신호를 $B-spline$ 모델로 표현하고 이 $spline$ 신호를 새로운 해상도로 다시 샘플링하게 되면 $B-spline$ 에 기반한 비정규 리사이징이 된다. 이때 해상도는 공간에 따라 변하는 변환함수에 의해 결정하게 된다. 이 방법은 구현하기 좋지만 정보를 손실하는 약점이 있으므로 이를 극복한 최적 비정규 알고리즘을 제안한다. 최적의 비정규적인 수식 유도를 위해, 다시 샘플링된 신호는 변환 함수로 결정된 shift varying $spline$ 의 조합으로 나타내게 된다. 원래의 영상에 가장 가까운 함수를 선택함으로써 이 함수는 일반화될 수 있다.

Abstract

The standard approach to signal resampling is to fit the original image to a continuous model and resample the function at a desired rate. We used the compact $B-spline$ function as the continuous model which produces less oscillatory behavior than other basis functions. In the case of nonuniform resampling based on a $B-spline$ model, the digital signal is fitted to a spline model, and then the fitted signal is resampled at a space varying rate determined by the transformation function. It is simple to implement but may suffer from artifacts due to data loss. The main purpose of this paper is the derivation of optimal nonuniform resampling algorithm. For the optimal nonuniform formulation, the resampled signal is represented by a combination of shift varying splines determined by the transformation function. This optimal nonuniform resampling algorithm can be verified from the experiments that it produces less errors.

I. 서론

리사이징은 영상의 크기를 늘이고 줄이거나 영상왜곡을 보정하는 등 영상처리 분야에서 꼭 필요한 기법이다. 기본적으로 연속된 모델 중 가장 많이 이용되어 온 것 중 하나는 Shannon의 표본화 이론의 sinc 함수이다^[1]. 그러나,

sinc에 기반한 함수는 여러 가지 문제점을 안고 있다. 첫째, sinc함수는 실제로 구현 불가능한 필터 계수가 무한개인 이상적인 필터에 의존하고 있다. 둘째, 유한한 필터 계수를 구하기 위해 특정부분만 계수로 취할 경우 (windowing) sinc함수가 감쇄되는 정도가 매우 느려서 적은 수의 필터 계수로는 근사화시킬 수가 없다. 또한 끝부분에서는 Gibbs 현상이 발생하게 되어 신호에 왜곡을 발생시키게 된다. 따라서 이러한 sinc의 여러 가지 문제점으로 인해 sinc에 기반한 함수보다 수학적으로 다루기

* 연세대학교 전기전자공학과
Dept. of Electric and Electronic Engineering, Yonsei University

쉬운 다항식에 기반한 함수, 그중에서도 B -spline 함수가 최근에 많이 이용되기 시작했다^[2]. 다항 spline 알고리즘의 성능은 정해진 n 차의 연속 모델이 원래 다항식을 얼마나 정확하게 표현할 수 있는지가 관건이다^{[3][4]}. 높은 차수의 모델이 낮은 차수의 모델에 비해 영상 리사이징에서 잘 작용하지만 그것은 정보 손실을 최소화하지 않으므로 최적의 결과를 보이지 않는다. 최근에, Unser 등^[5]은 같은 spline 함수를 이용하면서 리사이징 전에 연속적인 전필터(prefilter)를 통과시키는 방법을 고안하였다. 위 논문에서는 원영상에 리사이징된 영상을 직교 투사하여 최소 제곱으로 최적인 영상을 구한다. 그러나 위 방법은 높은 차수의 spline 최적 필터를 정확히 구현하기가 어렵고, 리샘플링되는 점들간의 공간이 일정하다는데 있다. 따라서 기하학적 변환이나 비정규적인 간격의 고해상도 영상 복원을 위한 리사이징에 응용할 수 없었다.

본 논문에서는 선형 변환에 근거를 둔 이전의 최적 리사이징을, 비선형으로 변환된 영상을 원래의 샘플링 공간으로 직교 투사킴으로써 비선형 변환에 근거를 둔 최적 리사이징으로 확장한다. 이를 통해 기존의 리사이징 방법으로는 접근할 수 없었던 응용 분야로까지 확장 가능성을 볼 수 있다.

II. 다항 spline 함수

1. spline 다항식 공간

최적 리사이징을 식으로 나타낼 때, 신호는 평활한 조건을 갖는 n 차 구간 spline 다항식으로 표현할 수 있으며 다항식과 다항식의 $(n-1)$ 차까지의 미분식은 연속적이어야 한다. spline 함수 공간 S_1^n 은 다음과 같이 정의된다^[6].

$$S_1^n = s^n(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c(k)\beta^n(x-k) : c \in l_2 \quad (1)$$

여기서 $\beta^n(x)$ 는 대칭인 n 차 spline 다항식이고 l_2 는 에너지 유한한 이산 벡터 공간이다. 데이터의 값을 위와 같은 모델로 표현하려면 이산 신호 $s(k)_{k \in Z}$ (Z 는 정수집합)를 보간할 $s^n(x)$ 의 B -spline 계수, 즉 $c(k)$ 를 구해야한다.

식(1)을 초기 비율로 리샘플링한 데이터열을 $s(k')$ 라고 한다면, $s(k')$ 는 계수와 이산 spline의 이산 컨벌루션과 같은 연산으로 표현될 수 있다.

$$s(k') = \sum_{k=0}^{N-1} c(k)\beta_n(k'-k) \quad (2)$$

여기서 k 는 $k=0, 1, \dots, N-1$ 이며 N 은 주어진 데이터 열의 개수이다. 함수 $\beta_n(\cdot)$ 의 대칭성을 이용하면 위의 식은 다음과 같은 선형식으로 나타낼 수 있다.

$$s_1 = B_1 c_1. \quad (3)$$

여기서,

$$B_1 = \begin{bmatrix} \beta^n(0) & \beta^n(1) & \cdots & \beta^n(N-1) \\ \beta^n(1) & \beta^n(0) & \cdots & \beta^n(N-2) \\ \beta^n(2) & \beta^n(1) & \cdots & \beta^n(N-3) \\ \vdots & & & \vdots \\ \beta^n(N-1) & \beta^n(N-2) & \cdots & \beta^n(0) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$s_1 = [s(0) \ s(1) \ s(2) \ \cdots \ s(N-1)]^T$$

$$c_1 = [c(0) \ c(1) \ c(2) \ \cdots \ c(N-1)]^T$$

행렬 B_1 은 Toeplitz 행렬이며 정방 행렬이므로 계수는 다음 식에 의해 간단히 구할 수 있다.

$$c_1 = B_1^{-1} s_1. \quad (5)$$

행렬 B_1 의 구조적인 특성에 의해 Levinson 알고리즘과 같이 빠른 알고리즘을 이용해 역행렬 c_1 을 빠르게 계산할 수 있다.

spline 다항식의 일반화된 근사화를 위해 샘플링률이 변환함수 $r(x)$ 에 의존하는 비정규 샘플링이 가능한 일반화된 spline 다항식을 다음과 같이 정의한다.

$$S_r^n = s_r^n(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_r(k)\beta^n(r(x)-k) : c_r(k) \in l_2 \quad (6)$$

2. 힐버트 공간에서의 근사화 문제

벡터 해석의 측면에서 볼 때, 신호 $s(x)$ 를 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$s(x) = \sum_{i=1}^m c_i p_i(x) + e(x) = \hat{s}(x) + e(x) \quad (7)$$

위의 식은 $|e(x)|^2 = |s(x) - \hat{s}(x)|^2$ 을 최소화하며, $p_i(x)$ 는 함수 공간의 기저 함수 중 하나이고, c_i 는 그에 해당되는 계수이다. 근사 오류 $\|e(x)\|$ 이 나타내는 norm을 내적으로부터 유도된다면 직교조건으로 최소화를 만족시킬 수 있다. 최소 norm 오류는 각 벡터 p_j 에 직교해야 한다.

$$\left\langle s(x) - \sum_{i=1}^m c_i p_i(x), p_j(x) \right\rangle = 0 \quad (8)$$

여기서 $j=1, 2, \dots, m$ 이며, 이 식으로부터 다음의 m 개의 변수를 가진 m 개의 식을 유도할 수 있다.

$$Rc = p \quad (9)$$

여기서 각 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$R = \begin{bmatrix} \langle p_1(x), p_1(x) \rangle & \dots & \langle p_m(x), p_1(x) \rangle \\ \langle p_1(x), p_2(x) \rangle & \dots & \langle p_m(x), p_2(x) \rangle \\ \vdots & & \vdots \\ \langle p_1(x), p_m(x) \rangle & \dots & \langle p_m(x), p_m(x) \rangle \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$p = [\langle s(x), p_1(x) \rangle \dots \langle s(x), p_m(x) \rangle]^T$$

$$c = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_m]^T$$

식(10)의 행렬 R 은 그레미안 행렬이라고 하며 그에 관한 이론은 다음과 같다.

Theorem : 그레미안 행렬 R 은 항상 반양정의(positive semi-definite)이며, $p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x)$ 이 선형적으로 독립적일 때 양정의(positive definite)이다.

최적 비정규 리사이징 알고리즘을 위한 행렬 R 의 역행렬이 존재함을 III장에서 증명하게 된다.

III. 최적 비정규 리사이징 알고리즘

1. 최적 계수 구하기

우리가 구하는 샘플링점은 변환함수 $r(x)$ 에 의존하는 비정규 샘플링에 의해 구해지므로, 다음과 같은 가변 구간 길이 $r^{-1}(k)$ 를 갖는 n 차의 *spline* 공간을 정의할 수 있다.

$$S_r^n = \{s_r^n(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_r(k) \beta^n(r(x)-k) : c_r(k) \in l_2\} \quad (11)$$

L_2 공간에서 최소의 오류 근사값을 갖는 $s_r^n(x) \in S_r^n$ 을 찾으면 된다. 파라메타 $c_r(k)$ 에 의한 오류 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} e(c_r(k)) &= |s_1(x) - s_r(x)|^2 \quad (12) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_1(k) \beta^n(x-k) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_r(k) \beta^n(r(x)-k) \right)^2 dx \end{aligned}$$

최적의 계수를 얻기 위해서는 최소 제곱법을 사용한다^[6].

$$\begin{aligned} \frac{\partial e(c_r(k))}{\partial c_r(n)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_r(k) \beta^n(r(x)-k) \right) (\beta^n(r(x)-n)) \\ &\quad - 2 \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_1(k) \beta^n(x-k) \right) \beta^n(x-k) \beta^n(r(x)-n) dx \\ &= 0 \end{aligned}$$

이는 선형 표현식이므로 이산합과 적분의 순서를 바꿀 수 있으며 $c_1(k)$ 와 $c_r(k)$ 의 샘플 개수를 N 개와 N'' 로 제한하면 다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{N''-1} c_r(k) \int_{-\infty}^{\infty} \beta^n(r(x)-k) \beta^n(r(x)-m) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{N-1} c_1(k) \beta^n(x-k) \right) \beta^n(r(x)-m) dx \end{aligned} \quad (13)$$

최적 변환된 계수는 다음의 행렬식으로부터 얻을 수 있다.

$$K_r = A_r c_r \quad (14)$$

여기서

$$A_r = \begin{bmatrix} a(0,0) & \cdots & a(0, N''-1) \\ a(1,0) & \cdots & a(1, N''-1) \\ a(2,0) & \cdots & a(2, N''-1) \\ \vdots & & \vdots \\ a(N''-1,0) & \cdots & a(N''-1, N''-1) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$c_r = [c_r(0) \quad c_r(1) \quad \cdots \quad c_r(N''-1)]^T$$

$$K_r = [K_r(0) \quad K_r(1) \quad \cdots \quad K_r(N''-1)]^T$$

이고 여기서,

$$a(n, k) = \int_{-x}^{\infty} \beta^3(r(x) - k) \beta^3(r(x) - n) dx$$

$$K_{r(n)} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} c(k) \beta^3(x - k) \right) \beta^3(r(k) - n) dx$$

이다. 위의 식은 표기의 편의를 위하여 *spline*의 차수를 3으로 한 것이다. Theorem 2.1로부터, 변환함수에 의한 공간 S_r 의 기저 함수는 선형적으로 독립적이므로 행렬 A_r 은 역행렬이 존재한다. 따라서, 다음과 같이 최적 *spline* 근사의 계수를 구할 수 있다.

$$C_r = A_r^{-1} K_r \quad (16)$$

이러한 개념은 2차원으로 쉽게 확장될 수 있다. 주어진 공간 $S_1''(2D)$ 에서의 신호 $s_1(x, y)$ 의 최적 근사를 구하려면, 위에서 언급한 것과 같은 비슷한 선형식을 통해 계수 $c_{r, c, r, y}(x_k, y_k)$ 를 결정할 수 있다.

2. 알고리즘의 구현

지금까지의 과정은 카디널(cardinal) *spline* 표현에 의해 구현될 수 있다. 제안된 전체 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 주어진 샘플값 $s_1(k)$ 을 직접 *B-spline* 변환식인 식 (5)에 대입해 *B-spline*계수 $c_1(k)$ 를 구한다.
- 2) 식 (16)에 따라서 최적 비정규 리사이징을 수행한다.
- 3) 최적 *spline* 근사의 계수를 식 (3)과 비슷한 간접 *B-spline* 변환으로 최적의 샘플값으로 변환한다.

IV. 최적 비정규 리사이징의 응용분야

1. 고해상도 영상의 재구성

아날로그 신호를 디지털 신호로 변환하는데 쓰이는 ADC(Analog-to-digital converter)는 클럭률이 높을수록 매우 비싸므로, 몇 개의 낮은 클럭률의 ADC를 이용하여 비슷한 성능을 얻을 수 있다면 경제적으로 매우 효율적인 것이다. 낮은 샘플링율을 가지는 여러 개의 ADC로부터 획득한 신호들을 $s_k(x)$, ($k=0, 1, \dots, r-1$)이라 할 때, $s_k(x)$ 간에 완벽한 sinc가 맞지 않는다면, 다음과 같은 non-uniform 신호를 얻게 된다.

$$s(x) = \sum_{k=0}^{r-1} \sum_{n=0}^{N-1} s_k(x - t(n)) \quad (17)$$

여기서 $t(k)$, ($k=0, 1, \dots, r-1$)은 각 $s_k(x)$ 가 reference 신호에 대해 가지는 shift 정도이다. 일반적으로, r 배의 샘플링율 향상을 위해서는 s 개($s \leq r$)의 낮은 샘플링율을 가지는 ADC가 필요하다. 즉,

$$s(x) = \sum_{k=0}^{S-1} \sum_{n=0}^{N-1} s_k(x - t(n)) \quad (18)$$

이제 목적은 $s_k(x)$ 에 비해 r 배의 샘플링율을 가지는 $s_u(x)$ 를 구하는 것이다.

$$s_u(x) = \sum_{k=0}^{r-1} \sum_{n=0}^{N-1} s_k(x - n) \quad (19)$$

비정규 샘플링율에서 정규 샘플링율로 바꾸는 것은 앞에서 설명한 알고리즘의 역의 과정을 거치면 된다.

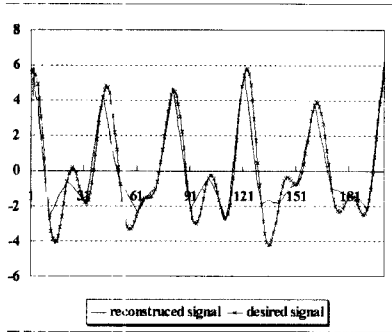


그림 1. 2장의 저해상도 프레임을 이용하여 재구성한 영상
Fig 1. Reconstructed signal using 2 low resolution frames

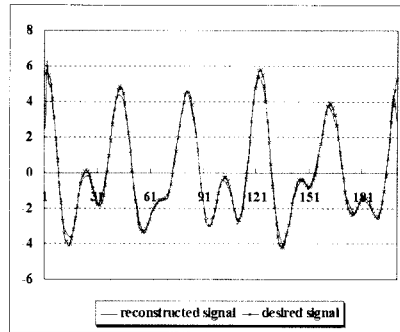


그림 2. 5장의 저해상도 프레임을 이용하여 재구성한 영상
Fig 2. Reconstructed signal using 5 low resolution frames

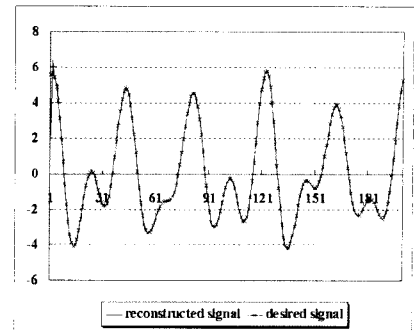


그림 3. 8장의 저해상도 프레임을 이용하여 재구성한 영상
Fig 3. Reconstructed signal using 8 low resolution frames

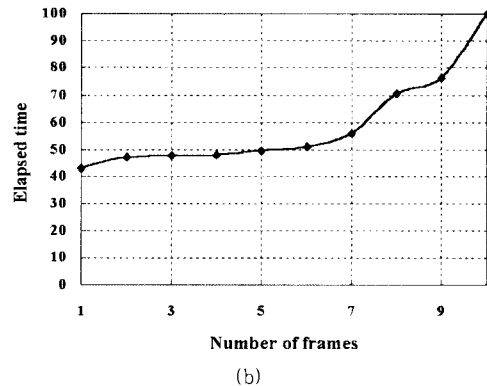
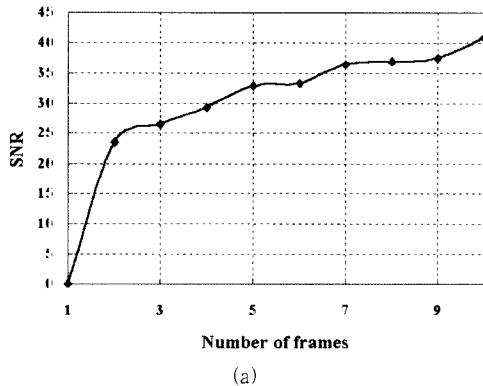


그림 4. 사용된 저해상도 프레임의 장수에 따른 (a) SNR의 변화 (b) 연산 시간

Fig 4 (a) Variation of SNR according to the number of low-resolution frames used (b) Elapsed time according to the number of low-resolution frames used

10장의 프레임으로 한 장의 고해상도 영상을 재구성하는 실험으로 수행하였다. 그림 1, 그림 2, 그림 3은 각각 2장, 5장, 8장의 프레임으로 재구성한 영상이며, 그림 4, 그림 5는 각각 사용된 저해상도의 프레임의 장수에 따른 SNR의 변화와 연산시간이다. 여기서 SNR은 다음과 같은 수식에 의해 구하였다.

$$10 \log \frac{\|s(x)\|^2}{\|s(x) - \hat{s}(x)\|^2}$$

실험 결과에 따르면, 사용된 저해상도 영상의 장수가 많을수록 SNR이 높아지며, 그에 비해 연산 시간의 증가량은 6장을 기준으로 기하급수적으로 증가함을 볼 수 있다.

2. 로그함수에 의한 영상의 변환

이 알고리즘은 로그 함수에 의해 결정된 비정규 리사이징 샘플값에 적용될 수 있다. 다음과 같은 로그 함수에 대해 고려해 보면

$$\begin{aligned} r_x(x, y) &= 100 \log(7x + 200) \\ r_y(x, y) &= 100 \log(7y + 200) \end{aligned} \quad (20)$$

그리고 역변환은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r_x^{-1}(x, y) &= 0.005 \left(\exp\left(\frac{x}{100}\right) - 200 \right) \\ r_y^{-1}(x, y) &= 0.005 \left(\exp\left(\frac{y}{100}\right) - 200 \right) \end{aligned} \quad (21)$$

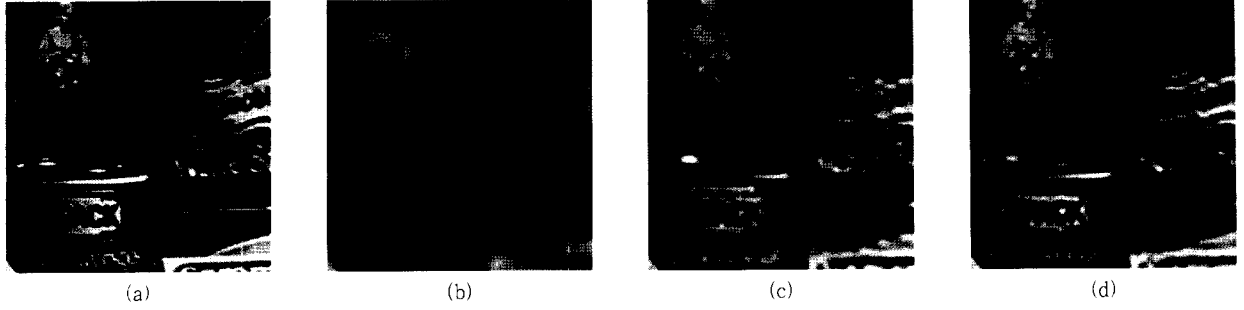


그림 5. 10번의 연속적인 변환과 역변환을 적용한 쇼핑 영상 (a) 원 영상 (b) 선형보간법을 이용한 영상 (c) 3차 *spline* 리사이징을 이용한 영상 (d) 비정규 3차(cubic) *spline* 리사이징 이용한 영상

Fig 5. Shopping images after successive transformations and inverse-transformations (a) Original shopping images (b) Bilinear interpolation algorithm (c) *cubic B-spline* resampling algorithm (d) Nonuniform *cubic B-spline* resampling algorithm proposed

그림 5는 이 경우에 본 논문의 알고리즘을 적용했을 때의 결과를 나타낸다.

3. 카메라 모델링에 의한 영상의 변환

바늘구멍(pinhole) 모델은 가장 널리 사용되는 카메라 모델이다^[8]. 렌즈의 초점 거리를 λ , (x, y, z) 와 (X, Y, Z) 은 각각 카메라와 사물의 좌표 시스템을 나타낼 때, 3D 점을 2차원의 영상 평면으로 투영시키는 연산은 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda X}{\lambda - Z} \\ \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \\ \frac{\lambda Z}{\lambda - Z} \end{bmatrix} \quad (22)$$

여기서 우리는 두 좌표 시스템이 서로 맞추어져 있지 않은 일반적인 문제를 고려하였다. 카메라는 θ 의 패닝(panning)과 α 의 기울기(tilting)가 가능한 받침 위에 올려져 있다고 가정하자. 패닝은 x 와 X 축이 이루는 각도이며, 기울기는 z 와 Z 축이 이루는 각도이다. (X_0, Y_0, Z_0) 는 사물 좌표의 중심으로부터 받침대의 중심까지의 거리를 나타낸다. 이 파라메타 값들로부터, 변환 함수는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다

$$\begin{aligned} x &= \lambda \frac{A(X - X_0) + B(Y - Y_0) + C(Z - Z_0)}{\lambda - (I(X - X_0) + J(Y - Y_0) + K(Z - Z_0))} \\ y &= \lambda \frac{E(X - X_0) + F(Y - Y_0) + G(Z - Z_0)}{\lambda - (I(X - X_0) + J(Y - Y_0) + K(Z - Z_0))} \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 변수들은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} A &= \cos \theta - \sin \theta \sin \alpha, \quad B = \sin \theta + \cos \theta \sin \alpha \\ C &= -\cos \alpha, \quad E = -\sin \theta \cos \alpha, \quad F = \cos \theta \cos \alpha \\ G &= \sin \alpha, \quad I = \cos \theta + \sin \theta \sin \alpha \\ J &= \sin \theta - \cos \theta \sin \alpha, \quad K = \cos \alpha \end{aligned}$$

이러한 변환으로부터, x 와 y 는 원래 영역에서의 변수이며, $r_x(x, y)$ 와 $r_y(x, y)$ 는 2차원 변환 함수일 때, 다음과 같이 카메라 모델링의 2차원 변환식을 이끌어 낼 수 있다.

$$\begin{aligned} r_x(x, y) &= \lambda \frac{A(x - x_0) + B(y - y_0)}{\lambda - (I(x - x_0) + J(y - y_0))} \\ r_y(x, y) &= \lambda \frac{E(x - x_0) + F(y - y_0)}{\lambda - (I(x - x_0) + J(y - y_0))} \end{aligned} \quad (24)$$

이 응용분야에서는 두 좌표 사이의 변환식이 비선형이므로 변환하였을 때 데이터 값들이 비정규적으로 분포하게

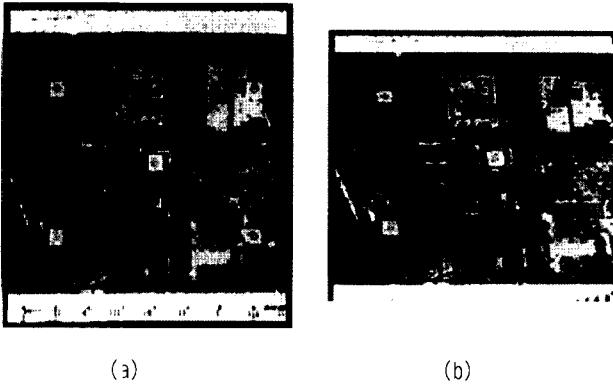


그림 6. 카메라 모델링에 의해 변형된 영상 (a) 원래의 항공 사진 (b) 최적 비정규 리사이징 알고리즘에 의한 영상

Fig 6. (a) Original image (b) Optimal resampling algorithm

된다. 따라서 이러한 응용 분야에 제안한 알고리즘을 적용할 수 있다. 그림 6은 식 (21)에 의해 결정된 변형된 결과 영상을 보여주고 있다.

V. 결 론

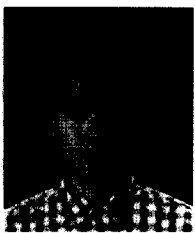
본 논문에서는 *B-spline* 모델링을 기반으로 원영상과 리사이징된 영상과의 차이 에러를 최소화할 수 있는 최적 비정규 알고리즘을 제안하였다. 먼저, 정규적으로 분포되어 있는 샘플값으로부터 비정규 분포된 정보를 이용한 연속 함수를 정의하였다. 다음으로, 이 연속 함수는 변환된 스플라인의 기저 함수로부터 형성된 변환 함수 공간

으로 투사된다. 이 알고리즘은 정규 최적 리샘플링 알고리즘과 비슷하나, 단 본 알고리즘은 변환 함수 $r(x)$ 에 의존하는 수정된 샘플값을 이용한다는 점에서 다르다. 따라서 정규 최적 리샘플링 알고리즘은 비정규 최적 리샘플링 알고리즘의 특별한 경우로 볼 수 있다. 이는 기존의 정수 단위 위주로만 리사이징되는 알고리즘의 한계를 극복하여 비정규적인 리사이징이 필요한 여러 응용분야에 유용하다.

참 고 문 헌

- [1] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise," *Proc. IRE.*, Vol. 37, pp. 10~21, 1949.
- [2] Michael Unser, "Splines : A Perfect Fit for Signal and Image Processing," *IEEE Signal Processing magazine*, Vol. 16, No. 6, Nov. 1999.
- [3] F. Strang and G. Fix, *Constructive Aspect of Functional Analysis*, Edizioni Cremonese, Rome, Italy, 1971.
- [4] C. de Boor, *Computation of Curves and Surfaces*, Kluwer, Boston MA, 1990.
- [5] Michael Unser, Akram Aldroubi and Murray Eden, "Enlargement or Reduction of Digital Images with Minimum Loss of Information," *IEEE Trans. Image Processing*, Vol. 4, No. 3, pp. 247~258, March 1995.
- [6] I. J. Schoenberg, "Cardinal Interpolation and Spline Functions," *J. Approximation of Theory*, Vol. 2, pp. 167~206, 1969.
- [7] Todd K. Moon and Wynn C. Stirling, *Mathematical Methods and Algorithms*, NJ: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1999.
- [8] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods, *Digital Image Processing 2nd Edition*, Prentice Hall, 2000.

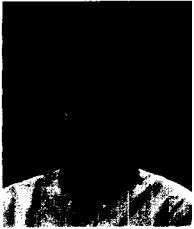
저 자 소 개



신 건 식

- 2000년 8월 : 연세대학교 기계전자공학부 졸업(공학사)
- 2002년 8월 : 연세대학교 전기전자공학과 졸업(공학석사)
- 2002년 9월 : 연세대학교 전기전자공학과 박사과정
- 주관심분야 : 영상 리사이징, 변환영역에서의 프로세싱

 저 자 소 개

**엄 지 윤**

- 2002년 2월 : 연세대학교 기계전자공학부 졸업(공학사)
- 2002년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 석사과정
- 주관심분야 : 변환영역에서의 프로세싱

**이 학 무**

- 1998년 2월 : 연세대학교 전자과 졸업(공학사)
- 2000년 8월 : 연세대학교 전기전자공학과 졸업(공학석사)
- 2001년 2월~현재 : 미래에셋증권 근무

**강 문 기**

- 1986년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학사
- 1988년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학석사
- 1994년 2월 : Northwestern University 공학박사
- 1994년~1997년 2월 : Assisatnt Professor (University of Minnesota, Duluth)
- 1997년 3월~1999년 2월 : 연세대학교 전기전자공학과 조교수
- 1999년 3월~현재 연세대학교 전기전자공학과 부교수
- 주관심분야 : 영상복원, 초해상도 영상복원, 비선형 필터링, 비디오 분석 및 처리 부화소 단위의 움직임 추정