특집논문-03-08-1-03

부정확한 부화소 단위의 위치 추정 오류에 적응적인 정규화된 고해상도 영상 재구성 연구

이 은 실*, 변 민*, 강 문 기*

Regularized Adaptive High-resolution Image Reconstruction Considering Inaccurate Subpixel Registration

Eun Sil Lee*, Min Byun* and Moon Gi Kang*

요 약

기존의 영상 획득 시스템들이 어느 정도의 엘리어싱을 허용하도록 제작되어왔음에도 불구하고, 고해상도 영상에 대한 요구는 점점 더 증가하고 있다. 본 논문에서는 부정확한 부화소 단위의 위치 추정 오류를 고려한 고해상도 재구성 알고리즘을 제안한다. 부정확한 부화소 위치 추정 오류로 인해 생기는 불량위치문제(ill-posedness)를 해결하기 위해 정규화된 반복 연산법을 적용하였다. 특히 여러 장의 저해상도 영상들을 개별적으로 고려하기에 적합한 다중채널 영상 재구성 방법을 도입하였다. 각 저해상도 영상에서 발생하는 움직임 추정오류는 서로 다른 경향성을 나타내므로, 정규화 파라미터들은 각 채널에 맞게 결정되어야 한다. 이를 위해 정규화 파라미터들을 자등으로 결정하는 방법을 제안한다. 제안한 알고리즘은 움직임 추정 오류에 매우 안정하며, 원 영상과 잡음에 대한 사전정보를 필요로 하지 않는다. 또한 주관적인 측면과 객관적인 측면에서 모두 우수한 결과를 실험적으로 보인다.

Abstract

The demand for high-resolution images is gradually increasing, whereas many imaging systems yield aliased and undersampled images during image acquisition. In this paper, we propose a high-resoluton image reconstruction algorithm considering inaccurate subpixel registration. A regularized iterative reconstruction algorithm is adopted to overcome the ill-posedness problem resulting from inaccurate subpixel registration. In particular, we use multichannel image reconstruction algorithms suitable for application with multiframe environments. Since the registration error in each low-resolution has a different pattern, the regularization parameters are determined adaptively for each channel. We propose a methods for estimating the regularization parameter automatically. The proposed algorithm are robust against the registration error noise, and they do not require any prior information about the original image or the registration error process. Experimental results indicate that the proposed algorithms outperform conventional approaches in terms of both objective measurements and visual evaluation.

Key words : Registration error noise, Regularization, Iteration, Multi-channel, High-resolution image reconstruction

Ⅰ. 서 론

원격 조정, 비디오에서 프레임 고정, 군사용 감시 시스템, 그리고 의료 진단 등의 많은 분야에서 고해상도 영상에 대한 요구는 점점 증가하고 있다. 그러나 많은 영상 시스템에서 해상도는 물리적 제약조건에 의해 제한된다. 검출기 배열이 충분히 조밀하지 않을 경우, 획득한 영상은 엘리어싱이 나타나고 언더샘플링된다. 이처럼 엘리어싱이 나타난 저

* 연세대학교 전기전자공학과
Yonsei University, Dept. of Electrical & Electronic Engineering

해상도 영상들은 디지털 영상처리 기술을 이용하여 고해상도 영상으로 재구성 할 수 있다.

일찍이 Tsai와 Huang은 초해상도 영상처리(superresolution)를 연구하며 주파수영역에서의 접근을 시도했다[1]. 이는 공간의 엘리어싱 영향을 고려하여 잡음이 없는 몇 장의 저해상도 영상에서 향상된 고해상도의 영상을 재구성하는 것이다. 이 방법을 잡음이 더해진 정보에 대해 확장하면, 고해상도 영상을 추정하기 위한 가중치 부여 최소 제곱법(Weighted Least Squares Algorithm)이 된다[2]. 전체적인 부화소 움직임을 정확하게 추정하는 것이 쉽지 않기 때문에, 부화소 움직임은 사전정보로 알고 있다고 가정을 한다. Stark and Oskoui는 전하 결합 소자(CCD) 영상 인식 센서 배열에 관련하여 영상을 회전시키거나 스캔하여 얻은 관찰 결과로부터 고해상도 영상을 추정하기 위해 POCS Projection Onto Convex Sets) 알고리즘을 사용하였다[3]. Irani 와 Peleg는 공간 영역에서 반복연산법을 제시했다[4]. Hardie는 제한된 조건에서의 최소 제곱법(Constraint Least Squares Approach)을 공간 영역에서 공식화하였고[5] 정규화된 비용 함수를 최소화하는데 미분 근사화(gradient descent)와 공액 근사화(conjugate gradient) 기술을 사용하였다[4][5].

움직임 정보에 대한 정확한 추정은 고해상도 영상의 재구성에 직접적인 영향을 미친다. 그러나 부화소 수준의 움직임 추정은 어렵기 때문에, 재구성한 고해상도 영상의 왜곡을 야기한다. 이 경우 왜곡은 위치 추정 잡음 오류라 불린다. 대부분의 기존 연구에서 위치 추정 잡음 오류는 무시되거나 모든 저해상도 영상에서 같은 값을 지닌다고 가정하였다. 그러나 위치 추정 잡음 오류는 각 저해상도 영상에서 다른 패턴으로 나타나므로 위치 추정 잡음 오류는 각 채널에 맞게 고려되어야만 한다.

본 논문에서는 부정확한 부화소 위치 추정 오류를 고려한 고해상도 영상 재구성 방법을 새로 제시한다. 역의 문제(inverse problem)를 해결하는 데 있어 대부분의 경우에 해가 유일하지 않기 때문에, 정규화된 매개 변수와 영상 복원 기술을 사용한다[6][7]. 다중채널의 영상 복원은 특히 여러 장의 저해상도 영상을 이용하는 환경에 적합한 방법이다[7]-[9]. 본 논문에서는 부정확한 움직임 정보에서 비롯되는 위치 추정 오류를 고려하여 정규화 파라미터를 추정하는 방법을 제안한다. 반복 연산법을 이용하여 영상을 재구성하며 정규화 파라미터를 정하고, 부분적으로 재구성된 영상의 정보를 이용하여 각 반복 단계마다 갱신한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 관찰 모델을 간단히 소개하고 3장에서는 위치 추정 오류가 고해상도 영상을 재구성하는데 미치는 영향을 분석한다. 4장에서는 부정확한 부화소 위치 추정 오류를 고려한 고해상도 영상 재구성 방법을 제안한다. 위치 추정 오류에 따라 변하는 정규화된 다중채널 영상 재구성을 제시한다. 5장에서 실험 결과를 보이고, 6장에서 결론을 내린다.

Ⅱ. 관찰 모델(Observation Model)

초해상도 영상처리(superresolution)의 목표는 여러 장의 저해상도 영상에서 고해상도 영상의 정보를 획득하는 것이다. 각 저해상도 영상이 고해상도 영상 재구성하는데 있어 각기 다른 정도로 영향을 미치기 때문에 각각의 저해상도 영상의 정보가 필요하다. 각각의 저해상도 화소들은 저해상도 검출기의 범위 안에서 고해상도 화소들을 가중평균(weighted average)하여 획득된다고 가정한다.
p 개의 관찰된 저해상도 영상이 있다고 가정하자. 관찰 모델은 다음과 같다[9].

$$y_k = W_{sk}x + n_k, \quad k = 1, 2, \cdots, p \tag{1}$$

여기서 y_k는 사전 편찬식으로(lexicographically) 배열된 k번째 저해상도 영상이다. x는 우리가 원하는 고해상도 영상이고, n_k는 k번째 저해상도 영상에 더해지는 백색 가우시안 잡음이다. 각 관찰된 저해상도 프레임의 크기를 $N_1 \times N_2$라 하고 $M = N_1 \times N_2$일 때, $k = 1, 2, \cdots, p$에서 $y_k = [y_{k,1}, y_{k,2}, \cdots, y_{k,M}]^T$는 사전 편찬식으로 배열한 벡터이다. L_1, L_2가 각각 수평 방향, 수직 방향의 다운샘플링(down-sampling) 상수라면 x의 크기는 $L_1N_1 \times L_2N_2 = N$이고 사전 편찬식으로는 $x = [x_1, x_2, \cdots, x_N]^T$라고 표현할 수 있다. 다운샘플링 가중치 행렬, W_{sk}은

$$W_{sk} = \begin{bmatrix} w_{k11}(s_k) & w_{k12}(s_k) & \cdots & w_{k1N}(s_k) \\ w_{k21}(s_k) & w_{k22}(s_k) & \cdots & w_{k2N}(s_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{kM1}(s_k) & w_{kM2}(s_k) & \cdots & w_{kMN}(s_k) \end{bmatrix} \tag{2}$$

이렇게 표현할 수 있고, 각 $w_{kij}(s_k)$는 k번째 프레임의 j

번째 고해상도 화소가 i번째 저해상도 화소에 끼치는 영향을 나타낸 것이다. 벡터 s_k는 고해상도 격자에 관련한 k번째 저해상도 영상의 위치 추정 매개 변수이다. 저해상도 영상 y_k는 고해상도 영상 x가 각각의 s_k만큼 움직인 후 다운 샘플링 되어 얻어진다. 그리고 모델에서 허락하는 움직임이 존재하는 경우를 제외하고 여러 장의 저해상도 영상을 인식하는 동안에 x는 상수라고 가정을 한다. 그러므로 프레임마다 W_{sk}의 가중치가 다른 이유는 저해상도 영상의 각각의 움직임이 다르기 때문이다[5]. 위치 추정 매개 변수는 오직 전반적인 병진방향의 변화(translational shift)에 의해서만 발생한다고 여긴다. 병진방향의 움직임은 $\delta_{h,k}$와 $\delta_{v,k}$가 k번째 프레임에서 기준 프레임과의 수평, 수직 방향의 부화소 움직임을 나타낼 때 $s_k = [\delta_{h,k}, \delta_{v,k}]^T$로 나타낼 수 있다. 이 매개 변수는 대부분의 응용에서 미리 알지 못하므로 다양한 위치 추정 알고리즘을 이용해서 추정하는 것이 필요하다. 식(1)에서 n_k는 k번째 저해상도 영상에 더해지는 평균이 0인 가우시안 잡음을 말한다. 이는 다음 장에서 설명할 것이다.

Ⅲ. 위치 추정 오류(Registration Error Noise)

고해상도 영상을 재구성하는 알고리즘에서 위치 추정은 중요하다. 기존의 많은 연구에서 다양한 위치 추정 알고리즘이 제시되었다. 그러나 위치 추정 알고리즘은 여전히 위치 추정 오류를 지니며 이 오류는 재구성을 할 때 문제가 된다. 그러므로 위치 추정 오류에 강하고, 이에 영향을 받지 않는 재구성 알고리즘이 필요하다. 실제로 부화소 위치 추정은 다음과 같은 이유 때문에 부정확하다.

(ⅰ) 관측 잡음이 있다.
(ⅱ) 맞물림(occlusion)이 존재한다.(드러나고 드러나지 않는 배경의 문제)
(ⅲ) 보간 단계에서 오류가 발생한다.
(ⅳ) 이산의 변화도(discrete gradient) 추정에서 오류가 나타난다.

그러므로 고해상도 영상 재구성에서 위치 추정 오류는 고려해야만 한다.

(1)번 식에서 W_{sk}는 고해상도 영상에 관련한 k번째 저해상도 영상의 부화소 움직임을 포함한 가중치 행렬이다. 이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_{sk} = \overline{W}_{sk} + \Delta W_{sk} \tag{3}$$

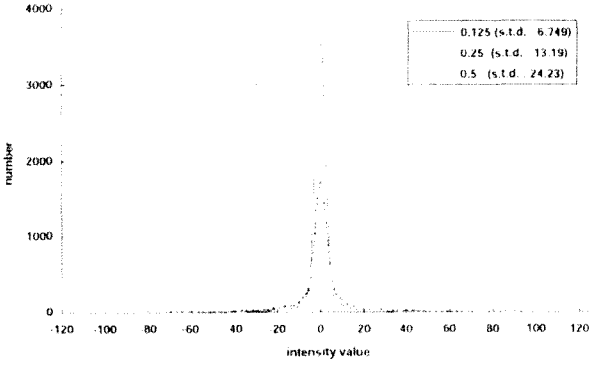


그림 1. 위치 추정 오류의 히스토그램
Fig. 1. Histograms of registration error noise

여기서 W_{sk}는 k번째 저해상도 영상에 고해상도 영상의 정확한 영향을 나타낸다. $\overline{W}_{sk}$는 위치 추정한 파라미터를 포함한 가중치의 행렬이다.(즉, 정확하지 않은 부화소 움직임 정보이다). ΔW_{sk}는 부정확한 위치 추정에서 비롯되는 오류이다. 위치 추정 오류가 증가함에 따라, W_{sk}와 $\overline{W}_{sk}$의 차이가 증가한다. 이 차이는 재구성한 고해상도 영상의 빛의 세기의 왜곡을 유발한다. 이런 왜곡을 위치 추정 오류 잡음이라고 한다. 식 (1)과 (3)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} y_k &= (\overline{W}_{sk} + \Delta W_{sk})x + n_k \\ &= \overline{W}_{sk}x + \Delta W_{sk}x + n_k \\ &= \overline{W}_{sk}x + \bar{n}_k, \quad k = 1, 2, \cdots, p \end{aligned} \tag{4}$$

위 식에서 $\bar{n}_k = \Delta W_{sk}x + n_k$이며, $\bar{n}_k$는 추정한 W_{sk}에서 오류를 나타내는 잡음 성분을 포함한다. 부화소 움직임 추정이 각 저해상도 영상에 의존적이고, 기준이 되는 영상이 임의로 선택되기 때문에 위치 추정 오류 잡음은 각 저해상도 영상마다 다른 패턴을 보인다. 그림 1 은 예상한 저해상도 영상 ($\overline{W}_{sk}x$)과 관찰한 저해상도 영상 (y_k) 간의 세기 차이를 나타내는 히스토그램이다. 이는 위치 추정 오류에 비례한다. 또한 위치 추정 오류가 가우시안 형태라는 것을 실험적으로 보여준다. 그러므로 식 (4)에서 $\bar{n}_k$를 가우시안 형태의 잡음으로 근사화 할 수 있다. 이는 k번째 저

해상도 영상에서 가우시안 형태의 $\Delta W_{sk}x$와 평균이 0인 가우시안 잡음 n_k을 더한 것이 위치 추정 오류 잡음, $\bar{n}_k$이기 때문이다.

Ⅳ. 부정확한 위치추정 오류를 고려한 고해상도 영상 재구성

여러장의 저해상도 영상으로부터 고해상도 영상을 추정하는 경우 불량 위치 문제가(ill-posedness)존재한다. 관찰 모델의 제약 조건을 만족시키는 해가 유일하지 않고 많이 존재할 수 있기 때문이다. 불량 위치 문제를 제거하기 위해 정규화된 다중 채널 영상 복원 기술을 사용한다[9].

1. 정규화한 다중 채널 영상 복원

이 장에서 식 (1)을 해결하기 위해 집합론적 접근을 사용하였다[10][11]. 얻고자 하는 해, x는 사전지식으로 제한된 집합에 속한다고 가정한다. 즉, 다음과 같이 표현한다.

$$x \in Q_x, \tag{5}$$

위 식에서 Q_x는 알고 있는 임의의 특성(사전지식)을 지닌 신호들의 집합이다. x를 Q_x에 제한하여 표현하고자 하는 것은 해가 평활하다는 것이다. 이는 Q_x를 다음과 같이 정의하여 얻을 수 있다.

$$||Cx||^2 \leq E^2, \tag{6}$$

C는 고역통과 여파기의 행렬이다. 위와 비슷하게 잡음 $\bar{n}_k$도 집합 $Q_{\bar{n}_k}$에 속한다고 가정한다. $\bar{n}_k$는 집합에 속하고 관찰된 영상 y_k는 집합 $Q_{\bar{n}_k}$를 포함한다. 그러므로 관찰된 영상 y_k를 이용해 x를 포함하는 집합 Q_{x/y_k}를 명시할 수 있다.

$$x \in Q_{x/y_k} = \left\{ x \mid (y_k - \overline{W}_{sk}x) \in Q_{\bar{n}_k} \right\}, \quad k = 1, 2, \cdots, p. \tag{7}$$

이에 따르면 다중 채널 영상은 고해상도 정보의 정확성을 보존하기 위해 다음과 같은 조건이 필요하다.

$$||\bar{n}_k|| = ||y_k - \overline{W}_{sk}x||^2 \leq \epsilon_k^2, \quad k = 1, 2, \cdots, p. \tag{8}$$

여기서 ϵ_k^2은 k번째 채널의 잡음의 분산에 비례한다. 식 (7)과 (8)에서의 집합들은 타원형태이다. 이들 타원의 교집합 영역에 해가 존재한다. 이 때 교집합인 타원의 중심, 즉 해는 다음 $F(x)$를 최소화하여 얻는다.

$$F(X) = \sum_{k=1}^{p} (\lambda_k ||y_k - \overline{W}_{sk}x||^2) + ||Cx||^2, \tag{9}$$

$\lambda_k = (\frac{E}{\epsilon_k})^2$는 정규화 파라미터이다. $F(x)$를 최소화하는 것은 (6)식의 제약조건을 만족시키면서 $\bar{n}_k$의 에너지와 부정확한 위치 추정 오류로 인해 발생하는 에러 에너지를 최소화하는 것을 말한다.

ϵ_k^2과 E^2를 미리 알고 있다는 가정은 매우 제한적이다. 많은 경우 상한(bound)을 정확하게 추측하는 것은 어렵고 불가능하다. 상한의 값이 정보의 정확성과 해의 평탄성, 이 두 가지 요소의 trade-off를 결정하기 때문에 ϵ_k^2와 E^2의 값이 중요하다. 이는 복원한 영상의 질을 정하기도 한다. 따라서 영상을 복원 할 때 복잡한 과정을 거쳐 상한 값을 정한다[11]. ϵ_k^2와 E^2중의 하나만 모른다면 CLS[12]로 문제를 해결할 수 있다. CLS는 알고 있는 상한으로 한 타원의 공통영역에 속하는 해에 제약을 주며 알지 못하는 상한에 관련하여 함수를 최소화한다. 이 때, 다중 채널 영상에서 반복적으로 연산하여 상한 값을 결정하기 위해 라그랑제 배율기를 일반적으로 사용한다[8].

우리는 ϵ_k^2과 E^2에 관한 어떤 지식도 유용하지 않다고 가정한다. 또한, 이미 언급하였던 집합론적 접근과 연관한 CLS 접근을 따른다. 이 방식을 택하면, 알지 못하는 상한 값들, 정규화 매개 변수를 원 영상의 함수로 명백하게 나타낼 수 있다. 원 영상을 완전히 이용할 수 없기 때문에 부분적으로 복원한 영상을 원 영상에 관련된 정보를 추출하는데 이용한다. 이 과정을 통하면 적절히 수렴하는 해를 얻을 수 있다. 이를 보장하기 위해 결과 식에서 비선형 함수 형태를 띈 부분을 최소화해야 한다.

여러 y_k'로부터 x를 추정하는 것은 일반적으로 $\overline{W}_{sk}$의 부정확한 위치 추정 오류로 인해 역함수의 불량 위치 문제

를 지닌다. 이를 적절히 다루지 못하면 과도한 잡음 증폭이 나타난다. 따라서 올바른 위치 추정이 필요하다. 정규화 파라미터를 추정하면 관찰 모델을 완전히 구성할 수 있다. 고해상도 영상을 구성하는데 있어 함수의 최소화는 식(1)의 관점에서 정의할 수 있다.

$$F(x) = \sum_{k=1}^{p} (\lambda_k(x)||y_k - \overline{W}_{sk}x||^2) + ||Cx||^2, \quad (10)$$

$\lambda_k(x)$와 C는 각각 정규화 함수와 고역통과 여파기이다. p는 주어진 저해상도 영상의 개수이다. 위 식(10)을 최소화하여 얻은 $\hat{x}$가 해가 된다. 우변의 첫 항은 관찰 모델에서 투입한 x가 관찰된 정보와 일치할 때 최소화가 된다. 즉, $\overline{W}_{sk}x$를 관찰 모델에 x를 삽입하여 얻은, 예측된 저해상도 영상이라고 보면 y_k는 실질적으로 관찰된 모델이기 때문이다. 위 식 두 번째 항의 C는 보통 x가 평활 할 때, 이 정규화 항을 최소화할 수 있도록 선택한다. 본 논문에서는 C로 2차원 라플라시안을 선택하였다. 정규화 함수 $\lambda_k(x)$는 정보의 정확성과 해의 평활성 사이의 조화를 조절한다.

2. 다중 채널 정규화 함수의 선택

제안한 알고리즘의 정규화 함수를 선택하는 기본 발상은 식(6)과 (8)에서 ϵ_k^2와 E^2를 정하기 위해 각 반복 연산 단계의 정보를 이용하는 것이다.

제안한 알고리즘에서 각 반복 연산 단계에서 정규화 함수의 바람직한 특성은 다음과 같다.

(i) $\lambda_k^n(x)$가 $||y_k - \overline{W}_{sk}x^n||^2$에 반비례한다.
(ii) $\lambda_k^n(x)$는 $||Cx^n||^2$에 비례한다.
(iii) $\lambda_k^n(x)$는 0보다 크다.
(iv) $\lambda_k^n(x)$는 다른(cross) 채널의 영향도 고려한다.

$\lambda_k^n(x)$와 x^n는 각각 k번째 프레임에서 정규화 함수와 n번째 반복 연산 단계에서 부분적으로 재구성한 영상이다. 정보의 정확성은 특성(i)에 따라 조절 가능하다. 그리고 해의 평활성은 특성(ii)에 따라 조절한다. 특성(iv)는 알고리즘이 자가 채널 정보뿐 아니라 다른 채널 정보까지 포함하게 한다. 위에 열거한 성질에 따라 정규화 함수를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\lambda_k^n(x) = \theta\left(T_k(x^n) \cdot \frac{||Cx^n||^2}{||y_k - \overline{W}_{sk}x^n||^2}\right), \quad (11)$$

여기서 $\theta(\cdot)$는 단조 증가 함수이며, $T_k(x^n)$는 다른 채널의 영향을 나타낸다. 이제, 위에서 언급한 특성을 포함하는 몇몇 함수를 제안한다. 단조 증가하는 함수에는 세 가지 유형이 있다. 첫 번째로 선형적으로 증가하는 함수와 두 번째로 대수적으로 증가하는 로그 함수, 마지막으로 지수적으로 증가하는 함수가 있다. 선형 함수의 경우, 반복 연산의 횟수가 증가할수록, 고역통과 여파기를 반복적으로 통과하기 때문에 고주파 성분이 증가한다. 그러므로 연산이 반복될수록 $|Cx^n|^2$의 값이 증가한다. 따라서 반복 연산 횟수가 증가하면 정규화 함수의 값도 증가하게 된다. 분모에 있는 오차 항인 $|y_k - \overline{W}_{sk}x^n|^2$는 반복 연산 횟수가 증가할수록 작아진다. 반복 연산이 진행될수록 추정한 저해상도 영상과 관찰한 저해상도 영상의 차이가 줄어들기 때문이다. $|y_k - \overline{W}_{sk}x^n|^2$의 값은 위치 추정 오류가 클수록 커진다. 즉 위치 추정 오류가 적으면 연산이 빨리 수렴하기 때문에 반복 연산의 횟수가 줄어든다. 그리고 반복 연산이 진행될수록 정규화 함수는 오차 항의 변화율에 민감해진다. 그러므로 선형 함수를 사용하면, 정규화 함수는 지수적으로 증가하게 되고 각 연산 단계마다 부분적으로 재구성되는 고해상도 영상에 민감해진다. 또한 정규화 함수는 초기 조건에도 상당히 민감하다. 세 번째 형태인 지수함수도 마찬가지이다. 그러므로 본 논문에서 로그함수를 사용한다. 여기서 $T_k(x^n)$를 다음과 같이 제안한다.

$$T_k(x^n) = \frac{\sum_{i=1}^{p} |y_i - \overline{W}_{si}x^n|^2}{|y_k - \overline{W}_{sk}x^n||^2} \quad (12)$$

위 식은 k번째 프레임에서의 위치 추정 오류에 반비례하고, 다른 채널의 위치 추정 오류에 비례한다. 그러므로 위의 $T_k(x^n)$를 이용해 제안한 정규화 함수는 다음과 같다.

$$\lambda_k^n(x) = \ln\left(T_k(x^n) \cdot \frac{||Cx^n||^2}{||y_k - \overline{W}_{sk}x^n||^2 + \delta_k} + 1\right). \quad (13)$$

이는 상대적으로 상호 채널 움직임 추정오류를 고려하며, 움직임 추정오류에 따라 자동으로 값이 결정되는 정규화 함수이다.

3. 미분 근사화 반복에 의한 최적화(gradient descent optimization)

이 장에서 비용 함수(cost function) (10)을 최소화하는 과정에서 미분 근사화 반복에 의한 최적화 방법을 설명한다. 반복 연산 과정은 고해상도 영상 $\hat{x}^{(}$의 초기 추정값에서 시작하여 다음의 규칙을 따라 최적 영상을 얻어낸다. n=0, 1, 2, … 이고 k=1, 2, …, N 일 때,

$$\hat{x}_k^{n+1} = \hat{x}_k^n - \beta^n \nabla_x F(\hat{x}_k^n), \tag{14}$$

각 화소에 대해 부분적으로 $F(x)$를 미분한 것을 함수의 변화도라고 부르며 $\nabla_x F(x)$로 표기한다.

$$\nabla_x F(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial F(x)}{\partial x_2}, \cdots, \frac{\partial F(x)}{\partial x_N}^T \tag{15}$$

이는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\nabla_x F(x) &= \sum_{k=1}^{p} [\nabla_x \lambda_k(x) \| y_k - \overline{W}_{sk} x \|^{2} + \lambda_k(x) \\ &\quad \cdot \overline{W}_{sk}^T (\overline{W}_{sk} x - y_k) + C^T C x] \\ &= \sum_{k=1}^{p} [\lambda_k(x) \overline{W}_{sk}^T (\overline{W}_{sk} x - y_k) + C^T C x]\end{aligned} \tag{16}$$

식 (14)에서 β^n은 n번째 반복 연산 단계에서 간격의 크기를 표현한다. 이 매개 변수는 발산하지 않을 정도로 충분히 작아야 하며, 적당한 반복 연산 횟수에 수렴하게 하기 위해 충분히 크기도 해야 한다. 간격의 크기는 다음 식을 β^n에 대해 최소로 하여 구할 수 있다.

$$F(\hat{x}_k^{n+1}) = F(\hat{x}_k^n - \beta^n \nabla_x F(\hat{x}_k^n)), \tag{17}$$

위 식을 미분하기 전에 $F(x)$를 식 (10) 과 (14)를 이용하여 새로이 쓴다. 그 다음 β^n에 대해 미분하여 미분 함수가 0이 될 때의 β^n을 찾는다. 이를 구하면 다음 식과 같다[5].

$$\beta^n = \frac{\sum_{k=1}^{p} (\lambda_k(x) \nabla_x F(x)^T \overline{W}_{sk}^T (\overline{W}_{sk} x - y_k)) + \nabla_x F(x)^T C^T C x}{\sum_{k=1}^{p} (\lambda_k(x) \| \overline{W}_{sk} \nabla_x F(x) \|^2) + \| C \nabla_x F(x) \|^2} \tag{18}$$

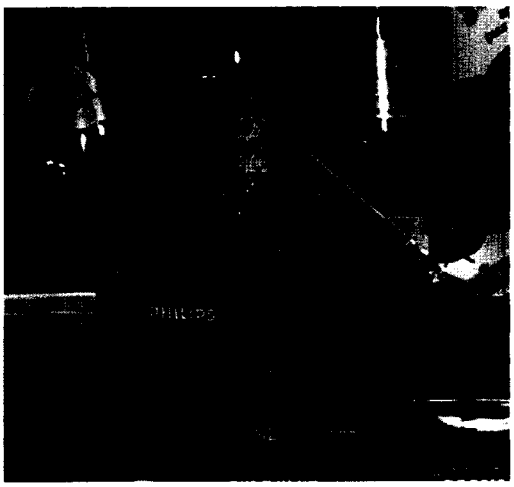


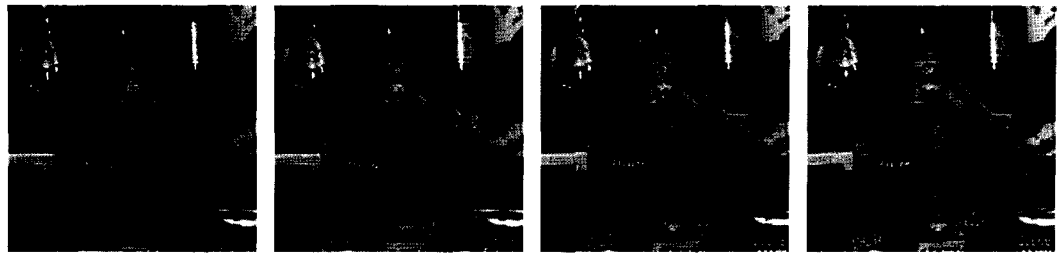
그림 2. 원 영상
Fig. 2. Original Image

표 1. 정확한 부화소 움직임 정보 { $\delta_{h,k}, \delta_{v,k}$|(0.0,0.0),(0.0,0.5),(0.5,0.0),(0.5,0.5)},에 비해 부정확한 부화소 움직임 비교 k=1,2,3,4
Table 1. The inaccurrate subpixel motion compared with the accurate subpixel motion information { $\delta_{h,k}, \delta_{v,k}$|(0.0,0.0),(0.0,0.5),(0.5,0.0),(0.5,0.5)}, for k=1,2,3,4

Motion	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
$(\delta_{h,1}, \delta_{v,1})$	(0.0,0.0)	(0.0,0.0)	(0.0,0.0)	(0.0,0.0)
$(\delta_{h,2}, \delta_{v,2})$	(0.0,0.3)	(0.0,0.3)	(0.0,0.3)	(0.15,0.25)
$(\delta_{h,3}, \delta_{v,3})$	(0.5,0.0)	(0.4,0.1)	(0.4,0.1)	(0.6,-0.1)
$(\delta_{h,4}, \delta_{v,4})$	(0.5,0.5)	(0.5,0.5)	(0.5,0.5)	(0.4,0.7)

V. 실험 결과

제안한 알고리즘을 적용한 다양한 실험 결과를 제시하였다. 한 영상에서 파생된 여러 장의 저해상도 실험영상으로 실험을 하였다. 반복연산에 대한 임계값은 $\|x^{n+1} - x^n\|^2 / \|x^n\|^2 \leq 10^{-6}$를 사용하였다. 그림 2의 256×256 "shopping" 영상을 원 영상으로 하여 그림 3에 보이는 바와 같이 각 차원에서 2배로 다운 샘플링하고 병진방향의 움직임을 주어 "shopping" 영상의 저해상도 영상(128×128)을 만들었다. 저해상도 영상의 부화소 움직임 정보를 정확하게 알고 있지



(a) (b) (c) (d)

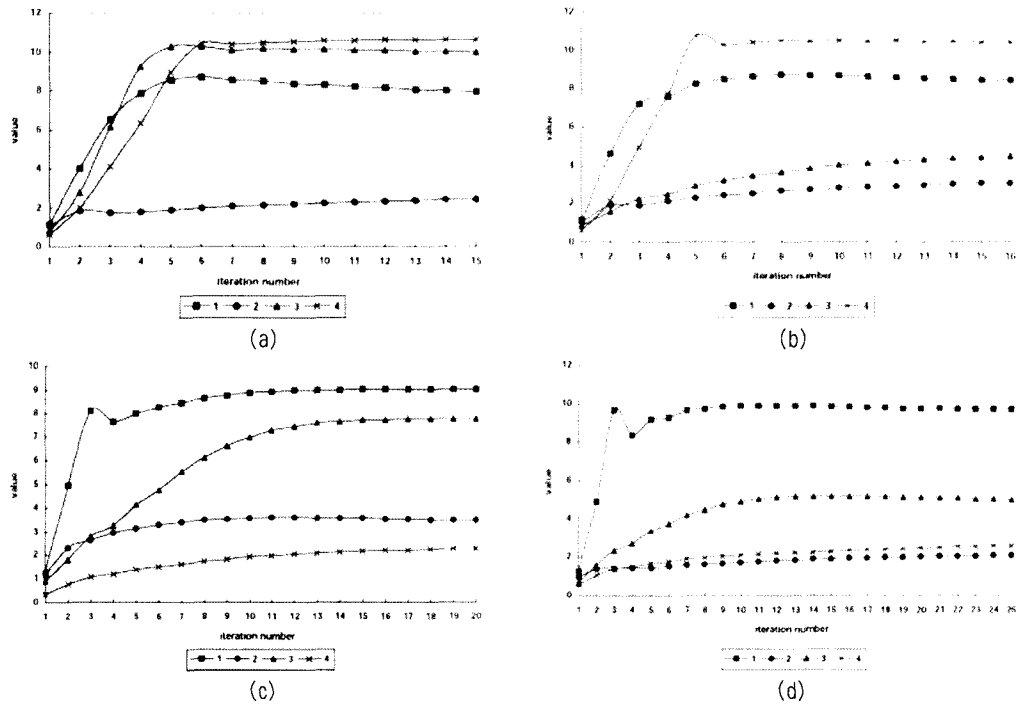
그림 3. 입력한 저해상도 영상들 (a)y_1 (b)y_2 (c)y_3 (d)y_4

Fig. 3. Input low-resolution images (a)y_1 (b)y_2 (c)y_3 (d)y_4

(a) (b) (c)

그림 4. 결과 영상의 일부분을 확대한 영상 (a)3차 보간법 영상 (b)기존의 알고리즘(c)제안한 알고리즘

Fig. 4. Partially-magnified images results for (a)Bicubic interpolation image (b)The conventional reconstruction image (c)The proposed algorithm



(a) (b) (c) (d)

그림 5. 제안한 정규화 함수 $\lambda_k^n(x)$, k=1,2,3,4 (a)case 1, (b)case 2, (c)case 3, (d)case 4

Fig. 5. Regularized functional $\lambda_k^n(x)$, k=1,2,3,4 (a)case 1, (b)case 2, (c)case 3, (d)case 4

만 표 1에서 보이는 4개의 경우처럼 부화소 움직임 추정이 올바르지 않다고 가정한다. 이는 대부분의 움직임 추정 방법들이 추정 오류를 포함하고 있기 때문이다. 제안한 알고리즘의 전체 시스템 블록도를 그림 8에 나타내었다. 제안한 알고리즘의 성능을 정량적으로 측정하기 위해 PSNR을 각각의 결과마다 구하였다.

$$\mathrm{PSNR} = 10\log_{10}\left\{\frac{255^2 \cdot \mathrm{N}}{||\hat{\mathrm{x}} - \mathrm{x}||^2}\right\}, \qquad (19)$$

위 식에서 N은 고해상도 영상의 전체 화소 수이고 $\hat{\mathrm{x}}$과 x는 각각 추정한 고해상도 영상과 원 영상이다. 각각의 경우마다 재구성한 고해상도 영상의 PSNR을 표 2에 나타내었다. 기존의 재구성 알고리즘[5]은 반복 연산 과정동안 정규화 매개변수에 상수를 적용한다. 본 실험에서는 $\lambda_k^n = 10$으로 하였다. 제안한 알고리즘은 대수함수 정규화 매개 변수들을 이용하여 정규화된 다중 채널 영상 복원 기법을 적용한다.

표 2. 부화소 움직임이 표 1과 같을 때 기존의 알고리즘과 제안한 알고리즘의 PSNR
Table 2. PSNR of the conventional algorithm and the proposed algorithms when the subpixel motion is as in Table 1.

PSNR(dB)	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Conventional reconstruction algorithm	34.1927	32.3607	28.3383	28.8339
Proposed algorithm	38.3401	36.2581	31.739	35.072

첫 번째 실험에서 각각의 경우에서 동일한 초기 조건일 때 제안한 알고리즘의 성능을 다른 기존의 알고리즘과 비교하고 이를 표 2에 명시하였다. 반복 연산 과정에서 초기 고해상도 영상으로 주어진 저해상도 영상들을 선형보간하고 평균을 취한 영상을 사용하였다. 부화소 움직임의 정보가 정확하지 않을수록 각 재구성한 고해상도 영상의 화질은 점점 저하된다. 그러나 제안한 알고리즘은 위치 추정 오류가 존재할 때 정규화 매개 변수로 하나의 상수만을 이용한 기존의 알고리즘에 비해 뛰어난 성능을 보인다. 그림 4(a)에 나타낸 3차 보간법(bicubic interpolation)[14]을 이용하여 얻은 영상에 비해 제안한 알고리즘으로 재구성한 영상은 고주파영역을 세밀하게 나타냄을 알 수 있다. 그림 4(b)-(c)는 각각 일정한 정규화 매개 변수를 이용하여 재구성한 결과와 위치 추정 오류 잡음에 따라 변하는 제약조건을 이용한 재구성하는 방식을 사용한 제안한 알고리즘을 이용해 재구성한 최종 결과이다. 표 2에 PSNR 결과를 각각 표기하였다. 일정한 상수를 정규화 매개 변수로 사용한 경우, 한 번의 반복연산(iteration)을 하는 데 걸리는 시간은 펜티엄 3500MHz에서 390msec이다. 제안한 알고리즘의 경우 402msec의 시간이 걸린다. 연산이 반복되는 횟수는 제안한 알고리즘을 이용한 경우가 일정한 상수를 정규화 매개 변수로 사용한 경우에 비해 크다. 그러나 일정한 정규화 매개 변수를 사용하게 되면, 가장 뛰어난 결과를 얻기 위해서는 좋은 선택적인 매개 변수를 택하기 위해 추가적인 과정이 필요하다. 이런 연산을 포함하면 제안한 알고리즘에 비해 시간이 오래 걸리게 된다. 다시 말해서 일정한 정규화 매개 변수를 사용할 때, 최적의 결과를 얻기 위해서, 모든 매개 변수의 경우를 모두 테스트해야 하지만, 제안한 알고리즘에서는 정규화 매개 변수를 자동적으로 추정하기 때문에 한번의 테스트만 하면 된다. 표 1에서 명시한 각 경우마다 반복 연산 회수 대 정규화 함수의 관계를 제안한 알고리즘을 이용한 경우 그림 5에서 그래프로 살펴볼 수 있다. 그래프를 보면, 정규화 매개 변수의 값은 부화소 움직임 정보의 부정확성에 반비례한다. 또한 정규화 함수는 위치 추정 오류 잡음의 정도를 반영한다. 그러므로 각 저해상도 영상의 정규화 매개 변수가 수렴한 값을 통해 상대적으로 각 영상에 위치 추정 오류가 어느 정도 존재하는지 판단할 수 있다.

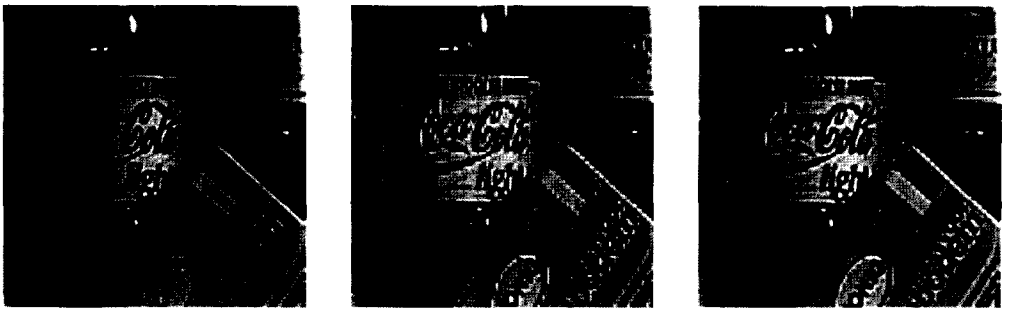
두 번째 실험에서 고해상도 영상은 각 경우에서 위치 추정알고리즘을 통해 움직임을 추정한 다음 재구성하였다. 테일러 급수를 기초로 한 미분 근사화 반복법(gradient descent)을 부화소 움직임을 추정하기 위해 사용하였다[13]. 변화도를 이용한 방법(gradient method)으로 추정한 움직임을 표 3에 나타냈다. 이 경우 재구성한 고해상도 영상의 PSNR을 표 4에 표기하였다. 결과는 그림 6으로 확인할 수

표 3. 4장의 저해상도 영상에서 변화도를 이용해 추측한 위치 추정 파라미터
Table 3. The registration parameters estimated by the gradient based registration algorithm for the 4 low-resolution images

Low Resolution Image	y_1	y_2	y_3	y_4
δ_h	0.0000	-0.000947	0.271594	0.262635
δ_v	0.0000	0.224465	0.005478	0.219525

표 4. 표 3에서 주어진 위치 추정 파라미터를 사용하여 재구성한 영상의 PSNR
Table 4. Comparison of the conventional algorithm and the proposed algorithms using the registration parameters shown in Table 3.

Algorithm	PSNR(dB)
Conventional reconstruction algorithm	23.784
Proposed algorithm	26.6955



(a) (b) (c)

그림 6. 위치 추정 알고리즘을 이용하여 부분적으로 확대한 영상 (a)원 영상 (b)기존의 알고리즘 (c)제안한 알고리즘

Fig. 6. Partially-magnified images results using image registration for (a)Original image (b)The conventional reconstruction image (c)The proposed algorithm

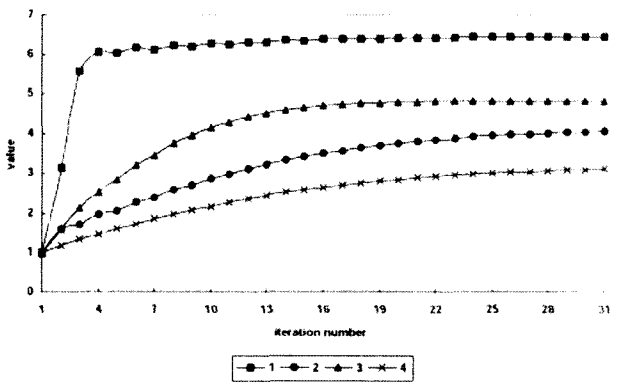


그림 7. 제안한 알고리즘에서의 정규화 함수 $\lambda_k^n(x)$, k=1,2,3,4

Fig. 7. Regularized functional $\lambda_k^n(x)$, k=1,2,3,4 for the proposed algorithm

있다. 제안한 재구성 결과는 세밀한 부분에서 두드러지게 뛰어나다. 이 때 제안한 알고리즘의 반복 연산 회수 대 정규화 함수의 그래프를 그림 7에서 볼 수 있다. 그림 5에서 언급했듯이 자동으로 수렴한 값은 각 영상에서 부화소 위치 추정의 정확성을 시사한다.

Ⅵ. 결 론

본 논문에서는 부정확한 부화소 위치 추정을 고려한 고해상도 영상 재구성 알고리즘을 제안하였다. 정규화된 다중 채널 영상 복원 기법을 이용하여 각 채널의 부정확한 움직

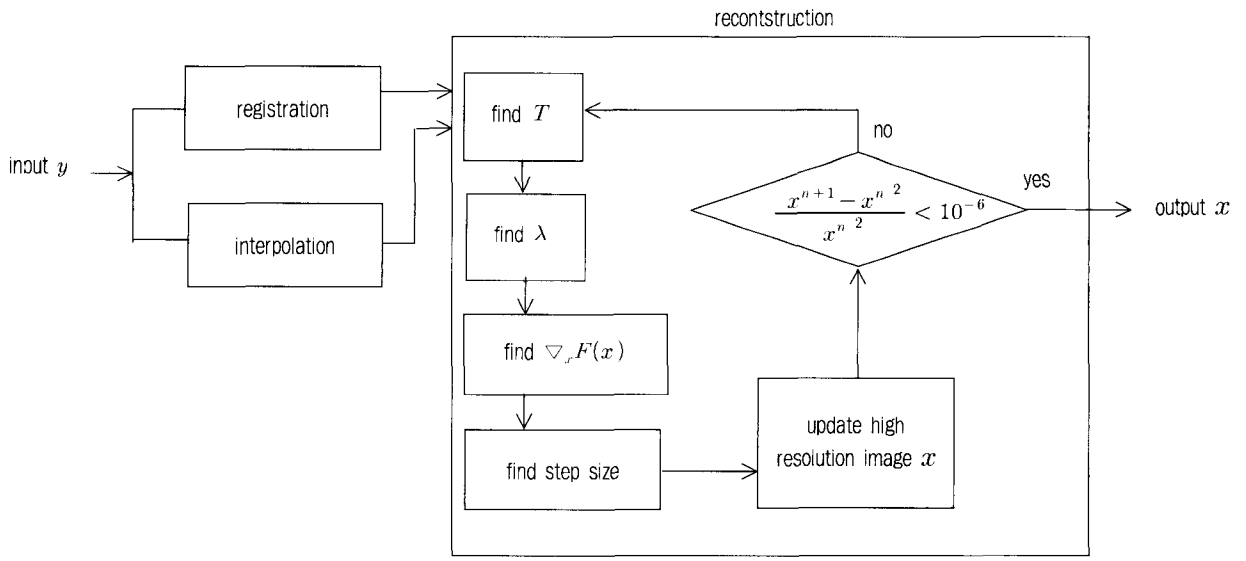


그림 8. 전체 시스템 블록도

Fig. 8. Block diagram of the overall system

임 정보에 의해 유발된 위치 추정 오류 잡음을 모두 고려하였다. 집합론에 기초하여 정규화 함수를 모델링하고 위치 추정 오류의 부정확성 즉, 위치 추정 오류 잡음을 고해상도 영상 재구성 과정에 첨가하였다. 위치 추정 오류가 크면, 재구성하는 과정에서 다른 채널에 비해 정규화 매개변수의 값이 상대적으로 작아진다. 제안한 알고리즘은 위치 추정 오류 잡음에 대해 강하고 민감하지 않으며 원 영상과 위치 추정 잡음 과정에 대한 사전 정보를 요구하지 않는다. 정규화 매개 변수를 결정하고 영상을 재구성하는데 필요한 정보는 부분적으로 재구성된 영상에서 이용 가능한 정보를 바탕으로 각 반복 연산 과정마다 갱신된다. 제안한 알고리즘의 실험결과를 통해 고주파의 세밀한 정보가 재구성한 영상에서 주목할 정도로 잘 나타남을 확인할 수 있다. 특히 하나의 일정한 정규화 매개 변수를 이용하는 기존의 방법과 3차 보간법에 비해 뛰어나다.

참 고 문 헌

[1] R. Y. Tsai and T. S. Huang, "Multiple frame image restoration and registration," *in Advances in Computer Vision and Image Processing*, T. S. Huang, Ed., Vol. 1, pp. 317-339. JAI Press Inc., 1984

[2] S. P. Kim, N. K. Bose, and H. M. Valenzuela, "Recursive reconstruction of high resolution image from noisy undersampled multiframes," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. 38, pp. 1013-1027, Jun. 1990.

[3] H. Stark and P. Oskoui, "High resolution Image Recovery from Image-plane Arrays, Using Convex Projection," J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 6, pp. 1715-1726, 1989.

[4] M. Irani and S. Peleg, "Improving Resolution by Image Registraion," *CVGIP: Graphical Models and Image Proc.*, Vol. 53, pp. 231-239, May 1991.

[5] R. C. Hardie, K. J. Barnard, J. G. Bognar, E. E. Armstrong and E. A. Watson, "High-resolution image reconstruction from a sequence of rotated and translated frames and its application to an infrared imaging system," *Opt. Eng.*, Vol. 37, No. 1, pp. 247-260, Jan. 1998.

[6] H. C. Andrews and B. R. Hunt, Digital Image Restoration, Prentice Hall, New York, 1977

[7] B. R. Hunt, "Application of constrained least squqres estimation to image restoration by digital computers," *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-22, pp. 805-812, 1973.

[8] M. G. Kang and A. K. Katsaggelos, "Simultaneous multichannel image restoration and estimation of the regularizaton parameters," *IEEE Trans. Image Processing*, Vol. 6, No. 5, pp. 774-778, May 1997.

[9] M. G. Kang, "Generalized multichannel deconvolution approach and its applications," *SPIE Optical Engineering*, Vol. 37, No. 11, pp. 2953-2964, Nov. 1998.

[10] Moon Gi Kang and A. K. Katsaggelos, "Simultaneous iterative restoration and evaluation of the regularization parameter," *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 40, pp. 2329-2334, Sep. 1992.

[11] Moon Gi Kang and A. K. Katsaggelos, "General choice of the regularization functional in regularized image restoration," *IEEE Trans. Image Processing*, Vol. 4, No. 5, pp. 594-602, May 1995.

[12] R. C. Gonzalez and D. Wintz, Digital Image Processing, Reading, nA: Addison-Wesley, 1987

[13] B. D. Lucas and T. Kanade, "An iterative image registration technique with an application to stereo vision," *Proc. DARPA Image Understanding Workshop*, pp. 121-130, 1981.

[14] R. G. Keys, "Cubic convolution interpolation for digital image processing," *IEEE Trans. Acoust. Speech and Sign. Proc.*, Vol. ASSP-29, pp. 1153-1160, Dec. 1981.

저 자 소 개

이 은 실

- 2000년 2월 : 연세대학교 전자공학과 공학사
- 2002년 2월 : 연세대학교 전기전자공학과 공학석사
- 2002년~현재 : LG전자기술원 주임연구원
- 주관심분야 : 영상복원, 초해상도 영상 재구성

저 자 소 개

변 민

- 2002년 2월 : 연세대학교 전자공학과 공학사
- 2002년~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 석사과정
- 주관심분야 : 영상복원, 순차주사화

강 문 기

- 1986년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학사
- 1988년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학석사
- 1994년 2월 : Northwestern University 공학박사
- 1994년~1997년 2월 : Assistatnt Professor (University of Minnesota, Duluth)
- 1997년 3월~1999년 2월 : 연세대학교 전기전자공학과 조교수
- 1999년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 부교수
- 주관심분야 : 영상복원, 초해상도 영상복원, 비선형 필터링, 비디오 분석 및 처리 부화소 단위의 움직임 추정