

## 초임계 상태 이산화탄소 난류유동의 새로운 열전달계수 상관식 개발

임 홍 영, 최 영 돈\*, 김 용 찬\*, 김 민 수\*\*

고려대학교 대학원, \*고려대학교 기계공학과, \*\*서울대학교 기계공학과

### Development of a New Correlation for the Heat Transfer Coefficient of Turbulent Supercritical Carbon Dioxide Flow

Hong Young Lim, Young Don Choi\*, Young Chan Kim\*, Min Soo Kim\*\*

Graduate School, Korea University, Seoul 136-701, Korea

\*Department of Mechanical Engineering, Korea University, Seoul 136-701, Korea

\*\*Department of Mechanical Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

(Received November 7, 2002; revision received March 3, 2003)

**ABSTRACT:** Numerical simulations are performed to investigate the turbulent convective heat transfer of the supercritical carbon dioxide flows in vertical and horizontal square ducts. The gas cooling process at the supercritical state experiences a sudden change in thermodynamic and transport properties. This results in the extraordinary variations of the heat transfer coefficients in the supercritical state, which are much different from those of single or two phase flows. Algebraic second moment closure which can include the effects of large thermophysical property variations of carbon dioxide and of buoyancy is employed to model the Reynolds stresses and turbulent heat fluxes in the governing equations. The previous correlations for the turbulent heat transfer coefficient for the supercritical carbon dioxide flows couldn't reflect the buoyancy effect. The present results are used to establish a new heat transfer coefficient correlation including the effects of large thermophysical property variation and buoyancy on in-duct cooling process of supercritical carbon dioxide.

**Key words:** Supercritical state(초임계 상태), Carbon dioxide(이산화탄소), Correlation(상관식), Buoyancy effect(부력효과)

#### 기 호 설 명

$C_f$  : Fanning의 마찰계수  
 $C_{ij}$  : 대류텐서  
 $C_{pb}$  : 체적 평균 온도에서의 정압비열  
 $C_t$  : 난류모형상수

$D_H$  : 수력직경  
 $d'_{ij}, D_{ij}$  : 확산텐서  
 $D_\epsilon$  : 난류운동에너지소멸률의 점성확산율  
 $h_b$  : 체적 평균 온도에서의 엔탈피  
 $h_w$  : 벽온도에서의 엔탈피  
 $k$  : 난류운동에너지  
 $Nu$  : 누셀트수  
 $Nu_b$  : 체적 평균 온도 기본 누셀트수  
 $Nu_w$  : 벽온도 기본 누셀트수

† Corresponding author

Tel.: +82-2-3290-3355; fax: +82-2-928-1067

E-mail address: ydchoi@korea.ac.kr

- $P$  : 국소 평균 압력
- $P_{ij}$  : 레이놀즈응력 생성률 텐서
- $Pr$  : 프란틀수
- $P_\epsilon^i$  : 난류운동에너지소멸률의 생성률 텐서
- $r$  : 난류모형상수
- $Re$  : 레이놀즈수
- $T_0$  : 덕트 입구온도
- $T_b$  : 체적 평균 온도
- $T_w$  : 벽온도
- $\frac{u_i u_j}{u_i \theta}$  : 레이놀즈응력
- $\frac{u_i \theta}{u_i \theta}$  : 난류열유속
- $x, X$  : 측벽에 수직한 방향 좌표
- $y, Y$  : 내벽에 수직한 방향 좌표
- $z, Z$  : 주유동방향 좌표

**그리스 문자**

- $\Gamma$  : 난류운동에너지소멸률의 소멸률
- $\epsilon$  : 난류운동에너지소멸률
- $\epsilon_{ij}$  : 레이놀즈응력소멸률 텐서
- $\theta$  : 온도의 요동성분
- $\mu$  : 점성계수
- $\nu$  : 동점성계수
- $\Pi_\epsilon$  : 난류운동에너지소멸률의 압력확산율
- $\rho_b$  : 체적 평균 온도에서의 밀도
- $\rho_w$  : 벽면온도에서의 밀도
- $\phi_{ij}$  : 압력변형률 텐서

**1. 서 론**

지난 10년간 오존층 파괴의 위협 증대에 따라 이산화탄소의 초임계 사이클에 대한 관심이 증대되어 왔다. 특히 최근 초임계 이산화탄소 사이클은 자동차, 에어컨, 열펌프 운수기 또는 환경제어기 등에 적용하는 대체기술로 각광을 받고 있다. 이산화탄소 사이클이 기존 증기압축식 사이클 기술과 가장 큰 차이가 나는 것은 초임계 상태에서 열을 방출하는 과정(가스냉각과정)에 있다. 이 과정은 임계점 부근을 지나는 거의 등압과정으로 일어나며 열물성치(thermophysical property)에 급격한 변화가 일어난다. 이 가스냉각과정에서의 열

전달계수의 정확한 예측은 효율적 가스냉각기 설계에서 가장 중요한 요소이다. CFC, HCFC와 HFC 냉매의 열전달계수를 결정하기 위한 연구는 대단히 많이 진행되어 왔으나 초임계 상태 이산화탄소 유동의 열전달계수에 관한 연구의 양은 많지 않아서 아직 신빙성 있는 열전달계수 상관식이 제안되고 있지 않다. 임계점 부근에서의 가스냉각과정은 온도변화에 따른 물성치의 급격한 변화뿐만 아니라 열성층에 의한 난류의 생성과 소멸, 레이놀즈응력의 비등방성, 급격한 밀도변화에 의해 발생하는 2차 유동 등 유동의 미세구조 변화에 의해 열전달이 큰 영향을 받기 때문에 적합한 열전달계수 상관식을 도출을 위해서는 유동의 미세구조와 열전달과의 관계성이 먼저 규명되어야 한다. 초임계 이산화탄소의 가스냉각과정은 발달하는 난류 열전달이며 이에 대한 열전달계수 상관식을 얻기 위해서는 많은 실험이 필요하다. 그 모든 자료를 실험적으로만 얻으려 하는 것은 비효율적이며 전산해석을 이용하면 실험에서 측정하기 어려운 많은 자료를 얻을 수 있다.

초임계 상태 이산화탄소의 냉각과정 열전달에 관한 기존의 연구결과를 살펴보면 Petukhov et al.,<sup>(1)</sup> Krasnoshchekov et al.,<sup>(2)</sup> Baskov et al.,<sup>(3)</sup> Petrov and Popov<sup>(4)</sup>이 실험결과에 바탕하여 난류 열전달계수 상관식을 제시하고 있다. 전산해석적 연구는 Pitla et al.<sup>(5)</sup>은 혼합거리 모형과  $k$ 방정식 모형을 이용한 해석을 하였고, Pitla et al.<sup>(6)</sup>은 난류유동 열전달계수 상관식을 제안하여 해석결과와 비교적 잘 일치하는 결과를 보여주었다.

과거의 초임계 상태 이산화탄소 난류 열전달계수 상관식 유도과정에 대한 문제점을 분석해 보면 실험적으로 초임계 상태 난류 열전달계수 상관식을 도출하는 데에는 어려움이 크다. 왜냐하면 초임계 상태 난류 열전달계수는 유체압력, 평균 온도, 벽면열유속에 따른 유체 물성치 변화와 난류구조 등의 많은 변수에 의해 영향을 받기 때문에 이 모든 영향을 함께 고려한 열전달계수 상관식을 도출하려면 많은 양의 자료가 필요하며 이들을 모두 고압 상태에서 정확히 측정한다는 것은 대단히 많은 노력을 소요한다. 따라서 전산해석에 의해서 발달하는 초임계 난류 열전달계수를 도출하는 연구가 필요하다. 그러나 기존에 이산화탄소 초임계 난류유동의 해석에 사용되어 온 난류모형인 혼합거리 모형과  $k-\epsilon$  모형은 초임계

상태 특히 유사임계점(pseudo-critical point) 부근에서 열성층에 의한 난류생성 등 난류구조 변화가 열전달에 미치는 영향을 정확히 고려할 수 없어서 정확한 열전달계수 상관식 도출을 위해 사용하기에 적합하지 못하다.

따라서 본 연구에서는 레이놀즈응력과 난류 열유속의 수송방정식을 직접 푸는 2차모멘트 난류 닫힘(second moment turbulence closure)과 저레이놀즈수  $k-\epsilon$  모형을 이용하여 정사각 단면의 초임계 상태 이산화탄소 직관 난류 열전달을 해석하였고 그 결과 얻어진 열전달계수로 과거의 열전달계수의 적합성을 검증하였고 전산해석결과에 잘 부합되며 열성층에 의한 난류생성과 압축성계수 변화가 난류생성에 미치는 영향 등을 고려하는 새로운 열전달계수 상관식을 도출하였다.

## 2. 수치해석

### 2.1 유동장과 좌표계

Fig. 1은 본 연구에서 유동해석한 정사각 단면 직덕트의 유동해석을 위한 격자계의 개략도이다.

본 연구에서 해석한 유동장은 가로, 세로가 각각 1 cm인 정사각 단면 직덕트에서 벽면에 가하는 열유속은 변화시키면서 입구온도 100°C에서 유동 체적 평균 온도가 약 20°C 정도까지 하강할 때까지의 난류 열전달을 전산해석하였다.

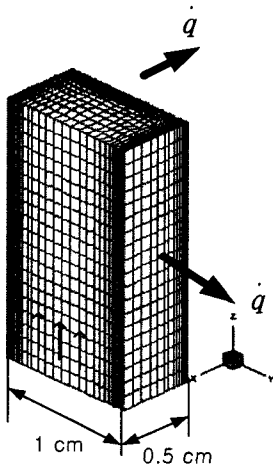


Fig. 1 Schematic diagram showing a straight duct with a square cross-section.

### 2.2 지배방정식

직덕트 내 유동은 온도차에 의한 물성치의 변화와 그에 따른 부력의 영향을 고려할 수 있는 정상상태, 압축성 난류유동의 지배방정식을 텐서 식으로 나타내면 다음과 같다.

#### 연속방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0 \quad (1)$$

#### 운동량방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = & \\ & - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

#### 에너지방정식

$$\frac{(\rho U_j \partial T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho \overline{u_i \theta} \right) \quad (3)$$

#### 레이놀즈응력방정식

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + C_{ij} = P_{ij} + G_{ij} + D_{ij} + \phi_{ij} - \epsilon_{ij} \quad (4)$$

$$C_{ij} = U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k}$$

$$P_{ij} = - \left\{ \overline{u_k u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_k u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right\}$$

$$G_{ij} = - \beta (g_i \overline{u_j \theta} + g_j \overline{u_i \theta})$$

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} - \overline{u_i u_j u_k} - \frac{\rho}{\rho} (\overline{u_i \delta_{ik} + u_j \delta_{jk}}) \right\}$$

$$\phi_{ij} = \frac{\rho}{\rho} \left\{ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right\}$$

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k}$$

#### 난류열유속방정식

$$\frac{D \overline{u_i \theta}}{Dt} = P_{i\theta} + \phi_{i\theta} + D_{i\theta} - \epsilon_{i\theta} \quad (5)$$

$$\phi_{i\theta} = - \frac{1}{\rho} \theta \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$$

$$D_{i\theta} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u_i u_j \theta} - \alpha \overline{u_i} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} - \nu \theta \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

$$\varepsilon_{i\theta} = (\alpha + \nu) \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

$$P_{i\theta} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{\theta u_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j}$$

난류운동에너지소멸률방정식

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = P_\varepsilon^1 + P_\varepsilon^2 + P_\varepsilon^3 + P_\varepsilon^4 + D_\varepsilon^\nu + D_\varepsilon^t - \Gamma_\varepsilon + \Pi_\varepsilon \quad (6)$$

$$P_\varepsilon^1 = \frac{2f_{w1}}{1 + 1.5 u_2^2/k} \frac{(P_k + G_k)\varepsilon}{k}$$

$$P_\varepsilon^2 = C_{\varepsilon 2} [1 - \exp(-y^+/4.71)] \frac{(P_k + G_k)\varepsilon}{k}$$

$$P_\varepsilon^3 = \nu \frac{k}{\varepsilon} [C_{\varepsilon 3}^1 \overline{u_k u_l} U_{i,b} + C_{\varepsilon 3}^2 (k_l U_{l,j} + k_j U_{i,k})] U_{i,kj}$$

$$P_\varepsilon^4 = C_{\varepsilon 4} [1 - \exp(-y^+/4.6)]^3 f_{\varepsilon 1}(R_t) \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$\Gamma_\varepsilon = C_{\varepsilon 5} [\tanh(y^+/7.2)]^2 f_{\varepsilon 1}(R_t) f_{\varepsilon 2}(R_p') \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$T_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial u_i u_j}{x_l} \right)$$

$$f_{w1} = \exp[-(R_t/83)^2]$$

$$f_{\varepsilon 1}(R_t) = 1 - 0.3 \exp[-(R_t/6)^2]$$

$$f_{\varepsilon 2}(R_p') = \exp(R_p'^3)$$

$$G_k = -\beta g_i \overline{u_i \theta}$$

2.3 난류모형

기존에 이산화탄소 초임계 난류유동의 해석에 사용되어 온 난류모형인 혼합거리 모형과  $k-\varepsilon$  모형은 초임계 상태, 특히 유사임계점(pseudo-critical point) 부근에서 열성층에 의한 난류생성 등 난류구조 변화가 열전달에 미치는 영향을 정확히 고려할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 레이놀즈응력과 난류 열유속의 수송방정식을 직접 푸는 2차 모멘트 난류단합(second moment turbulence closure)를 사용하여 열성층에 의한 난류생성과 압축성계수 변화가 난류생성에 미치는 영향을 고려하였다.

레이놀즈응력방정식(4)와 난류열유속방정식(5)를 풀기 위해서는  $D_{ij}$ ,  $\phi_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $D_{i\theta}$ ,  $\phi_{i\theta}$ ,  $\varepsilon_{i\theta}$ 에 대한

난류모형이 필요하다. 본 연구에서는 식(4)와 식(5)를 Rodi et al.<sup>(7)</sup>가 제안한 대수응력방정식으로 고침으로써  $D_{ij}$ 와  $D_{i\theta}$  모형을 생략할 수 있었고  $\phi_{ij}$ 에 대해서는 Shin<sup>(8)</sup>이 적용한 CQI(cubic quasi-isotropic) 모형을,  $\phi_{i\theta}$ 에는 Launder et al.<sup>(9)</sup>가 제안한 IP(isotropization of production) 모형을 적용하였다.  $\varepsilon_{ij}$ 는 Launder and Tselepidakis<sup>(10)</sup>의 모형을 도입하였으며  $\varepsilon_{i\theta}$ 는 무시하였다. 식(6)의  $\varepsilon$  방정식에 대한 모형화는 Choi et al.<sup>(11)</sup>이 제안한 다중생성률 모형을 적용하였다.  $\phi_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$ 에 대한 모형식은 다음과 같다.

$$\varepsilon_{ij} = f_s \varepsilon_{ij}^* + (1 - f_s) \varepsilon_{ij}^o, \quad f_s = \exp\left[-\left(\frac{R_t}{150}\right)^2\right]$$

$$\varepsilon_{ij}^* = \frac{\frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i u_j} \{1 + \overline{u_i u_k} \delta_{jk} + \overline{u_j u_k} \delta_{ik} + \overline{u_k u_l} \delta_{kl} \delta_{ij}\}}{1 + \frac{3}{2} \frac{\overline{u_p u_q} \delta_{pq}}{k}}$$

$$\varepsilon_{ij}^o = \left[1 + \alpha \left(\frac{1}{2} A_2 - \frac{2}{3}\right) a_{ij} - \alpha \left(a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} A_2 \delta_{ij}\right)\right] \varepsilon + \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon$$

$$\phi_{ij} = \phi_{ij1} + \phi_{ij2} + \phi_{ij1}^w + \phi_{ij2}^w$$

$$\phi_{ij1} = -C_1 \left[ a_{ij} + C_1' \left( a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} A_2 \right) \right] \varepsilon$$

$$\phi_{ij2} = -C_2 \left\{ \left( P_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} P_{kk} \right) + \left( G_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} G_{kk} \right) - \frac{1}{2} \varepsilon a_{ij} \left( \frac{P_{kk} + G_{kk}}{\varepsilon} \right) + \frac{1}{3} \left[ \frac{\overline{u_k u_j} u_l u_i}{k} \left( \frac{\partial U_k}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_k} \right) + \frac{\overline{u_l u_k}}{k} \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_l} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\gamma}{0.6} [A_2 (P_{ij} + G_{ij} - D_{ij}) + 3a_{ik} a_{kj} (P_{ik} + G_{ik} - D_{ik})] \right\}$$

$$\phi_{ij1}^w = C_1^w \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} n_k n_j - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} n_k n_i \right) f \left( \frac{l}{n_k r_k} \right)$$

$$\phi_{ij2}^w = C_2^w \left( \phi_{km2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{kj2} n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{kj2} n_k n_i \right) f \left( \frac{l}{n_k r_k} \right)$$

## 2.4 압축성계수 효과

식(4), 식(6)에 나와 있는  $\beta$ 는 열팽창계수로

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (7)$$

로 정의된다. 이상기체에서는 상태방정식이  $P = \rho RT$ 로 주어지고 열팽창계수는  $\beta = 1/T$ 로 주어지지만 비이상기체에서는 상태방정식이  $P = Z\rho RT$ 로 변한다. 여기서  $Z$ 는 압축성계수(compressibility factor)이다. 비이상기체에서 열팽창계수는 압축성계수가 고려된 상태방정식을 식(7)에 대입하여 다음의 식으로 얻어진다.

$$\beta = \frac{1}{T} - \frac{dZ}{ZdT} \quad (8)$$

유사임계점 부근에서는  $dZ/dT$ 는 대단히 커지므로 열팽창계수가 크게 변하고 이는 다시 레이놀즈용력과 난류에너지의 생성에 크게 기여한다. Fig. 2는 압력과 온도에 따른  $\beta$ 의 변화를 나타낸 그림이다.

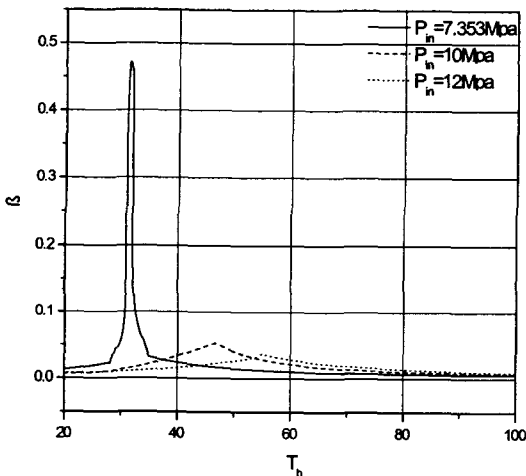


Fig. 2 Variation of thermal expansion coefficient of carbon dioxide with respect to bulk mean temperature under supercritical state for  $P_{in} = 7.353$  MPa, 10 MPa, 12 MPa.

## 2.5 열성층 효과

초임계 상태 이산화탄소에 열전달이 일어나면 벽면 부근에서 큰 밀도구배가 존재하고 이에 따라 덕트나 원관 내 자연대류와 열성층에 의한 난류에너지 생성과 소멸은 난류열전달에 지대한 영향을 준다. 열성층에 의한 난류에너지생성률(buoyancy turbulence production rate)과 전단에 의한 난류에너지생성률(shear turbulence production rate)의 비는 Richardson 수로 나타낸다.

$$\begin{aligned} Ri &= \frac{\text{열성층에 의한 난류에너지생성률}}{\text{전단에 의한 난류에너지생성률}} \quad (9) \\ &= \frac{\beta g \nu_t / \sigma_t \frac{\partial T}{\partial y}}{\nu_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2} = \frac{\beta g \Delta T \Delta y}{(\Delta U)^2 \sigma_t} \end{aligned}$$

여기서  $\sigma_t = 1$ ,  $\Delta U = U_m$ ,  $\Delta T = T_b - T_w$ ,  $\Delta y = D_H$ 로 가정하면

$$Ri = \frac{g\beta(T_b - T_w)D_H^3/\nu^2}{U_m^2 D_H^2/\nu^2} = \frac{Gr}{Re^2} \quad (10)$$

따라서  $Ri = Gr/Re^2$ 이 초임계 상태 난류열전달에서 열성층에 의한 부력효과를 나타내는 변수임을 알 수 있다.

수평관의 열전달계수상관식에서 부력효과를 고려하였다. Jackson et al.,<sup>(12)</sup> Kakac<sup>(13)</sup>에 의하면 수평관에서 식(11)의 조건을 만족할 경우 부력의 영향을 무시하여도 좋다고 하였다.

$$Gr/Re_b^2 < 10^{-3} \quad (11)$$

본 연구에서 사용된 조건에 의하면 수평관에서 위의 식(11)의 조건을 만족하지 않으므로 수평관에서 부력을 고려하였다.

Jackson et al.<sup>(14)</sup>에 의하면 식(12) 조건을 만족시킬 경우 수직관에서 부력을 무시해도 된다고 하였다.

$$Gr/Re_b^{2.7} < 10^{-5} \quad (12)$$

본 연구에서 사용된 조건에 의하면 수직관의 경우  $GrRe_b^{-2.7}$ 의 값이 약  $10^{-8} \sim 10^{-7}$  정도로 위

조건을 만족시킨다. 따라서 수직관인 경우 부력을 고려하지 않았다.

## 2.6 주요 해법

본 해석에서 사용한 전산 프로그램은 TEACH-2E(Gosman and Ideriahm<sup>(15)</sup>) 프로그램을 본 유동해석에 적합하도록 변형시킨 것이다. 이 프로그램에서 운동량방정식을 푸는 방법은 SIMPLER 해법을 Pratap and Spalding<sup>(16)</sup>이 포물선형(parabolic) 유동을 해석할 수 있도록 수정한 방법을 사용하였다. 이 방법은 타원형 해법(elliptic procedure)에 비하여 소요되는 전산기의 기억용량은 대단히 적은 반면 정확도는 거의 비슷하다. 이 해법에서 특이한 것은 주유동 방향속도와 압력의 수정을 압력수정방정식으로 하지 않고, Pratap and Spalding<sup>(16)</sup>이 제안한 총괄압력수정(bulk pressure correction) 방법으로 하는 것이다.

벽면으로부터 첫번째 격자점은 유동장의 입구에서  $y^+$ 가 0.5 이하가 되도록 하였는데 그 이유는  $\epsilon$ 의 벽면 경계조건을 보다 타당성 있게 적용하기 위해서이다.  $y^+ \leq 80$  이하의 구역에는 16개의 격자를 배치하였다. 전유동장에 대해 사용한 격자수는  $42 \times 80$ 개이다. 포물선형 해석법에서는 주요동 방향으로는 격자를 3개만 잡고 반복해서 대치시켜 가며 계산한다.

본 해석에서는 이산화탄소 초임계 상태의 물성치를 계산하기 위해서 NIST(National Institute of Standards and Technology)에서 개발한 REPROP version 6.01을 사용하였다.

## 2.7 경계조건

본 해석에서 입구 레이놀즈수는 100,000으로 하였고 일정한 초기온도(100 centigrade) 조건으로 유동이 유입된다고 가정하였다. 입구압력은 7.353 MPa, 10 MPa, 12 MPa 세 가지 경우에 대해 전산해석을 하였으며, 출구는 Neumann 조건을 주었다. 벽면에서는  $U, V, W, \overline{u_i u_j}$ 에 대하여 No-slip 조건을 사용하였고 벽면에서 빠져나가는 열유속은  $q_w = -10,000, -20,000, -40,000 \text{ w/m}^2$ 의 세 경우에 대해 계산하였다. 그리고 정사각 단면의 직덕트 유동은 대칭 유동이라고 가정하고 덕트

의 절반만 계산하였다. 따라서 실제 계산한 면의 한쪽 면은 대칭조건이고 나머지 세 면은 벽조건이다.

$$\text{벽면} : U, V, W, \overline{u_i u_j} = 0$$

## 2.8 1차원 난류열전달 시뮬레이션

전산해석 결과를 열전달계수상관식과 비교하기 위해서 1차원 열전달 시뮬레이션을 하였다. 이 해석에서는 덕트나 원관에서  $q_w$ 을 일정으로 주고 식(13)를 풀어  $T_b$ 를 계산한 후  $h$ 에 모형을 가정해서 식(14)에서  $T_w$ 을 계산하고 다시 식(15)에서  $h$ 를 계산해서 반복 계산하는 방법을 사용한다.

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{4q_w P}{\rho C_p U_m D_H} \quad (13)$$

$$T_w = \frac{q_w}{h + T_b} \quad (14)$$

$$h = h(T_b, T_w) \quad (15)$$

## 2.9 기존의 누셀트수 상관식

본 연구에서 고찰해 본 기존의 무차원 열전달계수인 누셀트수의 상관식은 다음과 같다.

Petukhov et al.<sup>(1)</sup>의 상관식

$$Nu = Nu_b \left( \frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.11} \left( \frac{k_b}{k_w} \right)^{-0.33} \left( \frac{C_{pb}}{C_{pw}} \right)^{0.35} \quad (16)$$

여기서  $Nu_b$ 는 식(17), 식(18), 식(19)로 계산된다.

$$Nu_b = \frac{f/8 Re_b Pr_b}{12.7 \sqrt{f/8} (Pr_b^{2/3} - 1) + 1.07} \quad (17)$$

$$f = \frac{1}{\{0.79 \ln Re_b - 1.64\}^2} \quad (18)$$

$$C_{pb} = \frac{i_b - i_w}{T_b - T_w} \quad (19)$$

Krasnoshchekov and Protopopov(17)의 상관식

$$Nu = Nu_b \left( \frac{\rho_b}{\rho_w} \right)^{0.3} \left( \frac{C_{pi}}{C_{pb}} \right)^n \quad (20)$$

$$n=0.4 \text{ for } T_w/T_{cp} \leq 1 \text{ or } T_b/T_{cp} \geq 1.2$$

$$n = b_1 + 0.18(T_w/T_{cp})$$

$$\text{for } 1 \leq T_w/T_{cp} < 2.5 \text{ and } T_b/T_{cp} \leq 1$$

$$n = b_1 + (5b_1 - 2)(1 - T_b/T_{cp})$$

$$\text{for } 1 \leq T_w/T_{cp} \leq 1.2$$

$$n=0.7 \text{ for } T_w/T_{cp} \leq 1 \text{ and } T_w/T_{cp} > 2.5$$

Pitla et al.(18)의 상관식

$$Nu = \left( \frac{Nu_w + Nu_b}{2} \right) \frac{k_w}{k_b} \quad (21)$$

여기서  $Nu_w$ ,  $Nu_b$ 는 Gnielinski 상관식(22)에서 물성치를  $T_{wall}$ 과  $T_{bulk}$  값을 기본으로 계산한 값이다.

$$Nu = \frac{f/8(Re - 1000)Pr}{12.7\sqrt{f/8}(Pr^{2/3} - 1) + 1.07} \quad (22)$$

Petrov and Popov(4)의 상관식

$$Nu = Nu_w \left( 1 - m \frac{q_w}{\rho w} \right) \left( \frac{C_{pi}}{C_{pw}} \right)^n \quad (23)$$

$$n = \begin{cases} 0.66 - k(q_w/\rho w) & \text{for } C_p/C_{pw} \leq 1 \\ 0.9 - k(q_w/\rho w) & \text{for } C_p/C_{pw} > 1 \end{cases}$$

$$m = 0.001 \text{ kg/J}; \quad k = 4 \times 10^{-4} \text{ kg/J}$$

이며, 여기서  $q_w$ ,  $\rho w$ 는 각각 열유속과 질량유속이다.  $Nu_w$ 는 다음 식을 사용하였다.

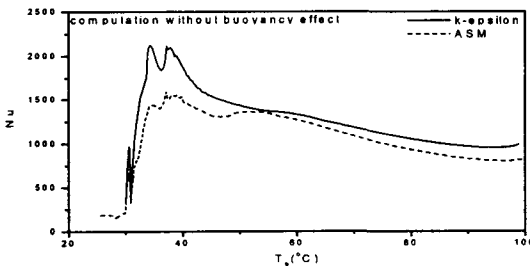
$$Nu_w = \frac{f_w/8Re_wPr_w}{12.7\sqrt{f_w/8}(Pr_w^{2/3} - 1) + 1.07} \quad (24)$$

$$f_w = \frac{1}{\{0.79 \ln Re_w - 1.64\}^2} \quad (25)$$

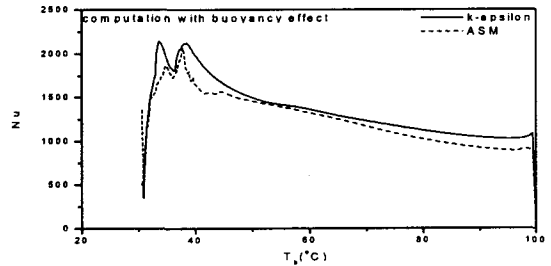
### 3. 수치해석 결과

#### 3.1 난류모형의 비교

본 연구에서는 난류모형으로 사용한 대수응력 모형과 기존의 결과에서 많이 사용하였던  $k-\epsilon$  모형의 결과를 비교해 보았다. Fig. 3은  $P_{in}=7.353$  MPa에서 레이놀즈응력방정식 모형의 결과와  $k-\epsilon$  모형의 결과에 따른 누셀트수 변화를 나타낸다.  $P_{in}=7.353$  MPa인 경우 부력을 고려하지 않는 경우나 부력을 고려한 경우  $k-\epsilon$  모형 결과가 레이놀즈응력방정식 모형의 결과보다 5~10% 정도 큰 누셀트수를 예측하고 있다. 또  $k-\epsilon$  모형은 부력을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 차이가 거의 나지 않는다. Fig. 4에서 보는 바와 같이  $P_{in}=10$  MPa 두 모형의 결과는 입구부에서 좀 더 큰 차이를 보이다가 이산화탄소의 온도가 하강하면 잘 일치한다. 이와 같이 입구부에서  $k-\epsilon$  모형과 레이놀즈응력모형의 결과에 큰 차이가 있는 것은  $k-\epsilon$  모형이 경계층이 발달하는 입구부 유동에서 난류구조의 변화를 정확히 모사하지 못



(a)



(b)

Fig. 3 The effect of turbulent model on the Nusselt number prediction at  $P_{in}=7.353$  MPa and  $q_w = -40,000$  W/m<sup>2</sup> for (a) heat transfer without buoyancy effect (b) heat transfer with buoyancy effect.

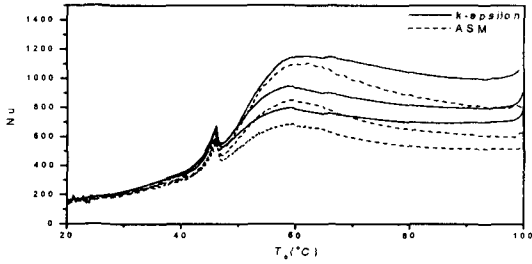
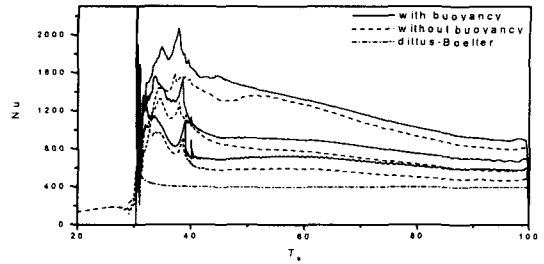


Fig. 4 The effect of turbulent model on the Nusselt number prediction for  $P_{in}=10$  MPa and  $q_w=-10,000$  W/m<sup>2</sup>,  $q_w=-20,000$  W/m<sup>2</sup>,  $q_w=-40,000$  W/m<sup>2</sup>.

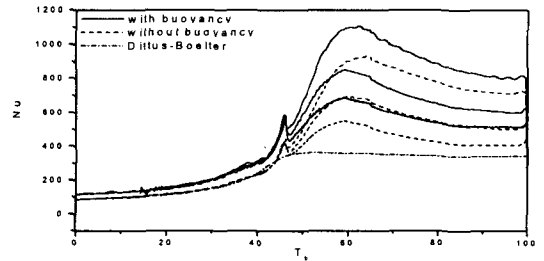
한데 그 원인이 있다고 생각된다.

### 3.2 부력효과에 따른 열전달계수 변화

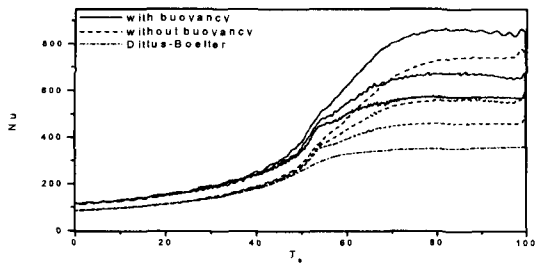
Fig.5은 덕트 입구 압력과, 벽면 열유속의 변화에 따른 덕트 누셀트수의 변화를 부력을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우에 대해서 함께 도시하여 비교한 그림이다. 초임계 상태 이산화탄소의 열전달이 다른 단상의 유동과 다름을 비교하기 위해 단상 유동에서 널리 사용하는 Dittus-Böulter의 상관식을 같이 비교하였다. Fig.5에 의하면 우선 Dittus-Böulter의 상관식은 초임계 상태 이산화탄소의 열전달을 정확히 예측하지 못하고 있다. 각 도표에 3개의 입구압력에 대해서 공통으로 벽면 열유속이 증가할수록 누셀트수가 증가함을 알 수 있다.  $P=12$  MPa인 경우 유동이 냉각됨에 따라 누셀트수가 점차적으로 감소하고 있으나  $P=10$  MPa에서는 유동이 냉각되면 누셀트수가 60°C 부근에서 극대치에 이르렀다 다시 감소함을 보여주고  $P=7.353$  MPa에서는 유동온도가 50°C까지 내려오는 동안 누셀트수가 서서히 증가하다 50°C 이하에서 크게 요동하며 상승하다 임계점을 지나며 하강한다. 여기서 주목할 사항은 최대치가 존재하는 체적 평균 온도의 위치가  $q_w$ 가 증가할수록 높은 온도 쪽으로 이동한다는 것이다. 부력을 고려한 경우 부력을 고려하지 않은 경우보다 누셀트수가 5~15% 정도 상승하였다. 특히 벽면 열유속이 클수록 부력효과가 증대함을 뚜렷이 알 수 있다. 따라서 초임계 상태 난류열전달에서 벽면 열유속의 크기와 부력효과가 열전달에 가장 큰 영향을 준다. 부력효과는 열전달에



(a)  $P_{in}=7.353$  MPa



(b)  $P_{in}=10$  MPa



(c)  $P_{in}=12$  MPa

Fig. 5 Effects of buoyancy on Nusselt number.

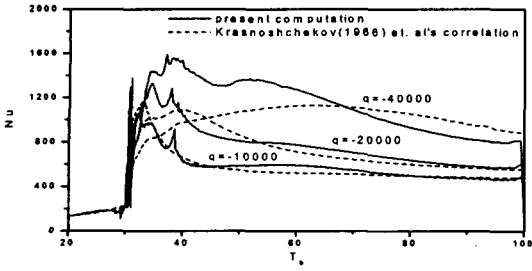
다른 유체온도구배에 의한 난류 생성구조의 변화와 부력에 의한 2차 유동의 발생을 의미한다. 벽면 열유속의 크기는 벽 인접부 유체의 열물성치를 크게 변화시켜 열전달계수에 변화를 준다.

### 3.3 기존의 열전달계수 상관식의 평가

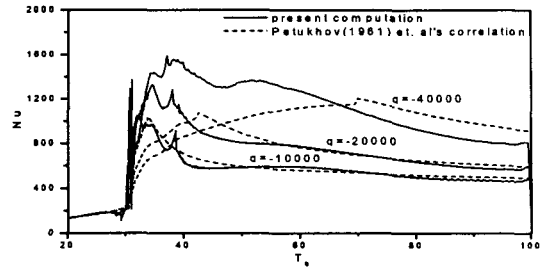
Figs. 6~9은 본 전산해석 결과와 기존의 알려진 열전달계수 상관식을 비교한 그림이다. 본 연구에서는 이와 같은 비교를 통해 기존 열전달상관식의 적합성 여부를 평가하였다.

Krasnoshchekov et al.<sup>(17)</sup>의 상관식은  $P_{in}=7.353$  MPa에서  $q_w=-10,000$  W/m<sup>2</sup>,  $q_w=-20,000$  W/m<sup>2</sup>에서는 전산해석 결과와 매우 잘 일치하나  $q_w=$

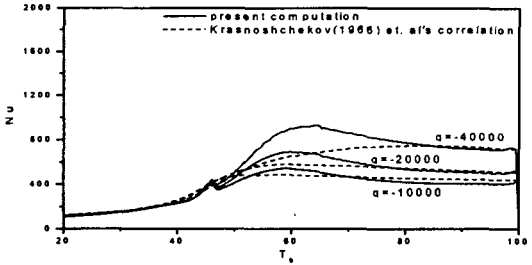




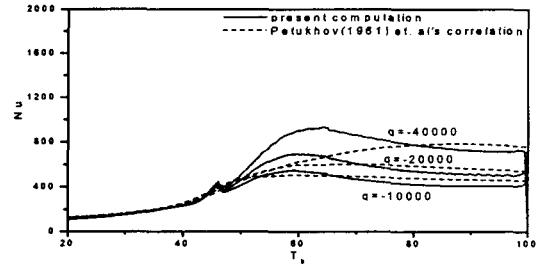
(a)  $P_{in}=7.353$  MPa



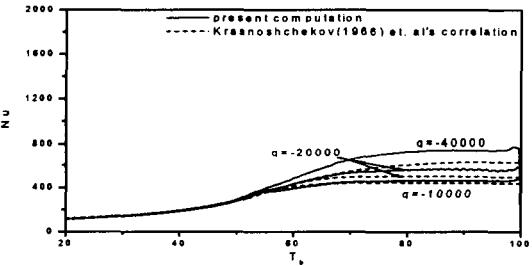
(a)  $P_{in}=7.353$  MPa



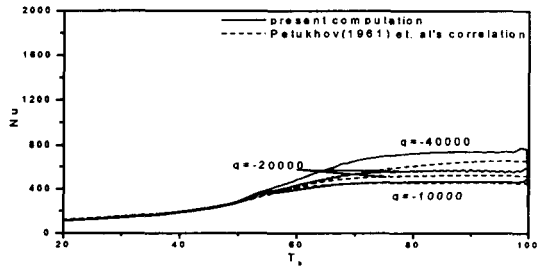
(b)  $P_{in}=10$  MPa



(b)  $P_{in}=10$  MPa



(c)  $P_{in}=12$  MPa



(c)  $P_{in}=12$  MPa

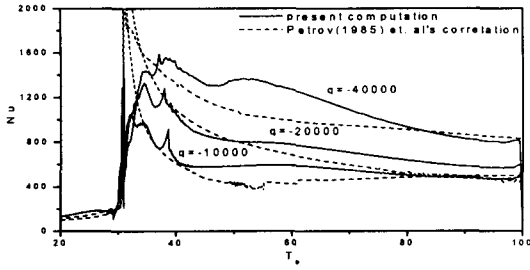
Fig. 6 Comparison of Krasnoshchekov et al.'s correlation with the present computational results for non-buoyancy condition.

Fig. 7 Comparison of Petukhov et al.'s correlation with the present computational results for non-buoyancy condition.

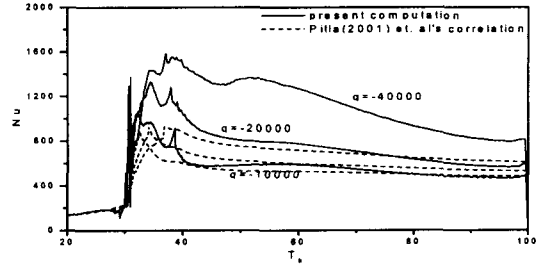
-40,000 W/m<sup>2</sup>에서는 유체체적 평균 온도가 강하함에 따라 열전달계수가 상승하지 못하고 하강해서 전산해석 결과와 부합되지 않는 결과를 보여준다. 이런 경향은  $P_{in}=10$  MPa,  $P_{in}=12$  MPa에서도 나타나고 있다. Petukhov et al.<sup>(1)</sup>의 상관식은 Krasnoshchekov et al.<sup>(17)</sup>의 결과와 거의 같은 결과를 보여주고 있다. Petrov and Popov<sup>(4)</sup>의 상관식은  $P_{in}=10$  MPa,  $P_{in}=12$  MPa에서  $q_w=-10,000$  W/m<sup>2</sup>의 경우는 전산해석 결과와 잘 일치하고 있으나  $q_w=-20,000$  W/m<sup>2</sup>,  $q_w=-40,000$  W/m<sup>2</sup>의 경우는 전산해석 결과보다 낮은 누셀트수를 예측하고 있으며  $P_{in}=7.353$  MPa에  $q_w=-20,000$  W/m<sup>2</sup>

의 경우 유사임계점 부근에서는 일치하는 결과를 보여주나 고온부에서 전산해석과 잘 일치하지 않는다. 최근의 연구결과를 바탕으로 얻어진 Pitla et al.<sup>(18)</sup>의 상관식은 그 변화형상은 본 전산해석 결과와 가장 잘 일치하나 절대치가 상당히 낮은 값을 보여주고 있다.

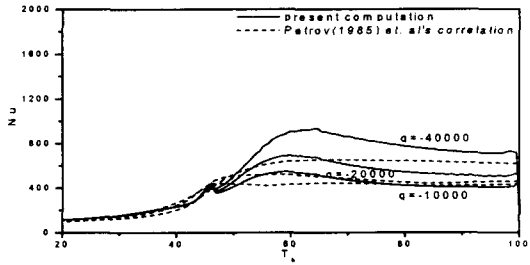
식(27)은 부력을 고려하지 않은 수직관에서의 상관식이고 식(28)은 부력을 고려한 수평관에서의 상관식이다. 이 식 제안의 근거는 초임계 상태 이산화탄소의 열전달에서 벽 부근 열물성치 중에서 밀도와 정압비열이 가장 영향을 크게 주는 변수라고 가정하였다. 기존의 Dittus-Böelter 상관식(26)에서는 체적 평균 온도 기본의 열물성치를



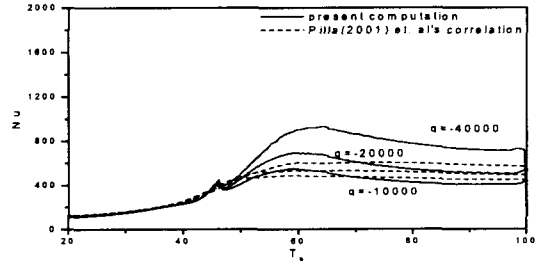
(a)  $P_{in} = 7.353 \text{ MPa}$



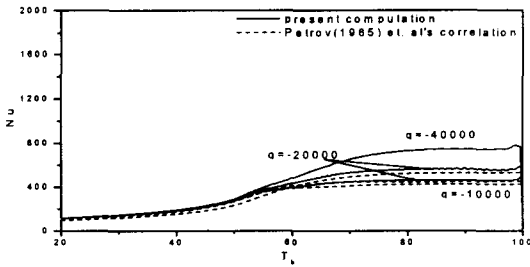
(a)  $P_{in} = 7.353 \text{ MPa}$



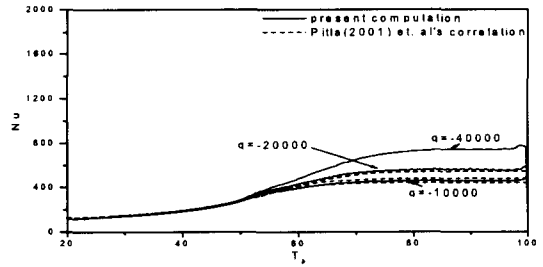
(b)  $P_{in} = 10 \text{ MPa}$



(b)  $P_{in} = 10 \text{ MPa}$



(c)  $P_{in} = 12 \text{ MPa}$



(c)  $P_{in} = 12 \text{ MPa}$

Fig. 8 Comparison of Petrov et al.'s correlation with the present computational results for non-buoyancy condition.

Fig. 9 Comparison of Pitla et al.'s correlation with the present computational results for non-buoyancy condition.

사용해서 벽면 열유속의 변화에 따른 물성치 변화효과가 고려되지 있지 못하다. 따라서 Dittus-Böelter 상관식(26)에서 레이놀즈수의 밀도를 벽온도에서의 값으로 대치하고 프란틀수에서 비열을 막온도에서의 값으로 대치하여  $\left(\frac{\rho_w}{\rho_b}\right)^{0.8} \left(\frac{C_{pf}}{C_{pb}}\right)^{0.4}$  를 곱해 주었다. 덕트 단면 열성층에 따른 부력효과에 따른 2차 유동 발생과 난류생성을 등이 Richardson 수에 영향을 받으므로 부력효과를 고려하기 위해서  $\left(1 + C \frac{Ri}{Pr_b^{0.15}}\right)$  를 곱해 주었다. 여기서  $C=0.6$ 을 사용하였다. 뒷 식에서 사용한 모

형상수들은 경험적으로 정해진 것이며 덕트나 관의 단면 형상에 따라 변할 수 있다.

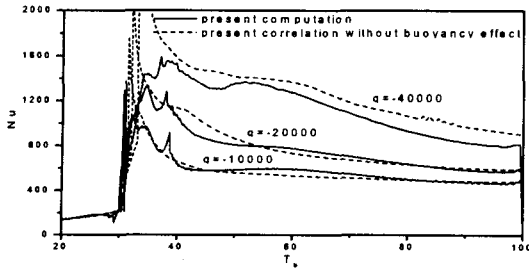
$$Nu_0 = 0.023 Re_b^{0.8} Pr_b^{0.4} \quad (26)$$

$$Nu = Nu_0 \left(\frac{\rho_w}{\rho_b}\right)^{0.8} \left(\frac{C_{pf}}{C_{pb}}\right)^{0.4} \quad (27)$$

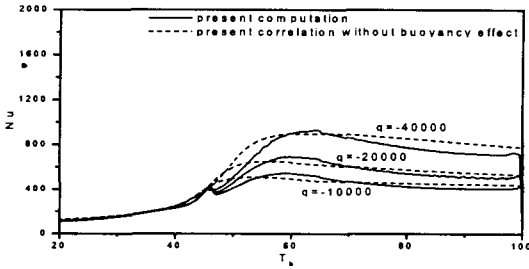
$$Nu_{bu} = Nu \left(1 + C \frac{Ri}{Pr^{0.15}}\right) \quad (28)$$

$$C=0.6, \quad Ri = Gr/Re^2$$

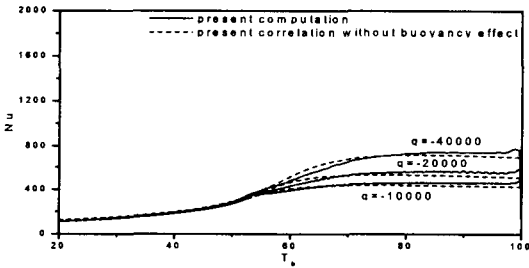
$$Gr = \frac{\beta \Delta T g L^3 \rho^2}{\mu^2}, \quad Re = \frac{UL}{\nu}$$



(a)  $P_{in} = 7.353 \text{ MPa}$

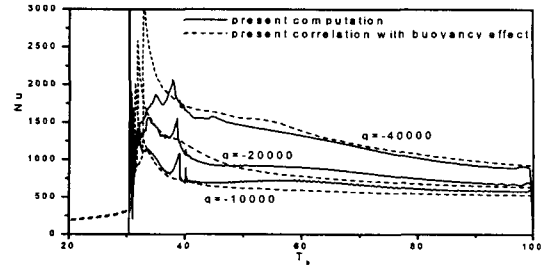


(b)  $P_{in} = 10 \text{ MPa}$

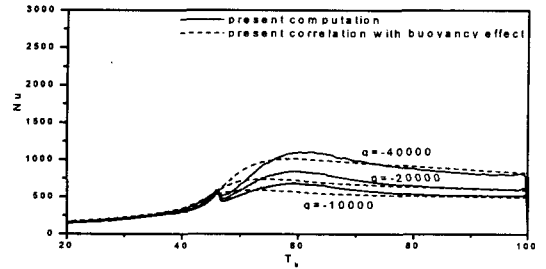


(c)  $P_{in} = 12 \text{ MPa}$

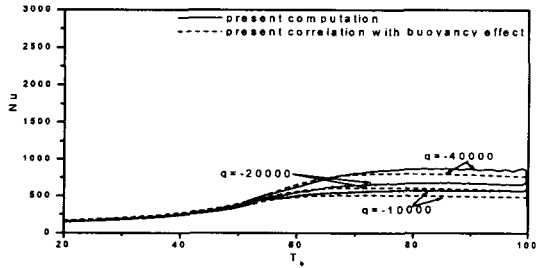
Fig. 10 Comparison of present correlation with the computational results for non-buoyancy condition.



(a)  $P_{in} = 7.353 \text{ MPa}$



(b)  $P_{in} = 10 \text{ MPa}$



(c)  $P_{in} = 12 \text{ MPa}$

Fig. 11 Comparison of present correlation with the computational results for buoyancy condition.

여기서  $C_{bf}$ 는 벽온도 ( $T_w$ )과 체적 평균 온도 ( $T_b$ )의 평균 온도인 막온도 ( $T_f = (T_b + T_w)/2$ )에서의 정압비열이며  $C_{pb}$ 는 체적 평균 온도에서의 정압비열이고  $\rho_b, \rho_w$ 는 체적 평균 온도와 벽온도에서의 밀도이다.

Figs. 10~11은 본 연구에서 제안한 열전달계수 상관식(27)과 식(28)의 결과를 전산해석 결과와 비교한 것으로 전 범위에서 기존의 모형들보다 전산해석 결과에 잘 일치한다. 부력을 고려한 경우에 대해서도 본 연구의 상관식이 전산해석 결과에 비교적 잘 일치한다.

#### 4. 결론

본 연구에서 초임계 상태 이산화탄소의 정사각 단면 덕트 내 난류열전달을 전산해석을 통해서 다음의 결론을 얻었다.

(1) 저레이놀즈수  $k-\epsilon$  모형은 레이놀즈응력방정식 모형보다 5~10% 정도 높은 열전달계수를 예측해 주었다.

(2) 전산해석 결과는 실험보다 열전달계수상관식 도출에 더 유용한 자료를 쉽게 제공해 준다. 본 연구에서 레이놀즈응력방정식 모형의 2차모멘트 난류모형을 도입하여 정확성이 큰 전산해석

결과를 얻었으며 그 결과를 바탕으로 기존의 열전달계수상관식보다 더 정확성이 큰 새로운 열전달계수상관식을 도출할 수 있었다.

(3) 벽면 열유속과 그에 따른 부력에 의한 2차 유동 발생과 열성층에 의한 난류의 생성과 소멸은 난류 열전달계수에 가장 큰 영향을 주는 요소이다. 이를 검증하기 위해 보다 많은 조건하에서 전산해석 및 열전달계수 측정실험이 필요하다.

## 후 기

본 과제는 한국과학재단 특성기초 연구과제(1999-1-304-006-3)으로 수행된 것이며 이에 감사한다.

## 참고문헌

- Petukhov, B. S., Krasnoshchekov, E. A. and Protopopov, V. S., 1961, An Investigation of Heat Transfer to Fluids Flowing in Pipes under Supercritical Condition, ASME International Developments in Heat Transfer, Part 3, pp. 569-578.
- Krasnoshchekov, E. A., Kuraeva, I. V. and Protopopov, V. S., 1970, Local Heat Transfer of Carbon Dioxide at Supercritical Pressure Under Cooling Conditions, Teplofizika Vysokikh Temperature, Vol. 7, No. 5, pp. 922-930.
- Baskov, V. L., Kuraeva, I. V. and Protopopov, V. S., 1977, Heat Transfer with the Turbulence Flow of a Liquid at Supercritical Pressure in Tubes under Cooling Conditions, Teplofizika Vysokikh Temperatur, Vol. 16, No. 1, pp. 96-102.
- Petrov, N. E. and Popov, V. N., 1985, Heat Transfer and Resistance of Carbon Dioxide Being Cooled in the Supercritical Region, Thermal Engineering, Vol. 32, No. 3, pp. 131-134.
- Pitla, S. S., Groll, E. A. and Ramadhyani, S., 2001, Convective Heat Transfer from In-Tube Flow of Turbulent Supercritical Carbon Dioxide: Part 1-Numerical Analysis, HVAC & Research, Vol. 7, No. 4, pp. 345-366.
- Pitla, S. S., Groll, E. A. and Ramadhyani, S., 2002, New correlation to predict the heat transfer coefficient during in-tube cooling of turbulent supercritical CO<sub>2</sub>, International Journal of Refrigeration, Vol. 22, pp. 887-895.
- Rodi, W. and Naot, D. 1982, Numerical Simulation of Secondary Currents in Channel Flow, Journal of Hydraul. Div. ASCE, Vol. 108, pp. 948-968.
- Shin, J. K., 1995, A Study on the Development and Application of Low Reynolds Number Second Moment Turbulent Closure, Ph. D Thesis, Korea University.
- Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W., 1975, Progress in the Development of Reynolds Stress Turbulence Closure, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 69, pp. 537-566.
- Launder, B. E. and Tselepidakis, D. P., 1991, Directions in second-moment modelling of near wall turbulence, AIAA paper 91-0219, 29th Aerospace Science Meeting, Reno, Nevada.
- Choi, Y. D., Shin, J. K. and Chun, K. H., 2001, Multiple Source Modeling of Low-Reynolds-Number Dissipation Rate Equation with Aids of DNS, KSME International Journal, Vol. 15, No. 3, pp. 392-402.
- Jackson, J. D., Hall, W. B., Fewster, J. and Watson, M. J., 1975, Heat Transfer to Supercritical Pressure Fluids, Design Report 34, U.K.A.E.A. A.E.R.E.R 8158.
- Kakac, S., 1987, The Effect of Temperature-Dependent Fluid Properties on Convective Heat Transfer, Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer, S. John Wiley & Sons, New York, pp. 18.1-18.56.
- Jackson, J. D. and Hall, W. B., 1979, Influence of buoyancy on heat transfer to fluids flowing in certical tubes under turbulent condition, Hemisphere, New York, pp. 613-640.
- Gosman, A. D. and Ideriahm, F. J. K., 1976,

- TEACH-2E: A General Computer Program for Two Dimensional Turbulent Recirculating Flows, Dept. Mech. Eng. Imperial College, London.
16. Pratap, V. S. and Spalding, D. B., 1975, Numerical computations of the Flow in Curved Ducts, *Aero Quart*, Vol. 26, p. 219.
  17. Krasnoshchekov, E. A. and Protopopov, V. S., 1965, Experimental Study of Heat Exchange in Carbon Dioxide in the Supercritical Range at High Temperature, *High Temperature*, Vol. 4, No. 3, pp. 375-382.
  18. Pitla, S. S., Groll, E. A. and Ramadhyani, S., 2001, Convective Heat Transfer from In-Tube Flow of Turbulent Supercritical Carbon Dioxide: Part 2-Experimental Data and Numerical Predictions, *HVAC & Research*, Vol. 7, No. 4, pp. 367-382.