

# 라게르 함수를 시간영역 전개함수로 이용한 자장 적분방정식의 과도 응답

論 文  
52C-4-7

## Transient Response of Magnetic Field Integral Equation Using Laguerre Polynomials as Temporal Expansion Functions

鄭 白 鎬\* · 鄭 容 植\*\*  
(Baek Ho Jung · Young-seek Chung\*\*)

**Abstract** - In this paper, we propose an accurate and stable solution of the transient electromagnetic response from three-dimensional arbitrarily shaped conducting objects by using a time domain magnetic field integral equation. This method does not utilize the conventional marching-on in time (MOT) solution. Instead we solve the time domain integral equation by expressing the transient behavior of the induced current in terms of temporal expansion functions with decaying exponential functions and Laguerre polynomials. Since these temporal expansion functions converge to zero as time progresses, the transient response of the induced current does not have a late time oscillation and converges to zero unconditionally. To show the validity of the proposed method, we solve a time domain magnetic field integral equation for three closed conducting objects and compare the results of Mie solution and the inverse discrete Fourier transform (IDFT) of the solution obtained in the frequency domain.

**Key Words** : Laguerre; transient; scattering; magnetic field; integral equation

### 1. 서 론

최근 10여년 동안 도체 및 유전체 구조물로부터 전자파 산란을 계산하기 위하여 다양한 시간 영역 적분방정식이 연구되었다[1]. 임의 형태의 삼차원 구조물에 대한 전자파 산란 해석 문제에서는 삼각형 표면 조각 모델링을 이용한 적분방정식이 널리 사용된다 [2]. 특히 과도 산란 응답을 계산하기 위하여, 자장 적분방정식보다 전장 적분방정식에 관한 연구에 더 많은 관심이 집중되었다. 전장 적분방정식의 경우 적분식 전체를 시간에 대하여 미분한 후, 2차 유한차분으로 근사한 다음 MOT에 의하여 일정한 시간 간격으로 계산을 반복하여 해를 구하였다[3]. 그 계산 결과는 시간이 증가함에 따라 해가 진동을 하여 불안정하였다. 이 단점을 극복하기 위하여 진동하는 과도응답의 평균을 취함으로써 그 불안정성을 제거 하였으나, 오히려 해의 정확성을 감소시켰다 [4]. 그 후 적분방정식을 후방 유한차분으로 근사시키는 방법이 제시되었으며 [5, 6], 적분방정식을 중앙 유한차분으로 근사하여 해의 안정성을 개선시켰다[7]. 자장 적분방정식에 MOT를 적용한 경우에도 전장 적분방정식의 해보다는 안정되어 있지만, 시간 간격의 설정이나 구조물의 삼각형 모델링에 따라 해의 안정성이 제약을 받았다 [8]. 단순한 해석 구조를 제외하면 기존의 MOT 방법으로는 해의 진동을 근본적으로 제거할 수는 없었다.

본 논문에서는 표면이 닫혀진 삼차원 임의 형태의 도체 구조로부터 무조건 안정된 과도 응답을 구하는 새로운 해법을 제안한다. 공간영역에서는 도체 표면을 모델링하는 삼각형의 유기 전류 표현에 적합한 RWG (Rao-Wilton-Glisson) 함수를 전개함수로 사용하며 [2], 동일한 함수를 시험함수로 사용하는 갤러킨 방법으로 공간 내적을 취한다. 그리고 시간 영역의 전개함수로서 감쇄하는 지수함수를 라게르 함수에 곱한 가중 라게르 다항식 (weighted Laguerre polynomials)을 사용하며, 또한 이 함수를 시간 영역의 시험함수로도 사용한다. 라게르 다항식은 그 변수가 0부터 무한대까지 구간에서 정의되며, 시간이 0 이후부터 관측되는 과도 응답의 표현에 적합하다. 또한 가중 라게르 다항식은 감쇄 특성을 가지므로 과도 응답은 후기 진동없이 무조건 안정된 결과를 보인다. 계산에 사용되는 가중 라게르 다항식의 개수  $M$ 은 입사파의 주파수 대역폭과 시간 영역에서 관측되는 최종시간으로부터 결정되며, 다항식의 차수를 0부터  $M-1$ 까지 증가시키면서 행렬식을 계산한다. 다음 장에서 시간 영역 자장 적분방정식을 논한 다음, 제 3 장에서 공간 및 시간 영역의 모멘트법 적용 과정을 보인다. 제 4 장에서는 제안된 방법으로 계산된 결과를 해석해 및 주파수 영역의 자장 적분방정식으로부터 계산된 IDFT의 결과와 비교하고, 마지막 장에서 결론을 맺는다.

### 2. 자장 적분방정식

해석의 대상이 되는 구조는 표면이 닫힌 구조인 임의 형태의 3차원 완전 도체이다. 도체 표면을  $S$ 라 두고, 이 표면은 평면파와 같은 전자파원에 조사된다고 가정한다. 모든 시간에 대해서 도체 표면의 자장 접선 성분에 대한 경계조건을

\* 正 會 員 : 湖西大 電氣情報通信工學部 助教授 · 工博  
\* 正 會 員 : 明志大 通信工學科 助教授 · 工博  
接受日字 : 2002年 6月 17日  
最終完了 : 2003年 1月 10日

부여하면 시간 영역 자장 적분방정식은

$$\frac{I(x, t)}{2} - \hat{n} \times \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \nabla \times \frac{I(x', \tau)}{R} dS = \hat{n} \times H^i(x, t) \quad (1)$$

와 같다 [8], [9]. 여기서  $\hat{n}$ 은 장점에서 표면의 외향 법선 벡터이며,  $H^i$ 는 입사 자장,  $I$ 는 도체 표면에서 유기되는 전류밀도이다. 그리고  $R = |x - x'|$ 이며,  $x$ 과  $x'$ 은 임의의 장점과 전원점을 나타낸다. 그리고  $\tau = t - R/c$ 은 지연 시간이며,  $c$ 는 도체가 놓인 매질의 전자파 전파속도이다. 식 (1)에서  $S_0$ 는 특이점  $R=0$ 인 점을 제외한 도체 표면이다. 기존의 해법인 MOT의 경우 식 (1)의 해인 전류밀도  $I$ 를 구하기 위하여 시간을 간격  $\Delta t$ 로 등분하여 시간 단계를 증가시키면서 계산을 반복하였다. 다음 장에서는 본 논문에서 제안되는 가중 라게르 함수를 시간 영역의 전개함수로 적용하는 모멘트법의 과정을 기술하고자 한다.

### 3. 모멘트법의 적용

#### 3.1 공간영역 시험내적

임의 형태의 3차원 도체 표면을 삼각형으로 근사시키고, 이 표면에 유기되는 전류를 근사하기 위하여 사용되는 전개함수는 인접하는 두 개의 삼각형에서 정의되는 RWG 함수로서 다음과 같다 [2].

$$f_n(x) = f_n^+(x) + f_n^-(x) \quad (2-1)$$

$$f_n^\pm(x) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^\pm} \rho_n^\pm, & x \in T_n^\pm \\ 0, & x \notin T_n^\pm \end{cases} \quad (2-2)$$

여기서  $l_n$ 은 두 삼각형이 접하는 공유변의 길이이며,  $A_n^\pm$ 는 삼각형  $T_n^\pm$ 의 면적이다.  $\rho_n^\pm$ 는 공유변에 접하지 않은 꼭지점으로부터 정의되는 위치 벡터이다.

산란체의 표면 전류밀도  $I$ 는 식 (2)의 RWG 함수를 이용하여 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$I(x, t) = \sum_{n=1}^N J_n(t) f_n(x) \quad (3)$$

여기서  $J_n$ 은 전류 계수이며,  $N$ 은 도체 표면을 삼각형으로 모델링하였을 때 삼각형이 이루는 공유변의 개수이다. 식 (1)을 풀기 위하여 모멘트법을 적용하며, 이때 공간 영역의 시험 함수를 전개함수와 동일하게 선택하는 갤러킨 방법을 사용한다. 먼저 벡터 항등식을 이용하면 식 (1)에 있는 적분내의 항을 다음과 같이 쓸 수 있다 [9].

$$\nabla \times \frac{I(x', \tau)}{R} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(x', \tau) \times \frac{\hat{R}}{R} + I(x', \tau) \times \frac{\hat{R}}{R^2} \quad (4)$$

여기서  $\hat{R}$ 은  $x - x'$ 의 방향을 따른 단위 벡터이다. 식 (1)에 식 (4)를 대입하고, RWG 함수  $f_m$ 으로 시험내적을 취하면

그 결과는 다음과 같다.

$$\langle f_m, \frac{I(x, t)}{2} \rangle = \langle f_m, \hat{n} \times \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(x', \tau) \times \frac{\hat{R}}{R} + I(x', \tau) \times \frac{\hat{R}}{R^2} \right] dS \rangle = \langle f_m, \hat{n} \times H^i(x, t) \rangle, m=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

다음은 식 (5)의 시험 내적을 계산하는 과정을 보이고자 한다. 식 (5)의 첫 항에 식 (3)을 대입하고 시험 적분을 수행하면 다음과 같다

$$\langle f_m, \frac{I(x, t)}{2} \rangle = \sum_{n=1}^N c_{mn} J_n(t) \quad (6)$$

여기서

$$c_{mn} = c_{mn}^{++} + c_{mn}^{+-} + c_{mn}^{-+} + c_{mn}^{--} = \sum_{p,q} c_{mn}^{pq} \quad (7)$$

$$c_{mn}^{pq} = \frac{1}{2} \int_S f_m^p(x) \cdot f_n^q(x) dS \quad (8)$$

이며, 식 (7)에서 네 항의 합을 합의 기호를 사용하여 간략히 나타내었다. 첨자  $p$ 와  $q$ 는  $+$  또는  $-$ 를 나타낸다. 식 (3)을 이용하여 식 (5)의 둘째 항을 계산하면 내적의 결과는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \langle f_m, \hat{n} \times \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(x', \tau) \times \frac{\hat{R}}{R} + I(x', \tau) \times \frac{\hat{R}}{R^2} \right] dS \rangle \\ = \sum_{n=1}^N \frac{1}{4\pi} \int_S f_m(x) \cdot \hat{n} \times \int_{S_0} \left[ \frac{1}{c} \frac{d}{dt} J_n(\tau) f_n(x') \times \frac{\hat{R}}{R} + J_n(\tau) f_n(x') \times \frac{\hat{R}}{R^2} \right] dS' dS \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 전원 삼각형  $T_n^\pm$  내에서 전류 계수의 변화가 작다고 가정하면 지연시간을 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\tau = t - \frac{R}{c} \rightarrow \tau_{mn}^{pq} = t - \frac{R_{mn}^{pq}}{c}$$

여기서  $R_{mn}^{pq} = |r_m^{cp} - r_n^{cq}|$ 이며,  $r_m^{cp}$ 와  $r_n^{cq}$ 는 각각 삼각형  $T_m^p$ 와  $T_n^q$ 의 중점을 나타내는 위치 벡터이다. 그러므로 상기의 근사를 적용하면 식 (9)를

$$\begin{aligned} \langle f_m, \hat{n} \times \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(x', \tau) \times \frac{\hat{R}}{R} + I(x', \tau) \times \frac{\hat{R}}{R^2} \right] dS \rangle \\ = \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \left[ \frac{I_1^{pq}}{c} \frac{d}{dt} J_n(\tau_{mn}^{pq}) + I_2^{pq} J_n(\tau_{mn}^{pq}) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서

$$I_\nu^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S f_m^p \cdot \hat{n} \times \int_S f_n^q \times \frac{\hat{R}}{R^\nu} dS' dS, \quad \nu=1, 2 \quad (11)$$

이다. 식 (6)과 (10)을 식 (5)에 대입하면 그 결과는

$$\sum_{n=1}^N \left[ c_{mn} J_n(t) - \sum_{p,q} \left\{ \frac{I_1^{pq}}{c} \frac{d}{dt} J_n(\tau_{mn}^{pq}) + I_2^{pq} J_n(\tau_{mn}^{pq}) \right\} \right] = V_m(t) \quad (12)$$

와 같다. 여기서 전원의 시험 내적을

$$\langle f_m, \hat{n} \times H^i(r, t) \rangle = \int_S f_m \cdot \hat{n} \times H^i(r, t) dS = V_m(t) \quad (13)$$

으로 나타낸다.

### 3.2 시간영역 내적

식 (12)를 풀기 위하여 전류밀도의 계수  $J_n$ 을 표현하는데 사용되는 시간 영역 전개함수는 지수함수를 라게르 다항식에 곱하여 다음과 같이 정의된다.

$$\psi_j(t) = e^{-t/2} L_j(t) \quad (14)$$

여기서  $L_j$ 는 라게르 다항식이며, 로드리게스 공식에 의하여 다음과 같이 정의된다 [11].

$$L_j(t) = \frac{e^t}{j!} \frac{d^j}{dt^j} (t^j e^{-t}), \quad 0 \leq t < \infty, j=0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

첨자  $j$ 는 라게르 다항식의 차수(degree)이다. 그리고 수치 계산에 사용되는 라게르 다항식의 일반항은

$$L_0(t) = 1 \quad (16-1)$$

$$L_1(t) = 1 - t \quad (16-2)$$

$$L_j(t) = \frac{1}{j} [(2j-1-t)L_{j-1}(t) - (j-1)L_{j-2}(t)], \quad j \geq 2 \quad (16-3)$$

와 같다. 또한 라게르 함수는 다음과 같은 직교성을 가진다 [11].

$$\int_0^\infty e^{-t} L_i(t) L_j(t) dt = \delta_{ij} \quad (17)$$

여기서  $\delta_{ij}$ 는  $i=j$  일 때 1이며, 그 외는 0이다.

식 (3)에서 도입된 전류계수  $J_n$ 과 같은 시간 함수를  $f(t)$ 로 간략히 나타내어 식 (14)의 전개함수를 사용하여

$$f(t) = \sum_{j=0}^\infty f_j \psi_j(t) \quad (18)$$

와 같이 전개하고, 이를 다음과 같이 정의되는 라게르 변환을 취하면 식 (17)의 직교성에 의하여

$$\int_0^\infty \psi_i(t) f(t) dt = f_i \quad (19)$$

를 얻을 수 있다. 또한 식 (18)을 미분하여 라게르 변환 과정을 적용하면

$$\int_0^\infty \psi_i(t) \frac{d}{dt} f(t) dt = \frac{1}{2} f_i + \sum_{k=0}^{i-1} f_k \quad (20)$$

을 얻는다. 이때 과도응답의 특성을 고려하여  $f(0)=0$ 과 식 (14)로부터  $\psi_i(\infty)=0$ 을 사용하였다. 따라서 식 (18)과 (19)의 관계와 동일하게 전개함수  $\psi_j$ 를 이용하여 식 (20)으로부터  $f(t)$ 의 미분을

$$\frac{d}{dt} f(t) = \sum_{i=0}^\infty \left[ \frac{1}{2} f_i + \sum_{k=0}^{i-1} f_k \right] \psi_i(t) \quad (21)$$

와 같이 쓸 수 있다.

식 (14)를 사용하여 전류계수  $J_n$ 을

$$J_n(t) = \sum_{j=0}^\infty J_{n,j} \psi_j(st) \quad (22)$$

와 같이 표현하고자 한다. 여기서 계수  $J_{n,j}$ 는 미지 계수이며,  $s$ 는 시간 확장 파라미터이다. 식 (22)로 표현된 계수  $J_n$ 의 미분은 식 (21)로부터

$$\frac{d}{dt} J_n(t) = s \sum_{i=0}^\infty \left[ \frac{1}{2} J_{n,i} + \sum_{k=0}^{i-1} J_{n,k} \right] \psi_i(st) \quad (23)$$

와 같이 쓸 수 있다. 식 (22)와 (23)을 식 (12)에 대입하고, 식 (22)에서 전개함수로 사용된 각종 라게르 다항식을 동일하게 시험함수로 취하여  $\psi_i(st)$ 로써 0부터  $\infty$ 까지 내적을 취하면 식 (12)로부터

$$\sum_{n=1}^N \left[ c_{mn} J_{n,i} + \sum_{p,q} \sum_{j=0}^\infty \left\{ \left( \frac{s}{2} \frac{I_1^{pq}}{c} + I_2^{pq} \right) J_{n,j} + s \frac{I_1^{pq}}{c} \sum_{k=0}^{j-1} J_{n,k} \right\} I_{ij} \left( s \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right) \right] = V_{m,i} \quad (24)$$

을 얻게 된다. 여기서  $i=1, 2, \dots, \infty$ 이다. 그리고 식 (24)의  $I_{ij}$ 는

$$I_{ij} \left( s \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right) = \int_0^\infty \psi_i(st) \psi_j \left( st - s \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right) d(st) \quad (25)$$

으로 정의되는 적분이며, 전원항은

$$V_{m,i} = \int_0^\infty \psi_i(st) V_m(t) d(st) \quad (26)$$

이다.

식 (25)의 적분에 관하여 기술하고자 한다. 변수 변환을 통

하여 식 (25)를 간략히 다음과 같이 나타내기로 한다.

$$I_{ij}(y) = \int_0^\infty \phi_i(x)\psi_j(x-y)dx \quad (27)$$

여기서  $z=x-y$ 으로 두고, 적분을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$I_{ij}(y) = e^{-y/2} \int_{-y}^\infty e^{-z} L_i(z+y)L_j(z)dz \quad (28)$$

참고문헌 [12]의 공식 (8.971)과 (8.974)를 이용하면

$$L_i(z+y) = \sum_{k=0}^i L_k(z)[L_{i-k}(y) - L_{i-k-1}(y)] \quad (29)$$

을 얻는다. 따라서 식 (29)를 식 (28)에 대입하면

$$I_{ij}(y) = e^{-y/2} \sum_{k=0}^i [L_{i-k}(y) - L_{i-k-1}(y)] \times \int_0^\infty e^{-z} L_k(z)L_j(z)dz \quad (30)$$

이 된다. 식 (30)에서 라게르 함수는  $z \geq 0$ 에서 정의되므로 적분의 하한을  $-y$  대신에 0으로 두었으며, 적분은 식 (17)의 직교성에 의하여  $k=j$ 일 때만 1의 값을 가지므로

$$I_{ij}(y) = \begin{cases} e^{-y/2}[L_{i-j}(y) - L_{i-j-1}(y)], & j \leq i \\ 0, & j > i \end{cases} \quad (31)$$

와 같이 된다.

식 (31)로부터  $j > i$ 인 경우  $I_{ij}=0$ 이므로 식 (24)에서 합 의 기호 상한  $\infty$  대신에  $i$ 를 적을 수 있다. 그리고 식 (24)에서  $j < i$ 에 해당되는 계수  $J_{n,i}$ 를 포함한 모든 항을 우변 으로 이항하면

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N [c_{mn} - \sum_{p,q} \left( \frac{s}{2} \frac{I_1^{pq}}{c} + I_2^{pq} \right) I_{ij} \left( s \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right)] J_{n,i} &= V_{m,i} \\ + \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \left( \frac{s}{2} \frac{I_1^{pq}}{c} + I_2^{pq} \right) \sum_{j=0}^{i-1} J_{n,j} I_{ij} \left( s \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right) \\ + \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} s \frac{I_1^{pq}}{c} \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^{j-1} J_{n,k} I_{ij} \left( s \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

이 된다. 식 (32)를 간략히 나타내면

$$\sum_{n=1}^N \alpha_{mn} J_{n,i} = V_{m,i} + P_{m,i}, \quad m=1, 2, \dots, N \quad (33)$$

와 같으며, 여기서

$$\alpha_{mn} = c_{mn} - \sum_{p,q} \left( \frac{s}{2} \frac{I_1^{pq}}{c} + I_2^{pq} \right) \exp \left( -\frac{sR_{mn}^{pq}}{2c} \right) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} P_{m,i} &= \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \left[ \left( \frac{s}{2} \frac{I_1^{pq}}{c} + I_2^{pq} \right) \sum_{j=0}^{i-1} J_{n,j} I_{ij} \left( s \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right) \right. \\ &\quad \left. + s \frac{I_1^{pq}}{c} \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^{j-1} J_{n,k} I_{ij} \left( s \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right) \right] \end{aligned} \quad (35)$$

이다. 식 (34)에서는 식 (31)로부터  $I_{ii}(y) = e^{-y/2}$ 임을 이용 하였다. 식 (33)을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$[\alpha_{mn}][J_{n,i}] = [\gamma_{m,i}] \quad (36)$$

여기서  $\gamma_{m,i} = V_{m,i} + P_{m,i}$ 이다. 행렬  $[\alpha_{mn}]$ 은 식 (34)를 살펴보면 알 수 있듯이 차수  $i$ 의 함수가 아니며 계산 초기에 한번의 역행렬 연산만 수행하면 된다.

식 (36)의 계산시 시간 영역 전개함수의 수는 무한개가 필요하지만, 인가되는 신호로부터 필요한 최소의 차수를 결정할 수 있다. 즉, 대역  $B$ 를 가진 신호가 인가된다고 가정하면, 신호의 이산 푸리에 역변환시 주파수 영역의 표본 개수를  $M$ 이라 하면, 표본 주파수는  $-B \leq n\Delta f \leq B$ 의 범위를 가진다. 여기서  $n$ 은  $-M/2$ 과  $M/2$  사이의 정수이다. 주파수 간격은  $\Delta f = 1/T_f$ 으로 주어지며, 여기서  $T_f$ 는 관측되는 시간의 상한이다. 따라서 표본 정수의 범위는  $-BT_f \leq n \leq BT_f$ 가 되며, 필요한 최소 표본 개수는  $M = 2BT_f + 1$ 이 된다. 그러므로 식 (36)의 계산시  $i=0, 1, 2, \dots, M-1$ 이며  $M$ 회 계산을 반복하면 된다. 계산된 전류 계수  $J_{n,i}$ 로부터 전류는 식 (22)로부터 얻어지며, 이때 합의 상한 차수는  $\infty$  대신에  $M-1$ 이 된다.

### 3.3 산란장

식 (36)으로부터 계수  $J_{n,i}$ 가 계산되면 산란 전장을 얻을 수 있다. 즉 원거리 전장은

$$E(\mathbf{r}, t) \approx -\frac{\partial}{\partial t} A(\mathbf{r}, t) \quad (37)$$

와 같이 주어지며, 여기서 자기 벡터 전위인  $A$ 는

$$A(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_S \frac{I(\mathbf{r}', \tau)}{R} dS' \quad (38)$$

이며,  $\mu$ 는 도체 구조물이 놓인 공간의 투자율이다. 식 (37)에 식 (38)을 대입하고, 식 (2)와 (3) 및 식 (22)를 이용하면 식 (37)을

$$E(\mathbf{r}, t) \approx -\frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_q \int_S \frac{d}{dt} J_n(\tau) \frac{l_n}{2A_n^q} \frac{\rho_n^q}{R} dS' \quad (39)$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서  $q$ 는  $+$  또는  $-$ 이다. 원거리장을 고려할 때 식 (39)의 적분 안에 있는 분모항을  $R \approx r$ 로 가정하고, 지연시간을 나타내는  $\tau = t - R/c$ 에서

$$R \approx r - \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'$$

으로 근사시킨다. 여기서  $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$ 이며, 장이 복사되는 방향의 단위 벡터이다. 식 (39)의 적분에서 그 적분값을 전원 삼

각형  $T_n^q$ 의 중심값으로 근사하여  $\rho_n^q \approx \rho_n^{cq}$ 와  $r' \approx r_n^{cq}$ 으로 두면, 그 결과는

$$E(r, t) \approx -\frac{\mu}{8\pi r} \sum_{n=1}^N l_n \sum_q \rho_n^{cq} \frac{d}{dt} J_n(\tau_n^q) \quad (40)$$

와 같으며, 여기서  $\tau_n^q = t - (r - r_n^{cq} \cdot \hat{r})/c$ 이다. 계수  $J_n$ 의 미분은 식 (23)에 주어져 있으며, 이때 합 상한 차수는  $\infty$  대신에  $M-1$ 이 된다.

#### 4. 수치 결과

본 장에서는 표면이 닫혀진 3차원의 구조인 구도체와 정육면 도체, 그리고 원통 도체에 대한 수치 결과를 비교하고자 한다. 자유공간에 놓여진 산란체에 가우시안 평면파가 입사한다고 가정하고, 입사 자장은 다음과 같이 주어진다.

$$H^i(x, t) = \frac{1}{\eta} \hat{k} \times E_0 \frac{4}{\sqrt{\pi T}} e^{-r} \quad (41)$$

$$r = \frac{4}{T} (ct - ct_0 - x \cdot \hat{k}) \quad (42)$$

여기서  $\eta$ 는 매질의 파동 임피던스,  $\hat{k}$ 는 입사파의 진행방향을 나타내는 단위 파수 벡터,  $T$ 는 가우시안 펄스의 폭, 그리고  $t_0$ 는 펄스의 지연을 나타내며 그 시간에서 입사 펄스는 최대치를 가진다. 계산시  $E_0 = \hat{x}$ ,  $T=8$  lm,  $ct_0=12$  lm으로 두었다. 단위 'lm'은 전자파가 자유공간에서 1 m 동안 진행하는 시간(light meter)으로서 정의된다. 그리고 입사파의 도래 방향은  $-z$  방향으로 하였다. 식 (26)의 적분시 시간의 상한은  $sT_f=40$  lm로 두고 200 개의 구간으로 나누어 수치 적분하였으며, 시간 확장 파라미터  $s=10^9$ 으로 하였다. 계산된 수치는 주파수 영역에서 자장적분식을 이용하여 계산된 해의 IDFT와 비교하며, 도체구의 경우 주파수 영역에서 계산된 엄밀해(Mie solution)와도 비교한다. 주파수 영역의 해는 0부터 500 MHz 범위에서 128 개의 표본을 얻어 만들었다.

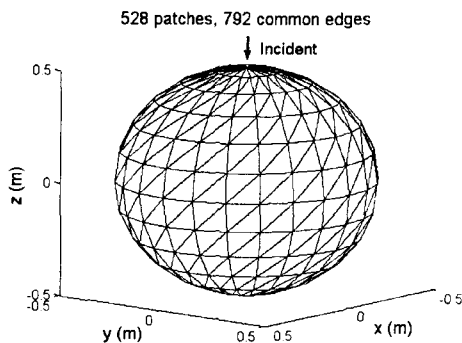


그림 1 도체구의 삼각형 분할.  
Fig. 1 Triangular patching of a conducting sphere.

첫 산란체의 예는 그림 1에 보인 반지름이 0.5 m이고, 중심이 좌표계의 원점에 있는 도체구이다. 구표면에 대하여  $\theta$ 와  $\phi$  방향을 따라서  $15^\circ$  간격으로 균등 분할하여 삼각형을 구성하였으며, 그 결과 528 개의 삼각형 조각과 792 개의 공유변을 얻었다.

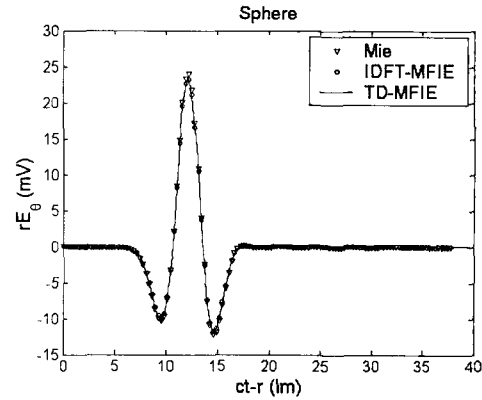


그림 2 도체구의 산란전장.  
Fig. 2 Scattered electric field from the conducting sphere.

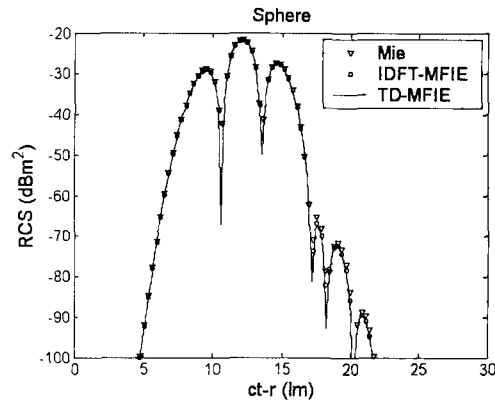


그림 3 도체구의 레이더 단면적.  
Fig. 3 Radar cross section of the conducting sphere.

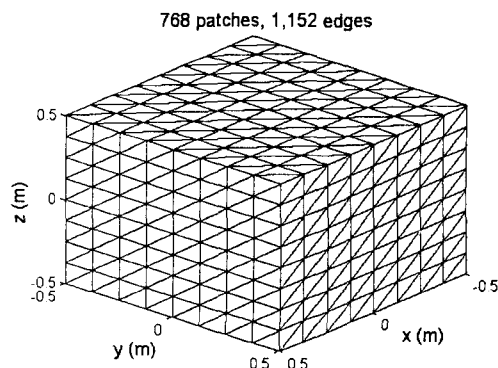


그림 4 정육면 도체의 삼각형 분할.  
Fig. 4 Triangular patching of a conducting cube.

그림 2는 가우시안 평면파가 도체구에 입사할 때 +z 방향으로 산란되는  $\theta$  성분의 전장을 보이고 있다. 본 논문에서 제안된 방법에 의한 과도 응답은 해석해 및 주파수 영역에서 자장 적분방정식으로부터 얻은 IDFT의 결과와 잘 일치하고 있다. 그림 3은 전장의  $\theta$  및  $\phi$  성분을 모두 고려한 레이더 단면적을 보이고 있으며, 세가지 경우의 해가 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

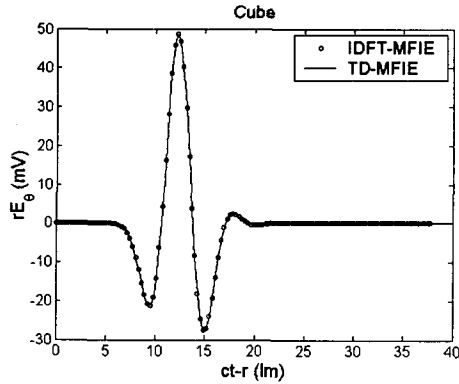


그림 5 정육면 도체의 산란전장.  
Fig. 5 Scattered electric field from the conducting cube.

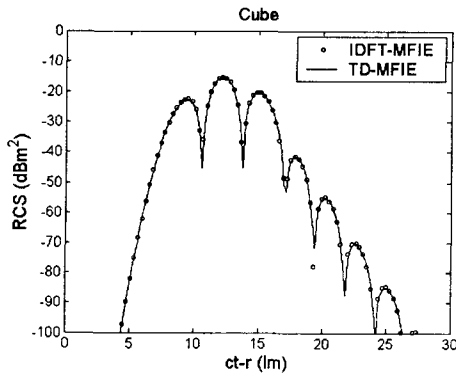


그림 6 정육면 도체의 레이더 단면적.  
Fig. 6 Radar cross section of the conducting cube.

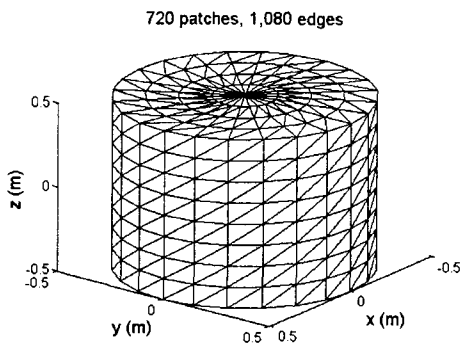


그림 7 원통 도체의 삼각형 분할.  
Fig. 7 Triangular patching of a conducting cylinder.

다음 예는 그림 4에 보인 변의 길이가 1 m이고, 중심이 좌표계의 원점에 있는 정육면 도체이다. 표면의  $x$ ,  $y$  및  $z$  방향을 따라서 각각 8 등분으로 균등 분할하여 삼각형을 구성하였으며, 그 결과 768 개의 삼각형 조각과 1,152 개의 공유변을 얻었다. 그림 5는 가우시안 평면파가 정육면 도체에 입사할 때 +z 방향으로 산란되는  $\theta$  성분의 전장을 보이고 있다. 본 논문에서 제안된 방법에 의한 과도 응답은 주파수 영역에서 자장 적분방정식으로부터 얻은 IDFT의 결과와 매우 잘 일치하고 있다. 그림 6은 산란전장의  $\theta$  및  $\phi$  성분을 모두 고려하여 계산된 레이더 단면적이며, IDFT의 결과와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

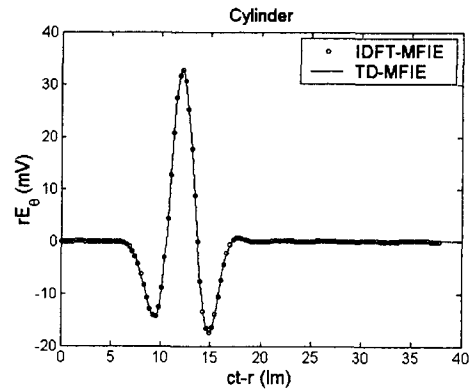


그림 8 원통 도체의 산란전장.  
Fig. 8 Scattered electric field from the conducting cylinder.

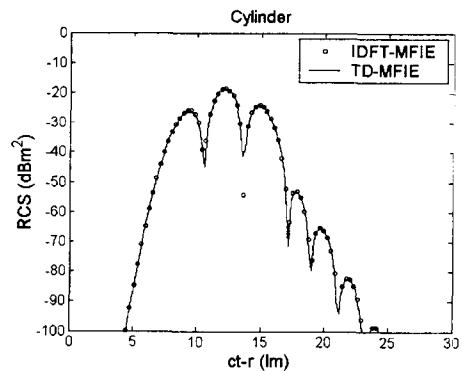


그림 9 원통 도체의 레이더 단면적.  
Fig. 9 Radar cross section of the conducting cylinder.

마지막 예는 그림 7에 보인 원통 도체이다. 그 중심은 좌표계의 원점에 있으며, 반지름은 0.5 m, 높이는 1 m 이다.  $r$ ,  $\phi$ ,  $z$  방향을 따라서 각각 4, 24, 8 등분을 하였다. 그 결과 720 개의 삼각형과 1,080 개의 공유변을 얻는다. 그림 8은 가우시안 평면파가 원통 도체에 입사할 때 +z 방향으로 산란되는  $\theta$  성분의 전장을 보이고 있다. 본 논문에서 제안된 방법에 의한 과도 응답은 주파수 영역에서 자장 적분방정식으로부터 얻은 IDFT의 결과와 잘 일치하고 있다. 그림 9는 산란전장의  $\theta$  및  $\phi$  성분을 모두 고려하여 계산된 레이

더 단면적이며, IDFT의 결과와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 시간 영역의 자장적분식을 이용한 완전 도체의 전자파 산란 해석시 무조건 안정된 과도 응답을 얻는 새로운 해법 과정을 보였다. 삼차원 임의 형태 구조를 해석하기 위하여 도체 표면을 삼각형으로 모델링하여, 유기 전류 계산시 RWG 함수를 공간 전개함수로 이용하였으며, 시간 영역에서는 가중 라게르 다항식을 전개함수로 도입하였다. 공간 및 시간 영역의 시험 과정에서 각각 갤러킨 방법을 이용하여 내적을 취하여 행렬식을 구성하였다. 사용된 가중 라게르 다항식은 감쇄하는 지수함수를 포함하고 있기 때문에, 이 함수로 표현된 전류 응답은 무조건적으로 안정되었다. 그리고 제안되는 방법에 의한 해는 MOT와 달리 시간 간격의 설정과는 무관하였다. 제안된 방법으로 산출된 산란장과 레이더 단면적은 MOT 및 해석해와 잘 일치하였으며, 진동없이 매우 안정되었다.

### 참 고 문 헌

[1] S. M. Rao, *Time Domain Electromagnetics*. Academic Press, 1999.

[2] S. M. Rao, D. R. Wilton and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 30, no. 3, pp. 409-418, May 1982.

[3] S. M. Rao and D. R. Wilton, "Transient scattering by conducting surfaces of arbitrary Shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, no. 1, pp. 56-61, Jan. 1991.

[4] D. A. Vechinski and S. M. Rao, "A stable procedure to calculate the transient scattering by conducting surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, no. 6, pp. 661-665, 1992.

[5] S. M. Rao and T. K. Sarkar, "An alternative version of the time-domain electric field integral equation for arbitrarily shaped conductors," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, no. 6, pp. 831-834, 1993.

[6] S. M. Rao and T. K. Sarkar, "An efficient method to evaluate the time-domain scattering from arbitrarily shaped conducting bodies," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 17, no. 5, pp. 321-325, April 1998.

[7] B. H. Jung and T. K. Sarkar, "Time-domain electric-field integral equation with central finite difference," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 31, no. 6, pp. 429-435, Dec. 2001. B. H. Jung and T. K. Sarkar, "Corrections to 'Time-domain electric-field integral equation with central finite difference'," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 33, no. 2, p. 148, April 2002.

[8] B. H. Jung and T. K. Sarkar, "Transient scattering from three-dimensional conducting bodies by using

magnetic field integral equation," *J. of Electromagn. Waves and Appl.*, vol. 16, no. 1, pp. 111-128, Jan. 2002.

[9] 정백호, 김채영, "자장 적분방정식을 이용한 3 차원 임의 형태 도체 구조의 지연 산란 해석," *한국통신학회논문지*, 제 27권, 제 4B호, pp. 379-387, 2002. 4.

[10] J. Van Bladel, *Electromagnetic Fields*. Hemisphere Publishing Coporation, 1985.

[11] A. D. Poularikas, *The Transforms and Applications Handbook*. IEEE Press, pp. 54-60, 1996.

[12] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*. New York: Academic Press, pp. 1037-1039, 1980.

## 저 자 소 개



### 정 백 호 (鄭 白 鎬)

1985년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학사). 1989년 2월: 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학석사). 1997년 8월: 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학박사). 1989년 2월~1994년 3월: 국방과학연구소 연구원. 1997년 9월~현재: 호서대학교

전기정보통신공학부 및 벤처전문대학원 조교수. 2001년 1월~2002년 2월: 미국 Syracuse 대학교 연구교수. 주관심 분야: 전자파 수치해석, 이동통신 전파환경, 비선형 광학. Tel : 041-540-5690, Fax : 041-540-5693 E-mail : bhjung@office.hoseo.ac.kr



### 정 용 식 (鄭 容 植)

1985년 3월~1989년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학사). 1989년 3월~1991년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학석사). 1995년 3월~2000년 8월: 서울대학교 전기공학부 (공학박사). 1991년 1월~1996년 8월: LG전자 LSL연구소 주임연구원.

1998년 3월~2000년 2월: 서울대학교 전기공학부 조교. 2000년 3월~2000년 9월: 서울대학교 창의연구단 (3차원 밀리미터파 연구단) 연구원. 2000년 9월~2001년 6월: 서울시립대학교 BK21 사업단 박사후 연구원. 2001년 9월~2003년 2월: 미국 Syracuse University (Dr. Tapan K. Sarkar) 박사후 연구원. 2003년 3월~현재: 명지대학교 통신공학과 조교수. E-mail: yschung@mju.ac.kr