

분포하중이 포물선 아치의 정적 거동에 미치는 영향

Effects of Distributed Load on the Static Behaviour of the Parabolic Arches

박근수* · 조진구**

Park, Keun Soo · Cho, Jin Goo

Abstract

This study aims to investigate the effect of partially distributed loads on the static behavior of parabolic arches by using the elastic-plastic finite element model. For this purpose, the vertical, the radial, and the anti-symmetric load cases are considered, and the ratio of loading range and arch span is increased from 20% to 100%. Also, the elastic-visco-plastic analysis has been carried out to estimate the elapse time to reach the stable state of arches when the ultimate load obtained by the finite element analysis is applied.

It is noted that the ultimate load carrying capacities of parabolic arches are 6.929 tf/m^2 for the radial load case, and 8.057 tf/m^2 for the vertical load case. On the other hand, the ultimate load is drastically reduced as 2.659 tf/m^2 for the anti-symmetric load case. It is also shown that the maximum ultimate load occurs at the full ranging distributed load, however, the minimum ultimate loads of the radial and vertical load cases are obtained by 2.336 tf/m^2 , 2.256 tf/m^2 , respectively, when the partially distributed load is applied at the 40% range of full arch span.

Keywords : Distributed load, Parabolic arch, Static behavior, Ultimate load carrying capacity, Elasto-plastic model

I. 서론

아치는 주로 포물선, 원호 등의 곡선형상을 갖는 구조물로서 직선부재로 구성되는 다른 구조형식과는 거동이 매우 상이하고 따라서 하중을 지지하는

방식도 매우 특이하다.¹⁾ 아치는 연직으로 작용하는 외력에 의하여 양단의 지점에서 수평 반력이 발생하고 이 수평 반력은 임의 단면에서의 굽힘 모멘트를 감소시키며 부재단면은 주로 축방향 압축력을 지지하게 되므로 긴 지간의 구조물 건설에 사용될 수 있다. 특히 아치는 곡선형태이므로 구조적으로 안정되고 미관이 아름답기 때문에 오랜 옛날부터 널리 사용된 구조형식이다.^{3),7)}

강재 아치 구조물의 현장에서 설계의 경향은 고강도 강재의 사용과 그로 인하여 단면은 얇아지고

* 전남대학교 대학원, 금광기업(주)

** 전남대학교 농과대학, 농업과학기술 연구소

** Corresponding author. Tel.: +82-62-530-2151
fax: +82-62-530-2159

E-mail address: chojg@chonnam.ac.kr

시간은 더욱 길어지는 등 대규모화하는 추세에 있다.^{2),3),6),7)} 또한 세장한 아치의 시공으로 인하여 구조물은 불안정하게 되고 이로 인하여 붕괴의 가능성은 더욱 커지는 등 위험성은 오히려 커지고 있다. 그러나 지금까지는 세장한 아치의 탄성 좌굴 해석을 통하여 아치의 내하력을 산정하고 있는 실정이다. 필자들⁵⁾은 탄-소성 모델에 의한 포물선 아치의 내하력 특성을 보고한 바 있다. 그러나 보고된 필자들의 연구에서는 하중이 아치의 전 시간에 작용하는 경우에 국한되었다. 실제로 아치에 작용하는 하중은 아치 시간에 부분적으로 분포될 수 있으며 그러한 경우 아치의 내하력은 새로운 특성을 나타낼 수 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 2차원 평면 해석 방법을 적용하고 강재의 대변형에 따른 기하 비선형을 고려한 해석을 통하여 평면 포물선 아치가 부분적으로 분포된 하중을 받는 경우 아치의 거동을 구명함으로써 설계시에 유용한 자료를 제공하는데 그 목적이 있다. 이를 위하여 해석 방법으로는 유한 요소법을 사용하였으며 유한 요소 정식화 과정에서 탄-소성 모델을 채용하였고 강재의 거동은 Von-Mises의 항복 기준에 따라 모델링 하였다. 또한 본 연구에서 고려된 하중은 연직하중, 방사하중 및 역 대칭 하중이며 하중의 분포 범위는 아치 시간의 20~100%로 하였다.

II. 비선형 유한요소 해석

재료의 소성거동은 비선형 탄성거동과는 달리 응력-변형률 관계가 유일하지 않은 특징이 있다. 실제로 소성거동이란 응력이 어떤 수준에 도달하면 그 상태가 유지되고 하중을 제거할 때, 시간과는 독립적인 영구 변형이 존재하는 것으로 정의한다. 이러한 소성거동을 일반 응력 상태에서 적용할 수 있도록 항복 응력의 개념을 일반화할 필요가 있다. 재료의 항복은 현재의 응력(σ)이 식 (1)과 같은 항복조건을 만족할 때 일어난다고 가정하는 것이

일반적이다.^{9),12)}

$$F(\sigma, x) = 0 \dots \dots \dots (1)$$

여기서, x : 경화 매개변수

최초의 항복이 일어난 후 재료의 거동은 응력의 증분이 일어나는 동안 변형률의 변화는 탄성성분과 소성성분으로 나눌 수 있다고 가정한다. 즉

$$d\epsilon = d\epsilon_e + d\epsilon_p \dots \dots \dots (2)$$

여기서, $d\epsilon_e$: 탄성 변형률 증분

$d\epsilon_p$: 소성 변형률 증분

탄성상태에서 응력-변형률 관계식은 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned} d\sigma &= \mathbf{D} d\epsilon_e \dots \dots \dots (3) \\ &= \mathbf{D} (d\epsilon - d\epsilon_p) \end{aligned}$$

한편, 항복함수(F)와 소성변형률 증분벡터 ($d\epsilon_p$) 사이의 구성관계식은 식(4)와 같은 가정이 일반으로 받아들여지고 있다.^{9),12)}

$$d\epsilon_p = \lambda \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \sigma} \dots \dots \dots (4)$$

여기서, λ : 소성승수

식(2)와 식(4)로부터 다음 식을 쓸 수 있다.

$$d\epsilon = \mathbf{D}^{-1} d\sigma + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \sigma} \lambda \dots \dots \dots (5)$$

탄-소성모델에서 응력-변형률 관계식을 증분형으로 나타내면 다음과 같다.

$$d\sigma = \mathbf{D}_{ep} d\epsilon \dots \dots \dots (6)$$

여기서, $d\sigma$: 응력증분

$d\epsilon$: 전 변형률 증분

$$D_{ep} = D - D \left\{ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \sigma} \right\}^T D \left[A + \left\{ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \sigma} \right\}^T D \left\{ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \sigma} \right\} \right]^{-1}$$

$$K_{ep} = \int_V \mathbf{B}^T D_{ep} \mathbf{B} dV \dots \dots \dots (9)$$

$$A = - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} dx \frac{1}{\lambda} \dots \dots \dots (7)$$

III. 해석 예

이와 같이 구해진 탄-소성 행렬 (D_{ep})는 증분 해석에서 탄성행렬 (D) 대신으로 이용된다. 그런데, 변형률 증분은 변형률 행렬과 절점 변위 증분의 곱으로 주어진다. 즉,

필자들에 의해서 개발된 프로그램⁵⁾을 사용하여 모델 케이스로서 선정된 Fig. 1(a)와 같은 강재 포물선 아치에 연직, 방사 및 역 대칭 상태의 부분 분포 하중이 작용하는 경우 극한 내하력을 산정 하였다. 또한 극한 하중이 작용하는 경우 아치의 거동이 안정 상태에 도달되는데 소요되는 시간을 탄-점소성^{2),9)} 해석에 의해서 구하였다. 모델 구조물의 요소 분할은 포물선 아치를 각도 방향으로 20 등분 두께 방향으로 3등분하였으며 사용된 재료의 성질은 Table 1과 같다. 이때 아치의 단면은 I-150×75 강재를 사용하는 것으로 하였다.

$$d\epsilon = \mathbf{B} d\delta \dots \dots \dots (8)$$

여기서, $d\delta$: 절점 변위 성분

\mathbf{B} : 변형률 행렬

따라서, 탄-소성 재료의 강성도 행렬 (K_{ep})은 다음과 같이 된다.

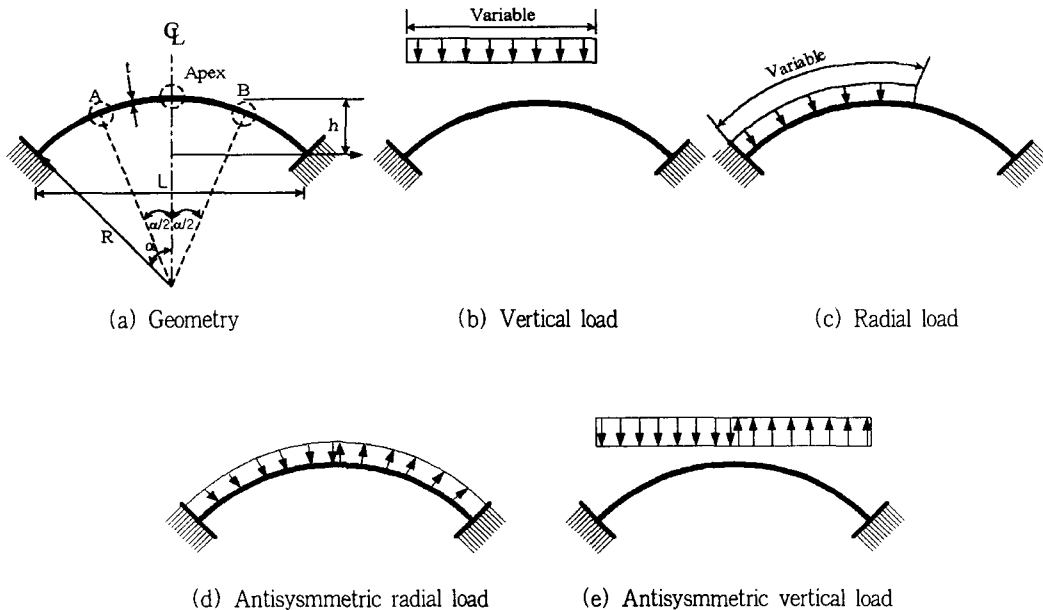


Fig. 1 Geometry of the plane parabolic arches and loading cases

Table 1 The dimension and properties of parabolic arch

rise to span	$h/L = 0.0 \sim 0.5$
thickness of arch	$t = 0.15 \text{ m}$
elastic modulus	$E = 2.1 \times 10^7 \text{ tf/m}^2$
Poisson's ratio	$\nu = 0.3$
yield stress	$f_y = 40000 \text{ tf/m}^2$
yield criterion	Von-Mises

IV. 결과 및 고찰

1. 하중 종류에 따른 아치의 내하력

하중의 종류에 따른 아치의 극한 내하력을 알아보기 위하여 연직하중 및 방사하중이 아치의 전 지간에 작용할 때 아치높이/아치지간 비(h/L)의 값을 0.0 ~ 0.5 사이에서 0.05 간격으로 변화시키면서 극한 내하력을 검토하였다.

먼저 h/L 에 따른 아치의 극한 내하력은 Fig. 2와 같다.

h/L 의 값이 작을 때는 방사하중과 연직하중에 따른 극한 내하력은 거의 동일하였지만 h/L 의 값이 커질수록 연직하중의 경우 극한 내하력이 방사하중의 경우 보다 크게 나타났다. 방사하중의 경우 극한 내하력은 h/L 의 값이 0.15일 때 6.929 tf/m^2 ,

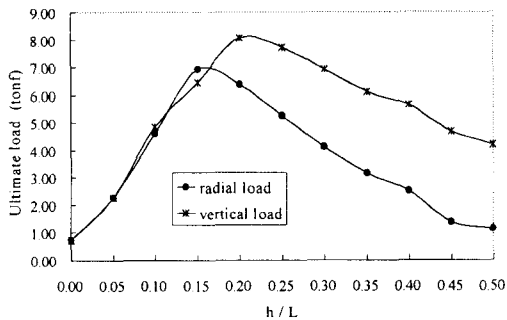


Fig. 2 Ultimate load carrying capacity of the parabolic arch with increasing h/L

그리고 연직하중의 경우 극한 내하력은 h/L 의 값이 0.2일 때 8.057 tf/m^2 로서 연직하중의 경우가 약 16.3% 큰 것으로 나타났다.

아치 중앙에서의 연직처짐은 Fig. 3(a)와 같다.

전체적으로 연직처짐은 h/L 의 값이 작을 때는 하향 처짐을 나타냈지만 h/L 의 값이 증가함에 따라 하향 처짐은 점차로 감소되어 어떤 값 이상의 h/L 에서는 상향의 처짐을 나타냈다. 방사하중의 경우 h/L 값의 증가에 따라 연직 하향 처짐은 점차로 감소 하다가 h/L 의 값이 약 0.2 이상이면 처짐은 위쪽으로 발생되었다. 연직하중의 경우에는 h/L 의 값의 증가에 따라 연직 하향 처짐은 증감 현상을 보이다가 h/L 의 값이 0.29 이상이면 처짐은 위쪽으로 발생되었다.

아치의 L/4 지점에서의 연직처짐은 Fig. 3(b)와 같다.

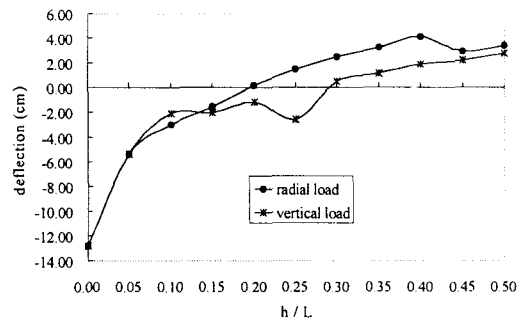


Fig. 3(a) Vertical deflection at the apex with h/L

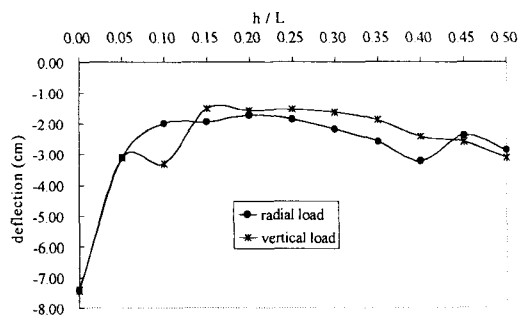


Fig. 3(b) Vertical deflection at A with h/L

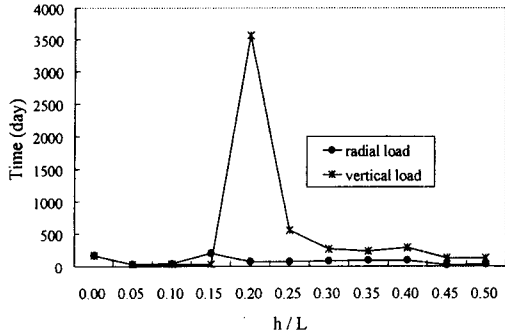


Fig. 4 Steady-state time vs. h/L

h/L 의 값이 작을 때 연직 하향 처짐은 급격하게 감소하였으며 연직하중의 경우에는 h/L 의 값 0.05 ~ 0.15 사이에서, 방사하중의 경우 0.35 ~ 0.5 사이에서 증감 현상을 나타내었다.

극한하중(극한 내하력)이 작용할 때 아치의 거동이 안정 상태에 도달되는 시간 곡선은 Fig. 4와 같다.

아치의 거동이 안정 상태에 도달되는 시간은 h/L 의 값이 0.1~0.15에서만 방사하중의 경우가 지연되었을 뿐 h/L 의 값이 0.15 이상인 경우 연직하중이 작용하는 경우에 방사하중의 경우보다 지연되었다. 극한 내하력을 갖는 h/L 의 값에서 아치의 거동이 안정 상태에 도달되는 시간은 연직하중의 경우 3562일 인데 반해 방사하중의 경우 204일로서 현저하게 빨리 안정상태에 도달되었으며 방사하중의 경우 h/L 의 값이 아치의 거동이 안정상태에 도달되는 시간에 미치는 영향이 크지 않았다.

2. 하중분포 범위에 따른 아치의 내하력

하중 분포 범위가 아치의 극한 내하력에 미치는 영향을 알아보기 위하여 h/L 의 값 0.15인 아치에 최대 방사하중(6.929 tf/m^2) 및 h/L 의 값 0.2인 아치에 최대 연직하중(8.057 tf/m^2)의 분포범위를 아치 지간의 20 ~ 100%로 분포하였을 경우 극한 내하력은 Fig. 5와 같다.

전체적으로 아치의 극한 내하력은 연직하중이 작용하는 경우 크게 나타났다. 또한 전 지간에 하중

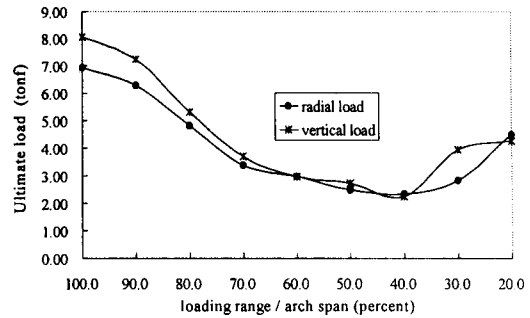


Fig. 5 Ultimate load carrying capacity of the parabolic arch with loading range/arch span

이 작용할 때 극한 내하력은 연직하중의 경우 8.057 tf/m^2 , 방사하중의 경우 6.929 tf/m^2 이었으며 하중 분포 범위가 감소함에 따라 극한 내하력은 점차로 감소되다가 하중 분포 범위가 40%일 때 극한 내하력이 각각 2.256 tf/m^2 및 2.337 tf/m^2 로서 가장 작았다. 즉 아치의 극한 내하력은 전 지간에 하중이 분포될 때 가장 크게 그리고 아치 지간의 40% 범위에 하중이 분포될 때 가장 작았다.

하중 분포 범위에 따른 아치 중앙에서의 처짐은 Fig. 6(a)와 같다.

방사하중이 작용할 때 하중분포 범위 80%일 때 최대 하향 처짐이 그리고 20 ~ 30%에서 최대 상향 처짐이 발생되었다. 한편 연직하중이 작용하는 경우 하중분포 범위 80% 및 50%일 때 최대 하향 처짐이 그리고 30%일 때 최대 상향 처짐이 발생되었다. 하중 분포 범위가 80~100%에서는 방사하중이 작용할 때 그 이외의 경우에는 연직하중이 작용할 때 처짐이 큰 것으로 나타났다.

최대 처짐은 방사하중의 경우 하중분포범위 60%일 때 그리고 연직하중의 경우 하중분포범위 30%일 때 발생되었다.

한편 하중 작용범위에 포함되는 아치 지간의 $L/4$ 지점에서의 처짐은 Fig. 6(b)와 같다.

하중 분포 범위에 따라 아치의 거동이 안정 상태에 도달되는 시간은 Fig. 7과 같다.

방사하중이 작용하는 경우 하중 분포 범위가

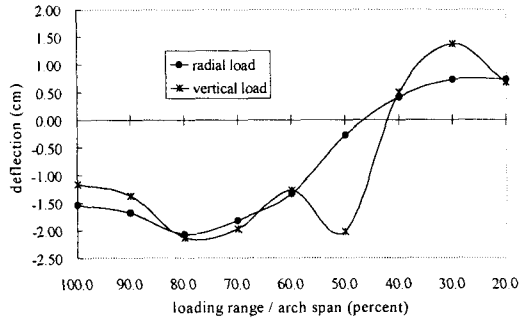


Fig. 6(a) Vertical deflection at the apex with loading range/arch span

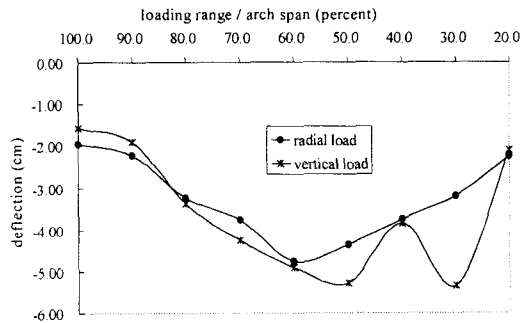


Fig. 6(b) Vertical deflection at A with loading range/arch span for the parabolic arch

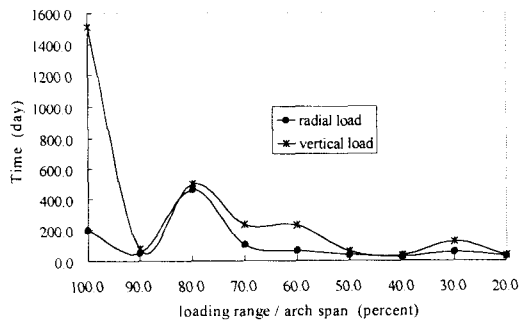


Fig. 7 Steady-state time vs. loading range/arch span

80%일 때 463일로서 가장 늦게 그리고 70% 이상일 때는 큰 차이가 없었다. 그리고 연직하중이 작용하는 경우에는 하중 분포 범위가 100%일 때 약 1512일로서 안정상태에 도달되는 시간이 현저히 크게 나타났으며 하중 분포 범위가 40~50%

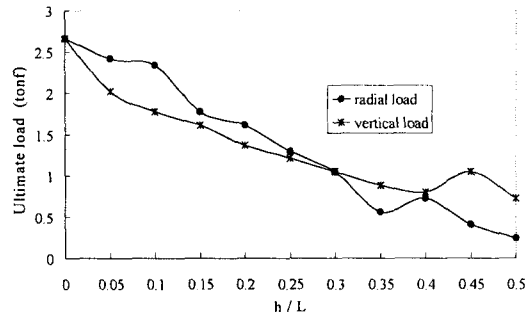


Fig. 8 Ultimate load carrying capacity of the parabolic arch for antisymmetric load

일 때 약 35일로서 가장 빨리 안정된 상태에 도달되었다. 전체적으로 방사하중이 작용하는 경우가 연직하중의 경우보다 빨리 안정 상태에 도달되었다.

여기서 제시된 수치는 유동계수의 값을 0.001/day로서 가정⁸⁾한 것이다. 그러나 안정상태에 도달되는 시간은 유동계수의 선택에 좌우되는 가상 시간으로 실제 계측에 의해서 정확한 정보를 알 수 있다면 유동계수를 수정함으로써 신속하게 실제로 안정상태에 도달되는 시간을 알 수 있을 것이다.

3. 역대칭 하중이 작용하는 경우 내하력

역 대칭 하중이 작용하는 경우 아치의 극한 내하력을 알아보기 위하여 Fig. 2(d) 및 2(e)와 같은 역 대칭 방사하중 및 역 대칭 연직하중이 만재하는 경우 아치의 극한 내하력을 검토하였다. 역 대칭 하중이 작용하는 경우 h/L에 따른 극한 내하력은 Fig. 8과 같다.

h/L의 값 0.0~0.3 사이에서는 역 대칭 방사하중의 경우 극한 내하력이 역 대칭 연직하중의 경우보다 크게 나타났고 0.3~0.5 사이에서는 역 대칭 연직하중의 극한 내하력이 큰 것으로 산정되었다. 극한 내하력은 h/L의 값이 증가함에 따라 현저히 감소되었으며 극한 내하력은 역 대칭 하중의 경우 2.659 tf/m²으로서 대칭 방사하중일 때 6.929 tf/m² 및 대칭 연직하중의 경우 8.057 tf/m²에 비해서 현저하게 작게 산정 되었다. 이는 아치 건설

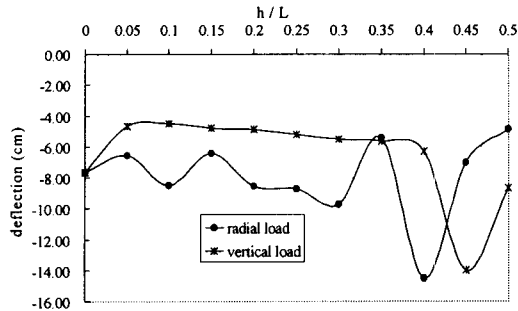


Fig. 9 Vertical deflection at A for antisymmetric load

시 바람하중과 같이 역 대칭으로 작용할 수도 있으므로 설계에 주의하지 않으면 안될 것으로 판단된다.

역 대칭 하중이 작용하는 경우 아치 지간의 L/4 지점에서의 처짐은 Fig. 9와 같다.

역 대칭 방사하중의 경우 최대 처짐은 h/L의 값 0.4일 때 아래쪽으로 14.51 cm, 역 대칭 연직하중의 경우 최대 처짐은 h/L의 값 0.45일 때 아래쪽으로 14.01 cm로서 처짐의 크기는 거의 동일하였다.

V. 결 론

본 연구의 목적은 평면 포물선 아치가 부분적으로 분포된 하중을 받는 경우 아치의 정적 거동을 구명하기 위한 것이다. 이를 위하여 해석 방법으로는 유한 요소법을 사용하였으며 유한 요소 정식화 과정에서 탄-소성 모델이 채용되었다. 모델 케이스로 선정된 강재 포물선 아치에 분포된 하중은 연직하중, 방사하중 및 역 대칭 하중이며 하중의 분포 범위는 아치 지간의 20~100%로 하였다. 수치 예에서 평가된 극한 하중이 아치에 작용할 때 아치의 거동이 안정 상태에 도달되는 시간을 예측하기 위하여 탄-점소성 해석을 실시하였다. 이러한 수치 예를 통하여 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 방사하중의 경우 극한 내하력은 아치높이/아치지간 비(h/L)의 값이 0.15일 때 6.929 tf/m², 연직하중의 경우 극한 내하력은 h/L의 값이 0.2일

때 8.057 tf/m²로서 연직하중의 경우가 16.3% 크게 나타났다.

2) 아치의 극한 내하력은 아치의 전 지간에 하중이 분포되어 작용할 때 가장 큰 것으로 그리고 아치지간의 40% 범위에 하중이 분포될 때 가장 작게 나타났다.

3) 아치의 최대 하향 처짐은 방사하중의 경우 하중분포 범위가 전체 지간의 80%일 때 연직하중의 경우 하중분포 범위 80% 및 50%일 때 발생되었다. 한편 최대 상향 처짐은 방사하중의 경우 하중분포 범위 20~30%일 때 연직하중의 경우에는 하중분포 범위 30%일 때 발생되었다.

4) 아치 중앙에서의 연직처짐은 h/L의 값이 작을 때는 모두 하향 처짐을 나타냈지만 방사하중의 경우 h/L의 값이 0.2 이상일 때 그리고 연직하중의 경우에는 h/L의 값이 0.30 이상이면 처짐이 위쪽으로 발생되었다.

5) 아치의 거동이 안정상태에 도달되는 시간은 전체적으로 방사하중이 작용하는 경우보다 연직하중이 작용하는 경우에 지연되었다. 최대 연직하중이 작용하는 경우 안정상태에 도달되는 시간이 현저하게 크게 나타났다.

6) 아치의 거동이 안정상태에 도달되는 시간은 방사하중의 경우 하중분포범위 80% 그리고 연직하중의 경우 전 지간에 하중이 분포될 때 가장 지연되었다.

7) 역 대칭 하중이 작용하는 경우 극한 내하력은 h/L의 값의 증가에 따라 현저하게 감소하였으며 또한 대칭하중이 작용하는 경우에 비해 현저하게 작은 것으로 나타났다.

References

1. Austin, Walter J., et al., 1982, Numerical Bending Analysis of Arches, Journal of the structural division, ASCE, Vol 108, No. ST4, pp.849-867.

2. Cho, Jin Goo, 1997, Static and Dynamic Analysis of Reinforced Concrete Axisymmetric Shell on the Elastic Foundation(III), *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers*, 39(3) : 72-82. (in Korean)
3. Cho, Jin Goo, 2001, Dynamic Behavior of the Plane Circular Arches with the Shape Imperfections, *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers*, 43(3) : 85-93. (in Korean)
4. Cho, Jin Goo, Keun Soo Park, 2001, Effects of Partially Distributed Step Load on Dynamic Response of the Plane Circular Arches, *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers*, 43(4) : 89-96. (in Korean)
5. Cho, Jin Goo, Keun Soo Park, 2002, The Ultimate Load Capacity of the Parabolic Arches by the Elasto-plastic Model, *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers*, 44(3) : 1-8. (in Korean)
6. Howard B. Harrison, 1963, In-Plane Stability of Parabolic Arches, *Journal of the structural division, ASCE*, Vol. 108, No. ST1., pp.195-205.
7. Komatsu, Sadao and Tatsuro Sakimoto, 1977, Ultimate Load Carrying Capacity of Steel Arches, *Journal of the structural division, ASCE*, Vol. 103, No. ST12, pp.2323-2336.
8. Mondkar and Powell, G. H.1977, Finite Element Analysis of Nonlinear Static and Dynamic Response, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 11, pp.499-520.
9. Owen, D. R. J. and E. Hinton, 1980, *Finite elements in plasticity*
10. Park, Jin Hwan, Woo Sung Jung, Kwang Sung Woo, 1999, The Ultimate Load Capacity of Plates by Elastic-Perfectly Plastic Model, *Journal of Computational Structural Engineering Institute of Korea*, 12(1) : 1-14. (in Korean)
11. Santathadaporn, S., and Chen, W. F., 1980, Analysis of Biaxially Loaded Columns, *Friz Engineering Laboratory Report* No.331.12, Lehigh University, Bethlehem, Pa., Sept.
12. Zienkiewicz O. C.: *The finite element method* (3/e), pp.450-606, 1977