大韓數學教育學會誌 數學教育學硏究 第 13 卷 第 1 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XIII, No.1, 77-94. Feb 2003

중학교 근사값 단원 학습 지도 방향 탐색: 남북한 교과서 비교를 중심으로

임재훈*

I. 서론

지난 몇 년간 남북한 사이의 평화적 분위기 조성을 위한 정부 차원의 여러 가지 노력이 있었다. 그러한 가운데 통일 이후의 남북한 학교 수학교육과정의 통합을 준비하기 위한 남북한 교육과정 및 교과서에 대한 비교 연구가 점차 활발해지고 있다(한국교육개발원, 1996; 김삼태, 이식, 1999; 박문환, 2001; 이경화, 임재훈, 박경미, 2002; 현진오, 강태석, 1999; 황하윤 2000 등). 남북한 수학 교과서에 대한 초기의 비교 연구는 대체로 남북한 수학 교육과정 및 교과서 비교 분석 모형을 개발하는 기초 연구의 성격을 띠거나, 특정 학교급의 남북한 수학교과서의 외형이나 체제, 다루는 내용 요목의 차이, 남북한 학교 수학 용어의 전반적 비교 등에 초점이 맞추어져 있었으며, 구체적인 각각의 단원에 대한 교과서 구성 및 전개 방식의 차이에 대한 비교 분석에까지는 이르지 못하였다.

그러나 남북한 수학 교육의 통합 방안을 마련하는 데 있어서, 구체적인 각각의 단원에 대한 심층적인 내용 비교 분석은 필수불가결한 것이다. 이러한 인식 하에 최근 들어 구체적인 각 수학 교과 내용에 대한 비교 분석이 이루어지기 시작하였다. 그리하여 현재 피타고라스 정리, 수학적 귀납법, 삼각형의 내심과 외심에 대한 남북한 교과서 내용 비교 분석 연구가 이루어졌다(박문환, 2001; 2002a, 2002b)

본 연구는 이러한 선행 연구의 연장선 상에서 북한의 고등중학교 수학 3 (대수) 교과서의 근사값 단원과 우리 나라의 제 7차 교육과정에 따른 8-가 단계 수학 교과서들의 근사값 단원의 내용을 비교, 분석하고자 한다. 이와 더불어 중·고등학교 학생들과 수학 교사들을 대상으로 설문조사를 실시해 근사값에 관한 교사와 학생의 이해 수준과 성향을 알아보고자 한다. 그리고 이 두 가지 분석 결과를 토대로 현재 근사값 단원 지도의 문제점을 확인하고, 수학적 사고력과 창의성을 신장하기 위한 근사값 단원 지도의 방향을 제시하고자 한다.

II. '오차' 관련 내용 비교 및 학습 지도 방향 탐색

본 장에서는 남북한 중학교 수학 교과서 근사값 단원의 내용 중 오차의 절대값과 상대오차에 초점을 맞추어 논의하고자 한다.

1. 북한 고등중학교 수학 3 (대수) 교과서

* 전남대학교, jhyim@chonnam.ac.kr

북한 교과서와 우리 나라 교과서의 근사값 단원의 주요한 내용 차이는 상대오차 개념을 다루는가의 여부이다. 북한 교과서는 상대오차 개념을 다루지만 우리 나라 교과서는 상대오차 개념을 다루지 않는다.

북한 교과서에서는 정확한 값 A에서 그 근사값 a 를 뺀 차 $A-a$를 근사값 a의 오차라고 부른다. 그리고 $a>A$ 일 때 a를 '넘는 근사값', $a<A$ 일 때 a를 '모자란 근사값'이라고 부른다. 또 오차의 절대값 $|A-a|$을 근사값 a의 '절대오차'라고 부른다. 넘는 근사값, 모자란 근사값, 절대오차라는 용어를 사용하는 점과 오차의 정의가 '근사값 - 참값'이 아닌 '참값 - 근사값'이라는 점에서 우리 나라와 차이가 있다.

뒤이어 다음과 같은 문제가 나온다.

> 5. $\frac{7}{15}=0.466\cdots$ 에서 $\frac{7}{15}$ 의 근사값을 0.46과 0.47로 두 개 잡았다. 어느 것이 정확한 값에 더 가까운가? (저자 미상, 1995: 51)

이것은 절대오차의 실제적 유용성 또는 의의를 다루는 문제라고 할 수 있다. 위의 문제는 절대오차가 하나의 양에 대한 두 개의 측정값이 있을 때 두 측정값의 상대적 정확성을 평가하는 수단으로 사용될 수 있다는 것을 시사한다.

뒤이어 다음과 같이 오차한계가 도입된다.

> 오차의 절대값이 기껏 커져도 $h(h>0)$ 를 넘지 않을 때 즉 $|A-a|\leq h$ 일 때 h를 근사값 a의 오차의 한계라고 부른다......
>
> $|A-a|\leq h$ 이면 $A=a\pm h$ 와 같이 표시한다.(위의 책: 51).

위의 정의에 따르면, 오차의 한계가 우리 나라와 달리 최소 측정 단위의 절반이 아닐 수 있다. 이것은 북한 교과서에 나오는 다음과 같은 예와 문제를 단서로 추측할 수 있다.(위의 책: 52).

> 례2. 설계도면에 부속품의 길이를 $l=180\pm0.2$(mm)로 표시하였다. l이 놓이는 구간을 말하여라.
>
> $$180-0.2\leq l\leq 180+0.2$$
>
> 따라서 $$179.8\leq l\leq 180.2$$
>
> 3. x는 어떤 구간에 놓이는가?
> 1) $x=5\pm0.1$ 2) $x=10.2\pm0.05$
> 3) $x=0.75\pm0.005$ 4) $x=230\pm10$

우리 나라 중학교 수학 교과서에서는 오차의 한계는 최소눈금 단위의 절반이므로, 례2의 $l=180\pm0.2$(㎜)이라는 표현을 우리 나라 교과서의 관점에서 해석한다면, 측정값180(㎜)는 최소눈금이 0.4㎜ 간격으로 표시되어 있는 자로 측정하여 얻은 것이다. 그런데 최소눈금이 0.4㎜ 간격으로 표시되어 있는 자는 일반적으로 흔히 볼 수 있는 자는 아니다. 또 A=5±1(㎜)와 같은 표현도 북한 교과서에 나오는데(위의 책: 53), 오차의 한계가 1㎜이므로 측정자의 최소 눈금 단위는 2㎜가 된다. 여기서 측정값이 5(㎜)이므로 이 자에는 눈금이 0, 1, 3, 5, 7, … 인 지점에 표시되어 있는 것이 된다. 그런데 이렇게 0, 1, 3, 5와 같이 등간격이 아닌 지점에 눈금이 표시되어 있는 자도 일상적으로 자연스럽지 않다. 나아가, $x=5\pm0.1$와 같은 표현은 우리 나라 교과서의 입장에서 보면 틀린 표현으로 생각될 수 있다. 오차의 한계가 0.1이면 최소눈금은 0.2 간격으로 표시되어 있으므로 5.0과 같이 소수 첫째 자리까지 측정해서 측정값을 표현해야 하기 때문이다.

오차한계에 이어, '서로 다른 두 개의 양에 대한 두 측정값의 정확성을 판단하는 상황'을 맥락으로 하여 상대오차가 도입된다(위의 책: 53).

어떤 나사못의 직경 d와 길이 l을 각각 재서
$d=20\pm2$(㎜), $l=80\pm2$(㎜)
을 얻었다.
1) d와 l의 근사값의 오차한계는 각각 얼마인가?
2) 근사값의 1mm에 차례지는 오차한계는 각각 얼마인가? 어느 값이 더 정확하게 잰 것인가?
근사값들을 다룰 때 그 절대오차나 오차한계만 보고서는 어느 것이 더 정확한지 알 수 없다. 이런 때에는 오차대신 정확한 값에 대한 오차의 비를 생각한다.

상 대 오 차

A의 근사값이 a 일 때 $\frac{|A-a|}{|A|}$를 근사값 a의 **상대오차**라고 부르고 글자 δ(델타)로 표시한다.
A를 알 수 없을 때는 $|A|$ 대신 $|a|$ 를, $|A-a|$ 오차한계 h를 생각한다.
그리하여 $\delta=\frac{h}{|a|}$를 상대오차로 보고 계산한다......

이러한 상대오차의 개념을 활용하여 다음과 같이 두 양에 대한 측정값의 상대적인 정확성을 비교하는 문제를 해결하는 내용이 뒤따른다.

례1. 창문유리의 두께 A, 교과서의 두께 B를 각각 재어
A=5±1(mm)
B=8±1(mm)
을 얻었다. 어느 것이 더 정확한가?[1)]

2. 다음 두 수 중에서 어느 것이 더 정확한가?
$x=10\pm0.1(mm)$
$y=20000\pm10$(㎞)

이상과 같은 상대오차 관련 부분의 북한 고등중학교 수학 교과서의 특징을 정리하면 다음과 같다.

· 한 양에 대한 두 측정값의 상대적인 정확도를 비교하는 수단으로 절대오차를 다루고 있다.

· 다른 두 양에 대한 두 측정값의 상대적인 정확도를 평가하는 수단으로 상대오차를 다루고 있다.

· $10\pm0.1(mm)$과 같이 측정값과 오차의 한계를 병기하는 표현을 사용하고 있다.

· $x=18.5\pm0.5$, $x=5\pm0.1$, A=5±1(mm), $l=180\pm0.2(mm)$, $y=3650\pm4$ 와 같이 오차의 한계가 측정 도구의 최소 눈금 단위의 절반처럼 보이지 않는 표현을 사용하고 있다.

2. 우리 나라 8-가 단계 수학 교과서

우리 나라 8-가 단계 수학에서는 상대오차 개념은 다루지 않고 북한의 절대오차에 해당하는 오차의 절대값만 다룬다. 절대오차를 다루는 데 있어 북한 교과서와 대비되는 특징은 8-가 단계의 대부분의 교과서가 오차의 절대값이 근사값의 정확성을 평가하는 수단이 된다는 것을 명시적으로 다루지 않는다는 것이다. 본 연구에서 참고한 14종의 교과서 중 1종의 교과서

1) 북한 교과서의 풀이는 다음과 같다. 'A=5±1(mm)에서 $a=5$, $h=1$이므로 a의 상대오차는 $\delta_1=\frac{1}{5}=0.2$ 퍼센트로 표시하면 $\delta_1=20\%$. B=8±1(mm)에서 $a=8$, $h=1$이므로 $\delta_2=\frac{1}{8}=0.125$, $\delta_2=12.5\%$ 따라서 교과서의 두께를 더 정확하게 쟀다는 것을 알 수 있다.'

만이 본문에서 '근사값의 정확도를 알아본다.', '이 근사값은 얼마나 정확하다고 할 수 있을까?', '두 근사값 중 어느 것이 더 정확하다고 할 수 있을까?'와 같은 표현을 쓰고 있다(이준열, 장훈, 최부림, 남호영, 이상은, 2002: 32). 그렇지만 오차의 절대값 또는 오차의 한계가 근사값의 정확성을 평가하는 도구로서 기능할 수 있는 상황이 어느 범위까지인가에 관한 것은 이 교과서에서도 다루어지지 않는다. 이와는 달리, 북한 교과서에서는 상대오차 개념을 도입하는 과정에서 자연스럽게 어떤 상황에서 절대오차 개념으로 근사값의 정확성을 판단할 수 있고 어떤 상황에서 그렇지 않은지가 인식될 수 있는 개연성이 있다.

이상 우리 나라 8-가 단계 수학 교과서의 오차 관련 내용의 특징을 정리하면 다음과 같다.

· 8-가 단계 교과서 대부분이 오차의 절대값이 근사값의 정확성을 평가하는 수단으로 사용될 수 있음을 명시적으로 다루지 않는다.

· 절대오차가 근사값의 정확성을 평가하는 수단으로 적절하지 않은 상황이 있음을 명시적으로 언급하지 않고, 다른 두 양에 대한 두 측정값의 정확성을 평가하는 수단으로 상대오차의 개념을 다루지 않는다.

· 측정값과 오차의 한계를 병기하는 표현은 사용하지 않는다.

· 오차의 한계는 측정 단위의 절반으로 규정된다.

3. 설문 조사

광주광역시 소재 중학교 1, 2, 3학년 및 고등학교 1학년 학생 350여명과 수학교사 20여명을 대상으로 다음 문항에 대한 조사를 실시하였다.

<설문 문항 1> 어느 직선 도로의 길이를 눈금이 1cm 단위인 매우 긴 줄자로 측정하여 2845cm라는 측정값을 얻었다. 또 공책의 가로의 길이를 같은 자로 측정하여 17cm라는 측정값을 얻었다. 이 두 측정값 중 어느 것이 더 정확하다고 생각합니까?

① 직선 도로의 길이를 측정한 값이 더 정확하다

② 공책의 가로의 길이를 측정한 값이 더 정확하다

③ 둘 다 똑같은 정도로 정확하다.

위와 같이 생각한 이유를 쓰시오.

이유:

학생들을 대상으로 조사한 결과는 다음과 같다.

<표 II-1> 설문 문항 1의 학생 대상 조사 결과

선택지 / 학년	①	②	③	기타 (무응답)	계
중1학년	7	42	29	0	78
중2학년	9	48	21	0	78
중3학년	8	47	23	2	80
고1	8	75	33	0	116
계	32(9.1%)	212(60.2%)	106(30.1%)	2	352

전체적으로 선택지 ②를 선택한 학생이 약 60%로 가장 많고, 그 다음으로 선택지 ③, 선택지 ①의 순이다. 선택지 ②를 택한 학생들이 제시한 이유로는 '공책은 한번에 잴 수 있지만 줄자로 도로를 한번에 측정할 수 없기 때문에', '자의 오차는 길어질수록 커지기 때문에', '도로의 길이일 때가 오차의 범위가 더 클 것이다.', '짧으니까', '줄자가 긴 거리를 가다가 휘는 경우가 생기므로 공책의 길이가 더 정확하다.', '도로는 직선이나 그것을 잰 줄자까지 굴곡이 전혀 없이 직선이 되기 어렵다.', '줄자로 측정할 경우 자를 팽팽하게 하여 측정해야 하는데 길이가 길면 팽팽하게 만들기 어렵다.',

'직선 도로의 길이는 길어서 줄자로 잴 경우 비뚤어질 수도 있고 돌이나 다른 물질에 의해 도로에 딱 붙지 않아 정확하지 않을 것이다.', '아무리 긴 자라도 2845cm를 잴 만한 자는 없으므로 긴 자로 몇 번 재서 나온 결과보다 한 번에 측정한 결과가 더 정확한 것 같아서.', '도로의 길이는 1cm 줄자로 잰다면 너무 범위가 넓어서 정확하지 않을 수가 있다. 이런 도로인 길이는 1m단위나 그보다 더 큰 단위로 재야 한다.' 등이 있었다. 선택지 ③을 선택한 학생들은 '똑같은 자로 측정을 하는 데 길이가 길고 짧고는 중요하지 않다.', '모든 단위가 1cm로 같으니까', '같은 자로 재었으므로 오차의 범위가 같아서 정확도도 같을 것이다.' 와 같은 이유를 제시하였다. 선택지 ①을 선택한 이유로는 '줄자의 사용 용도를 봐서 도로의 길이가 더 정확할 것 같다.', '똑같은 길이의 오차가 있다면 더 긴 길이의 오차비율이 더 작다.', '직선 도로의 길이는 공책 길이보다 훨씬 길어서 상대적으로 길이가 더 긴 물체를 작은 단위로 측정하여 더 정확한 것이라고 생각함.'과 같은 것들이 있다.

위의 문항을 수학교사들에게 조사한 결과는 다음과 같다.

<표 Ⅱ-2> 설문 문항 1의 교사 대상 조사 결과

선택지 \ 대 상	①	②	③	계
수학 교사	4	3	15	22

학생들에서는 선택지 ②의 비율이 높게 나타난 반면, 수학 교사들에게서는 선택지 ③의 비율이 높게 나타났다.

이상으로부터 다음과 같은 경향을 발견할 수 있다.

· 교사들은 이 문제를 교과서 근사값 단원의 주요 내용인 오차의 한계 개념을 적용하는 정형적인 수학 문제로 인식하는 반면, 학생들은 덜 정형적인 문제로 받아들이고 좀더 자유롭게 생각하는 경향을 보였다.

· 학생들이 도로의 조건 등 긴 거리를 재는 과정에서 오차가 생길 수 있는 요인들을 고려하는 반면, 교사들은 중간 측정 과정에서 오차 발생의 원인이 될 수 있는 요인들을 고려하지 않고 문제에 제시된 측정값을 그대로 받아들이는 경향을 보였다.

이 문제를 북한의 수학 교사들이나 학생에게 제시하였을 때의 결과는 어떠할까? 북한 교과서를 참고로 하여 이에 대한 간접적인 답을 찾아본다면, 이 문제에 대한 북한 교사들이나 학생들의 대답은 우리 나라 교사들과 학생들의 대답과 상당한 차이가 있을 개연성이 있다. 북한 교과서의 입장에서는 위의 문제에 대하여 다음과 같은 판단을 할 수 있다. 첫째, 절대오차는 같은 양에 대한 두 측정값이 있을 때 어느 측정값이 정확한 값에 더 가까운지를 평가하는 수단이다. 그러므로 위에서 제시한 문제와 같이 다른 두 양에 대한 측정값의 정확성을 평가할 때 절대오차의 개념을 적용하는 것은 적절하지 않다. 둘째, 상대오차의 개념을 적용하면, 두 측정값의 오차의 한계가 같기 때문에 긴 것을 잰 측정값을 더 정확하다고 보아야 한다. 이렇게 판단할 경우 선택지 ①이 더 타당하게 보인다.

한편, 다음과 같은 문제를 동일 학생들을 대상으로 조사하였을 때는 앞의 문제와 다소 다른 결과가 나왔다.

<설문 문항 4> 최소 눈금이 g인 저울로 두꺼운 사전의 무게를 측정하여 2967g이라는 측정값을 얻었다. 또 공책 한 권의 무게를 측정하여 178g이라는 측정값을 얻었다. 이 두 측정값 중 어느 것이 더 정확하다고 생각하는가?

① 두꺼운 사전의 무게를 측정한 값이 더 정확하다.

② 공책 한 권의 무게를 측정한 값이 더 정확하다.

③ 둘 다 똑같이 정확하다.

조사 결과를 표로 정리하면 다음과 같다.

<표 Ⅱ-3> 설문 문항 4의 학생 대상 조사 결과

선택지 / 학년	①	②	③	기타 (무응답)	계
중1학년	14	15	46	3	78
중2학년	14	18	44	2	78
중3학년	17	12	47	4	80
고1	29	23	60	4	116
계	74(21.0%)	68(19.3%)	197(55.9%)	13(3.7%)	352

앞의 설문에 비해 선택지 ②를 택한 학생의 수가 현저히 줄어들고, 선택지 ③을 택한 학생의 수가 매우 늘어났다. 이러한 차이는 학생들이 앞의 긴 도로의 길이를 재는 문제에서는 자로 도로의 길이를 재는 과정에서 도로 조건이나 기상 조건 등 측정값의 정확성에 영향을 미칠 수 있는 요인들이 있지만 저울에 물건을 올려놓아 무게를 측정하는 이 문제의 경우에는 그러한 요인이 없다고 판단한 데에서 기인하는 것으로 보인다. 이를 통해서도 학생들은 이와 같은 종류의 문제를 대할 때 실제로 측정해 가는 상황을 구체적으로 떠올려 보면서 중간 측정 과정에서 오차가 생길 가능성을 상당히 고려한다는 것을 알 수 있다.

참고로, 선택지 ②를 선택한 학생들이 제시한 이유로는 '무게가 작은 것을 측정할 때가 더 정확해 오차의 범위가 더 작아지므로', '저울에 약간이라도 오차가 있다면 더 큰 값을 측정하는 것이 오차가 크기 때문이다.', '공책을 재다가 사전을 재면 탄성력은 공책 때보다 더 늘어난다. 무게가 많을수록 탄성력이 커져서 오차가 더 많이 일어나기 때문이다.'와 같은 것이 있었다. 선택지 ③을 택한 이유로는 '무게의 단위가 kg이라면 사전의 무게가 정확하겠지만 단위가 g이므로 둘 다 정확할 것 같다.', '같은 저울로 재었기 때문에 정확도도 같을 것이다.', '기계적 이상만 없다면 무게가 많고 적음은 문제가 되지 않는다.', '최소 눈금이 정해졌기 때문에 똑같다.', '저울은 오차가 없다.'와 같은 것들이 나왔다.

4. 논의

남한의 중학교 교과서에서는 오차의 절대값은 다루나 상대오차는 다루지 않고 있는데, 이는 다른 두 양을 측정한 두 측정값의 상대적 정확성을 따지는 것은 다루지 않고, 하나의 양을 측정 단위를 달리 해서 측정한 두 측정값이 있을 때 그 상대적 정확성을 따지는 내용만 다루는 것이라고 할 수 있다. 그런데 앞의 설문 조사 결과를 보면, 설문 대상 중 적지 않은 학생들과 대부분의 교사들이 이 점을 명확히 인식하지 못하고 있는 것으로 보인다. 달리 말해, 설문 조사 대상 교사와 학생들 중 상당수가 오차의 절대값(절대오차)이 근사값의 정확성을 판단하는 수단으로 작용하지 못하는 상황이 있다는 인식을 갖고 있지 않았다. 뿐만 아니라 설문 조사 문항에서 선택지 ③을 선택한 교사들은 두 측정값이 똑같은 정도로 정확하다고 보는 것이 '교과서적인 대답'이라는 견해를 가지고 있었다. 이는 오차의 한계라는 수학적 내용 그 자체는 알고 있지만, 그것의 의의나 그것이 적용되는 맥락에 대해서는 명확한 인식이 없는 교사나 학생들이 적지 않다는 것을 시사한다.

그러나 북한의 고등중학교 수학 교과서에서는 상대오차 개념을 관련 예와 함께 비교적 자세히 다루고 있음을 확인한 바 있다. 북한의 교과서는 서로 다른 양을 측정 도구와 방법을 달리하면서 측정하였을 때 그 정확도에 관하여

어떻게 판정할 것인가에 관한 아이디어에 주목하기 때문에, 앞의 설문 조사 문항을 북한의 교사와 학생들에게 제시하였다면 다른 결과를 얻을 수도 있을 것으로 생각한다.

일반적으로 특정 지식은 어떤 상황에는 적용되지만 어떤 상황에는 적용되지 않는 것이 보통이다. 이러한 점을 고려한다면, 지식의 기능성을 아는 것은 그 지식이 어떤 상황에 적용될 수 있고 어떤 상황에 적용되지 않는지 그 적용 가능 범위를 아는 것을 일부로 포함한다. 현재 우리가 가지고 있는 지식의 적용 가능 범위를 명확히 하는 것은 기존 지식의 한계를 깨닫고 새로운 지식 창조의 필요성을 인식하게 하는 것이기도 하다. 설문 조사 결과는 현재 우리 나라 근사값 단원의 오차의 절대값 개념 지도가 이러한 수준에 이르지 못하고 있음을 시사한다. 오차의 절대값이라는 수학적 지식이 지닌 실생활 상황에서의 의의, 두 측정값의 정확성을 알아보는 도구로 사용될 수 있는 상황의 범위와 한계를 교사들이 좀더 명확하게 인식하고 학습 지도에서도 이 점을 좀더 의식적으로 지도할 필요가 있을 것이다. 이를 위해 상대오차 개념 도입의 필요성도 검토할 필요가 있다.

상대오차 개념은 대학의 이공계열에서 배우는 물리 실험에서 상당히 중요하며, 실험을 설계하고 실험결과를 해석함에 있어 핵심적인 역할을 한다(윤대병 외, 1999). 물리 뿐 아니라 실험을 주요 도구로 하는 학문의 경우에는 오차를 해석하고 계산하는 것에 상당한 비중을 둔다. 수치해석, 통계와 같은 응용수학 분야에서도 오차의 해석과 통제에 관한 정교한 이론을 발전시켜왔으며, 이 때 상대오차 개념은 기본적이면서도 핵심적인 것이라 할 수 있다. 현재와 같은 내용으로 근사값을 배운다면 이들 학문 분야에 접하기 전에는 상대오차에 관하여 주목할 기회가 없으며, 앞서 설문조사 결과에서 확인하였듯이 자발적으로 상대오차에 관한 이해를 발전시키지도 못한다. 근사값의 교수·학습적인 의의가 무엇인지, 관련 내용을 학교수학으로 변환하는 가운데 중요한 것을 놓치고 있는 것은 아닌지 판단할 필요가 있다.

III. '근사값의 계산' 비교 및 학습 지도 방향 탐색

1. 남북한 교과서 비교

북한 고등중학교 수학(대수) 3에서는 근사값의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 모두 다룬다. 그리고 그 계산 규칙도 우리 나라와는 다소 다르다. 북한 교과서의 근사값 계산 규칙을 제시하면 다음과 같다(저자 미상, 1995: 55-56).

근사값의 계산규칙(1)
근사값들의 합이나 차를 계산할 때에는 근사값들 가운데 마지막 믿을수자의 단위가 가장 높은 것을 찾고 다른 근사값들은 이보다 한자리 더 남겨서 계산한다. 다음 계산결과에서는 마지막 자리를 반올림한다.

근사값들의 계산규칙(2)
근사값들의 적이나 상을 계산할 때에는 주어진 근사값들 가운데서 믿을수자의 개수가 가장 적은 것을 찾고 다른 근사값들은 이보다 믿을수자를 하나 더 남겨서 계산한다. 다음 계산결과에서는 반올림하여 믿을수자의 개수가 가장 적은 것과 같은 개수만한 수자들을 남긴다.

북한에서는 근사값의 사칙계산을 모두 다루지만, 우리 나라 제7차 교육과정에서는 근사값의 덧셈, 뺄셈만을 다루고 있다. 우리 나라도 제6차 교육과정까지는 근사값의 사칙계산을 모

두 다루었으나, 제7차 교육과정에서는 근사값의 곱셈과 나눗셈이 삭제되었다. 그리고 근사값의 덧셈, 뺄셈도 그 방법이 제6차 교육과정기와 달라졌다.

제6차 교육과정에 따른 수학 교과서에서는 근사값의 덧셈, 뺄셈을 유효숫자의 끝자리가 같도록 반올림하여 계산하는 방식으로 하였다 (김연식, 김홍기, 1996: 25). 그러나 제 7차 교육과정에서는 '학습지도상의 유의점'으로 '근사값의 덧셈(뺄셈)은 주어진 수를 더한(뺀) 후, 근사값 중 오차의 한계가 큰 수의 끝자리에 맞추어 계산한다.'라고 하여 특정한 계산법만을 사용할 것을 정하고 있다(교육부, 1998). 이와 같은 6차와 7차 교육과정의 계산법의 차이점은 예를 들면 다음과 같은 문제를 풀 때 답이 달라지는 상황을 낳는다: 근사값의 뺄셈 195 - 165.5는 7차 교육과정의 방법으로는 답이 30이고 6차 교과서의 방식으로는 답이 29이다. 이 문제를 북한 교과서의 방법으로 해결하면 7차 교육과정의 방법에 따른 결과와 일치한다. 북한 교과서의 방법은 특히 유효숫자 개수의 차이가 큰 두 수 사이의 연산을 할 때 남한의 제7차 교육과정의 방법에 비해 계산이 간편해지기 때문에 유용하다고 판단된다.[2]

2. 설문 조사

광주광역시 소재 중고등학교 학생과 수학교사를 대상으로 다음 문항에 대한 조사를 실시하였다.[3]

<설문 문항 2> 철수가 0.2kg의 물을 들고 몸무게를 재었더니 53kg이다. 다음 중 철수의 몸무게로 타당해 보이는 것을 선택하시오.

① 52.8kg ② 53kg

위와 같이 선택한 이유를 쓰시오.

이유:

학생들을 대상으로 조사한 결과는 다음과 같다.

<표 Ⅲ-1> 설문 문항 2의 학생 대상 조사 결과

학년 \ 선택지	①	②	기타 (무응답)	계
중1학년	59	17	2	78
중2학년	56	22	0	78
중3학년	45	31	4	80
고1	102	13	1	116
계	262(74.4%)	83(23.6%)	7(2.0%)	352

선택지 ①을 선택한 학생이 약 74%로 다수이고, 선택지 ②를 선택한 학생은 상대적으로 소수이다. 선택지 ①을 선택한 학생들은 그 이유로 '물의 무게는 제외해야 한다.', '0.2kg도 소중하다.', '정확한 몸무게를 재려면 들고 있었던 무게를 빼야 한다.', '수학은 정확해야 되기 때문이다.', 몸무게를 알아보기 위한 것이기 때문에 정확히 재야할 것 같다.', '②번은 반올림했으므로 정확성이 ①번보다 떨어진다.'와 같은 것을 들었다.

선택지 ②를 선택한 학생들은 그 이유로 '0.2kg은 별 차이가 없다. 일상생활에서는 0.2kg의 차이는 별 차이가 없으므로 53kg이라고 해도 무관하다.', '자기 몸무게를 52.8kg이라 말하는 사람은 없다. 거의 대부분이 반올림하여 53kg이라고 말한다.', '0.2kg밖에 차이가 나지 않고 몸무게는 수시로 변할 수 있다.', '철수의

2) 화학 실험 등 과학 분야에서 근사값을 계산하는 표준적인 규칙은 남한의 7차 교육과정에서와 같이 먼저 계산한 후 반올림하여 오차의 한계가 큰 쪽으로 맞추는 것이다(http://abe.www.ecn.purdue.edu/~asm215/topics/calcrule.html).

3) 이 문항은 이준열 외(2002)의 8-가 단계 수학교과서 40쪽에 나오는 탐구 활동을 일부 변형한 것이다.

몸무게가 53kg이라는 것도 확실하지 않다. 53.1, 53.2, 아니면 52.8, 52.9일 수도 있다. 어느 쪽인지 알 수 없기 때문에 대부분 근사치로 나타낸다.', '몸무게를 잰 저울이 전자 저울이 아니라 일반 체중계라면 0.2kg의 차이는 나타낼 수 없다.', '어차피 몸무게를 잰 후 ±1kg을 해주는데 0.2kg쯤은 아무런 문제가 되지 않는다.'와 같은 것이 나왔다.

위의 문항을 수학교사들에게 조사한 결과는 다음과 같았다.

<표Ⅲ-2> 설문 문항 2의 교사 대상 조사 결과

선택지 / 대상	①	②	계
수학교사	10	12	22

선택지 ①을 선택한 학생의 비율이 월등히 높은 반면, 수학 교사들에게서는 선택지 ②의 비율이 조금 높게 나타났다. 선택지 ①을 선택한 교사는 그 이유로 '철수가 물을 든 상태로 무게를 측정하였으므로 53kg은 물이 포함된 무게이기에 0.2kg을 감하여야 한다.', '단위가 작으면 더 정확할 것이다.'와 같은 것을 들었다. 선택지 ②를 선택한 교사는 '처음 몸무게 53kg도 소수첫째자리에서 반올림 된 값이기 때문에 52.8kg의 8은 의미가 없다.', '측정값의 유효숫자 일치 측면에서, 53kg으로 해야 타당하다.', '0.2는 오차의 한계 내에 있다.', '근사값의 계산법에 따른다.', '53kg도 측정값이기 때문에 0.2kg은 무시해도 상관없다', '오차의 한계가 0.5kg이므로 0.2kg은 무시한다.', '오차의 한계가 더 큰 끝자리에 맞추어 반올림한다'와 같은 이유를 들었다.

이로부터 다음과 같은 경향을 발견할 수 있다.

· 근사값 단원을 배운 학생이나 배우지 않은 학생이나 위의 문제를 해결하는 데 근사값 계산법을 적용하지 않는 경우가 많다. 이는 근사값의 계산법이 학생들에게 내면화되는 수준에까지 학습 지도가 이루어지지 못하여 실제 학습 효과가 거의 없음을 의미하는 것으로 해석할 수 있다.

· 교사들은 선택의 기준을 교과서의 관점에 따라 '계산 결과로 나온 값의 오차의 한계의 타당성'에 두는 경향을 보이는 반면, 학생들은 어느 쪽이 더 정확한 값인가의 문제 곧, '어느 쪽이 참값과의 오차가 작은가'에 두는 경향이 있다.

3. 논의

최근 창의성을 신장하는 수학 수업이 주목을 받고 있다. 창의성을 신장하는 수업을 하기 위해서는 교사 자신이 스스로 창의적 인간의 특성을 지니고 있으며, 창의성 신장을 위한 교육방법에 익숙해 있어야 한다. 그리하여 수업활동에 있어서 개방적 · 참여적 · 허용적 태도, 창의적 사고를 촉진하는 발문 기법, 과제의 제시, 평가 방법 개선 등이 따라야 한다. 창의성을 촉진하는 교사들은 학생들이 스스로 학습할 수 있도록 하며, 교사의 의견은 되도록 보류하고 학생들이 그들의 생각을 완전하게 표현할 때까지 기다리고, 비범하고 상상적인 형태의 아이디어를 격려하며, 학생의 아이디어의 가치를 교사가 존중한다는 것을 보여주고, 교사 나름의 기준으로 평가나 판단을 하지 않고 학생 나름대로 활동을 전개하도록 도우며, 교과 학습의 기준으로 학생을 판단하거나 평가하지 않고 새로운 관점에서 학생을 이해하며, 새로운 시도, 의도, 탐색을 고무하고 발전 · 심화학습을 고무 · 지원하는 특징을 보인다(박은주, 2001).

이와 같은 창의성 신장 수업을 염두에 두고, 위의 근사값의 계산에 관한 설문 조사 문항에

대하여 생각해 보도록 하자. 위의 설문 문제에 대한 교과서적인 답은 52.8kg이 아니라 53kg이다. 그러나 설문 조사 결과를 보면, 학년에 관계없이 52.8kg이 더 타당하다고 생각하는 학생들이 매우 많다.

이러한 상황에 직면하였을 때, 53kg이 교과서적인 답임을 학생들에게 설명하는 것으로는 창의성을 신장하는 수학 수업으로서는 충분치 않을 것이다. 오히려 52.8kg을 선택한 학생들의 생각을 존중하고 그것에 내재된 발전 가능한 아이디어를 인식하여 이를 학생들의 창의성을 신장하는 수학 수업의 시발점으로 삼을 수 있다.

또 52.8kg이 틀린 답인 이유를 학생들에게 설명할 때, 52.8kg이라는 답은 처음에 주어진 몸무게 53kg이 근사값이라는 것을 고려하지 않은 잘못을 범해 나온 것이라는 식으로 설명하는 경우가 많다. 그러나 이러한 설명은 충분하지 않다. 처음에 주어진 몸무게 53kg이 근사값이라고 생각해도 여전히 52.8kg이 더 타당하다는 답을 할 수도 있기 때문이다.

52.8kg이 타당한가 53kg이 타당한가의 문제는 타당성의 기준이 무엇인가의 문제와 관련된다. 예를 들어 다음과 같은 이유에서 52.8kg이 53kg보다 타당하다고 말하는 학생이 있다고 하자. 물을 들고 몸무게를 재었을 때 측정값이 53kg이었으므로, 물과 몸무게를 합한 무게의 참값의 범위는

$52.5 \le (\text{물과 몸무게를 합한 무게}) < 53.5$

이다. 또 물을 따로 측정한 무게가 0.2kg이므로, 물의 무게의 참값은 다음 범위에 속한다.

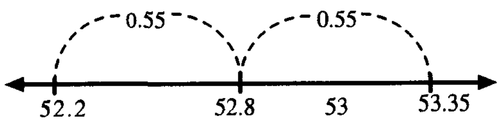
$$0.15 \le (\text{물의 무게}) < 0.25$$

따라서 승주의 몸무게의 참값은 다음 범위에 속하게 된다.

$$52.25 \le (\text{승주의 몸무게}) < 53.35$$

이렇게 생각해 나가게 되면, 결국 구간 [52.25, 53.35) 을 대표하는 하나의 수치로 52.8과 53중 어느 값이 더 적절할까라는 문제에 이르게 된다. 선택지 ①의 답 52.8kg은 이 구간의 중앙에 위치하는 값이고, 선택지 ②의 답 53kg은 오른쪽으로 치우친 값이다. 승주의 몸무게의 참값은 구간 [52.25, 53.35)에 속하는 어떤 값이다. 그런데 이 구간에 속하는 값들 중 52.8에 더 가까운 값들의 구간은 [52.25, 52.9)이고, 53에 더 가까운 값들의 구간은 (52.9, 53.35]이다. 이 때 앞의 구간의 길이는 0.65로, 뒤의 구간의 길이 0.45보다 길다. 이를 '확률적으로' 52.8이 53보다 오차가 적을 가능성이 높다고 표현할 수도 있을 것이다.

이러한 기준에서 타당성을 판단한다면, 참값의 범위의 중앙값인 52.8kg이 53보다 더 타당하게 보일 수 있다.



참고로, 연구자가 전남대학교 과학영재교육센터 중등수학 기초반 학생들에게 "도영이가 0.3kg의 책을 들고 몸무게를 재었더니 55kg이었다. 도영이의 몸무게는 54.7kg이라고 하는 것이 타당할까 아니면 그냥 55kg이라고 하는 것이 더 타당할까?"라는 문제를 제시하였을 때, 실지로 다음과 같은 의견을 낸 학생들이 있었다. 다음의 학생 1, 2는 중등수학 기초반에서도 상위권에 속하는 매우 우수한 학생들이다.

학생 1: 먼저 예를 들어서 소수 둘째 자리에서 반올림을 했다고 하자. 그러면 책의 무게를 x로 놓았을 때 $0.25 \le x < 0.35$이 된다. 그렇다면 도영이의 몸무게를 구해 보면 55kg에서 책의 무게를 빼면 된다. $54.65 \le$ 도영의 몸무게 < 54.75이기 때문에 그 사이값을 취한다고 하면 54.7이 더 타당하다.

학생 2: 학생 1은 도영이의 몸무게도 근사값이라는 것을 잊어 버렸다. 54.5≤도영+책<55.5, 0.25≤책<0.35, 54.25≤도영<55.15 이렇게 생각해봐도 54.7kg이 더 타당할 것 같다.

그러나 이러한 생각은 교과서에 제시된 기준과는 다른 것이다. 교과서에서는 타당성의 기준을 52.8, 53과 같은 근사값 표현에서 따라 정해지는 오차의 한계가 적절한가에 둔다. 예를 들어 한 교과서에서는 다음과 같이 설명한다.

무게가 3.4kg인 사과를 무게가 0.36kg인 바구니에 담았다. 이 때 사과의 무게 3.4kg의 오차의 한계는 0.05kg이고, 바구니의 무게 0.36kg의 오차의 한계는 0.005kg이다. 여기서 전체의 무게를 3.4+0.36=3.76(kg)이라 하면, 전체의 무게 3.76kg의 오차의 한계가 0.005kg인 셈이다. 이것은 이치에 맞지 않는다. (박두일, 신동선, 강영환, 운재성, 김인종, 2002: 28)

이와 같은 근사값 계산 방법의 타당성을 학생들이 심리적으로 받아들이는 데 어려움이 있음을 고려하여 교과서에서는 다음과 같은 활동을 통해 52.8kg이 몸무게로 더 타당하다는 식의 생각이 부적절함을 설명하고 있다.

<예1>
바나나와 포도의 무게를 각각 최소 눈금이 1g인 저울과 0.01g인 저울로 재어서 얻은 측정값이 460g과 364.25g이었다. 두 과일을 최소 눈금이 0.01g인 저울에 올려놓고 무게를 측정하면 460+364.25의 값과 같겠는가? (금종해, 이만근, 이미라, 김영주, 2002: 36)

<예2>
과적 차량 검문소에서는 과적 차량을 단속하기 위하여 차량의 무게를 측정한다. 물건을 가득 실은 어느 트럭이 최소 눈금의 단위가 100kg인 저울을 통과하여 측정된 값이 5400kg이었다....... 운전기사가 25g짜리 귤을 하나 더 들고 같은 저울로 무게를 잰다고 할 때, 그 값은 얼마이겠는가? 25g은 저울의 측정에 영향을 미치겠는가? (박윤범, 박혜숙, 권혁천, 육인선, 2002: 30)

<예3>
다음은 어떤 박물관에서 있었던 대화 내용이다.
안내원: 이것은 지금부터 1억 3년 2개월 전의 공룡입니다.
관람객: 아니 어떻게 연대를 그렇게 정확히 아세요?
안내원: 지금부터 3년 2개월 전에 유명한 고고학자가 와서 "이것은 1억년 전의 공룡이다"라고 말했거든요!
안내원이 말한대로 이 공룡의 생존 시기가 1억 3년 2개월 전이라고 할 수 있을까? 아니라면 그 이유에 대하여 토론하여 보자. (황석근, 이재돈, 2002: 26)

이상과 같은 문제는 학생들에게 선택지 ① 52.8kg의 적절성을 의심하게 하는 수단이 될 수 있지만, 선택지 ①이 틀리고 ②가 타당한 것에 대한 충분한 이유는 되지 못한다. 예를 들면, <예1>의 답은 '그렇지 않을 가능성이 높지만 그럴 수도 있다.'일 것이다. <예2>도 마찬가지이다. <예3>에 대해서도 '언제부터 2억년이라고 할 수 있는가? 오차의 한계가 5000만년이라면 5000만년 동안은 계속 약 1억년이라고 하다가 5000만년이 지나는 어느 날부터 갑자기 약 2억년이라고 하는 것이 더 타당한가?'와 같은 의문이 학생의 마음 속에서 여전히 제기될 수 있다.

여기서 선택지 ①을 선택한 학생도 그 값(52.8kg)과 참값과의 오차가 0.05kg이라고 생각하고 그것이 타당하다고 선택한 것은 아니라는 점에 주목할 필요가 있다. 그러므로 학생이 선택지 ①이 타당하다고 생각하게 된 바로 그 근거, 곧 학생이 선택한 타당성 기준을 밝혀 내

고 그것의 부적절성을 깨닫게 해야 한다.

그러나 학생이 선택한 타당성 기준의 부적절성 여부는 보기에 따라 단순하지 않다. 다음과 같이 북한 교과서에 나오는 '측정값±오차의 한계'와 같은 표현을 사용한다면, 선택지 ①과 선택지 ②의 단점을 보완하는 제 3의 길을 창의적으로 모색할 수도 있을 것이다. 예를 들면 교사의 적절한 유도에 의해 52.8kg이 더 타당하다고 생각했던 학생은 다음과 같은 생각에 이를 수도 있다.

내가 52.8kg이 더 타당하다고 했을 때, 나는 이 값이 참값과의 오차가 0.05kg보다 작다고 생각해서 그렇게 주장한 것은 아니다. 나는 참값의 범위에 속하는 모든 값들 중에서 52.8과의 차이가 53과의 차이보다 적은 값들의 구간의 길이가 더 길다는 이유에서 그렇게 선택하였다. 그러나 최종 계산 결과인 52.8만 놓고 보면 선생님 말씀대로 오차의 한계가 갑자기 0.5에서 0.05로 줄어든 것이 되어 부적절하다. 결국 양쪽 다 완전히 타당하지도 완전히 부적절하지도 않다. 여기서 다음과 같은 제 3의 방법을 모색하면 어떨까? 그것은 다음과 같은 표현을 도입하는 것이다: 52.8±0.55(kg)[4]

교사가 선택지 ① 52.8kg을 선택한 학생의 선택 이면에 놓여 있는 학생의 생각도 나름대로 일리가 있고 발전될 가능성이 있는 주장이라고 보고 위와 같은 과정을 거치며 전개하는 수업에서 학생이 경험하는 사고의 질과 단순히 교과서의 관점이 옳고 선택지 ①은 틀린 것이라고 설명하는 수업에서 경험하는 사고의 질은 창의성 신장을 도모하는 수학 수업이라는 점에서 볼 때 적지 않은 차이가 있다. 또 이런 과정을 거쳐 현재 교과서에서 허용하는 표현과 교과서의 논리를 자신의 생각과 비교하는 경험을 하는 과정에서, 선택지 ② 53kg이 더 타당하다고 주장하는 교과서의 논리도 그렇지 않을 때보다 오히려 훨씬 잘 이해할 수 있을 것이다.

두 번째 논의할 점은, 근사값 계산 방법의 타당성을 설명하는 장치가 남북한 교과서 모두 충분치 않다는 것이다. 우리 나라의 경우 근사값의 곱셈, 나눗셈이 삭제되었다. 그 이유 중 하나는 그 계산 방법의 타당성을 학생들에게 설명하기 쉽지 않았다는 것이다. 그러면 덧셈, 뺄셈은 어떠한가?

6차 교육과정의 근사값의 덧셈, 뺄셈 방법은 '측정 단위가 서로 다른 측정값의 계산을 할 때 측정 단위를 통일한다'는 아이디어를 반영한 방법이라고 설명할 수 있다. 측정 단위를 작은 쪽으로 통일할 수는 없으므로, 측정 단위의 통일은 측정 단위가 큰 쪽으로 통일하는 것이 될 수 밖에 없다. 예를 들면 한 양을 mm 눈금의 자로 측정하고 다른 한 양을 cm 눈금의 자로 측정하였다고 할 때, 이 두 측정값을 합하는 상황은 mm 눈금자로 측정한 것을 똑같이 최소눈금단위가 큰 쪽, 곧 이 경우에는 cm

4) 앞에서 북한 교과서에 이와 같은 표현이 등장하고 있음을 보았다. 그러나 북한 교과서에서는 이 학생이 사용한 맥락과는 다른 맥락에서 이러한 표현을 사용하였다. 북한의 교과서에서는 측정 도구의 최소 단위에만 주목하는 것이 아니라 "(기계 사이의 역학 등 해당 상황의 특별한 조건에서) 허용할 수 있는 범위"의 의미를 반영하여 오차의 한계를 구할 수 있도록 하고 있다. 이를테면 '어떤 제품이 합격품이기 위해서는 길이가 53±0.2(cm) 범위 내에 포함되어야 한다'고 할 때, 오차의 한계는 최소 단위인 1cm의 절반인 0.5cm가 아니라 허용 오차의 한계로 제시된 0.2cm이다. 남한의 교과서에서 제시하고 있는 오차의 한계 개념으로는 이러한 상황을 설명하기 어렵다는 점에서도 남북한 교과서가 오차 관련 지도에서 다른 관점을 취하고 있는 것으로 볼 수 있다. 한편, 위의 학생은 참값의 범위에 대한 정보를 해석하여 수학적으로 타당하다고 인정할 수 있는 나름의 오차의 한계를 구하였고, 자신의 설명에 기초하여 오차의 한계에 대한 새로운 접근을 제시하였다는 점에서 창의적인 사고를 한 것으로 보인다.

눈금자에 맞춘 것으로 생각하고 더하는 것이라고 설명할 수 있다.

7차 교육과정에서 제시한 방법은 그러한 아이디어를 따른 방법이 아니다. 7차 중학교 교육과정 해설서에는 "제 6차 교육과정에 다루었던 근사값의 사칙계산은 유효숫자의 개수를 고려한 계산방법이었는데, 이러한 근사값의 계산은 때에 따라서는 답이 하나로만 나오는 것은 아니며, 이와 같은 방법이 타당하지 않은 경우도 있다. 이러한 점을 고려하여 제 7차 교육과정에서는 곱셈, 나눗셈을 삭제하고 근사값의 덧셈, 뺄셈만을 간단히 다루도록 하였다. 학생을 지도할 때에는 근사값에 관한 여러 가지 계산 방법 중에서 보다 합리적인 것일 뿐, 다른 분야의 알고리즘처럼 답이 정확하게 그리고 한 가지로 나오는 것은 아니라는 것을 교사는 이해하고 있어야 한다" 고 되어 있다(교육부, 1999). 그러나 이 이상 자세한 언급은 없으며, 교사용 지도서에도 7차 교육과정의 방법이 기존의 방법에 비해 지니고 있는 장점과 단점에 대한 구체적인 설명은 충분하지 않다.

단순히 근사값에는 여러 계산 방법이 있으며 예전에는 이러한 방법으로 하였다가 지금은 다르게 한다고 가르치는 것으로는 수학적 사고 교육이라는 면에서 충분하지 않으며, 오히려 주입식 교육이라 할 수 있다. 수학적 사고력 신장을 위한 교육을 하려 한다면, 가르치고자 하는 근사값 계산법을 낳은 그 이면에 있는 사고를 가르쳐야 할 것이며, 나아가 그 방법이 이전의 방법 또는 그 외의 다른 방법과 비교할 때 어떤 장점이 있는지 알 수 있도록 가르쳐야 할 것이다. 또 이렇게 가르치는 것이 여러 가지로 곤란하다면, 근사값의 계산법을 가르치지 않는 것이 나을 것이다.

Ⅳ. 우리 나라 8-가 단계 근사값 단원 심화과정 관련 논의

북한의 고등중학교 수학 교과서는 수준별 교과서가 아니지만, 우리 나라의 제7차 교육과정은 수준별 교육과정으로 각 단계 내에서도 내용이 기본과정과 심화과정으로 나뉘어 제시되어 있다. 제 7차 교육과정 문서에 근사값 단원의 심화과정으로는 다음이 제시되어 있다.

[심화과정] 근사값을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

먼저, 이와 같은 심화과정은 기본과정의 내용과 중복될 소지가 있음을 지적할 수 있다. 제 7차 교육과정 문서에는 근사값 단원의 학습 지도상의 유의점에 '근사값은 실생활과 관련된 소재를 이용하여 다룬다.'고 되어 있다. 그러므로 제 7차 교육과정에 따른 수학 교과서들은 이미 기본 내용을 다룰 때에 실생활 소재를 많이 이용하고 있으며, 그 과정에서 근사값을 이용해 실생활 문제를 해결하는 것을 경험하게 된다. 그러므로 성격상 실생활과 관련이 깊은 근사값 단원의 심화과정을 실생활 활용으로 설정하면 심화과정이 기본 내용과 중복될 개연성이 있다.

이제 위의 심화과정을 제 7차 교육과정에 따른 수학 교과서들에서 구체화한 내용을 살펴보도록 하자. 다음은 제 7차 교육과정에 따른 8-가 단계 수학 교과서들에 나오는 예들이다.

<예4>
오른쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 뜰에 울타리를 치려고 가로, 세로의 길이를 측정하였더

니 가로의 길이는 12.4m, 세로의 길이는 5m였다. 울타리의 값이 1m에 2000원이라고 할 때, 이 뜰에 울타리를 치려면 비용이 대략 얼마나 들까?

풀이. 가로의 길이가 12.4m, 세로의 길이가 5m인 뜰의 둘레의 길이는

12.4+5+12.4+5=24.8+10=34.8≒35(m)

따라서 울타리의 비용은 35×2000=70000(원)이다.

<예5>

건석이는 달리기 연습을 하고 있다. 한 달 전에 학교에서 측정한 50m 달리기 기록은 8.27초였는데 오늘 아버지가 측정한 50m 달리기 기록은 8.1초이다. 기록이 한 달 동안 얼마나 좋아졌다고 할 수 있을까?

<예6>

북한의 인구는 약 2천 2백만 명이라고 알려져 있다. 그런데 오늘 신문에 남한의 인구는 약 4천 7백 3십만 명이라고 쓰여 있었다. 남북한의 인구를 합하면 약 몇 명인가?

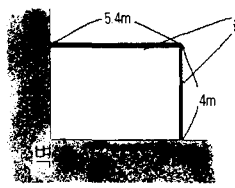
우선 위의 <예4>의 상황은 자연스러움의 정도에 있어서 <예5>의 상황에 비해 덜하다. 한 달 전에 학교에서 달리기 기록을 측정할 때 사용한 시계와 오늘 아버지가 사용한 시계는 다른 시계일 것이므로 시계의 최소 측정 단위가 다를 수 있는 것은 자연스럽다. 이에 비해 (한 사람이 한번에) 직사각형 모양의 뜰을 재는 데 가로의 길이를 재는 자와 세로의 길이를 재는 자를 단위가 다른 자를 사용하여 재는 것은 그다지 자연스럽지 않은 상황이다. 한편, <예6>에는 2천 2백만과 4천 7백 3십만이라는 근사값이 어디에서 반올림해 얻은 것인지 알 수 없다는 미비점이 있다.

위의 <예4>에 대해 어떤 학생이 34,8×2000=69600을 계산하여 대략 69600원이라고 하면 틀린 것인가? 어떤 학생이 측정값 12.4(m)나 15(m)에 이미 오차가 포함되어 있으므로 69,600원도 정확한 금액이 아니라 대략의 금액이라고 한다면 틀린 것인가?

'대략' 또는 '약'은 일상적인 표현이며, 일상적으로 사용되는 의미와 맥락을 가지고 있다. 그러나 위의 문제에서 이러한 표현은 '대략'이나 '약'이 일상적으로 사용되는 넓은 맥락과 완전히 같은 것은 아니다. 위의 문제에서 이들 표현들은 특수한 의미를 지니는 것으로, 곧 '근사값의 계산 방법에 따라 계산하여 얻어지는 값'으로 재해석된다. 그러므로 수학 교과서 근사값 단원에서 '약'이라는 용어가 사용되는 맥락은 우리가 일상 생활에서 그 말을 사용하는 맥락과 차이가 있다. 학생들은 중학교에서 근사값 단원을 배울 때는 이 문제들이 수학 교과서의 근사값 단원에 있으므로, 근사값 계산법을 적용하여 이러한 문제들을 해결한다. 그러나 그렇다고 해서 학생들이 일상 생활에서의 '대략'이나 '약'의 의미와 수학적인 의미의 맥락 차이를 인식하고 그렇게 하고 있는 것으로 생각한다고 보기는 어렵다.

광주광역시 소재 중고등학교 학생 350여명을 대상으로 다음 문항에 대한 조사를 실시해 학생들이 이 맥락의 차이를 인식하고 있는지 알아 보았다.

<설문 문항 3>다음 그림과 같이 양쪽이 벽으로 막힌 땅에 ㄱ자 모양의 울타리를 치려고 가로, 세로의 길이를 측정하였더니, 가로의 길이는 5.4m, 세로의 길이는 4m였다. 울타리의 값이 1m에 2500원이라고 할 때, 이 뜰에 울타리를 치려면 비용이 대략 얼마나 들까? (풀이 계산 과정을 쓰시오.)[5]



설문 결과를 표로 정리하면 다음과 같다.

<표Ⅳ-1> 설문 문항 3의 학생 대상 조사 결과

답 / 학년	22500원	23000원	23500원	25000원	기타(계산틀림, 무응답 포함)	계
중1학년	0	0	35	5	38	78
중2학년	3	1	27	10	37	78
중3학년	2	0	29	3	46	80
고1	3	0	91	5	17	116
계	8(2.3%)	1(0.0%)	182(51.7%)	23(6.5%)	138(39.2%)	352

위의 <예4>의 풀이와 같은 방식으로 근사값 계산법을 적용하여 이 문제를 풀면 5.4+4=9.4(m)로부터 반올림하여 약 9m가 되므로 구하는 값은 9×2500=22,500(원)이 된다. 그런데 이러한 방식으로 답한 학생은 매우 소수였다. 22,500원을 답으로 한 학생 중에는 '나머지 0.4m는 두 울타리가 겹치는 부분에서 알아서 해결할 수 있으므로 특별히 살 필요 없다.'는 이유를 제시한 경우도 있다.

25,000원으로 답한 학생들도 일부 있었다. 이들은 '1m 단위로 팔기 때문에 6m+4m=10m이어서 2500×10=25000원이 된다.', '가로 울타리 5.4m는 6m로 사야 되기 때문에 4+5.4=9.4 이것을 올림하여 10으로 계산한다'과 같은 것을 이유로 들었다. 9m나 9.4m를 사가지고 왔을 때는 잘못하면 부족하여 다시 한번 사러가야 할 가능성이 있으므로 일상에서는 10m를 사오는 것이 보통일 것이므로 이러한 풀이는 일리가 있다. 대부분의 학생들은 9.4×2500=23500의 계산을 통해 23,500원을 답으로 제시하였다. 이 풀이도 9.4라는 수치 자체가 정확한 값이 아닌 근사값이므로 23,500원도 역시 대략의 값이라고 본다면 일리가 있다.

이러한 조사 결과는 학교에서 근사값 계산법을 배웠는가에 관계없이 일상적인 상황에서 학생들이 중학교에서 배우는 근사값 계산과 관련된 아이디어를 거의 사용하지 않는다는 것을 보여 준다. 근사값은 실생활과의 관련이 깊은 내용 중의 하나이다. 이러한 내용을 지도할 때에조차 수학과 실생활과의 괴리가 일어나게 지도해서는 곤란하며, 문제의 상황 설정에 있어 일상적으로 자연스러운 상황이 되도록 주의해야 할 것이다. 또 '대략'이나 '약'이라는 용어를 특수한 맥락과 의미로 사용하고 있다는 것을 명확히 인식하도록 일상어에서의 사용 맥락과 수학에서의 사용 맥락을 비교하는 과정을 통해 지도할 필요가 있다.

Ⅴ. 결론

본 연구는 북한의 고등중학교 수학 3 (대수) 교과서의 근사값 단원과 우리 나라의 제 7차 교육과정에 따른 8-가 단계 수학 교과서들의 근사값 단원의 내용을 비교, 분석하고, 이를 토대로 중학교 근사값 단원의 학습 지도 방안을 탐색한 것이다.

남북한 수학 교과서의 근사값 단원을 비교할 때, 다른 두 양에 대한 측정값의 상대적인 정확도를 평가하는 수단으로 상대오차를 도입하는 점, $10\pm0.1(mm)$과 같이 측정값과 오차의 한계를 병기하는 표현을 사용하는 점, 근사값

5) 이 문항은 앞의 <예 4>의 직사각형 모양의 울타리 문제를 변형한 것이다.

계산법 등에서 차이를 보이고 있음을 확인하였다. 그리고 이와 관련된 설문조사를 광주광역시 소재 중고등학교 학생들과 교사들을 대상으로 실시하여 우리 나라 학생들의 근사값 단원 개념 이해 정도의 일단을 알아보았다.

실제 중학교 현장에서 근사값 단원은 이후에 학습할 내용과의 관련이 적어 다른 단원에 비해 중요하지 않게 여겨지는 경향이 있으며, 실제 학습 지도에 있어서도 '근사값의 계산은 이러이러한 방법으로 한다.'고 일러주고 그 계산법을 적용하여 문제를 풀게 하는 주입식 지도가 적지 않게 이루어지고 있다. 이러한 점을 고려할 때, 근사값을 보다 의미 있게 지도하기 위한 방안을 모색할 필요가 있다. 본 고에서는 수학적 사고력과 창의성 신장에 초점을 맞춘 근사값 단원 지도 방향으로 다음을 제시하였다.

첫째, 오차에 관한 수학적 지식이 지닌 실생활 상황에서의 의의를 현재보다 좀 더 의식적으로 지도할 필요가 있으며, 이와 관련하여 상대오차의 개념 도입을 신중하게 고려할 필요가 있다.

둘째, 근사값 계산 방법의 이면에 있는 사고방법을 가르쳐야 할 것이며, 계산 방법과 관련하여 수학적 창의성을 경험하도록 교육과정을 구성하고 수업상황으로 변환할 필요가 있다.

셋째, 근사값 계산법의 실생활 활용 문제 상황이 과도하게 인위적으로 설정되지 않도록 노력할 필요가 있다.

넷째, '대략'이나 '약'이라는 용어의 일상적인 사용 맥락과 수학에서의 사용 맥락을 비교하는 과정을 통해 그 차이를 인식하도록 지도할 필요가 있다.

참고문헌

강옥기 · 정순영 · 이환철(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 두산.

강행고 · 이화영 · 박진석 · 이용완 · 한경연 · 이준홍 · 이혜련 · 송미현 · 박정숙(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 중앙교육진흥연구소.

고성은 · 박복현 · 김준회 · 최수일 · 강운중 · 소순영(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 블랙박스.

교육부(1998). **수학과 교육과정**. 서울: 대한교과서 주식회사.

교육부(1999). **중학교 교육과정 해설-수학, 과학, 기술, 가정**. 서울: 대한교과서 주식회사

금종해 · 이만근 · 이미라 · 김영주(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 고려출판.

김삼태 · 이식(1999). 남북한 중등학교 수학 교과서의 영역별 내용 비교 분석. **수학교육 38**(1). 1-14.

김연식 · 김흥기(1996). **중학교 수학 2**. 서울:동아출판사.

박경미(1995). 남북한 수학 교과서 비교 · 분석. **대한수학교육학회논문집**, 5(2), 101-109.

박규홍 · 고성군 · 김성국 · 김유태 · 박재용 · 육상국 · 임창우 · 한옥동(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울 :두레교육.

박금주(2001). **남북한 중등학교 수학 교과서 비교 분석 연구**. 한국교원대학교 석사학위 논문.

박두일 · 신동선 · 강영환 · 운재성 · 김인종(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 교학사.

박문환(2001). **남북한 중등학교 수학교육 비교 분석**. 서울대학교 박사학위 논문.

박문환(2002a). 교과서에 나타난 '수학적 귀납법'에 대한 남·북한 비교. **수학교육학연구, 12**(2), 181-191.

박문환(2002b). '피타고라스 정리' 지도에 대한 남·북한 비교. **학교수학, 4**(2), 223-235.

박윤범·박혜숙·권혁천·육인선(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 대한교과서 주식회사.

박은주(2001). **중학교 확률 단원에 있어서의 창의성 수업 연구**. 전남대학교 교육대학원 석사학위논문.

배종수·박종률·윤행원·유종광·김문환·민기열·박동익·우현철(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 한성교육연구소

신성균(1984). **남·북한 수학 교과서 내용 분석**. 국제 문제 조사 연구소.

양승갑·박영수·박원선·배종숙·성덕현·이성길·홍우철(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 금성출판사.

윤대병 외(1999). **대학물리실험**. 형설출판사.

이경화·임재훈·박경미(2002). 북한 수학교과서의 구성과 전개 방법. **대한수학교육학회 2002년도 춘계 수학교육연구발표대회논문집**, 19-51.

이준열·장훈·최부림·남호영·이상은(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 도서출판디딤돌.

임재훈·이경화·박경미(2002). 북한 수학 교과서 영역별 분석 및 표준 수학 교육과정안 개발 연구 (I) - 남북한 학교 수학 용어 통합 방안 연구. **수학교육학연구, 12**(4), 493-508.

저자 미상(1995). **수학(대수) 고등중학교 3**. 교육도서출판사.

전평국·신동윤·방승진·황현모·정석규(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 교학연구사

조태근·임성모·정상권·이재학·이성재(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 금성출판사

최영희(2001). **남북한 고등학교 수학과 교과서 내용체계 비교 연구**. 서강대학교 교육대학원 석사학위논문.

최용준(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 천재교육.

한국교육개발원(1996). **남북한 초등학교 수학과 교육과정 및 교과서 비교 분석 연구**. 연구보고 CR 26-34.

현진오·강태석(1999). 남북한 수학교과서의 내용체계 및 용어에 대한 비교분석. **수학교육, 38**(2), 105-128.

황석근·이재돈(2002). **중학교 수학 8-가**. 서울: 한서출판사

황하윤(2000). **남·북한의 중등 수학교육과정과 교과서 내용 비교·분석**. 고려대학교 교육대학원 석사학위논문.

A Study on the Teaching "Approximate Value" in Secondary School: Focused on the Comparison of Mathematics Textbooks of South and North Korea

Yim, Jae Hoon (Chonnam National University)

This study attempts to compare the topic "approximate value" in mathematics textbooks of the 2nd year of South Korean junior high schools and that of the 3rd year of North Korean high schools. In addition, a survey questionnaire was distributed to junior and senior high school students as well as to mathematics teachers in South Korea. Based on the results of the survey, this study attempts to uncover the issues within the current teaching methods of "approximate value" and proposes the directions in which the teaching of approximate value should go in order to enhance mathematical thinking power and creativity of the students.

First, it is necessary to teach students how an error applies to the real world. To accomplish this end, it may be worthwhile to consider introducing the relative errors with more seriousness. Second, it is more important to teach the way of thinking which is concealed in the background of the calculation methods of approximate values than to simply teach mere calculation methods. Third, it is necessary to teach the calculation of approximate value with more realistic examples. Fourth, It is needed to teach students what the differences are when the terminology of "approximately" and "about" is used in real life and in mathematics.

Key words: approximate value(근사값), secondary mathematics textbooks of south and north korea(남북한 중등수학교과서)