

선형 행렬 부등식을 이용한 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 서보를 위한 반복 제어

Repetitive Control for Track-Following Servo of an Optical Disk Drive Using Linear Matrix Inequalities

도 태 용, 문 정 호

(Tae-Yong Doh and Jungho Moon)

Abstract : Rotational machines such as optical disk drives, hard disk drives, and so on are subject to periodic disturbances caused by their mechanical characteristics. In the meanwhile, it is well known that repetitive control rejects periodic disturbance effectively. This paper presents a practical application of repetitive control to the track-following servo of an optical disk drive. The repetitive control system is composed of two repetitive controllers which compensate for periodic disturbances generated by track geometry and eccentric rotation of disk and a feedback controller stabilizing the feedback loop. A robust stability for all plant uncertainties is proved using linear matrix inequalities (LMIs). In the controller design, a weighting function is introduced for the feedback controller to ensure a minimum loop gain and a sufficient phase margin. The repetitive controllers and the feedback controller are designed by solving an optimization problem which can consider the robust stability condition and the system performance. The developed repetitive control system is implemented in the digital control system with a 16-bit fixed-point digital signal processor (DSP). Through simulation and experiment. The feasibility of the proposed repetitive control system is verified.

Keywords : repetitive control, optical disk drive, track-following servo, eccentricity, robust stability, linear matrix inequality (LMI)

I. 서론

광 디스크(disk)의 저장 용량이 증가함에 따라, 디스크 회전 속도가 증가하고 트랙 피치(track pitch)가 좁아진다. 그 결과, 트랙 추종 서보에 발생하는 외란의 대역이 확대되고, 트래킹(tracking) 오차 신호의 신호대 잡음비가 감소한다. 이런 요인들은 광 스팟(spot)을 트랙 중앙에 있도록 제어하는 것을 힘들게 만든다. 이런 문제들을 해결하기 위해서, Fujiyama 등은 트래킹 제어기를 설계하기 위해 외란 관측기(disturbance observer)를 적용하였다 [1][2]. Lee 등은 다중 제약 조건을 만족하는 제어기를 사용하여 트래킹 성능을 향상시키고자 하였다 [3].

여기서, 트랙 추종 서보 시스템은 디스크 편심에 의해 야기되는 주기적인 외란에 노출되어 있다는 사실에 주목할 필요가 있다. 일정한 회전 속도를 가진 광 디스크 드라이브의 경우, 외란 자체를 정확히 측정할 수는 없으나 그 주기는 알 수 있다. 한편, 내부 모델 원리 [4]를 기반으로 한 반복 제어는 간단한 구조에도 불구하고 주기적 외란을 제거하는 탁월한 효과로 인해, 회전 기기에 적용되어 왔다. Moon 등은 트랙 추종 서보를 위한 반복 제어기를 시간 지연을 가진 궤환 제어기로 고려하였다 [5]. 트랙 추종 서보뿐만 아니라, 다른 응용 예들 [6]-[7]에서, 반복 제어 시스템은 충분한 이득과 위상 여유를 가진 궤환 제어기를 가지고 있다고 가정한다. 그러므로, 반복 제어 시스템의 성능은 궤환 제어기에 의해서도 좌우된다.

이 논문에서는 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 서보 시

스템에 반복 제어를 적용한다. 먼저 트랙 추종 서보 시스템에 작용하는 외란의 특성에 대해 설명하고, 트래킹 액츄에이터(actuator)를 구간 값으로 표현되는 계수를 가진 선형 시불변 시스템으로 모델링한다. 플랜트 불확실성에 대한 강인 제어 조건을 선형 행렬 부등식(linear matrix inequality, LMI)를 이용하여 유도한다. 이 조건을 기본으로 만들어진 최적화 문제를 해결함으로써, 반복 제어기와 궤환 제어기를 설계한다. 이 때 설계된 반복 제어기는 주기적인 외란을 제거하고, 궤환 제어기는 반복 제어기의 시간 지연 항에 의한 위상 감소를 보상하고 비주기적인 외란을 제거하기 위한 최소 루프 이득과 충분한 위상 여유를 가진다. 설계된 반복 제어 시스템은 16 비트(bit) 디지털 신호 프로세서를 가진 디지털 제어 시스템으로 구현된다. 트랙 추종 서보 시스템에 대한 컴퓨터 모의 실험과 실험을 통하여, 그 유용성을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장의 트랙 추종 서보 시스템에 대한 간략한 소개에 이어, 3장에서는 반복 제어 시스템을 위한 강인 안정 조건이 제시된다. 반복 제어기와 궤환 제어기는 LMI를 사용하여 설계된다. 디지털 제어기의 구현과 컴퓨터 모의 실험, 실험의 결과는 4장에서 제시된다. 결론과 더불어 5장을 마친다.

II. 시스템 설명

그림 1은 트랙 추종 서보를 위한 반복 제어 시스템이다. 광 디스크 드라이브에서 트랙과 스팟의 위치를 측정할 수 없는 대신, 광 센서에 의해 이 둘 사이의 상대적인 위치 차이, 즉, 트래킹 오차 $e(t)$ 가 측정 가능하다. 디스크의 편심과 기하학적인 불규칙성으로 인해, (1)과 같이 표현되는

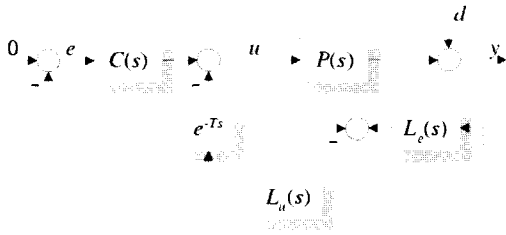


그림 1. 트랙 추종 서보를 위한 반복 제어 시스템.
Fig. 1. Repetitive control system for track-following servo.

외란 $d(t)$ 은 디스크 회전 주기에 해당하는 주파수를 가진 신호와 그 고조파 성분을 가진다.

$$d(t) = \sum_{n=0}^{\infty} m_n \cdot \sin(2n\pi f_0 t + \phi_n) \quad (1)$$

여기서, f_0 는 회전 주파수이고, m_n 과 ϕ_n 은 알려지지 않은 크기와 위상이다. 트랙의 넓이가 $1.6 \mu\text{m}$ 인 디스크의 경우, 광 디스크 표준에 의하면, 편심량은 $\pm 70 \mu\text{m}$ 이하이고, 디스크에서 정보를 읽기 위해서는 $\pm 0.1 \mu\text{m}$ 이내로 트랙킹 오차를 유지하여야 한다.

일반적으로 광 디스크 드라이브의 트랙킹 액츄에이터는 그림 2와 같이 조동 액츄에이터와 그 위에 장착된 미동 액츄에이터로 구성된다. 조동 액츄에이터는 넓은 작동 범위 (x_c)에 비해 가속 능력이 떨어지고, 미동 액츄에이터는 작동 범위 (x_f)가 좁지만 고주파수의 명령을 추종하는 능력이 뛰어나다. 다시 설명하면, 트랙 추종 서보에서 미동 액츄에이터가 트랙을 추종하는 동안, 조동 액츄에이터는 그 작동 범위에서 천천히 미동 액츄에이터를 움직인다. 따라서, 트랙킹 성능은 전적으로 미동 액츄에이터를 얼마나 잘 제어하는가에 따라 결정된다. 이런 이유로, 본 논문에서는 트랙킹 액츄에이터로 미동 액츄에이터만을 고려한다. 트랙킹 액츄에이터, 즉, 미동 액츄에이터는 일종의 voice-coil 모터로 2차 선형 시스템으로 모델링된다. 편의를 위하여, 광 위치 센서의 이득 K_{PD} 도 트랙킹 액츄에이터 모델에 포함한다. 트랙킹 액츄에이터 $P(s)$ 는 다음과 같이 모델링된다.

$$P(s) = K_{PD} \frac{[\beta_0^-, \beta_0^+]}{s^2 + [\alpha_1^-, \alpha_1^+]s + [\alpha_0^-, \alpha_0^+]} \quad [\text{V/m}] \quad (2)$$

구간의 극단치는 모델링 불확실성이 최대일 때의 값이다. $P(s)$ 를 상태 공간 방정식으로 변환하면,

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= (A_p + \Delta A_p)x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y_p(t) &= (C_p + \Delta C_p)x_p(t) \end{aligned} \quad (3)$$

와 같은 식을 얻을 수 있다. 여기서, $x_p(t) \in \mathbf{R}^{n_p}$ 는 상태 변수이고, $u_p(t) \in \mathbf{R}$ 는 입력, $y_p(t) \in \mathbf{R}$ 는 출력이다. 파라미터 불확실성은

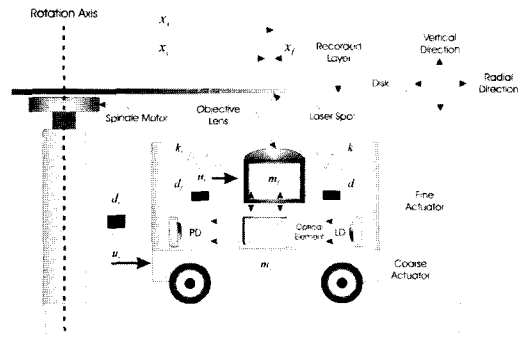


그림 2. 광 디스크 드라이브의 개념도.
Fig. 2. Schematic diagram of an optical disk drive.

$$\begin{bmatrix} \Delta A_p \\ \Delta C_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{p1} \\ H_{p2} \end{bmatrix} F_p E_p, \quad F_p^T F_p \leq I \quad (4)$$

와 같은 형태로 표현된다. 여기서, $H_{p1} \in \mathbf{R}^{n_p \times n_p}$ 이고, $H_{p2} \in \mathbf{R}^{1 \times n_p}$, $F_p \in \mathbf{R}^{n_p \times n_p}$, $E_p \in \mathbf{R}^{n_p \times n_p}$ 이다. 또한, (A_p, B_p, C_p) 는 안정 가능하고 검출 가능하다. 종속 시스템 $(A_p, B_p, C_p, 0)$ 은 $2n\pi f_0$, $n \in \mathbf{Z}$ 인 주파수에서 영점을 가지지 않는다.

반복 제어 시스템의 제어 입력은

$$u(s) = L_u(s) (u(s) + L_e(s)e(s))e^{-sT} + C(s)e(s) \quad (5)$$

와 같이 표현될 수 있다. 여기서, $L_u(s)$ 와 $L_e(s)$ 는 반복 제어를 구성하는 두 개의 보상기이고, $C(s)$ 는 궤환 제어기, T 는 디스크 회전 주기이다. 반복 제어기에서 $L_u(s)$ 는 시스템 역전성(invertibility) 문제 [8]를 해결하고, $L_e(s)$ 는 주기적 외란 억압을 주로 담당한다. 궤환 제어기 $C(s)$ 는 안정도와 위상 여유, 최소 루프 이득을 확보한다.

III. 트랙 추종 서보를 위한 반복 제어 시스템 설계

그림 1의 반복 제어 시스템을 등가 시스템으로 변환하면, (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$e(s) = L(s)e^{-sT}e(s) + S_0(s)d_e(s) \quad (6)$$

여기서,

$$L(s) = L_u(s)(1 - P(s)L_e(s))S_0(s) \quad (7)$$

이고, 등가 외란인 $d_e(s)$ 는

$$d_e(s) = (1 - L_u(s)e^{-sT})d(s) \quad (8)$$

이다. 또한, $S_0(s)$ 는 반복 제어기가 없을 때의 감도 함수이다. 즉, $S_0(s) = (1 + P(s)C(s))^{-1}$ 이다.

보조정리 1 : 그림 1과 같은 반복 제어 시스템에서, $L(s) \in H_\infty$ 이고, $\|L(s)\|_\infty < 1$ 이면, 전체 시스템은 내부 안정하고 트랙킹 오차 $e(t)$ 는 어떤 주기적인 신호 $d(t)$ 에 대해

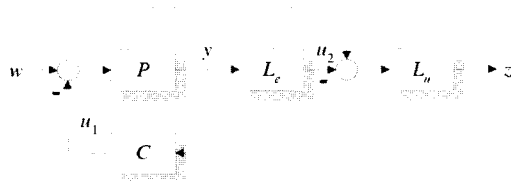


그림 3. $L(s)$ 의 선형 분수 변환.

Fig. 3. Linear fractional transformation of $L(s)$.

서도 한정된다. 또한 $L_u(s) = 1$ 이면, $\lim_{t \rightarrow 0} e(t) = 0$ 을 만족한다.

증명 : 시간 지연항 e^{-sT} 를 ∞ -놈(norm)이 1보다 작거나 같은 불확실성으로 간주하고 small gain 정리를 적용하면 내부 안정도는 쉽게 증명된다. 트래킹 오차의 한정성은 등가 외부 입력 $\mathcal{L}^{-1}\{S_0(s)d_e(s)\}$ 에 의해 결정된다. 특히, $L_u(s) = 1$ 이면, $0 \leq t \leq T$ 에 대해서 $\mathcal{L}^{-1}\{d_e(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{(1 - e^{-sT})d(s)\}$ 가 한정적이고, $t > T$ 에서는 0이다. 따라서, $\mathcal{L}^{-1}\{S_0(s)d_e(s)\}$ 는 시간이 지날수록 0으로 수렴하고, 등가 시스템이 내부 안정하므로 $\lim_{t \rightarrow 0} e(t) = 0$ 을 만족한다. ■

참고 1 : $L_u(s) = 1$ 이면, 반복 제어기는 s-평면의 $2jk\pi f_0$, $k \in \mathbf{Z}$ 에 무한개의 극점을 생성하고, 내부 모델 원리에 따라 외란을 완벽히 제거한다. 그러나, $L_u(s)$ 가 1이 아닌 경우에는, 그 극점의 위치가 변경되어 성능이 저하된다. 그 대신, 안정도 여유는 증가한다 [8].

참고 2 : $L_u(s)$ 의 대역은 보통 외란의 주파수 성분에 따라 미리 결정되므로, 제어 대상 시스템으로 포함될 수 있다. 일반적으로 $L_u(s)$ 는 $\omega_c/(s + \omega_c)$ 와 같은 1차 저역 통과 필터로 주어진다.

$P(s)$ 가 파라미터 불확실성을 가지고 있을 경우, 보조정리 1을 이용하여 안정도 검사를 하는 것은 불가능하다. 또한, 제어기 설계에 필요한 제한 조건을 포함하는 것이 불가능하다. 이런 단점을 극복하기 위해, 본 논문에서는 파라미터 불확실성이 존재하더라도, 안정도를 검사할 수 있는 방법을 제시한다.

먼저 선형 분수 변환(linear fractional transformation) [9]을 통해, $L(s)$ 를 제어 대상 시스템과 제어기로 분리한다.

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_u & -L_u & -L_u \\ P & -P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$u = Ky.$$

여기서, $u = [u_1 \ u_2]^T$ 이고, $K = [C \ L_c]^T$ 이다. 그림 3에서 w 로부터 z 까지의 전달 함수 T_{zw} 가 $L(s)$ 이다. $L_u(s)$ 와 $K(s)$ 가

$$L_u(s) = \begin{bmatrix} -\omega_c & | & 1 \\ \hline \omega_c & | & 0 \end{bmatrix}, \quad K(s) = \begin{bmatrix} A_K & | & B_K \\ \hline C_K & | & D_K \end{bmatrix}$$

와 같이 표현될 때, 제어 대상 시스템은 다음과 같은 상태 공간 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) &= C_1x(t) \\ y(t) &= (C_2 + \Delta C_2)x(t). \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 시스템 행렬은

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & -\omega_c \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} B_p \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -B_p & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \\ C_1 &= [0 \ \omega_c], \quad C_2 = [C_p \ 0] \end{aligned}$$

이고, 불확실성 행렬은 다음과 같이 주어진다. (10)과 $K(s)$ 를 이용하면, $L(s)$ 는 상태 공간에서

$$L(s) = \begin{bmatrix} A_{cl} + \Delta A_{cl} & | & B_{cl} \\ \hline C_{cl} & | & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

와 같이 실현할 수 있다. 여기서,

$$\begin{aligned} A_{cl} &= \begin{bmatrix} A + B_2D_KC_2 & B_2C_K \\ B_KC_2 & A_K \end{bmatrix}, \quad B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C_{cl} &= [C_1 \ 0], \\ \Delta A_{cl} &= \begin{bmatrix} \Delta A + B_2D_K\Delta C_2 & 0 \\ B_K\Delta C_2 & 0 \end{bmatrix} = H_{cl}F_{cl}E_{cl}, \quad F_{cl}^T F_{cl} \leq I, \\ H_{cl} &= \begin{bmatrix} \text{diag}\{H_{p1}, 0\} + B_2D_K \cdot [H_{p2} \ 0] & 0 \\ B_K \cdot [H_{p2} \ 0] & 0 \end{bmatrix}, \\ F_{cl} &= \text{diag}\{F_p, 0\}, \quad E_{cl} = \text{diag}\{E_p, 0\} \text{이다.} \end{aligned}$$

보조정리 2 : 상수 γ 가 $0 < \gamma < 1$ 를 만족한다고 하자. 만일 (12)의 선형 행렬 부등식을 만족하는 상수 $\lambda > 0$ 와 양한정 행렬 X 가 존재하면, 그림 1의 반복 제어 시스템은 모든 파라미터 불확실성에 대해서 내부 안정하다.

$$\begin{bmatrix} XA_{cl}^T + A_{cl}X & B_{cl} & H_{cl} & XC_{cl}^T & \lambda XE_{cl}^T \\ B_{cl}^T & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ H_{cl}^T & 0 & -\lambda I & 0 & 0 \\ C_{cl}X & 0 & 0 & -I & 0 \\ \lambda E_{cl}X & 0 & 0 & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0. \quad (12)$$

증명 : (11)의 $L(s)$ 는 다음과 같이

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl}(t) &= A_{cl}x_{cl}(t) + B_{cl}w(t) + H_{cl}\xi(t) \\ z(t) &= C_{cl}x_{cl}(t) \\ \xi(t) &= F_{cl}E_{cl}x_{cl}(t), \quad F_{cl}^T F_{cl} \leq I \end{aligned} \quad (13)$$

표현할 수 있다. (13)을 만족하는 $x_{cl}(t)$ 와 $\xi(t)$, $w(t)$ 에 대해서 (14)를 만족하는 Lyapunov 함수 $V(\zeta) = \zeta^T P \zeta$, $P = X^{-1}$ 가 존재한다고 가정하자.

$$\frac{d}{dt} V(x_{cl}) + z_1^T z_1 - \gamma^2 w^T w < 0 \quad (14)$$

그러면, (13)으로 표현된 $L(s)$ 는 안정하고, 그것의 H_∞ 놈

은 모든 파라미터 불확실성에 대해서 γ 보다 작다 [10]. (13)의 파라미터 불확실성의 놈-한정성으로부터,

$$\xi^T(t)\xi(t) - x_{cl}(t)^T E_{cl} E_{cl}^T x_{cl}(t) \leq 0$$

를 얻을 수 있다. 그러면, $\lambda > 0$ 에 대해서, S-절차 [10]를 통해 (15)와 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} V(x_{cl}) + z_1^T z_1 - \gamma^2 w^T w - \lambda(\xi^T \xi - x_{cl}^T E_{cl}^T E_{cl} x_{cl}) < 0 \quad (15)$$

(13)의 상태 변수 경로를 따라 계산함으로써, (15)의 부등식과 동일한 의미를 가지는 부등식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T P + P A_{cl} + C_{cl}^T C_{cl} + \lambda E_{cl}^T E_{cl} & P B_{cl} & P H_{cl} \\ B_{cl}^T P & -\gamma^2 I & 0 \\ H_{cl}^T P & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0. \quad (16)$$

(16)의 양변에 대각 행렬 $\text{diag}(X, I, D)$ 를 곱하고, Schur 보수(complement) [10]를 적용하면, (12)의 선형 행렬 부등식을 얻을 수 있다.

(12)의 LMI가 만족되면, (4)로 정의되는 파라미터 불확실성에 대해서도 $L(s) \in H_\infty$ 와 $\|L(s)\|_\infty < \gamma < 1$ 가 보장된다.

실제 제어기 $L_c(s)$ 와 $C(s)$ 를 설계할 때에는 다음 두 가지 사항을 고려하여야 한다. 첫 번째는 시스템 안정성과 빠른 천이 응답(transient response)을 위해, 전 주파수 대역에서 $|L(j\omega)|$ 를 1이하로 유지시켜야 한다. 두 번째는 최소 루프 이득과 반복 제어기의 지연항으로 인한 위상 감소를 보상하기 위한 위상 여유를 충분히 확보하여야 한다. 첫 번째 설계 목적을 위해 그림 4에서 w 로부터 z_2 까지의 전달 함수 $T_{z_2, w}$, 즉, $L(s)$ 의 ∞ 놈을 최소화시켜야 한다. 두 번째 설계 목적을 위해서는 w 로부터 z_1 까지의 전달 함수 $T_{z_1, w}$, 즉, $W_p(s)S_0(s)$ 의 ∞ -놈을 최소화시켜야 한다. 여기서, $W_p(s)$ 는 제어기 설계 사양을 반영하기 위한 가중치 함수이고,

$$W_p(s) = \begin{bmatrix} A_w & | & B_w \\ \hline C_w & | & D_w \end{bmatrix}$$

와 같이 실현될 수 있다.

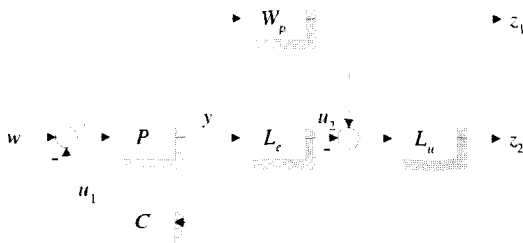


그림 4. 제어기 설계를 위한 $L(s)$ 의 선형 분수 변환.
Fig. 4. Linear fractional transformation of $L(s)$ for controller design.

제어기 설계를 위한 제어 대상 시스템은 (9)에서

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_p & -W_p & 0 \\ L_u & -L_u & -L_u \\ P & -P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

와 같이 변경되고, 상태 공간에서는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= (\hat{A} + \Delta \hat{A}) \hat{x}(t) + \hat{B}_1 w(t) + \hat{B}_2 u(t) \\ \hat{z}(t) &= \hat{C}_1 \hat{x}(t) + \hat{D}_1 w(t) + \hat{D}_2 u(t) \\ y(t) &= (\hat{C}_2 + \Delta \hat{C}_2) x(t) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $\hat{z} = [z_1 \ z_2]^T$ 이고, 시스템 행렬은

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \text{diag}\{A_p, A_w, -\omega_c\}, \\ \hat{B}_1 &= \begin{bmatrix} B_p \\ B_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_2 = \begin{bmatrix} -B_p & 0 \\ -B_w & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \\ \hat{C}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & C_w & 0 \\ 0 & 0 & \omega_c \end{bmatrix}, \quad \hat{C}_2 = [C_p \ 0 \ 0], \\ \hat{D}_1 &= \begin{bmatrix} D_w \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_2 = \begin{bmatrix} -D_w & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

와 같이 정의되고, 불확실성 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta \hat{A} = \text{diag}\{\Delta A_p, 0, 0\}, \quad \Delta C_2 = [\Delta C_p \ 0 \ 0].$$

$T_{z_1, w}$ 와 $T_{z_2, w}$ 의 전달 함수는 상태공간에서 아래와 같이 실현된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{cl}(t) &= \hat{A}_{cl} \hat{x}_{cl}(t) + \hat{B}_{cl} w(t) + H_{cl} \xi(t) \\ \hat{z}(t) &= \hat{C}_{cl} \hat{x}_{cl}(t) + \hat{D}_{cl} w(t) + H_{cl2} \xi(t) \\ \xi(t) &= \hat{F}_{cl} \hat{E}_{cl} \hat{x}_{cl}(t), \quad \hat{F}_{cl}^T \hat{F}_{cl} \leq I. \end{aligned} \quad (19)$$

각 시스템 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{A}_{cl} &= \begin{bmatrix} \hat{A} + \hat{B}_2 D_K \hat{C}_2 & \hat{B}_2 C_K \\ B_K \hat{C}_2 & A_K \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_{cl} = \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{C}_{cl} &= [\hat{C}_1 + \hat{D}_2 D_K \hat{C}_2 \quad \hat{D}_2 C_K], \quad D_{cl} = \hat{D}_1, \\ H_{cl1} &= \begin{bmatrix} \text{diag}\{H_{p1}, 0, 0\} + [\hat{B}_2 D_K H_{p2} \ 0 \ 0] \\ [B_K H_{p2} \ 0 \ 0] \end{bmatrix}, \\ H_{cl2} &= [D_2 D_K H_{p2} \ 0 \ 0], \\ \hat{F}_{cl} &= \text{diag}\{F_p, 0, 0, 0\}, \\ \hat{E}_{cl} &= \text{diag}\{E_p, 0, 0, 0\}. \end{aligned}$$

따름 정리 1 : 상수 γ 가 $0 < \gamma < 1$ 를 만족한다고 하자. 만일 (20)의 선형 행렬 부등식을 만족하는 상수 $\lambda > 0$ 와 양한정 행렬 X 가 존재하면, 그림 1의 반복 제어 시스템은 모든 파라미터 불확실성에 대해서 내부 안정하고, $T_{z_1, w}$ 와 $T_{z_2, w}$ 의 ∞ 놈이 γ 보다 작게 된다.

$$\begin{bmatrix} X & \hat{A}_{cl}^T + \hat{A}_{cl} X & \hat{B}_{cl} & H_{cl} & X & \hat{C}_{cl}^T & \lambda X & \hat{E}_{cl}^T \\ & \hat{B}_{cl}^T & -\gamma^2 I & 0 & D_{cl}^T & 0 & 0 & 0 \\ & H_{cl}^T & 0 & -\lambda I & H_{cl2}^T & 0 & 0 & 0 \\ & \hat{C}_{cl} X & \hat{D}_{cl} & H_{cl2} & -I & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda \hat{E}_{cl} X & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda I & 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (20)$$

증명 : 따름 정리 2와 유사하므로 생략한다. ■

제어 목적이 가능한 한 γ 를 작게 만드는 것이라는 것을 따름 정리 1로부터 알 수 있다. 즉, 반복 제어 시스템의 제어기 설계 문제는 다음과 같은 최적화 문제와 같다.

$$\text{Minimize } \gamma \text{ over } X, A_K, B_K, C_K, D_K \text{ satisfying (20).} \quad (21)$$

(20)안의 $A_{cl}X, C_{cl}X, \lambda E_{cl}X$ 와 그것들의 전치 행렬과 같은 비선형 항들은 제어기 변수 변환을 통해 제거된다 [11]. 결국, (21)은 LMI 최적화 문제가 된다.

참고 3 : 반복 제어기와 궤환 제어기를 설계하는 절차는 다음과 같이 요약된다.

Step1: 플랜트 모델링 : 시스템 행렬 A_p, B_p, C_p 와 파라미터 불확실성 행렬 H_{p1}, H_{p2}, E_p 를 구한다.

Step2: 주기적 외란의 주파수 대역을 고려하여 $L_u(s)$ 의 차단 주파수를 결정한다.

Step3 : 최소 루프 이득과 충분한 위상 여유를 확보하기 위한 가중치 함수 $W_p(s)$ 를 구한다.

Step4 : (21)의 최적화 문제를 푼다.

IV. 시뮬레이션과 실험 결과

본 논문에서는 5000 rpm의 등각속도로 회전하는 1.6 μm 의 트랙 폭을 가지는 디스크를 구동하는 CD-ROM 드라이브의 트랙 추종 시스템을 고려한다. 외란의 크기는 70 μm 이하고 그 주파수는 83.33 Hz이다. 트랙킹 액추에이터의 공진 주파수와 공진 최고치는 약 40 Hz와 28dB이다. 그리고, 그 값들은 공칭값을 기준으로 약 $\pm 15\%$ 변한다. 이러한 불확실성을 고려하여 (2)의 극단치를 구하면

$$\beta_0 \in [37.6, 50.9] \\ \alpha_1 \in [42.6, 57.7], \alpha_0 \in [53690, 72640]$$

이다. 실험 장치에서 $\pm 0.4 \mu\text{m}$ 이내의 트랙킹 오차값만 측정할 수 있다. 이를 $\pm 2.2 \text{ V}$ 범위의 전기 신호를 변환하기 위해서, K_{PD} 를 $5.5 \times 10^6 \text{ [V/m]}$ 로 설정한다. (3)과 (4)의 시스템 행렬은

$$A_p = \begin{bmatrix} -50.2 & -63165 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_p = [1 \ 0]^T, \\ C_p = [0 \ 44.2K_{PD}], \\ H_{p1} = \begin{bmatrix} 7.55 & 9475 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, H_{p2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6.65K_{PD} \end{bmatrix}, E_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

와 같이 주어진다.

70 μm 크기의 외란을 $\pm 0.1 \mu\text{m}$ 이내로 억압시키기 위해 요구되는 루프의 DC 이득은 57 dB이다. 외란이 디스크 회전 주파수 이상에서는 40 dB 감쇄 특성을 가지기 때문에, 제어 대역은 1.5 kHz보다 넓어야 한다. 따라서, 설명한 사양을 만족하고 충분한 위상 여유를 확보하기 위해 가중치 함수 $W_p(s)$ 를

$$W_p(s) = \frac{0.65s^2 + 9487s + 3.45 \times 10^7}{s^2 + 370.2s + 68538}$$

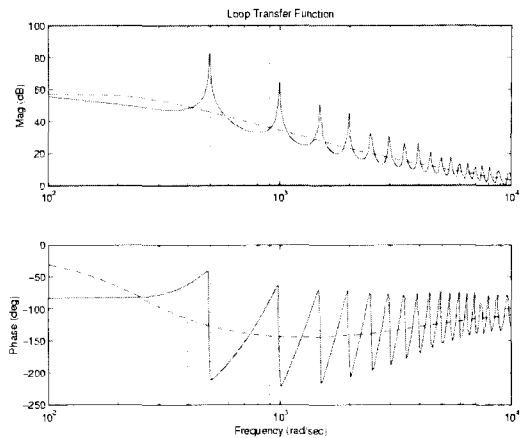


그림 5. 반복 제어기를 사용했을 때(실선)와 사용하지 않았을 때(대쉬선)의 루프 전달 함수의 보드 다이어그램. Fig. 5. Bode plots of the loop transfer function with (solid) and without (dash) repetitive controller.

로 선택한다. 트랙킹 대역에서 외란의 영향을 충분히 감소시키기 위해, $L_u(s)$ 의 차단 주파수를 디스크의 회전 주파수의 10배인 833.3 Hz로 가져간다. (21)의 최적화 문제를 풀면 궤환 제어기 $C(s)$ 와 반복 제어기의 보상기 $L_c(s)$ 를

$$\begin{bmatrix} C(s) \\ L_c(s) \end{bmatrix} = \frac{s^2 + 50s + 63125}{d_c(s)} \begin{bmatrix} n_{c1}(s) \\ n_{c2}(s) \end{bmatrix}$$

와 같이 얻을 수 있다. 여기서, $d_c(s)$ 와 $n_{c1}(s), n_{c2}(s)$ 는

$$d_c(s) = (s^2 + 370s + 6.8e4)(s^2 + 6.7e^5 + 2.3e^{11})(s + 1e6), \\ n_{c1}(s) = 1.26e7(s + 3687)(s + 1e6), \\ n_{c2}(s) = 8.4e8(s + 968.4)(s + 1102)$$

이다. 구해진 γ 는 0.855이다.

그림 5는 반복 제어기를 사용하기 전후의 루프 전달 함수이다. $W_p(s)$ 에 의해 설계된 궤환 제어기는 약 70°의 위상 여유를 확보한다. 따라서, 궤환 제어기의 지연항의 영향을 받더라도 반복 제어 시스템은 약 50°의 위상 여유를 확보할 수 있다. 비록 반복 제어기로 인해 위상 여유는 감소하지만, 디스크 회전 주파수와 그 정수배 주파수에서 루프 이득이 크게 증가한다.

시뮬레이션에서 외란의 크기는 50 μm 이다. 반복 제어기는 48 msec 후에 작동한다. 그림 6은 반복 제어기가 작동하기 전후의 트랙킹 오차가 감소하는 정도를 보여준다. 반복 제어기가 주기적인 외란 제거에 뚜렷한 효과를 보여주는 것을 그림 6에서 확인할 수 있다.

설계된 반복 제어 시스템은 40 MHz의 클럭 주파수를 가진 16 비트 고정 소수점 OAK DSP를 중심으로 하는 디지털 시스템에서 구현되었다. 연속 시간에서 설계된 제어기들은 정합(matched) 극점-영점 맵핑(mapping) 방법을 이용하여 이산화시켰다 [12]. 부동 소수점 DSP와 달리, 고정 소수점 DSP는 한정된 워드(word) 길이로 인한 문제들이 많이 발생

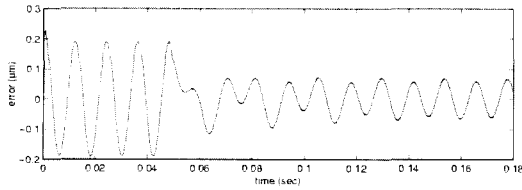


그림 6. 시뮬레이션 결과 : 트래킹 오차.
Fig. 6. Simulation result : tracking error.

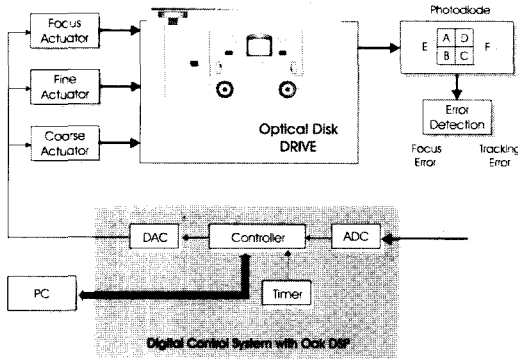


그림 7. 고정 소수점 DSP를 가진 디지털 제어 시스템.
Fig. 7. Digital control system with a fixed-point DSP.

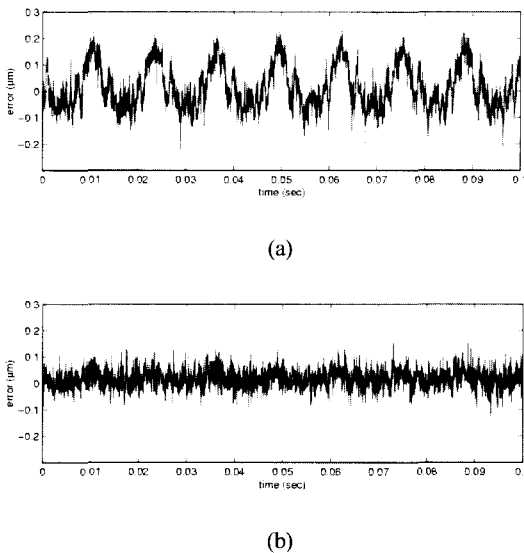


그림 8. 실험 결과: 반복 제어가 동작하기 전(a)과 후(b)의 트래킹 오차.
Fig. 8. Experimental results: tracking errors (a) without and (b) with the repetitive controller.

한다. 이를 위해 스케일링(scaling)을 수행하였고, 이산화된 제어기는 1차 필터로 구성된 정준(canonical) 직렬(direct) 형 구조를 가진다 [13]. 그림 7은 설계된 디지털 제어 시스템의 개념도이다. 모든 제어 알고리즘은 OAK DSP 어셈블리 언어로 프로그램되었다. 제어 프로그램은 120 kHz의 샘플링 주파수에서 수행되었다.

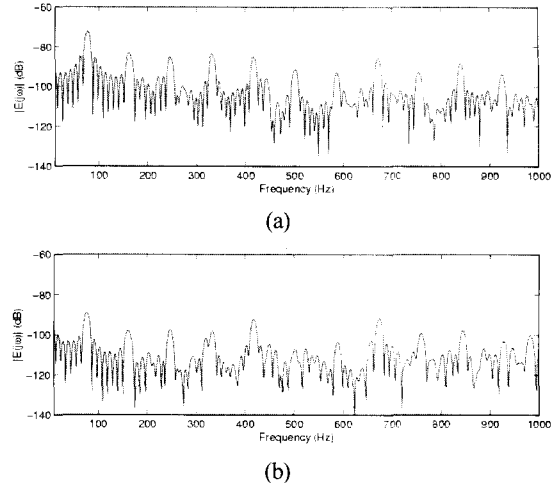


그림 9. 실험 결과: 반복 제어가 동작하기 전(a)과 후(b)의 트래킹 오차에 대한 FFT 결과.
Fig. 9. Experimental results: FFTs of tracking errors (a) without and (b) with the repetitive controller.

그림 8은 반복 제어를 동작시키기 전후의 트래킹 오차이다. 반복 제어기의 영향으로 트래킹 오차가 확실하게 감소하는 것을 확인할 수 있다. 그 결과, 트래킹 오차는 허용 오차 $\pm 0.1 \mu\text{m}$ 내에서 유지된다. 그림 9는 트래킹 오차의 고속 푸리에 변환(fast Fourier transformation, FFT)한 결과이다. 반복 제어가 디스크 회전 주파수와 그 정수배에 해당하는 주파수의 트래킹 오차 신호 성분을 급격하게 감소시키는 것을 확인할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 반복 제어를 광 디스크의 파라미터 불확실성을 갖는 트랙 추종 서보 시스템에 적용하였다. 강인 안정 조건과 설계 절차를 LMI를 사용하여 개발하였다. 궤환 제어기와 반복 제어기의 보상은 최적화 문제를 풀어냄으로써 구할 수 있다. 또한, 최소 루프 이득과 충분한 위상 여유를 확보하기 위해서, 가중치 함수가 도입되었다. 시뮬레이션과 실험 결과는 제안된 반복 제어 시스템의 안정도 조건과 설계 절차가 유용함을 보여준다.

참고문헌

- [1] K. Fujiyama, M. Tomizuka, and R. Katayama, "Digital tracking controller for CD player using disturbance observer," *Proceedings of International Workshop on Advanced Motion Control*, pp. 598-603, 1998.
- [2] K. Fujiyama, R. Katayama, T. Hamaguchi, and K. Kawakami, "Digital controller design for recordable optical disk player using disturbance observer," *Proceedings of International Workshop on Advanced Motion Control*, pp. 141-146, 2000.
- [3] M. N. Lee, J.-H. Moon, K. B. Jin, and M. J. Chung, "Robust H_∞ control with multiple constraints for the track-following system of an optical disk drive," *IEEE*

- Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 45, No. 4, pp. 634-645, 1998.
- [4] B. A. Francis and W. M. Wonham, "The internal model principle for linear multivariable regulators," *Applied Mathematics and Optimization*, Vol. 2, pp. 170-194, 1975.
- [5] J.-H. Moon, M.-N. Lee, and M. J. Chung, "Repetitive control for the track-following servo system of an optical disk drive," *IEEE Transactions on Control System Technologies*, Vol. 6, No. 3, pp. 663-670, 1998.
- [6] T. J. Manayathara, T.-C. Tsao, J. Bentsman, and D. Ross, "Rejection of unknown periodic load disturbances in continuous steel casting process using learning repetitive control approach," *IEEE Transactions on Control System Technologies*, Vol. 4, No. 3, pp. 259-265, 1996.
- [7] S. S. Garimella and K. Srinivasan, "Application of repetitive control to eccentricity compensation in rolling," *ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. 118, No. 4, pp. 657-664, 1996.
- [8] K. L. Moore, *Iterative Learning Control for Deterministic Systems*, Springer-Verlag, 1993.
- [9] J. C. Doyle, A. Packard, and K. Zhou, "Review of LFTs, LMIs, and μ ," *Proceeding of 30th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1227-1232, 1991.
- [10] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM Books, 1994.
- [11] M. Chilali and P. Gahinet, " H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 41, No. 3, pp. 358-367, 1996.
- [12] K. Ogata, *Discrete-Time Control Systems*, Prentice-Hall, 1987.
- [13] M. Tsai, *IIR Filter Design on the TMS320C54X DSP*, Texas Instruments, 1996.



도 태 용

1969년 2월 18일생. 1992년 경북대학교 전자공학과 졸업. 1994년 한국과학기술원 (석사). 1999년 한국과학기술원 (박사). 1997년~2001년. 삼성전자 디지털 미디어 연구소 책임연구원. 2001년~2002년. 한국과학기술원 전자전산학과 BK21 초빙 교수. 2002년 3월~현재. 국립한밭대학교 제어계측공학과 전임강사. 관심분야는 반복제어, 학습제어, 강인제어, 디지털 제어 시스템, 광 디스크 드라이브 서보 시스템.



문 정 호

1969년 3월 8일생. 1991년 서울대학교 제어계측공학과 졸업. 1993년 한국과학기술원 (석사). 1998년 한국과학기술원 (박사). 1997년~2000년. 삼성전자 디지털 미디어 연구소 책임연구원. 2001년~2002년. (주)휴맥스 하드웨어 팀장. 2003년~현재. 강릉대학교 정보전자공학부 제어계측공학전공 조교수. 관심분야는 학습 제어, 디지털 제어, 디스크 드라이브 서보 시스템.