

자동차 클러치의 마찰 모델과 시뮬레이션

On the Modeling and Simulation of Friction for an Automotive Clutch

이 병 수*·이 재 천*

Byoungsoo Lee and Jae-Cheon Lee

(2002년 11월 29일 접수 : 2003년 1월 20일 심사완료)

Key Words : Automotive Manual Transmission Clutch(자동차 수동 트랜스미션 클러치), Clutch Damper(클러치 감쇠기), Stick-slip Friction(고착-미끌림 마찰), Friction Model(마찰 모델), Simulation(모의 실험)

ABSTRACT

Four models for stick-slip friction are presented and are adopted for a numerical simulation study for a manual transmission clutch damper in idle mode. Meaning of parameters for friction models are explained and proper values are suggested. Also explained are the reason why those specific values for the parameters are chosen. Preferable model for the clutch damper in idle mode is discussed in terms of calculation efficiency and fidelity of the model based on real measured data. For clutch damper idle mode simulation studies, all four models perform equally well.

1. 서 론

자동차 엔진의 간헐적인 연소 과정과 엔진에서 왕복운동하는 부품들의 관성 저항에 의해서 생성된 토크의 변동은 크랭크 축을 통해서 플라이휠로 전달되어 플라이휠의 회전 각속도의 변동으로 나타난다. 이러한 엔진의 토크 변동에 기인한 진동은 엔진 마운트와 동력 전달계를 통해서 객실로 전달된다. 플라이휠과 기어박스 사이에 위치한 클러치는 동력 전달의 역할 뿐만 아니라 승객이 감지하는 동력 전달계의 진동과 소음을 저감시키는 역할을 한다. 클러치와 관련된 진동과 소음 현상으로는 아이들 모드에서의 소음과 진동,⁽¹⁾ 주행 모드에서의 기어 래틀(rattle)과 chatter(chatter) 소음,⁽²⁾ 크리핑 모드에서의 차체의 전후 방향 자러 진동(self-excited vibration), 그리고 클러치가 결합되어 출발할 때 발생하는 저더(judder)⁽³⁾ 등

을 들 수 있다. 이러한 소음과 진동이 발생하는 이유는 엔진이 경량화, 고성능화 되면서 엔진 발생 토크의 변동이 더욱 커졌으며, 동력전달계가 진동에 무시할 수 없는 관성과 강성을 갖는 많은 회전체와 비선형 거동을 보이는 부품들로 구성되어 있기 때문이다. 이러한 소음과 진동은 고급 자동차를 선호하는 추세에 즈음하여 자동차의 품질을 저하 시키는 요인이 된다.

엔진-클러치-트랜스미션 계통의 소음과 진동 문제를 해결하기 위한 방법의 하나가 비틀림 댐퍼를 클러치에 포함시켜 비틀림 운동 특성을 개선하고자 하는 시도이다. 전형적인 비틀림 댐퍼는 마찰재와 금속이 마찰하여 비틀림 운동 에너지를 소산시켜 비틀림 진동과 그로인해 발생하는 소음을 저감하는 역할을 하도록 설계되는데 시뮬레이션을 통한 클러치 비틀림 댐퍼의 해석이 필수적인 개발 도구로 사용되고 있으며 클러치 댐퍼의 특성치를 구하거나 설계 기법에 관한 연구들이 많이 보고되었다.⁽¹⁻⁶⁾ 하지만 어떠한 마찰 모델이 클러치 댐퍼 특성 연구에 사용되었는지에 대한 언급이 없는 경우가 많고^(1, 2, 5, 6) 또한 여러 다른 마찰 모델이 클러치 시뮬레이션 결과에 어떤 영향

* 책임저자, 정회원, 계명대학교 기계자동차공학부

E-mail : blee@kmu.ac.kr

Tel : (053) 580-5349, Fax : (053) 580-6285

* 계명대학교 기계자동차공학부

을 미치는데 대한 언급이나 연구 사례가 없다.

본 연구에서는 수동 트랜스미션용 클러치의 비틀림 댐퍼의 거동을 지배하는 고착-미끌림(stick-slip) 마찰에 대한 네 개의 마찰 모델을 소개하고 시뮬레이션 실험을 통해 네 개 모델 중 어떤 모델이 클러치 동특성 해석 및 거동 예측에 적합한지 토의한다. 적합성의 판단 기준은 계산 효율과 시뮬레이션 결과의 충실도이다. 계산 효율은 수치 적분 시 마찰 모델을 포함하는 클러치 댐퍼의 운동방정식 루틴을 부르는 회수의 역에 해당하며, 충실도는 각 모델의 시뮬레이션 결과 상호간의 유사성과 실측치와의 일치도이다. 특히 클러치 아이들 모드를 예제로 선택하여 네 개 마찰 모델의 파라미터의 의미를 제시하고 적합한 파라미터 값 선정 방법과 이유를 제시한다.

2. 마찰 모델

마찰력이 마찰 표면의 상대 속도 v_r 의 함수인 기초적인 모델은 Fig. 1과 같으며 건마찰, 쿨롱 마찰, 혹은 고착-미끌림 마찰로 알려져 있다. 이런 마찰력은 $v_r = 0$ 인 영역에서 매우 비선형적이며 이 영역에서 마찰력은 $-F_H$ 에서 F_H 범위 내에서 마찰 표면이 서로 미끄러지지 않게 하기 위한 임의의 값을 가질 F_H 수 있는 다가(multi-valued) 함수이다. 그리고 마찰력이 최대치 F_H 를 넘을 때만 마찰 표면은 서로 상대 운동을 시작한다.

이러한 원점에서의 비선형성과 비연속성은 비현실적이고 컴퓨터 시뮬레이션에 매우 적합하지 않다. 이러한 이유로 컴퓨터 시뮬레이션에 적합한 모델이 여럿 개발되어 제안되었다. 이 중 클러치 비틀림 댐퍼 시뮬레이션에 적합하다고 여겨지는 모델 4개를 선정

하고 각 모델의 적합한 파라미터 값을 효율성과 충실성 측면에서 결정한다. 효율성은 시뮬레이션의 계산 효율로써 지배방정식의 계산 회수로 산정하고, 충실성은 실차 클러치 측정치와의 일치도 그리고 다른 모델 시뮬레이션 결과와의 유사성으로부터 판단한다. 이 장에서는 네 개의 마찰 모델을 소개하고 모델 고유의 파라미터를 설명한다.

2.1 고전 모델

첫 번째 모델은 소위 건마찰 혹은 쿨롱 마찰이라 불리는 고전 모델이다. Fig. 1에서 보인 마찰력 함수는 원점에서 비현실적이고 시뮬레이션 실행 면에서는 부적절하다. 고전 모델은 이러한 원점에서의 비선형성과 비연속성을 극복하기 위해 Fig. 2에서와 같이 원점 부근에서 선형 구간을 두어 근사화 하는 방식이다. 하지만 근사화 모델은 한 가지 문제가 있는데 외력의 힘이 고착 마찰력의 최대값 F_H 보다 작음에도 불구하고 대상체가 가속한다는 것이다. 그러므로 근사 쿨롱 마찰 모델로는 마찰에 의한 리밋사이클의 예측이나 고착과 관련된 마찰 현상 예측에 대한 문제에 있어서 정밀한 결과를 산출하리라 기대할 수 없다. 하지만 수동 트랜스미션용 클러치의 비틀림 댐퍼의 시뮬레이션에서 이 모델은 정확하다고 여겨지는 다른 모델과 매우 유사한 결과를 보여주는데 이는 비틀림 댐퍼의 운동 구간이 거의 대부분 고착 영역에 있지 않고 미끌림 영역에 있기 때문이라 추측한다. 쿨롱 마찰 고전 모델의 파라미터는 다음과 같다.

- $v_1 =$ 상대속도 점 1
- $F_1 =$ 고착(정지) 마찰력
- $v_2 =$ 상대속도 점 2
- $F_2 =$ 미끌림(동) 마찰력

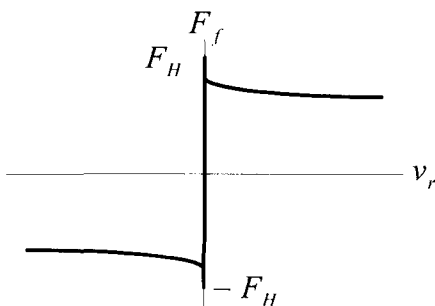


Fig. 1 Stick-slip friction

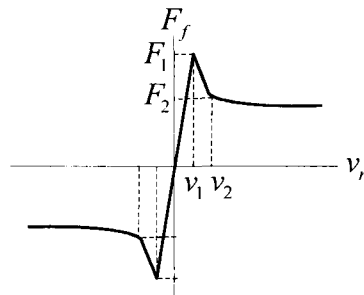


Fig. 2 Classical model of Coulomb friction (approximation to stick-slip friction)

마찰력 F_1 은 정마찰력, F_2 는 동마찰력으로 선정하
 것이 타당하며, v_2 의 값이 v_1 의 값보다 더 크며
 값들이 작을수록 고전 모델을 표현하는 정확도는
 높아지지만 수치 적분을 가파르게 하므로 너무 작은
 값을 선택하는 것은 피해야 한다.

2.2 Karnopp 모델

근사화 쿨롱 마찰 모델의 원점에서의 한계를 극복
 하기 위해 D. Karnopp⁽⁷⁾은 마찰 효과를 표현하고 시
 뮬레이션 하는 직접적인 방법을 제시하였다. 이 방법
 으로 수치 적분하는 경우 해의 가파름(stiffness) 문
 제를 야기하지 않고 또 운동방정식을 변경하지 않
 면서도 영 상대속도 상태의 고착 현상을 실현했다.
 Karnopp 모델을 속도-마찰력 선도로 나타내면 Fig.
 3과 같다. 상대 영속도를 한 점으로 정의하는 대신
 $-D_r$ 에서 D_r 로 정의되는 폭이 좁은 영역으로 확장
 정의하였다. 이 영역 밖에서 마찰력 F_f 는 상대 속
 도에 대한 임의의 함수이고 영역 내부에서는 상대 속
 도가 영으로 간주되며 F_f 는 그 힘이 어떤 한계값이 되
 기 전까지는 계의 다른 힘에 의해 v_r 이 영이 되도록
 결정된다. 주의할 점은 Karnopp은 마찰에 대한 독립
 적인 모델을 제시하지 않았고 단지 고착-미끌림 마찰
 이 있는 계의 동역학적 접근법을 마련하였다는 점
 이다.

Karnopp 모델은 고착-미끌림이라는 현상을 효과적
 으로 표현하지만 고착과 미끌림 조건에 대한 별도의
 운동방정식을 유도해야하며 이 조건들로부터 블록 선
 도 내에서 오직 한 벌의 운동방정식만이 활성화 되
 도록 조합해야하는 번거러움을 갖고 있다. 이러한 단
 점은 계의 복잡성이 커질수록 더욱 부각되며 한 예로 1
 자유도 계에 대해서는 고착과 미끌림에 대해 각 1벌
 씩 모두 2벌, 2자유도 계에 대해서는 2개의 질점과

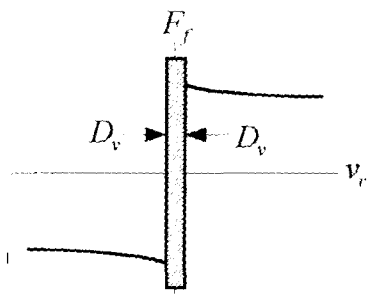


Fig. 3 Velocity-friction relation of Karnopp model

고착과 미끌림 4가지 조합에 대한 4벌의 운동방정식
 설정 조건이 마련되어야 한다.

Karnopp 모델을 설명하기 위해 간단한 계의 예를
 들어보자. Fig. 4와 같은 1자유도 질점계에 대한
 Karnopp 모델은 Fig. 5와 같이 표현할 수 있다. 질점
 의 바닥에 대한 상대 속도가 $\pm D_r$ 의 좁은 영역 내에
 존재할 경우 질점은 고착되는데 고착되는 동안 마찰
 력 F_{stick} 은 외력 F 와 완전히 상쇄된다. 외력이 마찰
 력의 최대값인 F_H 를 초과할 경우는 질점은 가속을
 하고 잠시 후 상대 속도 v_r 의 크기가 D_r 를 초과하
 여 마침내 고착 영역에서 미끌림 영역으로 전환된다.
 미끌림 영역에서는 마찰력은 속도에 대한 임의의 사
 용자 정의 함수로 결정되며 Fig. 5의 ①로 표시된 블
 록에 해당된다. 좌측의 입력 값 F 는 스프링과 질점
 의 상대 변위에 기인하여 스프링이 질점에 가하는
 힘이다. Karnopp 모델의 파라미터는 다음과 같다.

D_r = 고착 속도 범위

F_H = 마찰력 최고치

F_{slip} = 미끌림 마찰력

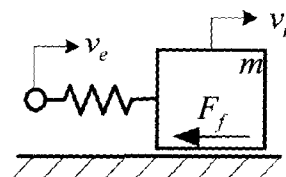


Fig. 4 A mass subject to external excitation and friction

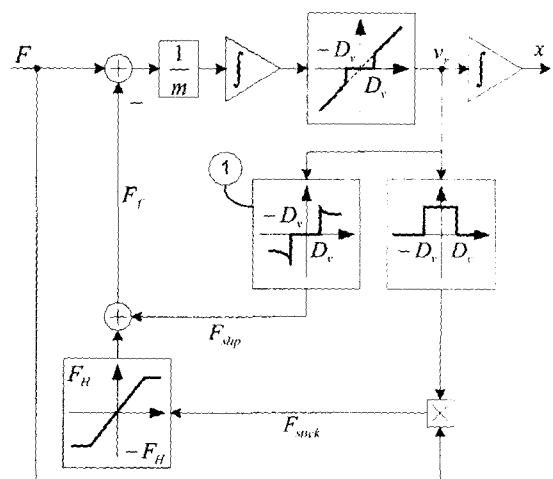


Fig. 5 Block diagram of Karnopp friction model

2.3 Dahl 모델

Dahl⁽⁶⁾은 단단한 재질의 “고체 마찰”에 대한 세 가지 모델을 예로 보였는데 이 중에서 Fig. 6에서 보인 블록 선도에서처럼 상대속도 v_r 와 마찰력 F_f 를 관련짓는 마찰 모델의 일반적인 형식은 다음과 같다.

$$\frac{dF_f}{dt} = \gamma \gamma (F_f - f_0 \text{sgn}(v_r))^2$$

Dahl의 모델은 다음에 설명할 Reset Integrator 모델과 유사하게 원래 계에 마찰력 동역학을 추가한 형태를 취하고 있는데 γ 와 f_0 는 사용자 선택 파라미터이다.

- γ = 모델의 유효 탄성계수
- f_0 = 미끄럼 마찰력(동마찰력)

Fig. 6에 보인 Dahl 모델은 나머지 세 개의 모델이 갖추고 있는 특징인 고착 마찰력이 미끄럼 마찰력보다 크다는 일반적인 마찰 모델의 특징이 없는 단점이다.

2.4 Reset Integrator 모델⁽⁹⁾

이 모델은 컴퓨터 계산 시간을 줄이면서 고착 현상을 정확히 표현하기 위해서 개발되었는데 이는 고착 마찰력(혹은 정지 마찰력)을 속도가 아닌 변위의 함수로 기술하기 때문이다. 이를 위해 Dahl 모델에서처럼 별도로 하나의 변위 변수를 Fig. 7과 같이 발생시킨다.

이 모델의 입력은 접촉하는 물체의 상대 속도 v_r

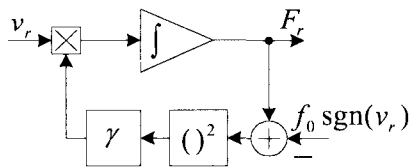


Fig. 6 Friction model of Dahl

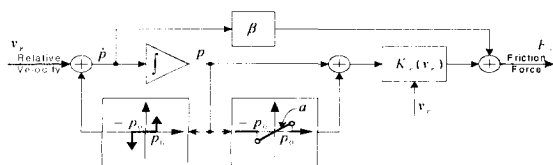


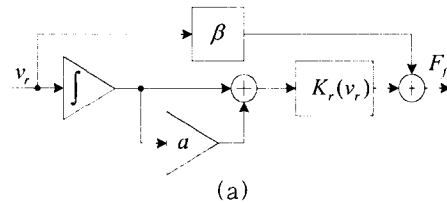
Fig. 7 Block diagram representation of Reset Integrator friction model

인데 이 입력은 정해진 조건에 따라 적분 블록에 입력 신호를 켜거나 끄는 효과를 발생하는 비선형 블록(Fig. 7의 왼쪽 아래에 있는 블록. 이 블록은 p 가 p_0 보다 커지면 상대 속도 입력 v_r 를 상쇄시키는 출력 신호를 발생시켜 적분 블록에의 입력 값이 영이 되게 한다)의 출력 값과 비교된다. 결과적으로 적분 블록의 입력 \dot{p} 은 다음과 같이 결정된다.

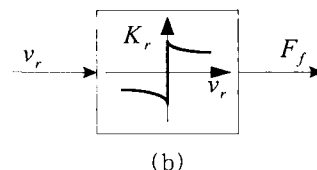
$$\dot{p} = \begin{cases} 0 & \text{if } (v_r > 0 \text{ and } p \geq p_0) \\ & \text{or } (v_r < 0 \text{ and } p \leq -p_0) \\ v_r & \text{otherwise} \end{cases}$$

변위 변수 p 가 탄성 계수 K_r 에 곱해져 마찰력을 결정한다. 또한 $|p| < p_0$ 인 고착 상태에서 마찰력은 변위 변수 p 의 함수이며 부가적인 마찰력 $\beta a K_r$ 이 여기에 더해져서 동마찰력보다 더 큰 정지 마찰력을 얻을 수 있다. $|p|$ 가 p_0 에 도달하게 되면 부가적인 마찰력을 발생시키는 비선형 블록의 출력은 영이 되어 마찰력은 βK_r 가 되며 이때부터 물체는 미끄러지기 시작한다. 또한 현실성을 높이기 위해서 별도의 감쇠가 없는 계에 감쇠항 $\beta \dot{p}$ 이 추가될 수 있다. 즉, 물체가 진동하는 에너지는 열 등으로 소산되어 결국 정지하게 된다. 감쇠는 p 가 영이 아닌 고착 모드에서만 작용하며 p 가 영인 미끄럼 모드에서는 사라진다.

Reset Integrator 모델은 고착-미끄럼 두 개의 모드에서 매우 간단한 형태로 나타난다. 고착 모드에서 비선형 피드백 항은 영이 되며 마찰 모델은 Fig. 8(a) 형태를 취하며 다음과 같은 값을 갖는다.



(a)



(b)

Fig. 8 Reset Integrator friction model (a) sticking (b) slipping

$$F_f = K_r(1+a)p + \beta p$$

미끌림 모드에서 비선형 블록의 출력이 적분 블록의 출력 항 p 를 상수로 유지시키므로 탄성계수 블록에의 입력 값이 p_0 가 되고 감쇠항은 영이 된다. 이 경우 마찰 모델은 Fig. 8(b)의 형태를 취하고 그 값은 다음과 같다.

$$F_f = K_r(v_r)p_0 \text{sgn}(p)$$

여기서 p 값은 상수 값을 갖고 그 값이 p_0 이며, 미끌림 마찰력이 속도의 함수가 될 수 있게 탄성계수를 속도의 함수로 변조(modulation)할 수 있다.

Reset Integrator 모델 파라미터의 선정 방법은 응용 사례에 따라 달라진다. 첫 파라미터는 고착 모드에서 운동의 최대 허용값을 지정하는 상수 p_0 이다. 만약 접촉면이 금속성이거나 단단한 고체라면 p_0 값은 계의 운동의 가장 작은 관찰 값보다 작아야 한다. 예를 들어 마찰체의 운동을 1mm 이내로 제어하고 싶다면 p_0 의 값은 최대로 이보다 10배 작은 값인 0.1mm가 되도록 해야 한다. 그렇게 함으로써 고착 영역의 크기가 시뮬레이션의 결과에 비교적 작은 영향을 미치게 된다. 하지만 정확도를 높이기 위해 p_0 값을 필요 이상으로 작게 설정하면 수치 적분을 가파르게(stiff) 만든다.

두 번째와 세 번째 파라미터는 함께 고착 마찰력과 미끌림 마찰력을 결정하는 탄성계수 $K_r(v_r)$ 과 고착 기울기 a 이다. 만약 탄성계수 K_r 이 속도의 함수가 아닌 상수라고 가정하자. 고착 마찰력이 미끌림 마찰력보다 20% 크다면 a 는 0.2가 되어야 한다. a 와 p_0 가 결정되면 미끌림 마찰력 값이 $K_r p_0$ 가 되도록 K_r 값을 결정한다. 더 나아가 K_r 을 속도 v_r 로 변조하여 미끌림 마찰력이 속도의 함수가 되게 할 수도 있다.

마지막 파라미터는 계의 감쇠 형태를 결정하는 감쇠계수 β 로 달리 고착 모드에서의 감쇠 형태를 결정할 정보가 없다면 감쇠비가 0.707이 되도록 정할 수 있다. 즉, $\beta = 0.707\sqrt{K_r m}$. Reset Integrator의 파라미터를 정리하면 다음과 같다.

- p_0 = 고착 범위
- K_r = 탄성 계수

- a = 고착 기울기
- β = 감쇠 계수

3. 시뮬레이션

앞에서 소개한 4가지 마찰 모델 중 어떤 것이 수동 트랜스미션용 클러치의 거동 시뮬레이션에 타당한지, 또 적합한 마찰 모델의 파라미터의 값은 무엇인지 찾아보기 위해 Fig. 9와 같은 클러치의 아이들 모드 모델을 고려하자. 계의 운동방정식, 변수와 파라미터는 다음과 같다.

$$J_1 \ddot{\theta}_e + H_p + K_p(\theta_e - \theta_g) = T_e(t)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_g - H_p - K_p(\theta_e - \theta_g) + c\dot{\theta}_g = 0$$

여기서

- T_e = 엔진의 발생 토크 [N-m]
- θ_e, ω_e = 엔진의 각변위와 각속도
- θ_g, ω_g = 인풋기어의 각변위와 각속도
- K_p = 프리덴퍼의 스프링상수[N-m/rad]
- H_p = 프리덴퍼의 마찰토크 최대값[N-m]
- J_1 = 플라이휠의 관성모멘트[kg-m²]
- J_2 = 인풋기어의 관성모멘트[kg-m²]
- D = 인풋기어의 드래그 토크[N-m]
- c = 인풋기어의 점성감쇠계수[N-m/(rad/s)]

대상 차량의 엔진이 4실린더 4행정 기관이라면 크랭크 축 1회전 당 2번의 폭발이 발생한다. 또한 엔진에서 왕복운동 하는 부품들의 관성 저항에 의해 엔진 발생 토크의 변동이 발생하며 플라이휠 축에 나타나는 토크 변동 성분 중 엔진 회전 속도의 짝수배 고차항이 상대적으로 크게 나타난다. 실차 실험에서 얻은

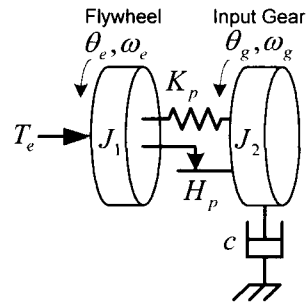


Fig. 9 Manual transmission clutch in idle mode

경험으로는 2차항과 4차항 성분이 가장 크며 6차항 이상의 성분은 진동에 거의 영향을 미치지 않으므로 엔진 발생토크는 변동 성분을 포함하여 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$T_e(t)A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) + D$$

ω = 엔진의 아이들 각속도

A = 2차 가진 성분의 크기

ω = 4차 가진 성분의 크기

실차 실험의 대상 차량은 현대자동차의 EF Sonata Beta 2.0GLS와 클러치 디스크는 215KJ(CD7/2)12이며, 매개변수는 Table 1과 같다.

마찰 모델의 효율은 클러치 아이들 모드의 동역학 시뮬레이션에서 수치 적분 루틴이 마찰 모델을 포함하는 운동방정식 함수를 부르는 회수로 측정하며 그 회수가 적을수록 효율이 높다. 정확도는 운전 중인 실제 클러치로부터 얻은 실측치, 그리고 다른 모델의 시뮬레이션 결과와 비교하여 정한다. 정확도를 비교하는 항목은 플라이휠과 기어의 입력축의 각속도 신호에 포함된 특정 각속도 성분의 크기인데 이 항목을 정확도 비교 항목으로 선택한 이유는 그 특정 각속도에서의 각속도 성분이 가장 강하게 나타나고, 승차감에 가장 큰 영향을 미치기 때문이다.

수치 적분 루틴으로는 Livermore 연구소에서 개발된 LSODA 1987년 3월 30일 버전⁽¹⁰⁾을 사용하였다. 이 루틴은 가변 스텝 크기, 가변 차수 적분기인 LSODE의 일종으로 가파름(stiff)이나 완만함(nonstiff) 모드를 실행 중에 루틴이 자동으로 결정하여 전환하므로

Table 1 System parameters for EF Sonata Beta 2.0GLS

Vehicle	Parameter	Value	Unit
EF Sonata Beta 2.0GLS	K_b	21.359	N-m/rad
	H_b	0.4905	N-m
	J_1	0.174	kg-m ²
	J_2	0.003	kg-m ²
	D	0.122	N-m
	c	1.497×10^{-3}	N-m/(rad/s)
	A	370	N-m
	B	180	N-m
	ω_e, ω_g 의 초기값 및 ω	81.5(778)	rad/s(rpm)

사용자가 미리 문제의 가파르기를 정하지 않아도 된다. 상대 오차 제어값과 절대 오차 제어값을 모두 1×10^{-7} 로 설정했으며 각속도 파워스펙트럼 계산⁽¹²⁾을 위해서 3,328 샘플을 1×10^{-2} 초 간격으로 기록하였다. 이에 해당하는 적분 시간은 0초에서 16.640초까지다. 적절한 마찰 모델의 파라미터를 선택하기 위해서 시뮬레이션 초기에는 정밀한 마찰을 묘사하도록 그 값을 설정한 후 시뮬레이션이 진행되는 동안 점차 그 값을 덜 정밀한 값으로 바꾸어가다가 결과에 두드러진 변화가 발견되면 파라미터의 값을 조금 정밀하게 선정하고 그 값을 해당 모델 파라미터의 적정 값으로 결정한다. 이런 방법으로 선정된 모델의 파라미터는 Table 2에 주어졌다.

3.1 고전 모델

첫 번째 모델은 소위 건마찰 혹은 쿨롱 마찰이라 불리는 고전 모델이다. 고전 마찰 모델은 속도-마찰력 선도에서 두 점으로 정의된다(Fig. 2에서 보인 v_1, F_1 과 v_2, F_2). 첫 번째 점 v_1, F_1 에 의해 결정되는 기울기는 수치 적분의 가파름 정도를 결정한다. 기울기가 급하면 적분 비용이 많이 들지만 모델의 정확성은 높아질 것이다. 하지만 시뮬레이션을 통해 이러한 추측이 반드시 옳지 않다는 것을 확인했다. 초기에 기울기를 매우 가파르게 한 후 기울기를 점차 낮추어 가다보면 어떤 기울기에서부터 다시 운동방정식 함수를 부르는 회수가 되려 증가하는 것을 발견할 수 있다. 이유는 아이들 모드에서 클러치 댄퍼는 거의 모든 시간 미끌림 운동을 하고 미끌림 속도는 고

Table 2 Friction model parameters for the clutch in idle mode

Model	Parameter	Value
Classical	v_1	1.0×10^{-4}
	F_1	0.5886
	v_2	2.0×10^{-1}
	F_2	0.4905
Karnopp	D_r	1.0×10^{-5}
	F_H	0.5886
	F_{slip}	0.4905
Dahl	γ	1.0×10^3
	f_0	0.4905
Reset Integrator	d_0	1.0×10^{-7}
	K_r	4.905×10^6
	a	0.2
	β	121.31

착 범위 밖에 있기 때문이어서 기율이 완만해져서 고착 범위가 넓어지면 도리어 수치 적분을 가파르게 만들기 때문이다. 선택된 파라미터는 기율이 급하면서도 운동방정식 함수를 부르는 회수가 증가하지 않는 값이다. 두 점의 마찰력 F_1, F_2 는 정지마찰력과 동마찰력에 해당한다.

아이들 모드에서 클러치 댐퍼가 거의 모든 시간 미끌림 운동을 한다는 사실을 검증하기 위해서 정지마찰계수를 동마찰계수와 같게 설정하고 시뮬레이션을 수행해보았으며 결과는 정지-동 마찰력이 다른 경우와 정지-동 마찰력이 같은 경우 동일한 결과를 보여주었다. 이 실험 결과를 토대로 아이들 모드에서 클러치 댐퍼는 거의 모든 시간 미끌림 운동을 하고 있음을 확인하고 고전 모델의 최대값 부분이 평탄한 모델을 시뮬레이션에 채용해도 된다는 사실을 알았다. 그리고 나머지 마찰 모델 즉, Karnopp, Dahl, 그리고 Reset Integrator 모델의 경우도 정지마찰력과 동마찰력을 같게 놓아도 고전 모델에서처럼 동일한 결과를 보여주었다. 고전 모델의 두 경우의 클러치 시뮬레이션 결과를 Fig. 10과 Fig. 11에 보였다.

3.2 Karnopp 모델

클러치가 고착될 때의 잠김 조건, 미끌림 조건이 포함된 Karnopp 모델 블록선도가 Fig. 12에 있다. 고착 마찰력 영역의 범위 D_s 는 클러치 댐퍼의 최대 미끌림 속도보다 10,000배 작게 설정하였다. 이보다 더 큰 여러 가지 값으로의 시뮬레이션을 통해서 결정

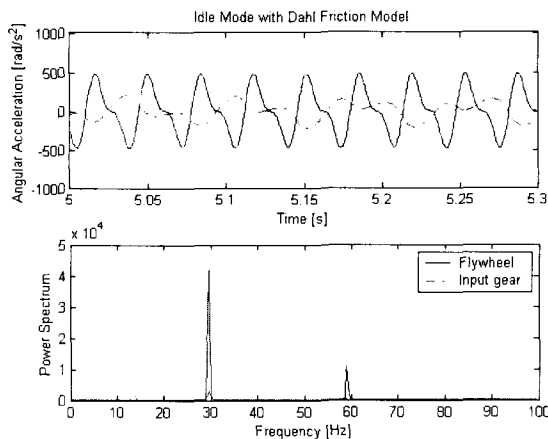


Fig. 10 Simulation result for classical model where stick friction is the same as slip friction

되었는데 참고로 고착 마찰력 범위의 크기를 더 작게 하여도 적분 비용은 더 증가되지 않았다. 즉, 적분 루틴이 운동방정식 함수를 부르는 회수는 증가되지 않는다.⁽⁷⁾ 해당 차량의 추정치로부터 클러치 댐퍼의 최대 미끌림 속도는 0.24 rad/s 정도 이므로 D_s 의 값을 1.0×10^{-5} 로 하였고 시뮬레이션의 결과를 Fig. 13에 보였다. Karnopp 마찰 모델의 경우에도 F_{stick} 과 F_{slip} 의 값을 같게 놓아도 앞에서 설명한 이유로 동

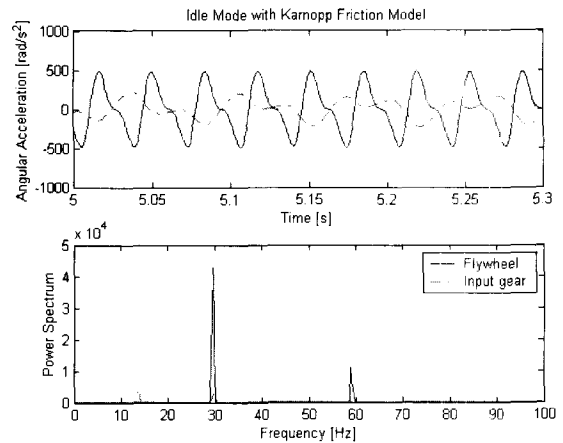


Fig. 11 Simulation result for classical model where stick friction is larger than slip friction

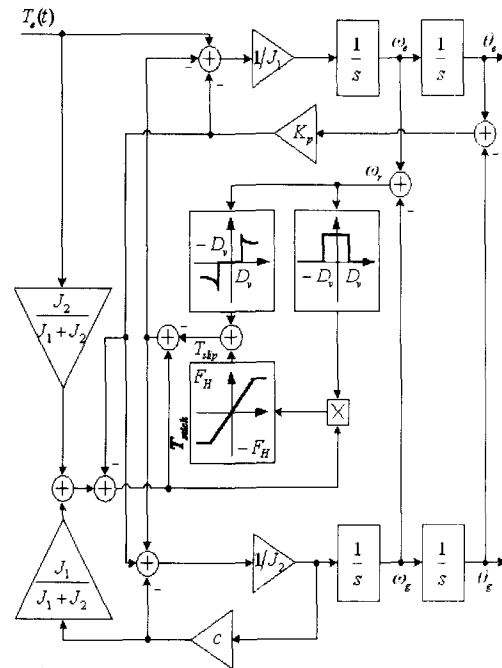


Fig. 12 Karnopp model for clutch in idle mode

일한 결과를 보인다.

3.3 Dahl 모델

Dahl⁽⁸⁾ 모델에서 f_0 의 값은 미끄럼 마찰 토크의 값으로 설정하며 앞에서 설명한 바와 같이 고착 마찰 토크 표현 기능이 결여되어 있다. γ 값은 다음의 식에 의해 결정하는데 처음에는 큰 스프링상수 K 의 값으로 시뮬레이션을 수행하고 점차 큰 값으로 시도하는데 시뮬레이션의 결과에 변화가 생기는 시점에서 그 앞의 값을 택해서 결정하였다. 선택한 파라미터로 시뮬레이션 한 결과는 Fig. 14에 있다.

$$\gamma = \frac{K}{f_0^2} = \frac{2.4 \times 10^4}{0.4905^2} \cong 1 \times 10^5$$

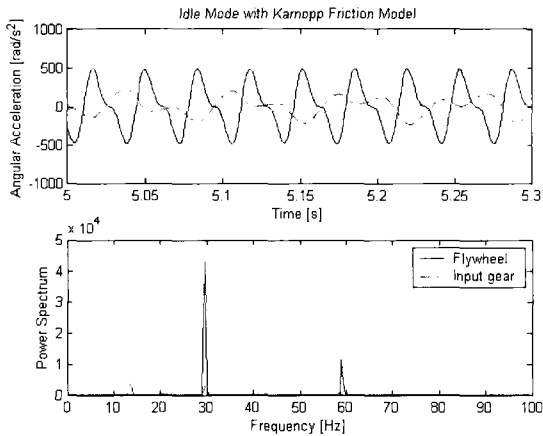


Fig. 13 Simulation result with Karnopp friction model

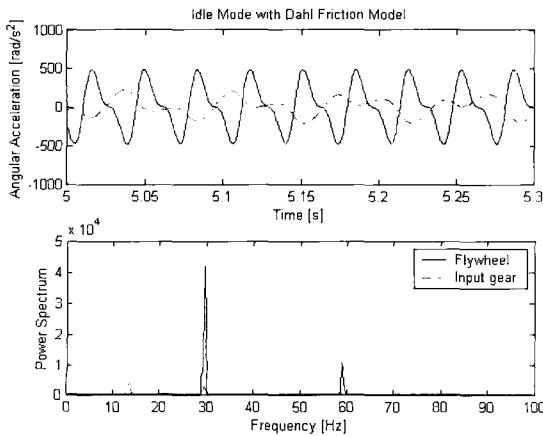


Fig. 14 Simulation result with Dahl friction model

3.4 Reset Integrator 모델⁽⁹⁾

이 모델의 파라미터 선택 방법은 다음과 같다. 고착 범위 p_0 는 필요한 정밀도로 결정한다. 탄성계수 K_r 은 변수 p 가 정상상태 값일 때 마찰토크 값 $K_r p$ 가 미끄럼 토크 값이 되도록 정한다. 즉, $K_r = H_p / p_0$ 이다. 고착기울기 a 는 고착시 필요한 마찰토크를 추가하기 위해 설정되는데 고착마찰토크가 미끄럼마찰토크의 1.2배라면 a 는 0.2로 설정하고 고착마찰 토크는 다음의 값이 된다.

$$F_{stick} = K_r (1 + a) p_0$$

감쇠계수는 β 는 계에 별도의 감쇠가 없을 때 마찰 모델에 고착시의 감쇠를 부여하는데 다음의 식과 같이 감쇠비가 0.707이 되도록 설정하기를 권한다. Reset Integrator 마찰 모델을 사용한 시뮬레이션의 결과가 Fig. 15에 있다.

$$\beta = 0.707 \sqrt{K_r (1 + a) m}$$

Fig. 10~15에서 보인 바와 같이 네 가지 마찰 모델에 대한 플라이휠-인풋기어의 가속도 그래프, 가속도의 파워스펙트럼 그래프는 모두 동일한 결과를 보이고 있다.

마찰 모델의 시뮬레이션 결과와 실측치를 비교해보기 위해서 실측한 가속도와 파워스펙트럼을 Fig. 16에 보인다. 이 그림에서 가속도 그래프가 부드럽지 못한 이유는 파워스펙트럼 측정을 위해서 샘플링 주

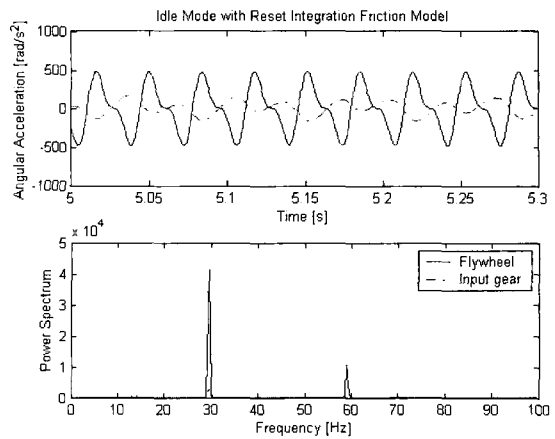


Fig. 15 Simulation result with Reset Integrator friction model

파수를 나이퀴스트 주파수인 200 Hz로 했기 때문이며 실제의 가속도가 그래프에서처럼 날카롭게 변화하지는 않는다. 시뮬레이션한 가속도와 실차 가속도 측정치 파워스펙트럼을 관찰하면 아이들 회전각속도의 2배, 4배 주파수인 29.5 Hz와 59 Hz 부근에서 큰 피크가 있고, 엔진의 각가속도 변동이 클러치를 댐퍼를 통과하면서 상당량 감쇠되는 것을 확인할 수 있다. 시뮬레이션과 실측의 결과에 다른 점이 있다면 시뮬레이션 결과로는 기준 주파수 영역에 해당하는 14 Hz 부근에서 인풋기어의 경미한 각가속도 피크가 발견된다. 이는 모델링의 불완정성에 기인하는 것이라 추정하며 또한 그 크기도 아주 작으므로 무시하였다. 그러므로 4개의 마찰 모델 모두 아이들 모드에서 클러치 댐퍼 시뮬레이션에 적합하다는 것을 알 수 있다.

마찰 모델의 효율성 비교를 위해 마찰 모델을 포함하는 클러치 계의 운동방정식 함수를 부르는 회수를 Table 3에 요약하였다. 고전 모델과 Karnopp 모델은 비슷하며 Dahl 모델은 고전이나 Karnopp 모델에 비해 2.5배, Reset Integrator 모델은 1.7배의 결과를 보이고 있다. 그 이유는 클러치 계의 운동방정식 외에

별도의 마찰 모델 운동방정식의 해를 구해야 하는 부담도 있겠지만, LSODA 수치적분 루틴에는 가변 스텝 크기, 가변 차수, 자동 오차 제어 기능이 마찰 모델을 포함하는 운동방정식 적분 시 설정된 적분 오차를 유지하기 위해 적분 스텝의 크기를 절하거나, 적분 시점을 다시 뒤로 돌리므로, 운동 방정식에 급격한 변화가 발생하면 적분 스텝의 크기는 매우 작아져서 적분 비용이 커진다. Dahl과 Reset Integrator 모델에서는 클러치 미끌림 상대 속도가 변할 때마다 마찰 모델의 변수가 양의 값에서 음의 값 또는 음의 값에서 양의 값으로 급격한 변화 혹은 스위칭을 하므로 이 부근에서 적분 루틴이 정체한다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 Runge-Kutta 4th order method 같은 고정 스텝 크기 적분 루틴^(11, 12)을 사용하면 될 것이다. 클러치의 아이들 모드의 시뮬레이션시 가변 스텝 크기, 가변 차수 수치 적분기를 사용한다면 고전 모델과 Karnopp 모델이 효율성 측면에서는 바람직하다. 하지만 Karnopp 마찰 모델은 대상 계에 대해 종속적이며(정확히 말하자면 별도의 마찰 모델이 없다) 문제에 따라 별도의 조건을 유도해야하는 번거로움이 있다.

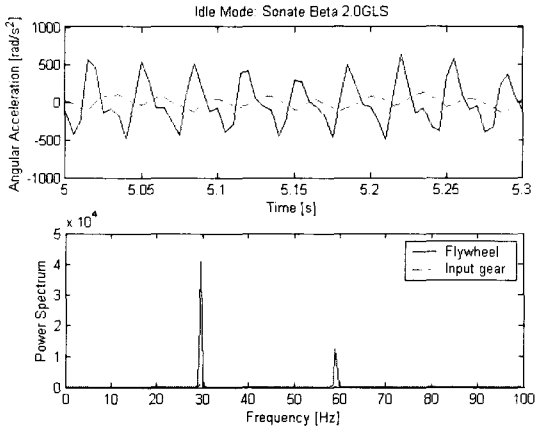


Fig. 16 Measured dynamics of engine-transmission in idle mode

Table 3 Computational efficiency of friction models

Friction model	Number of subroutine call
Classical	111,784
Karnopp	115,458
Dahl	287,681
Reset Integrator	189,861

4. 결 론

고착-미끌림 현상의 시뮬레이션 실험에 적합한 마찰 모델 네 개를 소개하고 각 모델의 파라미터의 의미와 선정 방법을 토의하였고 예제로는 클러치 댐퍼의 아이들 모드를 선택하여 시뮬레이션 실험을 수행하고 그 결과로 각 모델의 계산 효율성과 실측치를 바탕으로 하는 충실성을 거론하였다. 고전 마찰 모델과 Karnopp 마찰 모델이 계산량의 관점에서 바람직하지만 고전 모델은 원점에서의 고착 마찰의 비선형성을 선형화한 모델이므로 외력의 합이 고착 마찰력의 최대값보다 작음에도 불구하고 대상체가 가속한다는 특징적인 단점이 있다. 그러므로 고전 마찰 모델로는 고착 마찰 현상에 의해서 발생하는 리밋싸이클 등의 비선형 현상의 예측 등의 문제에 적용되기에는 부적합하다. Karnopp 모델도 고전 모델과 비슷한 계산 효율성을 갖고 있지만 문제마다 별도의 운동방정식, 고착-미끌림 운동 조건을 찾아야 하며 이 조건의 유도는 문제의 복잡성에 비례하여 증가하며 더욱 난해해지는 단점이 있다. 이 단점은

대상계의 운동방정식이 결정되지 않고 계속 변경되거나 발전해나가는 경우에는 결정적인 것이 될 수 있다. Reset Integrator, Dahl 마찰 모델은 계산 효율이 고전 모델, Karnopp 모델에 비해 낮다.

고전 모델과 Dahl 모델이 고착 현상을 정밀하게 표현하지 못한다는 결함이 있지만 나머지 두 개의 모델과 매우 유사한 결과를 보이는데 이는 클러치가 아이들 모드에서 운동하고 있을 때 클러치 댐퍼는 거의 모든 시간 미끄럼 구간에서 동작하고 있기 때문이라 추측한다. 네 개의 모델의 시뮬레이션 결과도 실측치와 차이를 발견할 수 없으므로 클러치의 아이들 모드 시뮬레이션에 모두 적합한 모델이다.

결론적으로 클러치의 아이들 모드의 시뮬레이션 연구에 효율성을 고려하지 않는다면 네 개의 마찰 모델 모두 적합하다. 하지만 클러치의 동역학적 해석에서 고착 현상을 무시할 수 없는 상황이라면, 효율성은 비교적 낮지만 고착 현상을 정밀하게 표현하고 또한 문제마다 별개의 조건을 마련하지 않고 단지 마찰 대상체들의 상대 속도만을 유일한 입력으로 하는 Reset Integrator 모델을 선택하는 것이 바람직하다.

후 기

본 연구는 과학기술부·한국과학재단 지정 계명대학교 저공해자동차부품기술개발센터의 지원에 의한 것입니다.

참 고 문 헌

- (1) 홍동표, 정태진, 김상수, 태신호, 1994, "공회전시 비틀림 진동 저감을 위한 클러치 비틀림 특성 연구," 한국소음진동공학회논문집 제 4 권, 제 3 호, pp. 319 ~ 325.
- (2) 홍동표, 정태진, 태신호, 최병기, 1994, "클러치 비틀림특성에 의한 자동차 수동변속기 치타움에 관한 연구," 한국소음진동공학회 추계학술대회논문집, pp. 217 ~ 224.
- (3) Centea, D., Rahnejat, H. and Menday, M. T., 1999, "The Influence of the Interface Coefficient of Friction Upon the Propensity to Judder in Automotive Clutches," Proc Instn Mech Engrs, Vol. 213, Part D, pp. 245 ~ 258.
- (4) Centea, D., Rahnejat, H. and Menday, M. T., 2001, "Non-linear Multi-body Dynamic Analysis for the Study of Clutch Torsional Vibrations (judder)," Applied Mathematical Modeling, Vol. 25, pp. 177 ~ 192.
- (5) 안병민, 장일도, 최은오, 홍동표, 정태진, 1997, "클러치 댐퍼 설계 기법 연구," 한국소음진동공학회논문집, 제 7 권, 제 6 호, pp. 1031 ~ 1037.
- (6) Gaillard, C. L. and Singh, R., 2000, "Dynamic Analysis of Automotive Clutch Dampers," Applied Acoustics, Vol. 60, pp. 399 ~ 424.
- (7) Karnopp, D., 1985, Computer Simulation of Stick-slip Friction in Mechanical Dynamic Systems," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 107, pp. 100 ~ 103.
- (8) Dahl, P. R., 1968, "A Sobic Friction Model," AFO 4695-67-C-0158, Aerospace Corporation, El Segundo, CA.
- (9) Haessig, D. A. Jr. and Friedland, B., 1991, "On the Modeling and Simulation of Friction," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 113, pp. 354 ~ 362.
- (10) Hindmarsh, A. C., 1983, ODEPACK, a Systematized Collection of ODE Solvers, Scientific Computing, R. S. Stepleman et. al. (Eds.), North-Holland, Amsterdam, pp. 55 ~ 64.
- (11) Carnahan, B., Luther, H. A. and Wilkes, J. O., 1969, Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (12) Press, W. H., et. al., 1986, Numerical Recipes : The Art of Scientific Computing, Cambridge Univ. Press.