

## 3차원 유한요소해석을 통해 도출한 균열배관의 소성한계압력식

심도준<sup>\*</sup> · 허남수<sup>\*</sup> · 김윤재<sup>\*</sup> · 김영진<sup>†</sup>  
(2002년 1월 25일 접수, 2002년 11월 11일 심사완료)

### Plastic Limit Pressure Solutions for Cracked Pipes Using 3-D Finite Element Method

Do-Jun Shim, Nam-Su Huh, Yun-Jae Kim and Young-Jin Kim

**Key Words :** Finite Element Analysis(유한요소해석), Limit Pressure(한계압력), Through-wall Crack(관통균열), Surface Crack(표면균열)

#### Abstract

Based on detailed FE limit analyses, the present paper provides tractable approximations for plastic limit pressure solutions for axially through-wall-cracked pipe; axially (inner) surface-cracked pipe; circumferentially through-wall-cracked pipe; and circumferentially (inner) surface-cracked pipe. In particular, for surface crack problems, the effect of the crack shape, the semi-elliptical shape or the rectangular shape, on the limit pressure is quantified. Comparisons with existing analytical and empirical solutions show a large discrepancy in circumferential short through-wall cracks and in surface cracks (both axial and circumferential). Being based on detailed 3-D FE limit analysis, the present solutions are believed to be the most accurate, and thus to be valuable information not only for plastic collapse analysis of pressurised piping but also for estimating non-linear fracture mechanics parameters based on the reference stress approach.

#### 1. 서 론

내압이 작용하고 균열이 존재하는 배관에 대한 전성평가를 수행하기 위해서는 배관의 소성한계압력을 정확히 계산할 필요가 있다. 이와 같이 계산된 소성한계압력은 소성붕괴(plastic collapse) 해석에 대한 기본적인 입력자료로 사용될 수 있으며, 고온배관의 경우에는 배관파단(pipe rupture) 계산에 적용 가능하다. 또한, 참조응력법<sup>(1)</sup>에서는 소성한계하중을 이용하여 탄소성 파괴역학 매개변수인  $J$ 와  $C^*$ 를 계산할 수 있다.<sup>(2-4)</sup> 이와 같은 이유로, 균열이 존재하는 배관에 대한 소성한계하중식은 Miller<sup>(5)</sup> 등에 의해 널리 제안되어 왔으며, 최근에는 SINTAP<sup>(6)</sup>에서 다양한 균열형상에 대한 소성한

계하중식을 제안하였다.

하지만, 앞서 서술한 기존식들은 배관에 대한 실험을 통해 실험적으로 도출된 식이거나 Tresca 항복조건과 같은 단순한 항복조건을 이용하여 해석적인 방법으로 제안한 식들이다. 이와 같은 식들을 통해 얻은 결과는 실제의 한계압력을 낮게 예측(under-predict)하며, 참조응력법에 적용하였을 경우  $J$ 와  $C^*$ 를 보수적으로 예측한다. 한편, 균열 열림면적(Crack Opening Area; COA)을 계산하여 누설률(leakage rate)을 예측할 경우에 기존식들은 누설률을 낮게 예측하여 비보수적인 결과를 초래할 수 있다.

내압이 작용하는 배관에서는 원주방향응력(hoop stress)이 한계압력에 많은 영향을 미칠 수 있다. 하지만 기존식의 일부(4장 식 (13,14), 식 (17,18) 참조)는 이와 같은 영향을 고려하고 있지 않기 때문에 한계압력을 높게 예측하고  $J$ 와  $C^*$ 를 비보수적으로 예측할 수 있는 위험성이 내재되어 있다. 따라서, 내압이 작용하는 배관에 균열이 존재할 경우 소성한계압력을 정확하게 예측할 필요가 있다.

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 성균관대학교 기계공학부  
E-mail : yjkim@yurim.skku.ac.kr

TEL : (031)290-5274 FAX : (031)290-5276

\* 회원, 성균관대학교 기계공학부

본 논문에서는 탄성완전소성(elastic-perfectly-

Table 1 Cases considered in the present FE analysis

Crack type	$R_m/t$	$a/t$	$\rho = \frac{c}{\sqrt{R_m t}}$	$\theta/\pi$
Uncracked pipe	5, 10, 20, 40	-	-	-
Axial through-wall crack	5, 20	-	0.5, 1, 2, 3	-
Axial semi-elliptical surface crack	5, 10, 20, 40	0.25, 0.5, 0.75, 0.9	0.5, 1, 2, 3	-
Axial rectangular surface crack	5	0.5, 0.75	0.5, 1, 2, 3	-
Circumferential through-wall crack	5, 20	-	-	0.125, 0.25, 0.375, 0.5
Circumferential semi-elliptical surface crack	5, 20	0.1, 0.5, 0.75, 0.9	-	0.1, 0.4

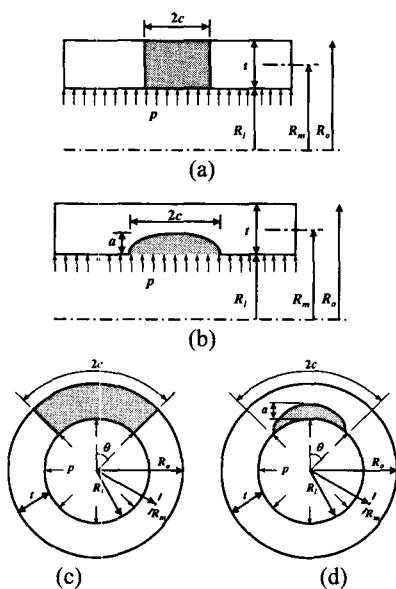


Fig. 1 Geometries and dimensions for cracked cylinders considered in the present work: (a) axially through-wall-cracked pipe, (b) axially semi-elliptical-(inner) surface-cracked pipe, (c) circumferentially through-wall-cracked pipe and (d) circumferentially semi-elliptical-(inner) surface-cracked pipe

plastic) 거동을 나타내는 재료에 대한 3차원 유한 요소해석(finite element analysis)을 수행하여 균열이 존재하는 배관에 대한 정확한 소성한계압력식을 제안하였다. 균열형상은 관통균열과 반타원 표면 균열을 고려하였으며, 두 가지 균열형상에 대하여 각각 원주방향균열과 축방향균열을 고려하였다. 모든 경우에 대하여 본 논문에서 제안한 식을 기존의 식들과 비교하였다.

## 2. 유한요소한계해석

Fig. 1은 내압이 작용하는 배관에 존재하는 4가

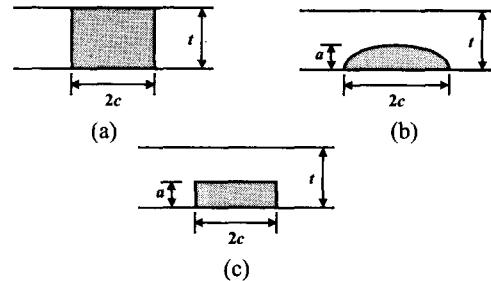


Fig. 2 Crack dimension and shape: (a) through-wall crack, (b) semi-elliptical surface crack, and (c) rectangular surface crack

지 균열형상을 도식적으로 나타낸 것으로서, 모두 3차원 모델이다. Fig. 1에서  $R_o$ ,  $R_m$ ,  $R_i$ 는 각각 배관의 외경, 평균반경, 내경이며  $t$ 는 배관의 두께이다. 균열형상은 Fig. 1과 Fig. 2에 도시되어 있으며,  $a$ 는 균열깊이,  $2c$ 는 축방향균열길이,  $2\theta$ 는 원주방향균열각도이다.

본 논문에서는 Fig. 1에 도시한 4가지 균열에 대하여 3차원 유한요소해석을 수행하였다. 유한요소해석을 위해서는 범용 해석프로그램인 ABAQUS<sup>(7)</sup>를 사용하였으며, 모든 경우에 대하여 탄성완전소성(elastic-perfectly-plastic)해석을 수행하였다. 해석모델의 대칭성을 고려하여 1/4모델링을 하였으며, 20절점 등계수 사각주요소(C3D20R)를 사용하였다. 또한, 해석과정에서 발생하는 수렴 문제를 고려하여 ABAQUS내에서 지원하는 RIKS 옵션을 사용하였으며, 이를 통해 소성한계압력을 계산하였다. Fig. 3은 해석에 사용된 유한요소모델의 예로서, 배관에 존재하는 축방향 관통균열(Fig. 3(a))과 축방향 표면균열(Fig. 3(b))을 나타낸 것이다. 수학적 방법에 의한 소성한계압력 해석에서는 일반적으로 표면균열을 직사각형(Fig. 2(c))으로 이상화 시키지만, 본 논문에서는 표면균열을 반타원(Fig. 2(b))으로 이상화하였다. 두 가지 이상화 방법에 따른 결과에 대해서는 논문의 토론부에서 세부적으로 기술하였다. 배관에 작용하는 내압은 분포하중형태로 배관의 내벽에 가하였으며, 배관 끝단에 압력에

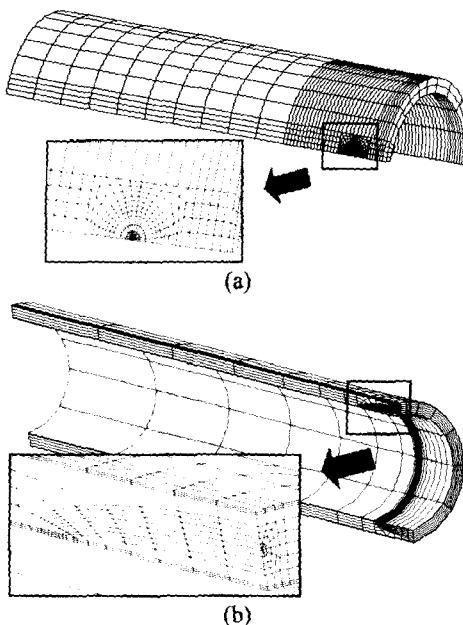


Fig. 3 Typical finite element meshes employed in the present work: (a) axially through-wall-cracked and (b) axially semi-elliptical-surface-cracked pipe

해당하는 인장하중을 가하였다. 균열면 압력 효과를 고려하여 관통균열의 경우 압력의 50%, 표면균열의 경우 압력의 100%를 균열면에 가하였다.

본 논문에서는 소성한계압력에 영향을 미치는 변수를 체계적으로 고려하여 유한요소해석을 수행하였다. 첫째로, 모든 경우에 대하여  $R_m/t = 5$ 과 20을 고려하였으며, 특정한 경우에 대하여  $R_m/t = 10$ 과 40을 고려하여  $R_m/t$ 가 소성한계압력에 미치는 영향을 분석하였다. 관통균열에 대해서는 균열길이( $c$ ) 또는 균열각도( $\theta$ )를 체계적으로 고려하였으며, 표면균열에 대해서는 균열길이(각도) 뿐만 아니라 균열깊이( $a$ )도 고려하였다. 모든 원주방향균열의 경우에는 원주방향의 균열길이를 배관의 50%로 제한하였다. Table 1은 본 논문에서 수행한 해석의 경우를 정리한 것이다.

유한요소해석의 타당성을 검증하기 위해 균열이 없는 배관에 대한 소성한계압력을 계산하고 이를 기준식에 의한 결과와 비교하였다. Hill<sup>(8)</sup>은 균열이 없고 내압이 작용하는 배관에 대한 소성한계압력은 다음과 같이 제안하였다.

$$\frac{p_L}{\sigma_c} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left( \frac{R_o}{R_i} \right) \quad (1)$$

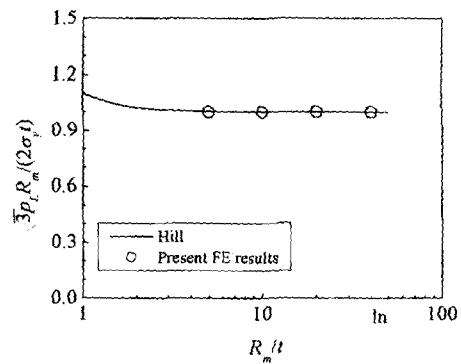


Fig. 4 Comparison of the FE results for uncracked pipes with the Hill solution<sup>(8)</sup>

여기서,  $p_L$ 은 소성한계압력,  $\sigma_c$ 는 재료의 항복응력이며, 우변에 있는  $2/\sqrt{3}$ 은 Mises 항복조건에 의한 계수이다. 식 (1)은 다음과 같이 다시 정리할 수 있다.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{p_L R_m}{\sigma_c t} = \left( \frac{R_o}{t} \right) \ln \left( \frac{R_o}{R_i} \right). \quad (2)$$

Fig. 4는 본 논문에서 수행한 유한요소해석 결과를 식 (2)와 비교한 것으로서, 두 결과가 정확히 일치하였다. 균열이 존재하는 배관에 대한 소성한계압력 해석을 검증하기 위해 이상적인 균열을 가진 2가지 배관(축방향 무한균열이 존재하는 평면변형률 배관, 축대칭 원주방향균열이 존재하는 배관)에 대하여 2차원 유한요소해석을 수행하여 기준식과 결과를 비교하였다. 해석결과와 기준식에 의한 결과가 잘 일치하여 해석의 타당성을 검증하였다. 검증된 소성한계압력 해석법을 바탕으로 축방향 균열과 원주방향 균열에 대하여 3차원 유한요소해석을 수행하였다.

### 3. 축방향 균열이 존재하는 배관

3.1 관통균열이 존재하는 배관  
축방향 관통균열에 대한 형상과 치수는 Fig. 1(a)에 도시한 바와 같다. Miller<sup>(5)</sup>는 균열길이와 관련해서 무차원 변수  $\rho$ 를 다음과 같이 정의하였다.

$$\rho = \frac{c}{\sqrt{R_m t}} \quad (3)$$

본 논문에서는 축방향 관통균열이 존재하는 배관에 대한 두 가지 한계압력식을 유한요소해석결과와 비교하였다.

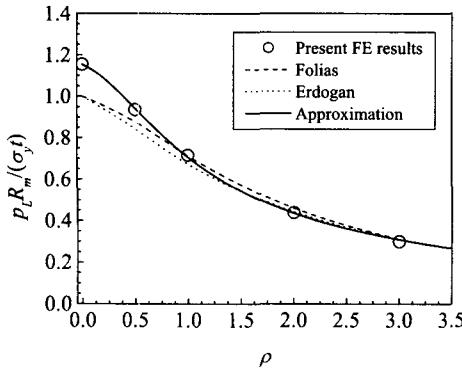


Fig. 5 Comparison of the plastic limit pressure solutions for axially through-wall-cracked pipes under internal pressure (Fig. 1a)

Folias<sup>(9)</sup>는 다음과 같은 한계압력식을 제안한 바 있다.

$$\frac{P_L R_m}{\sigma_y t} = \frac{1}{\sqrt{1+1.05\rho^2}} \quad (4)$$

Erdogan 등<sup>(10)</sup>은 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$\frac{P_L R_m}{\sigma_y t} = \frac{1}{0.614 + 0.87542\rho + 0.386 \exp(-2.275\rho)} \quad (5)$$

Fig. 5는 축방향 관통균열에 대한 유한요소해석 결과를 식 (4)와 (5)와 비교한 것으로서,  $\rho > 0.5$ 인 경우에는 모든 결과가 정확히 일치하였으나,  $0 < \rho < 0.5$ 인 경우에는 오차를 나타내었다. 이는 균열이 없는 경우( $\rho \rightarrow 0$ ) 식 (4)와 (5)가 Mises 해가 아닌 Tresca 해로 수렴하기 때문이다. 즉, 식 (4)와 (5)에는 식 (1)과 같이 Mises 계수인  $2/\sqrt{3}$ 이 없기 때문이다. 유한요소 해석결과를 이용하여 축방향 관통균열에 대하여 다음과 같이 소성한계압력식을 제안하였으며, 이는 해석결과와 최대 3%이내에서 일치하였다.

$$\frac{P_L R_m}{\sigma_y t} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+0.34\rho+1.34\rho^2}} \quad (6)$$

### 3.2 반타원 표면균열이 존재하는 배관

축방향 반타원 표면균열에 대한 형상과 치수는 Fig. 1(b)에 도시한 바와 같다. 이와 같은 경우에 대해서도 다양한 한계압력식이 존재하지만 본 논문에서는 세 가지 식만을 유한요소해석결과와 비교하였다.

Carter<sup>(11)</sup>는 실단면 항복(net-section yielding)에 기

초한 광범위(global)의 한계압력식을 제안하였으며, 이는 현재 R6<sup>(2)</sup>에서 사용하고 있다.

$$p_L = \sigma_y \left[ \frac{a}{R_i \psi} + \left( \frac{R_i}{R_i + a} \right) \ln \left( \frac{R_o}{R_i + a} \right) \right] \quad (7)$$

여기서,

$$\psi = \left( 1 + \frac{1.61c^2}{R_i a} \right)^{0.5} \quad (8)$$

Ewing<sup>(12)</sup>은 같은 경우에 대하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$\frac{p_L R_m}{\sigma_y t} = 1 - \frac{a}{t} + \frac{a/t}{\psi} \quad (9)$$

Battelle<sup>(13)</sup>에서는 많은 실험을 통해 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$\frac{p_L R_m}{\sigma_y t} = \frac{1 - a/t}{1 - \frac{a/t}{\sqrt{1+1.05\rho^2}}} \quad (10)$$

Fig. 6은 축방향 반타원 표면균열에 대한 유한요소해석 결과를 식 (7), (9), (10)과 비교한 것으로서,  $\rho = 0.5, 1, 2, 3$ 에 대하여 비교하였다. 앞서 서술한 세가지 식은  $a/t < 0.6$ 인 경우에는 비슷하나,  $a/t > 0.6$ 인 경우에는 Battelle식이 차이를 나타낸다. 이는 Battelle 식이 국부적인 붕괴(local collapse)를 기준으로 제안되었기 때문이며  $a/t = 1$ 인 경우 한계압력이 0이다. 한편, 유한요소해석결과는  $R_m/t$ 에 따라 영향을 거의 받지 않았으며, 앞의 세가지 식과는 많은 차이를 나타내었다. 이와 같은 차이는 Tresca 조건과 Mises조건에 기인한 차이와 균열형상 이상화 방법에 기인한 차이로 볼 수 있다. 균열형상에 따른 영향에 대해서는 토론부에 서술하였다. 유한요소 해석결과를 이용하여 축방향 반타원 표면균열에 대하여 다음과 같이 소성한계압력식을 제안하였으며, 이는 해석결과와 최대 4.7% 이내에서 일치하였다.

$$\frac{p_L R_m}{\sigma_y t} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[ 1 + A_1 \left( \frac{a}{t} \right) + A_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 \right] \quad (11)$$

여기서,

$$A_1 = 0.0462 - 0.0589\rho - 0.013\rho^2 \quad (12)$$

$$A_2 = 0.0395 - 0.3413\rho + 0.0652\rho^2$$

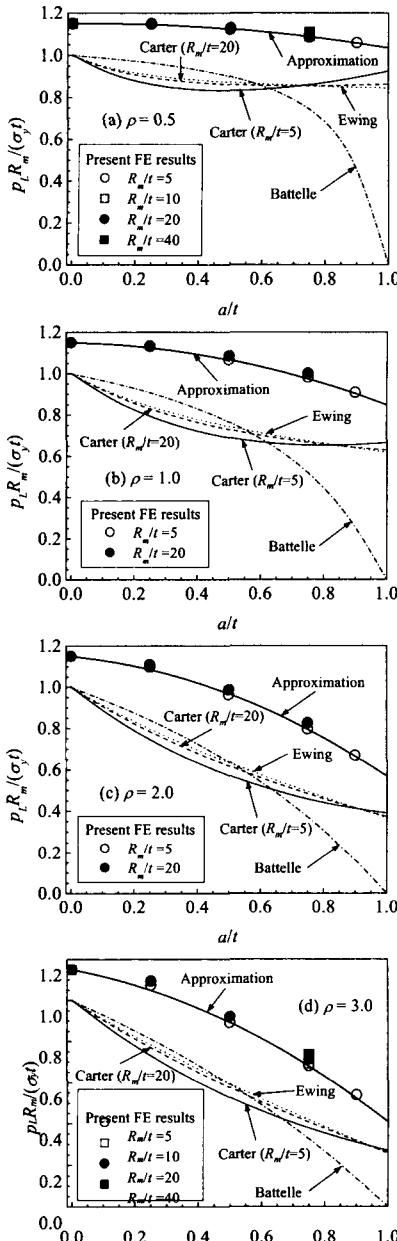


Fig. 6 Comparison of the plastic limit pressure solutions for axially semi-elliptical-surface-cracked pipes under internal pressure (Fig. 1b)

#### 4. 원주방향 균열이 존재하는 배관

##### 4.1 관통균열이 존재하는 배관

원주방향 관통균열에 대한 형상과 치수는 Fig. 1(c)에 도시한 바와 같다. Kanninen<sup>(14)</sup>은 원주방향 관통균열에 대한 한계압력식을 다음과 같이 제안하였다.

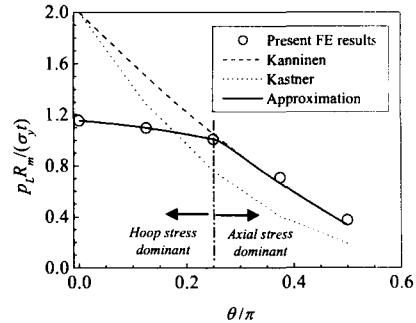


Fig. 7 Comparison of the plastic limit pressure solutions for circumferentially through-wall-cracked pipes under internal pressure (Fig. 1c)

$$\frac{1}{2} \left( \frac{p_L R_m}{\sigma_y t} \right) = 1 - \frac{\theta + 2 \sin^{-1} \left( \frac{\sin \theta}{2} \right)}{\pi} \quad (13)$$

Kastner 등<sup>(15)</sup>은 다음과 같은 한계압력식을 제시한 바 있다.

$$\frac{2}{\left( \frac{p_L R_m}{\sigma_y t} \right)} = \frac{\pi}{\pi - \theta} \left[ 1 + \frac{2 \sin \theta \left( \cos \theta + \frac{\sin \theta}{\pi - \theta} \right)}{(\pi - \theta) - \frac{2 \sin^2 \theta}{(\pi - \theta)} - \frac{\sin 2\theta}{2}} \right] \quad (14)$$

Fig. 7은 원주방향 관통균열에 대한 유한요소해석 결과를 식 (13), (14)와 비교한 것으로서,  $\theta/\pi \sim 0.25$ 인 경우, 즉 균열의 길이가 비교적 긴 경우에는 해석결과가 Kanninen식과 잘 일치하였고 Kastner식은 해석결과에 비해 보수적인 결과를 나타내었다.  $\theta/\pi \sim 0.25$ 인 경우에는 식 (13), (14)가 해석결과를 과대예측하였는데, 이는 두 식이 모두 배관이 축방향 응력에 의해서만 소성붕괴를 일으킨다고 가정하고 있기 때문이다. 따라서 Fig. 7에서와 같이 균열이 아주 작은 경우( $\theta/\pi \rightarrow 0$ )에는 축방향 응력에 의한 한계압력을 나타낸다.

$$\frac{p_L R_m}{\sigma_y t} \rightarrow 2 \quad (15)$$

하지만 균열이 없고 내압이 작용하는 배관에서는 축방향 응력보다 원주방향 응력(hoop stress)이 더 큰 영향을 미친다. 따라서,  $p_L R_m / \sigma_y t$  값은  $\theta/\pi = 0$ 에서  $2/\sqrt{3}$ 이 되어야 한다(식 (1) 참조). Fig. 7에서 유한요소해석결과를 보면,  $\theta/\pi \sim 0.25$ 인 경우에는 배관이 원주방향 응력에 의한 소성붕괴를 나타내었으며,  $\theta/\pi \sim 0.25$ 인 경우에는 축방향 응력에 의한 소성붕괴를 나타내었다. 유한요소 해석결과

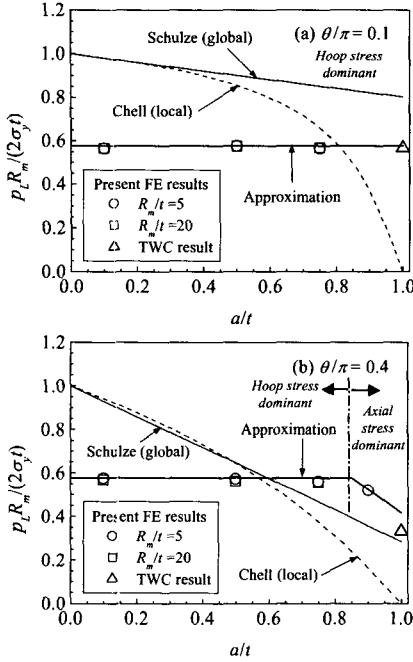


Fig. 8 Comparison of the plastic limit pressure solutions for circumferentially surface-cracked pipes under internal pressure (Fig. 1d)

를 이용하여  $0 < \theta/\pi < 0.263$ 인 원주방향 관통균열에 대한 소성한계압력식을 다음과 같이 제안하였으며, 이는 해석결과와 최대 1% 이내에서 일치하였다.

$$\frac{p_L R_m}{\sigma_y t} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[ 1 - 0.28 \left( \frac{\theta}{\pi} \right) - 0.92 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^2 \right] \quad (16)$$

$$\left( 0 \leq \frac{\theta}{\pi} < 0.263 \right)$$

$\theta/\pi > 0.263$ 인 경우에는 Kanninen식을  $\theta/\pi=1$ 까지 사용할 수 있으며, 이는 해석결과와 최대 6% 이내에서 일치하였다.

#### 4.2 반타원 표면균열이 존재하는 배관

원주방향 반타원 표면균열에 대한 형상과 치수는 Fig. 1(d)에 도시한 바와 같다. Schulze<sup>(16)</sup>는 다음과 같은 광범위(설단면)의 한계압력식을 제안한 바 있다.

$$\frac{1}{2} \left( \frac{p_L R_m}{\sigma_y t} \right) = 1 - \frac{\theta \left( \frac{a}{t} \right) + 2 \sin^{-1} \left[ \left( \frac{a}{t} \right) \frac{\sin \theta}{2} \right]}{\pi} \quad (17)$$

또한, Chell<sup>(17)</sup>은 국부적인 국부적인 한계압력식을 다음과 같이 제안하였다.

$$\frac{1}{2} \left( \frac{p_L R_m}{\sigma_y t} \right) = \frac{1 - a/t}{1 - \frac{a/t}{M_o}} \quad (18)$$

$$M_o = \sqrt{1 + 0.26 \left( \frac{\theta}{\pi} \right) + 47 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^2 - 59 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^3}$$

식 (17)과 식 (18)에서  $a/t=0$ 인 경우에는  $p_L R_m / \sigma_y t = 2$ 이므로, 두 식은 모두 축방향 응력에 의한 소성붕괴를 기준으로 개발된 식임을 알 수 있다. 따라서, 두 식은 원주방향 응력에 의한 영향을 고려하지 못한다.

Fig. 8은 원주방향 반타원 표면균열에 대한 유한요소해석 결과를 식 (17), (18)과 비교한 것으로서,  $\theta/\pi=0.1, 0.4$ 인 경우에 대한 결과를 나타낸 것이다. 해석결과는 광범위의 한계압력을 나타내므로 이를 국부적인 한계압력을 나타내는 식 (18)과 비교하는 것은 적합하지 않지만, 광범위의 한계압력과 국부적인 한계압력을 비교하기 위해 식 (18)을 Fig 8에 함께 도시하였다.  $\theta/\pi$ 가 감소하고,  $a/t$ 가 증가할수록 식 (17)과 식 (18)은 많은 차이를 나타내었다. 해석결과는 두 식과 많은 차이를 나타내었는데, 이는 앞서 기술한 바와 같이 두 식이 원주방향 응력에 의한 영향을 고려하고 있지 않기 때문이다. 해석결과에서 다양한  $\theta/\pi$ 와  $a/t$ 에 대해서 원주방향 응력이 지배적인 영향을 나타내었으며, 한계압력은 균열이 없는 배관의 한계압력과 유사하게 나타났다.

$$\frac{p_L R_m}{\sigma_y t} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad (19)$$

한편, 축방향 응력이 지배적인 경우에는 식 (17)과 같이 축방향 응력을 기준으로 제안한 식을 사용할 수 있을 것이다. 식 (17)에서는 표면균열을 직사각형으로 가정하고 있기 때문에 반타원형 균열과의 면적비인  $4/\pi$ 를 한계압력에 곱했으며, Mises 계수인  $2/\sqrt{3}$ 도 한계압력에 곱했다.

$$\frac{\sqrt{3}\pi}{16} \left( \frac{p_L R_m}{\sigma_y t} \right) = 1 - \frac{\theta \left( \frac{a}{t} \right) + 2 \sin^{-1} \left[ \left( \frac{a}{t} \right) \frac{\sin \theta}{2} \right]}{\pi} \quad (20)$$

주어진  $\theta/\pi$ 와  $a/t$ 에 대해서 식 (19)와 식 (20)을 이용하여 소성한계압력을 계산하여 이중 낮은 값을 원주방향 반타원 표면균열에 대한 소성한계압력식으로 사용할 수 있다. 예를 들어,  $\theta/\pi=0.4$ 인 경우에는  $a/t>0.85$ 에 대해서, 그리고  $\theta/\pi=0.5$ 인 경우에는  $a/t>0.73$ 에 대해서 식 (20)을 사용해야 한다.

## 5. 토 론

한계해석을 통해 정확한 한계하중을 계산하기 위해서는 응력의 평형조건, 변위의 적합조건 및 항복조건이 모두 동시에 만족되어야 한다. 따라서 이론적으로 정확한 한계하중을 계산하는 것은 매우 어렵거나 불가능하다. 한편, 유한요소해석을 이용한 한계해석에서는 모든 요소 내에서 3가지 조건이 만족되므로, 이를 통해 도출한 한계하중식은 비교적 정확한 식이라고 할 수 있다.

본 논문에서는 유한요소해석에 기초하여 내압이 작용하는 배관에 존재하는 축방향 균열(관통균열, 반타원 표면균열)과 원주방향 균열(관통균열, 반타원 표면균열)에 대한 소성한계압력식을 제안하였으며, 이는 내압이 작용하는 배관에 대한 소성붕괴 평가에 널리 적용될 수 있을 것으로 판단된다. 또한, 참조응력법에 적용하였을 경우  $J$ 와  $C^*$ 를 예측하는데 적용될 수 있을 것이다. Miller<sup>(5)</sup>는 내압이 작용하고 균열이 존재하는 배관의 경우에는 광범위의 한계압력을 참조응력으로 사용하는 것이 적합하다고 제안한 바 있다. 유한요소해석에 의해 도출된 한계압력은 광범위의 한계압력이므로  $J$ 와  $C^*$ 를 보다 정확하게 예측할 수 있을 것이다.

본 논문에서는 표면균열을 반타원 표면균열(Fig. 2(b))로 이상화하여 한계압력식을 도출하였다. 일반적으로 표면균열에 대한 수학적인 해석에서는 간편성과 보수성을 고려하여 표면균열을 직사각형(Fig. 2(c))으로 이상화한다. 또한, 응력부식균열(stress corrosion cracking)의 경우에는 균열을 사각형으로 이상화 시키기 때문에 사각형 표면균열에 대한 소성한계압력식이 필요하다. 사각형 표면균열에서  $a/t=1$ 인 경우에는 관통균열(Fig. 2(a))과 동일한 경우로서 이에 대한 해석결과를 표면균열의 결과와 함께 나타내었다. Fig. 8은 원주방향 표면균열에 대한 결과로서,  $a/t=1$ 인 경우에는 관통균열 해석결과를 나타내었다. 원주방향 응력이 지배적인 경우에는 균열의 형상이 한계압력에 영향을 미치지 않았으며, 식 (19)를 사용할 수 있다. 축방향 응력이 지배적인 경우에는 해석결과가 식 (17)과 일치한다. 따라서, 원주방향 사각형 표면균열의 경우에는 식 (17)과 식 (19) 중 낮은 값을 소성한계압력으로 사용할 수 있을 것이다.

Fig. 9는 축방향의 표면균열에 대한 결과를 나타낸 것으로서, 반타원 표면균열에 대한 유한요소해석 결과와 이를 이용한 예측식을 나타내었으며, 관통균열에 대한 해석결과도 함께 나타내었다. 또한, 해석결과와 가장 유사한 Ewing식(식 (9))을 함께 도시하였는데, 이는 해석결과와 많은 차이를

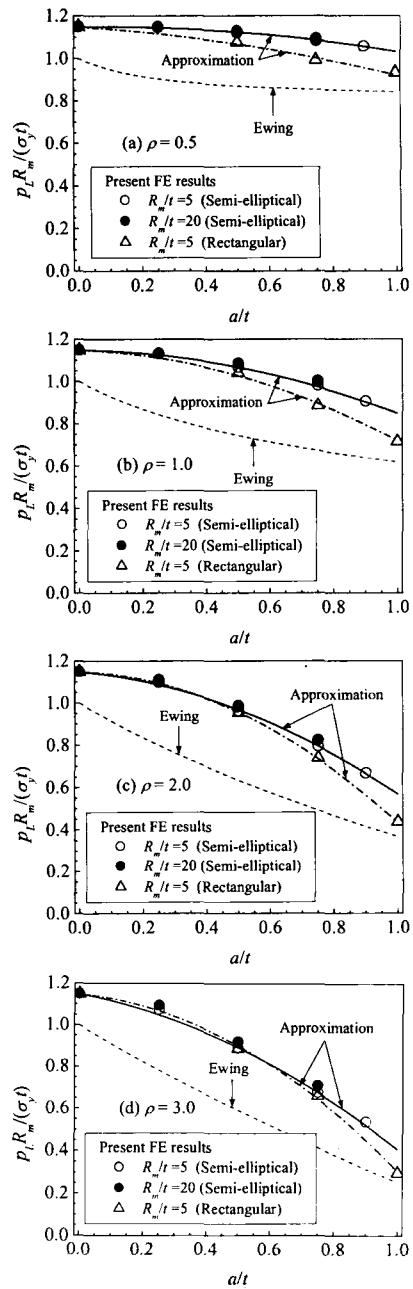


Fig. 9 Effect of the crack shape, semi-elliptical (Fig. 2b) or rectangular (Fig. 2c) on the limit pressure for axially surface-cracked pipes under internal pressure (Fig. 1b)

나타내었을 뿐만 아니라,  $a/t$ 의 증가에 따라 다른 경향을 나타내었다. 균열형상에 따른 영향을 명확하게 분석하기 위해 본 논문에서는 사각형 표면균열에 대한 유한요소해석을 추가적으로 수행하였으며, 이에 대한 결과를 Fig. 9에 나타내었다. 반타원 표면균열과 사각형 표면균열의 차이는  $a/t$ 가 증가

하고,  $\rho$ 가 감소할수록 증가하였다. 해석결과를 이용하여 축방향 사각형 표면균열에 대한 소성한계압력식을 다음과 같이 제안하였으며, 이는 해석결과와 최대 3% 이내에서 일치하였다.

$$\frac{p_l R_m}{\sigma_y t} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[ 1 + A_1 \left( \frac{a}{t} \right) + A_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 \right] \quad (21)$$

여기서,

$$A_1 = -0.1429 + 0.134\rho - 0.043\rho^2 \quad (22)$$

$$A_2 = 0.1587 - 0.5928\rho + 0.1131\rho^2$$

식 (21), (22)에서  $a/t=1$ 인 경우, 즉 관통균열인 경우에는 식 (6)에서 제안한 축방향 관통균열에 대한 식과 거의 동일한 결과를 나타내었다.

본 논문에서는 배관에 내압이 작용하는 경우에 대해서만 소성한계압력식을 제안하였다. 하지만 실제 배관에는 내압뿐만 아니라 굽힘하중이 동시에 작용하는 경우가 많이 있다. 현재 저자들은 복합하중이 작용하는 경우에 대한 소성한계하중식을 제안하기 위해 유한요소해석을 수행하고 있다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 3차원 유한요소해석을 통해 내압이 작용하는 배관에 존재하는 축방향 관통균열, 축방향 내부 표면균열, 원주방향 관통균열 및 원주방향 내부 표면균열에 대한 소성한계압력식을 제안하였다. 표면균열의 경우에는 균열의 형상, 즉 반타원 및 사각형 표면균열에 대한 한계압력을 각각 제시하였다. 짧은 원주방향 관통균열과 축방향 및 원주방향 반타원 표면균열은 기존 한계압력식에 비해 많은 차이를 나타내었다. 본 논문에서 제안한 소성한계압력식은 유한요소해석에 기초한 식이므로 비교적 정확한 식이라 할 수 있으며, 배관의 소성붕괴 평가뿐만 아니라 탄소성 과괴역학 매개변수의 예측에 유용하게 적용될 수 있다.

## 후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Ainsworth, R.A., 1984, "The Assessment of Defects in Structures of Strain Hardening Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, pp. 633~642.
- (2) 2001, "R6: Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects," Revision 4, British Energy Generation Ltd.
- (3) Nam, S.H., Kim, Y.J., and Kim, Y.J., 2002, "An Engineering Method for Non-Linear Fracture Mechanics Analysis of Circumferential Through-Wall Cracked Pipes Under Internal Pressure," *Transaction of the KSME (A)*, Vol. 26, No. 6, pp. 1099~1106.
- (4) Kim, J.S., Kim, Y.J., and Kim, Y.J., 2002, "Fracture Behavior Estimation for Circumferential Surface Cracked Pipe (I): J-Integral Estimation Solution," *Transaction of the KSME (A)*, Vol. 26, No. 1, pp. 139~146.
- (5) Miller, A.G., 1988, "J Estimation for Surface Defects; Further Results," CEGB Memorandum TPRD/B/SM/SF95/M88.
- (6) 1999, SINTAP Final Procedure, Brite Euram Project, BE95-1426.
- (7) 2001, "ABAQUS User's manual," Hibbit, Karlson & Sorensen, Inc.
- (8) Hill, R., 1950, "The Mathematical Theory of Plasticity," Oxford University Press, Oxford, pp. 248~252.
- (9) Folas, E.S., 1975, "On the Fracture of Nuclear Reactor Tubes," SMiRT III, London, Paper C4/5.
- (10) Erdogan, F., 1976, "Ductile Failure Theories for Pressurised Pipes and Containers," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 4, pp. 253~283.
- (11) Carter, A.J., 1992, "A Library of Limit Loads for FRACTURE-TWO," Nuclear Electric Report TD/SID/REP/0191.
- (12) Ewing, D.J.F., 1983, "On the Plastic Collapse of a Thin-walled Pressurised Pipe With an Axial Crack," TPRD/L/2566/N83, CEGB, UK.
- (13) Kiefner, J.F., Maxey, W.A., Eiber, R.J. & Duffy, A.R., 1973, "Failure Stress Levels of Flaws in Pressurised Cylinders," Progress in Flaw Growth and Fracture Toughness Testing, ASTM STP 536, pp. 461~481.
- (14) Kanninen, M.F., Zahoor, A., Wilkowski, G., Abou-Sayed, I., Marshall, C., Brock, D., Sampath, S., Rhee, H. & Ahmad, J., 1982, "Instability Predictions for Circumferentially Cracked Type 304 Stainless Steel Pipes Under Dynamic Loading," EPRI NP-2347, Vols. 1 and 2, EPRI.
- (15) Kastner, W., Roehrich, E., Schmitt, W. & Steinbuch, R., 1981, "Critical Crack Sizes in Ductile Tearing," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 9, pp. 197~219.
- (16) Schulze, H.D., Togler, G. & Bodmann, E., 1980, "Fracture Mechanics Analysis on the Initiation and Propagation of Circumferential and Longitudinal Defects in Straight Pipes and Pipe Bends," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 58, pp. 19~31.
- (17) Chell, G.G., 1984, "A Computer Program for Assessing Defects in Spheres and Cylinders," TPRD/L/MT0237/M84, ADISC, CEGB.