

## 압력변동에 따른 유압유의 유효체적탄성계수 측정에 대한 연구

이재천<sup>1)</sup> · 정용승<sup>2)</sup>

계명대학교 기계자동차공학부<sup>1)</sup> · 계명대학교 기계공학 대학원<sup>2)</sup>

## A Study on The Estimation of Effective Bulk Modulus of Hydraulic Oil With Pressure Variation

Jae-Cheon Lee<sup>1)</sup> · Yong-Seung Cheong<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Faculty of Mechanical and Automotive Engineering, Keimyung University, Daegu 704-701, Korea

<sup>2)</sup>Graduate School of Mechanical Engineering, Keimyung University, Daegu 704-701, Korea

(Received 28 August 2002 / Accepted 19 November 2002)

**Abstract :** It has been recognized that the compressibility of hydraulic fluid, which is characterized by the value of its bulk modulus, heavily affects on the system behavior and performance. In practice, the value of the oil bulk modulus varies by the operational and structural characteristics of the hydraulic system.

This study presents the theoretical derivation of the effective bulk modulus and describes an experimental impulse technique that allows accurate measurement of oil effective bulk modulus with pressure variation in a hydraulic system. Experimental and analytical results show that the value of the effective bulk modulus varies a lot in low pressure region by the effect of entrained air, while the effective bulk modulus can be estimated just using the oil and container bulk modulus on the other high pressure region.

**Key words :** Effective bulk modulus(유효체적탄성계수), Entrained air(혼입공기), Pressure propagation(압력 전파), Dissipative system(소산시스템), Ripple(맥동)

### Nomenclature

$a$  : pressure wave propagation speed, m/s  
 $c$  : sonic velocity, m/s  
 $d_o, d$  : outer and inner diameter of tube respectively, m  
 $E$  : Young's modulus, MPa  
 $P$  : pressure(gage), Pa  
 $T$  : elapsed time, sec  
 $W$  : thickness of tube, m  
 $V_g, V_l, V_t$  : volume of entrained air, liquid oil, and total volume respectively,  $m^3$

$V_{go}$  : volume of entrained air at atmospheric pressure,  $m^3$   
 $\alpha$  : compressibility of oil,  $m^3/N$   
 $\beta_c, \beta_g, \beta_l, \beta_e$  : container bulk modulus, air bulk modulus, liquid oil bulk modulus, and effective bulk modulus respectively, MPa  
 $\Delta$  : partial derivative symbol  
 $\gamma$  : gas constant  
 $\chi$  : air dissolution ratio constant  
 $\nu$  : poisson's ratio  
 $\rho$  : oil density,  $kg/m^3$

To whom correspondence should be addressed.  
ljcds@kmu.ac.kr

### 1. 서 론

유압유의 체적탄성계수(Bulk modulus)는 유압시

스템의 동특성을 지배하는 주요한 매개변수로써 오일의 스프링 강성(Stiffness)을 뜻한다. 즉, 체적탄성계수는 단위체적의 오일에 단위압력을 가했을 때의 체적변화율인 오일의 압축률(Compressibility)의 역수로써 아래 식과 같다.<sup>1)</sup>

$$\alpha = \frac{1}{\beta_t} = -\frac{\Delta V_t}{V_t \cdot \Delta P} \quad (1)$$

특히 유압시스템의 유효체적탄성계수(Effective bulk modulus)는 순수 오일의 체적탄성계수 외에 오일 내 혼입공기(Entrained air)의 체적탄성계수 및 오일이 담기 용기의 체적탄성계수의 종합으로써 아래 식 (2)와 같다.<sup>1)</sup>

$$\frac{1}{\beta_e} = \frac{1}{\beta_c} + \frac{1}{\beta_t} + \frac{V_g}{V_t} \left( \frac{1}{\beta_g} - \frac{1}{\beta_t} \right) \quad (2)$$

식 (2)에서 보듯이 유효체적탄성계수는 오일 내 혼입공기량의 함수이며, 혼입공기의 용해공기(Dissolved air)로의 상변화는 온도와 압력에 따르므로<sup>2,3)</sup> 유효체적탄성계수는 온도와 압력에 따라 변화함을 알 수 있다.

각종 유압시스템의 해석 및 설계에 있어, 일정한 값으로 간주된 체적탄성계수는 큰 오차 혹은 위험을 초래할 수 있다. 한 예로써 이재천<sup>4)</sup>은 군집주행(Platoon)차량의 유압브레이크 엑츄에이터에 혼입된 공기에 의한 유효체적탄성계수의 급격한 감소와 제동특성의 불안정성을 제시하였다. 또한 Edge 와 Darling<sup>5)</sup> 및 Yu 외<sup>2)</sup> 등은 부하가 가변되는 유압 실린더의 압력변동을 시뮬레이션함에 있어 일정한 유효체적탄성계수의 가정이 적용될 수 없음을 보여주었다.

오일의 체적탄성계수는 측정방법에 따라 등온(Isothermal)체적탄성계수와 단열(Idiabatic)체적탄성계수로 나뉘며, 등온체적탄성계수가 온도별 변화로 표시되는 반면, 단열체적탄성계수는 압력파의 전달속도(Propagation speed)로써 산출된다.<sup>3)</sup>

혼입공기량을 배제한 각종 순수 오일의 등온체적탄성계수는 Peeler와 Green,<sup>6)</sup> Hopkins 외,<sup>7)</sup> Blackburn 외,<sup>3)</sup> Klaus와 O'Brien,<sup>8)</sup> Wrigg<sup>9)</sup> 등이 각자 특별히 고안한 실험장치에 의해 측정하였다. 그러나 유압시스템의 동특성은 시상수(Time constant)가 매우 작

아 대부분의 압력변화는 순간적이어서 온도는 평형 상태에 미쳐 도달치 못하며, 식 (2)에서 보듯이 시스템의 유효체적탄성계수는 순수 오일뿐 아니라 혼입된 공기와 용기의 탄성변화까지 고려하여야 한다. 따라서 유압시스템의 동특성 해석을 위한 정확한 유효체적탄성계수의 측정을 위해서는 유압시스템의 온-라인(On-line) 상에서 음파(Sonic)유효체적탄성계수 혹은 단열유효체적탄성계수를 측정할 필요가 있다.

현재까지 연구발표된 단열유효체적탄성계수 측정방식은 두가지로써, Stecki와 Davis<sup>10)</sup>가 소개한 바와 같이, 유압관로의 두 지점에 압력변환기(Pressure transducer)를 설치하고, 피스톤 충격에 의한 임펄스 압력의 전파시간을 측정하는 방식과, Johnston과 Edge<sup>11)</sup> 및 Yu 외<sup>2)</sup>와 같이 가변유압펌프의 회전속도 변화에 의해 발생시킨 조화 주파수(Harmonic frequency)의 압력맥동 전파를 측정하여 유체 내 압력파의 전달속도를 계산하는 방식이다.

그러나 Stecki와 Davis<sup>10)</sup> 및 Johnston과 Edge<sup>11)</sup>는 급격히 변동하는 10MPa 이하의 저압영역에서의 유효체적탄성계수를 측정하지 못하였다. 반면 Yu 외<sup>2)</sup>는 저압영역에서의 유효체적탄성계수를 처음으로 측정하였으나, 유효체적탄성계수의 이론적 산출식에 다수의 실험 매개변수를 포함하고 있어 비실용적이며, 용기의 체적탄성계수를 무시하였다.

이에 본 연구에서는 온-라인 상에서 실용적으로 응용할 수 있는, 시스템 압력변화에 따른 단열유효체적탄성계수의 실험적 측정법과 산출식에 대하여 제시하고자 한다.

## 2. 이론 및 실험

### 2.1 이론

압력 및 온도에 따른 유효체적탄성계수의 변화는 식 (2)에서 보듯이 오일 내 공기와 용기의 강성에 기인한다. 오일 내부 공기는 용해공기(Dissolved air)와 혼입공기(Entrained air)의 두가지 형태로 존재하며, 용해공기가 체적탄성계수에 미치는 영향이 작은 반면 혼입공기는 큰 영향을 미친다.<sup>2,4)</sup> 특히 약 10MPa 이하의 저압영역에서 압력이 상승함에 따라 오일 내 공기방울 형태의 혼입공기는 오일에 용해되고

체적탄성계수는 급히 증가한다. 그러나 고압영역에서는 오일 내 용해된 형태의 공기만이 존재함에 따라 공기에 의한 유효체적탄성계수의 변화는 거의 없게 되며,<sup>2)</sup> 압력 증가에 의한 오일 밀도의 증가와 용기의 강성이 주요인이 된다.<sup>10)</sup>

따라서 본 연구에서는 저압 및 고압영역에서의 유효체적탄성계수 산출을 위한 식을 각각 다음과 같이 제시하였다.

### 2.1.1 저압영역

저압영역의 경우, 용기의 체적탄성계수를 무시할 수 있으므로 식(2)는 다음 식(3)과 같다.

$$\frac{1}{\beta_e} = \frac{1}{\beta_i} + \frac{V_g}{V_t} \left( \frac{1}{\beta_g} - \frac{1}{\beta_i} \right) \quad (3)$$

가스상태방정식은 식(4)와 같다.

$$V_g^\nu (P + 10^5) = \text{상수}, P: \text{기아지압력 (Pa)} \quad (4)$$

식(4)를 시간에 대하여 미분하면,

$$\Delta P \cdot V_g^\nu + (P + 10^5) \nu \cdot V_g^{\nu-1} \cdot \Delta V_g = 0 \quad (5)$$

즉, 유체 내 공기체적탄성계수  $\beta_g$ 는 다음과 같다.

$$\beta_g = -\frac{V_g \cdot \Delta P}{\Delta V_g} = \nu (P + 10^5) \quad (6)$$

대기압 상태에서의 혼입 공기체적  $V_{go}$ 로부터 압력증가에 따른 혼입공기체적의 변화는 아래 식(7)로 나타낼 수 있다.<sup>2)</sup>

$$(V_{go} - \kappa V_{go} P)^\nu 10^5 = V_g^\nu (P + 10^5) \quad (7)$$

즉,

$$V_g = \frac{V_{go} (1 - \kappa \cdot P)^{1/\nu}}{(1 + 10^5 P)^{1/\nu}} \quad (8)$$

대기압상태에서의 혼입공기체적  $V_{go}$ 와 혼입공기에 대한 매개변수  $\kappa$ 는 유압유 사양서에서 구하거나, 전용측정기로 쉽게 측정할 수 있으므로, 상기 식(3), (6), (8)을 이용하여 시스템 압력  $P$ 에 따른 유효체적탄성계수  $\beta_e$ 를 계산할 수 있다.

### 2.1.2 고압영역

고압영역의 경우, 오일 내 공기의 영향을 배제하면 식(2)는 다음 식(9)와 같다.

$$\frac{1}{\beta_e} = \frac{1}{\beta_c} + \frac{1}{\beta_i} \quad (9)$$

상기 식(9)의 유효체적탄성계수  $\beta_c$ 에 대해, Merritt<sup>1)</sup>는 각종 투브를 위한 식을 제시하였다. 일반적인 투브의 경우는 아래 식(10)과 같다.

$$\frac{1}{\beta_c} = \frac{2}{E} \left[ \frac{(1+\nu)d_o^2 + (1-\nu)d^2}{2W(d_o+d)} \right] \quad (10)$$

또한 순수 오일에서의 음속과 체적탄성계수의 관계는 아래 식(11)로 표시된다.<sup>12)</sup>

$$\beta_i = \rho \cdot c^2 \quad (11)$$

식(11)의 오일의 밀도  $\rho$ 와 음속  $c$ 는 압력의 함수이다. 따라서 식(9), (10), (11)을 이용하여 시스템 압력에 따른 유효체적탄성계수  $\beta_e$ 를 계산할 수 있다. 혹은, 압력에 대한 오일체적탄성계수 데이터를 보간(Interpolation)하여 사용한다.

## 2.2 실험

유효체적탄성계수를 측정하기 위한 실험장치의 모습은 아래 Fig. 1과 같으며, 주요 기기의 제원은 Table 1에 수록하였다.

Fig. 1에서 보듯이, 길이  $L=1.83m$  떨어진 투브의 두 지점에 압력변환기를 설치하여 압력파의 전파시간을 측정하였다. 투브의 재질은 SS41 스테인레스 스틸로써 외경  $d_o=8mm$ , 내경  $d=5mm$  이었다. 투브 내 오일의 압력은 수동펌프(Hand pump)에 의해 최대  $14.7MPa$  까지 조정하였으며, 투브 오른쪽에 설치한 가진기(Vibrator)에 의해 임펄스 맥동(Impulse ripple pressure)을 발생시켰다.



Fig. 1 View of experimental apparatus

Table 1 Specifications of major components

Component	Model	Specification
Pressure transducer	Sensys, PMSK 0250 KAIA	Pressure range : 0~250 kgf/cm <sup>2</sup> Accuracy : 0.5% Built-in amplifier Output range : 0~10 VDC
Vibrator	LING Electronics LMT-100	Max. disp.:25.4 mm (Peak-Peak) Max. freq.:8,000Hz
Hand pump	DaeJin Hyd. THP_A	Max. pressure : 700 kg/cm <sup>2</sup>
Pressure gage	Hyupsung	Pressere range : 0~150 kg/cm <sup>2</sup>
FFT analyzer	ZONIC Medallion	Input : 8 channel Output : 1 channel
Power supply	XANTREX XHR 20-30	DC power supply 0~20 V, 0~30 A
Notebook	SAMSUNG Sens 670	CPU : celeron 300 MHz

두 개의 압력변환기의 동기화된 신호(Synchronized signals)는 증폭기 및 AD변환기를 내장한 NVH 전용 FFT 분석장치를 거쳐 노트북에 수록되었다. 실험은 약 25°C의 상온에서 실시하였다.

유체 내 유효체적탄성계수와 압력파 간의 관계식은 다음과 같다.<sup>2,10)</sup>

$$\beta_e = \rho \cdot a^2 = \rho \left( \frac{L}{T} \right)^2 \quad (12)$$

따라서, 유압관로의 두 지점 간 압력파의 전달시간을 측정하여 유효체적탄성계수를 산출할 수 있다. Fig. 2는 시스템 압력 P=3.43MPa에서 임펄스 입력을 가했을 때 두 지점의 압력파를 측정한 실험의 예이다.

Fig. 2에 보듯이, 두 지점의 압력신호  $P_1$ 과  $P_2$ 는, Johnston과 Edge<sup>11)</sup>의 연구에서도 그려졌듯이 고주파 요소들이 감쇄되었을 뿐, 서로 유사한 과정을 보여준다. 이것은 본 연구에서 사용한 시험장치가 분산 시스템(Dispersive system)이 아닌 소산시스템(Dissipative system)임을 뜻하며, 따라서 두 지점 간 압력파의 전달시간을 측정하여 유효체적탄성계수를 산출하는 식 (12)를 적용할 수 있다.<sup>10,13)</sup>

참조로 소산시스템은 유체내의 어떤 점에서 발생

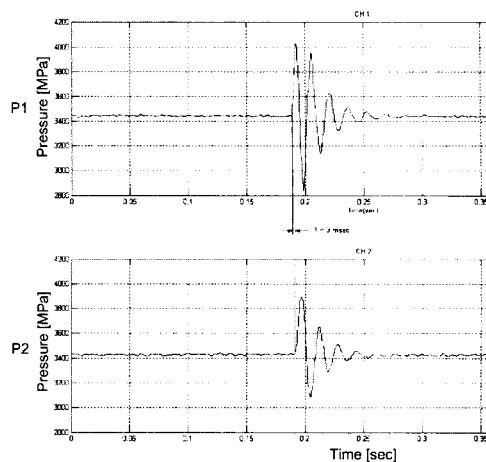


Fig. 2. An example of experimental data

한 국부적 교란이 등엔트로피 과정을 유지하며 일정한 속도로 전파되는 시스템을 뜻하며 분산시스템은 국부적 교란이 주위와 열교환을 통해 엔트로피와 속도가 변화하는 시스템을 뜻한다.<sup>15)</sup> 소산시스템의 특징으로는 압력파의 전파속도는 주파수의 함수로써 입출력 신호의 형상이 유사하다.

압력파의 전달시간은, Fig. 2에 표시하였듯이, 압력변환기에 압력파가 도달하는,  $P_1$ ,  $P_2$ 의 기준점(Datum)간의 시간차이로 측정하였다.<sup>10,11)</sup> 이 경우의 전파시간은 약 3ms이었다.

### 3. 결과 및 분석

본 연구에 사용된 시험유는 Shell Tellus 27 오일이었다. 제품사양서에 의하면, 25°C에서 오일체적탄성계수  $\beta_1$ 는 대기압에서 1,800MPa이며, 17.2 MPa의 압력에서 1,990MPa이었다. 압력과 오일의 밀도는 통상 2차 다항식으로 표시되는데<sup>5)</sup> 본 오일의 경우는 다음의 1차식과 같다.

$$\rho = 0.044 \cdot P [Mpa] + 85, [Mpa] \quad (4)$$

대기압에서 시험유의 혼입공기의 체적율은 FES (미)사의 AMD(Aeration Measurement Device)<sup>14)</sup>로 측정한 결과 약  $5 \cdot 10^{-4}$  이었으며,  $x = -0.107 \cdot 10^{-6}$  이었다.

튜브의 물성치는  $\nu = 0.29$ ,  $E = 2.07 \cdot 10^5 Mpa$  이었다. 따라서 식 (10)에 의해 튜브의 체적탄성계수는

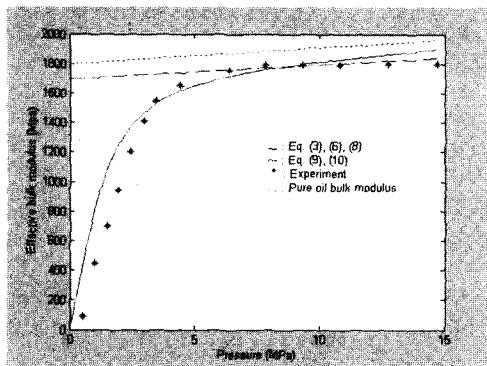


Fig. 3 Experimental and analytical results of effective bulk modulus estimation

$\beta_c = 2.95 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ 로 계산된다.

이상의 매개변수 값들을 2장에 소개한 이론식들에 적용하여 유효체적탄성계수를 계산하고, 실험결과와 비교한 결과는 Fig. 3과 같다.

Fig. 3에서 보듯이 유효체적탄성계수는 8MPa 이하의 압력에서 급격히 감소하고 있다. 따라서, 작동압력이 낮은 유압시스템의 동특성 해석시 반드시 이 같은 혼입공기에 의한 가변적 유효체적탄성계수의 특성을 고려하여야 한다. 반면 8MPa 이상의 고압에서는 압력증가에 따른 유효체적탄성계수의 증가량이 매우 낮았으며, 오일과 용기의 체적탄성계수만으로 시스템의 유효체적탄성계수를 충분히 계산할 수 있음을 보여준다. 또한 제조사에서 제공한 순수오일의 동운체적탄성계수와 유효체적탄성계수와는 전 압력구간에서 5% 이상의 차이가 나고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 유압시스템의 압력변동에 따른 유효체적탄성계수의 이론적 계산식과 온라인 상에서 측정할 수 있는 실험적 측정법을 소개하였다. 실험 및 이론 결과의 비교에 의하면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 저압영역에서는 오일 내 혼입공기의 영향에 의하여 유효체적탄성계수가 매우 가변적이었다. 따라서 저압의 유압시스템 해석에서는 일정한 오일체적탄성계수를 사용할 수 없으며, 반드시 본 연구

에서 제시한 바와 같은 가변적 유효체적탄성계수를 사용하여야만 한다.

둘째, 고압영역에서는 오일과 용기의 체적탄성계수만으로 실험결과와 근사한 유효체적탄성계수를 계산할 수 있었다. 10MPa 이상의 고압영역에서 오일과 용기에 의한 유효체적탄성계수는 오일만의 체적탄성계수에 비하여 약 5%(100MPa) 작은 결과를 보여주었다. 이것은 10MPa 이상의 일반적인 유압시스템의 경우, 유압유 회사가 제공하는 오일의 체적탄성계수보다 약 5% 작은 유효체적탄성계수값을 적용함이 바람직함을 뜻한다.

저자는 본 연구의 결과와 실험장치를 이용하여, 브레이크 오일의 혼입공기량 변화에 따른 유효체적탄성계수의 측정을 비롯한 (주)SK의 각종 기유의 체적탄성계수 측정, 자동차 클러치 오일댐퍼, 조향시스템 시미댐퍼(Shimmy damper)의 시뮬레이션 및 실험를 진행 중이다.

#### 후 기

본 연구는 과학기술부·한국과학재단 지정 계명대학교 저공해 자동차부품기술개발센터의 지원에 의한 것입니다.

#### References

- 1) H. E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, pp.14-18, 1967.
- 2) J. Yu, Z. Chen, Y. Lu, "The Variation of Oil Effective Bulk Modulus with Pressure in Hydraulic Systems," *Trans. ASME, J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vo.116, pp.146-150, 1994.
- 3) J. F. Blackburn, G. Reethof, J. L. Shearer, *Fluid Power Control*, The MIT Press, p.12, 1960.
- 4) J. C. Lee, M. W. Suh, "An Analytical Investigation of Brake Actuator Dynamics for Platoon Control in Consideration of Entarined Air," *Trans. of KSAE*, Vol.7 No.2, pp.214-224, 1999.
- 5) K. A. Edge, J. Darling, "Cylinder Pressure Transients in Pil Hydraulic Pumps with Sliding

- Plate Valves," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol.12, No.4, 1986.
- 6) R. L. Peeler, J. Green, "Measurement of Bulk Modulus of Hydraulic Fluid," ASTM Bulletin, pp.51-57, 1959.
- 7) V. Hopkins, D. R. Wilson, C. Bolze, "Isothermal Bulk Modulus of Selected Fluids to 700F and 10000 Psig," ASME J. Basic Engineering, pp. 469-474, 1964.
- 8) E. E. Klaus, J. A. O'Brien, "Precise Measurement and Prediction of Bulk Modulus Values of Fluids and Lubricants," ASME J. Basic Engineering, pp. 469-474, 1964.
- 9) W. A. Wright, "Prediction of Bulk Moduli and Pressure-Volume-Temperature Data for Petroleum Oils," ASLE Transactions, No.10, pp.349-356, 1967.
- 10) J. S. Stecki, D. C. Davis, Hydraulic System Analysis-Prediction and Measurement of Effective Bulk Modulus, The BFPR Journal, Fluid Power Research Center, Oklahoma State University, Vol.14, No.4, pp.333-335, 1981.
- 11) D. N. Johnston, K. A. Edge, In-Situ Measurement of The Wavespeed and Bulk Modulus in Hydraulic Lines, Proc. Instn. Mech. Engrs, Vol.205, pp.191-205, 1991.
- 12) R. W. Fox, A. T. McDonald, Introduction to Fluid Mechanics, 4th Ed., John Wiley & Sons, Inc., pp.745-748, 1992.
- 13) J. Watton, Fluid Power Systems, Modeling, Simulation, Analogue and Microcomputer Control, Prentice Hall, 1989.
- 14) Aeration Measurement Device, FES/BarDyne Inc., Technical Transfer Publications, 2000.
- 15) B. R. Muson, D. F. Young, T. H. Okiishi, Fundamentals of Fluid Mechanics, John Wiley & Sons, Inc., pp.25-27, 1998.