

## 영상 재표본화에 의한 Autofocusing 속도 향상에 관한 연구

A Study on the Improvement of Autofocusing  
Using Image Resampling Method조택동, 강문영, 이호영  
(Taik-Dong Cho, Moon-Young Kang and Ho-Young Lee)

**Abstract** : A faster autofocusing method is proposed. The searching speed of microscope camera is limited by the long focusing time due to too much sampled digital image data. The improvement of autofocusing speed based on the down sampling is discussed analytically and is proved by experiments. The anticipated aliasing is found negligible in shifting rate of focus measure.

**Keywords** : autofocusing, microscope, down sampling, focus measure

## I. 서론

초점정도는 영상에서 대상물체의 윤곽(edge)이나 결(texture)이 얼마나 분명한가 한 정도를 정량화 하여 얻게 되며, 초점위치 결정함수(criterion function)로 사용된다[1-5]. 고배율 현미경 영상의 경우 초점정도 곡선은 렌즈의 전 작동범위에 걸쳐 고르게 분포하지 않고 국부영역의 극히 미소한 범위에만 존재한다. 기존의 연구에서는 이러한 국부영역에 관심을 두고 빠른 수렴성과 정확성을 보장할 수 있는 초점위치 결정함수와 최적 초점위치 탐색방법이라는 두 가지 측면에서 자동초점의 성능을 개선하기 위한 연구가 진행되어 왔다[2-4]. 그러나 실제 시스템에서는 초점위치 결정함수가 우수한 특성을 보인다 하더라도 아주 작은 범위에 걸쳐 존재하므로 최적의 위치를 찾는 데 있어 Fibonacci 방법[2,6]과 같이 탐색구간(search interval)이 수렴해가는 방법을 전 구간에 대해 적용하기 어렵다. 그러므로 초점정도 곡선이 나타나는 위치까지는 등간격 탐색[2,6]을 할 수밖에 없다. 이것은 더 많은 영상 처리를 필요로 하게 된다. 컴퓨터 성능이 크게 향상되었음에도 한 프레임(frame)의 영상을 처리하는 시간은 짧지 않으므로 고속으로 자동초점을 수행하기 위해서는 계산량을 줄일 수 있는 방법이 필요하다. 본 연구는 이러한 목적을 위하여 계산량을 줄이고 자동초점속도를 향상시킬 수 있는 방법을 제시하기 위해 CCD 카메라와 프레임그래버(frame grabber)를 통해 표본화(sampling)된 영상을 재표본화(re-sampling)하여 데이터량이 축소된 영상을 얻고, 이러한 데이터 축소가 초점정도 곡선에 어떤 영향을 줄 것인지 주파수 영역에서 모델링하고 실험을 통하여 이러한 관계를 확인하였다.

## II. 모델링

일반적인 광학계의 블러링(blurring) 모델로는 (1)과 같은 2차원 가우시안(Gaussian) 점확산함수가 널리 이용되며, 가우시안 점확산함수가 임펄스 입력에 대한 응답이므로 이의

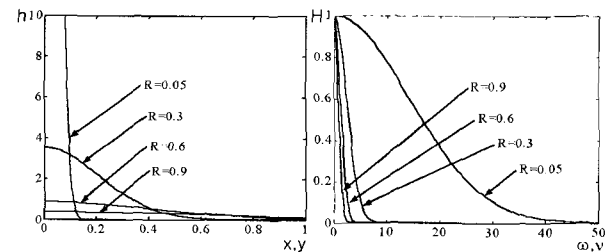


그림 1. 가우시안 점확산함수와 광학 전달함수.

Fig. 1. Gaussian point spread function and optical transfer function (OTF).

푸리에(Fourier) 변환식은 (2)와 같이 광전달함수로서 광학계의 전달특성을 나타내는 식이 된다.

$$h(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

$$H(u,v) = \exp\left[-\frac{1}{2}\rho^2(u,v)\sigma^2\right] \quad (2)$$

여기서  $\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}R$  이고 R은 확산원의 반경이다.

두 식의 시뮬레이션인 그림 1과 같이 가우시안 모델은 첫째, 초점이 잘 맞지 않을수록 대역폭이 좁아지는 현상을 나타내며 둘째, 초점이 잘 맞을수록 동일 주파수에서  $|H(u,v)|$ 가 더 큰 값을 갖게 된다. 실제 시스템의 모델링을 위해서 그림 2의 영상 1 및 영상 2로부터 각각 초점정도가 다른 세 영상의 스펙트럼을 얻었다. 그림 2는 이 영상들을 이차원 FFT하여 대각선 상으로의 단면을 나타낸 그림이다. 이차원 FFT는 640×480 영상의 중앙 256×256 부분에 대한 것이다.

그림 2(a), (b)의 곡선 중 실선은 초점이 잘 맞았을 경우이며 가장 아래의 점선은 초점이 맞지 않았을 경우에 해당한다. 이 결과를 보면 실제 광학계는 진술한 가우시안 모델의 첫번째 특성보다는 두 번째 특성이 더 현저함을 알 수 있다. 따라서 어떤 영상의 스펙트럼이 단순 삼각형모양을 갖는다고 가정하여 원영상에 대해서는 그림 3과같이 모델링(modeling)하였고, 다운샘플링된 영상에 대해서는 그림 4와 같이 모델링 하였다.

논문접수 : 2002. 2. 15., 채택확정 : 2002. 12. 10.

조택동 : 충남대학교(tdcho@cnu.ac.kr)

강문영 : 충남대학교 대학원(pulser@hanmail.net)

이호영 : 충남대학교 대학원(hoyoung@cnu.ac.kr)

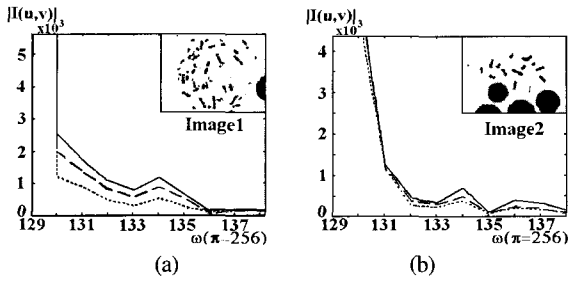


그림 2. 2차원 FFT 결과 (a) 영상 1 과 (b) 영상 2.  
Fig. 2. 2D-FFT result of (a)image set 1 and (b)image set 2.

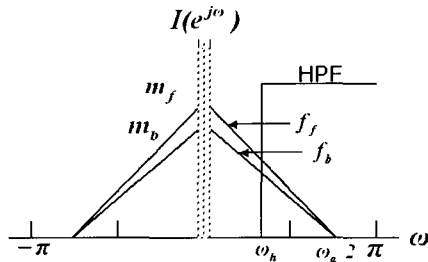


그림 3. 원 영상의 주파수 스펙트럼 모델.  
Fig. 3. Frequency spectrum model of the original image.

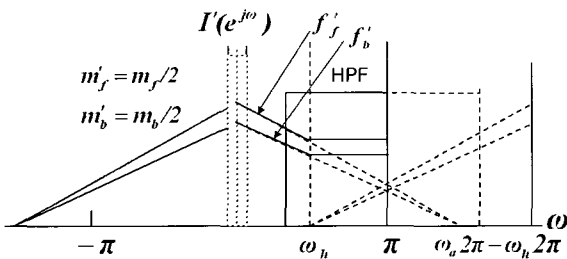


그림 4. 다운 샘플링한 영상의 주파수 스펙트럼 모델.  
Fig. 4. Frequency spectrum model of the down-sampled(rate=2) image.

그림 2 를 보면 (a), (b) 모두 실험영상의 스펙트럼은 저주파역에 밀집되어 있고 직류 성분에서는 아주 큰 값을 갖는다. 일반적으로 256×256 크기의 이차원 FFT 의 영상에서 반경 4 이내에 전체 영상 에너지의 90%이상이 분포하며 반경 9 이내에 93%이상의 에너지가 분포하게 된다[7]. 그러나 모델링에서는 영상의 스펙트럼이 고주파수 영역에까지 어느 정도 분포하여 다운샘플링 되었을 때에 일어날 수 있는 에일리어싱(aliasing)도 함께 고려한다. 제한 조건은 에일리어싱 범위가 π를 넘지 않아야 한다. 즉, 그림 4에서 스펙트럼의 최고주파수 ω<sub>h</sub>는 ω<sub>c</sub><2π를 만족하여야 하며 이러한 조건은 1/2×1/2 이하로 다운샘플링하지 않으면 만족된다. 또한 일반적인 고주파 통과필터에서는 직류성분이 제외되므로 이 부분은 고려에서 제외하는 대신, 초점이 잘 맞았을(focused)때와 맞지 않았을(blurred)때 각각의 경우에 대해 아래 첨자 f와 b를 사용하여, 직류성분에서의 IH(u,v)를 각각 m<sub>f</sub>와 m<sub>b</sub>라고 가정한다. 그림 3에서 f<sub>f</sub>, f<sub>b</sub>는 원영상의 스펙트럼을 직선으로 나타낸 함수이며 그림 4에서 f'<sub>f</sub>, f'<sub>b</sub>는 다운샘플링된 영상에서의 스펙트럼을 직선으로 나타낸 함수이다. CCD 카메라의 SNR이

50dB 이상이므로 노이즈(noise)는 무시할만하다고 가정하고 고주파통과 필터 및 리플라시안 연산자를 대신하여 통과주파수 ω<sub>h</sub>인 이상적인 고주파 통과 필터를 고려한다.

이러한 모델로부터 영상을 다운샘플링 한 경우 초점정도 곡선의 형상변화를 예측한다. 초점정도 곡선의 형상은 초점위치 근처에서의 명확도 및 전체적인 평활도가 요구되고 단일 극대값이 존재해야 하며 영상에 독립적이어야 한다[4,8]. 그림 3에서 원 영상의 고주파 통과필터에 의한 초점정도 값을 M이라 하고 그림 4에서 1/2×1/2크기로 다운샘플링된 영상의 고주파 통과필터에 의한 초점정도 값을 M'이라 하면 그림 3에서 원 영상의 초점정도 변화는 ΔM=M<sub>f</sub>-M<sub>b</sub>이다. 여기서

$$M_f = \int_{\omega_h}^{\omega_c/2} f_f d\omega ; M_b = \int_{\omega_c}^{\omega_c/2} f_b d\omega \quad (3)$$

또한 다운샘플링된 경우의 초점정도 변화는 그림 4에서 ΔM'=M'<sub>f</sub>-M'<sub>b</sub>이고 여기서

$$M'_f = \int_{\omega_h}^{\omega_c/2} f'_f d\omega ; M'_b = \int_{\omega_c}^{\omega_c/2} f'_b d\omega \quad (4)$$

이다.

그림 3과 그림 4에서 초점정도 곡선은 직선으로 가정했으므로 f<sub>f</sub>, f<sub>b</sub>, f'<sub>f</sub>, f'<sub>b</sub>로 부터 M<sub>f</sub>, M<sub>b</sub>, M'<sub>f</sub>, M'<sub>b</sub>를 구하여 정리하면 다음의 (5)와 같다. 계산과정은 부록에 정리되어 있다.

$$\frac{M'_f}{M_f} = \frac{M'_b}{M_b} = \frac{(1 - \frac{\omega_h}{\omega_c})(\omega_c - \omega_h)}{2(1 - \frac{2\omega_h}{\omega_c})(\frac{\omega_c}{2} - \omega_h)} \quad (5)$$

여기서 초점이 맞았을 때와 맞지 않았을 때 각각의 주파수 ω<sub>h</sub>, ω<sub>c</sub>는 변화가 없으므로  $\frac{M'_f}{M_f} = \frac{M'_b}{M_b} = \alpha$ 라고 쓰면,

M'<sub>f</sub> = αM<sub>f</sub>, M'<sub>b</sub> = αM<sub>b</sub> 즉, ΔM' = αΔM 이고 최적초점위치로의 이동방향을 양의 z 방향이라 하면  $\frac{\Delta M'}{\Delta z} = \alpha \frac{\Delta M}{\Delta z}$ 이다. 그림

3과 그림 4로부터 α > 1이므로  $\frac{\partial M'}{\partial z} > \frac{\partial M}{\partial z}$ 라고 할 수 있으며 이것은 렌즈가 초점위치로 이동할 때 초점함수의 변화율이 다운샘플링된 영상에서 더 크다는 것을 나타내며 초점정도 곡선의 윤곽이 명확하게 개선되었음을 의미한다.

### III. 실험

본 논문에서는 다운샘플링 방법이 초점정도 곡선의 형상과 평활도 그리고 초점위치의 정밀도에 미치는 영향에 대하여 알아보기 위하여 원 영상과 다운샘플링한 영상에 대한 초점정도 곡선을 비교하였다.

#### 1. 초점정도 곡선의 형상에 미치는 영향

먼저, 영상의 다운샘플링 방법은 그림 5와 같이 원 영상에서 각 픽셀사이의 값들을 취하는 방법으로 한다. 결과적으로 영상은 1/2×1/2 크기로 축소 된다.

초점정도 값을 얻어내기 위한 방법에는 여러 가지가 있으나 주파수 영역 해석을 통한 방법으로는 고주파 통과 필터

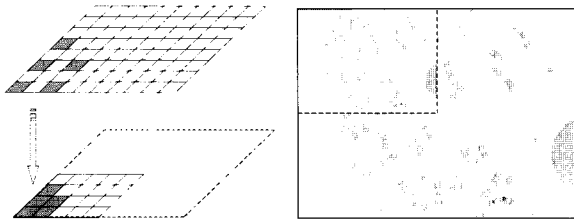


그림 5. 1/2x1/2 다운 샘플링과 그 결과.  
Fig. 5. 1/2x1/2 down sampling and its result.

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

Laplacian1

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Laplacian2

-1/9	-1/9	-1/9
-1/9	8/9	-1/9
-1/9	-1/9	-1/9

HPF

그림 6. 초점정도 측정에 사용된 오퍼레이터.  
Fig. 6. Operators for focus measure.

(HPF)에 의한 방법이 있다. 이는 영상의 경우 윤곽(edge) 부분이 고주파 영역에 해당하므로 영상의 초점이 잘 맞을수록 영상의 고주파 성분이 증가하게 되고 따라서 해당하는 윤곽 부분이 강조된다는 이론[1-3,5]에 근거한 것이다. 본 실험에서는 고주파통과필터 및 이와 동일한 특성을 갖는 것으로 알려진 라플라시안(Laplacian) 오퍼레이터를 이용하여 초점정도값을 계산, 비교 하였다. 라플라시안 오퍼레이터에 의한 초점정도 곡선은 그래디언트(gradient)나 분산, 엔트로피(entropy)에 의한 방법보다 정확도 등에서 더 좋은 특성을 갖는 것으로 알려져 있다[2,3]. 초점정도 값을 계산하기 위하여 적용된 오퍼레이터는 그림 6과 같다.

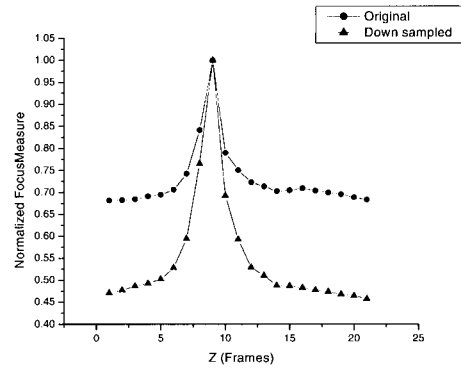
실험에 사용된 영상은 모두 4 가지이며 영상 1,2,3 은 100 배의 대물렌즈를 사용한 현미경으로부터 얻은 염색체 영상이며, 영상 4 는 10 배의 대물렌즈를 사용하여 얻은 눈금자(scale)의 영상이다. 100 배의 대물렌즈를 쓰는 경우 모니터에서 보이는 영상의 배율은 1240 배이다. 그림 7은 각 연산자를 적용하여 얻은 원 영상과 다운샘플링한 영상의 초점정도 곡선을 정규화(normalize)하여 비교한 것이다. 초점위치 근처에서 곡선의 변화가 급격하며 이는 모델링 결과와 일치한다.

2. 초점위치의 정밀도에 미치는 영향

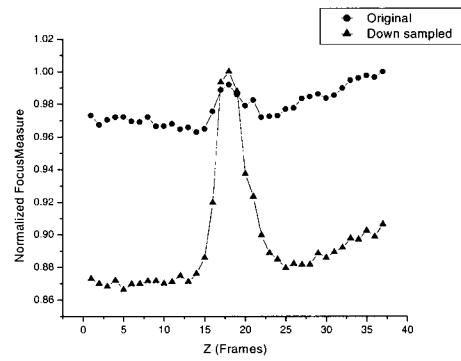
현미경의 분해능을 반영하는 초점심도(depth of focus,  $D_f$ )[3]는 (6)으로 주어진다.

$$D_f = 0.5 \frac{\lambda}{NA^2} \tag{6}$$

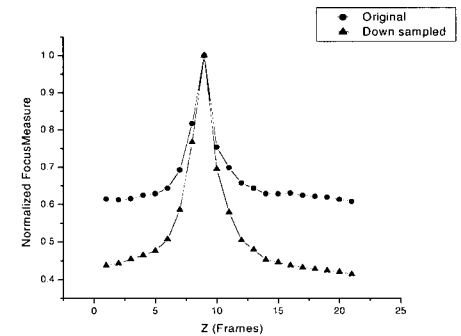
여기서 NA 는 렌즈의 집광능력을 나타내는 개구수(numerical aperture)이며  $\lambda$ 는 조명광원의 파장이다. 본 연구에서 사용된 현미경의 NA 값은 0.9 이다. 가시광선의 파장이 약 400~740nm 이므로 백색광의 평균파장을 570nm 로 하여 근사적 계산하여보면 초점심도는 약 0.35 $\mu$ m 이다. 초점위치가 초점심도 내로 들어오는지 확인하기 위하여 새로운 두 가지 영상에 대하여 스텝핑(steping) 모터의 이동간격을 초점심도보다 작게 하여 최적 초점위치가 일치하는가를 확인하였다. 효율적인 계산을 위해 초점위치 근처에서만 z 축을 0.25 $\mu$ m 씩



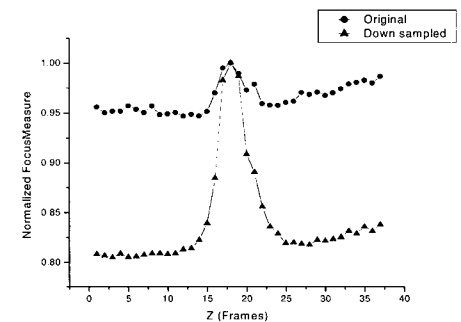
(a) 라플라시안 1 을 적용한 영상 1



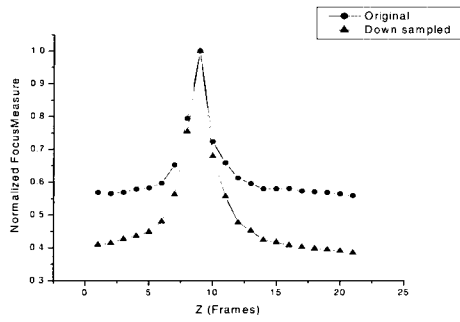
(b) 라플라시안 1 을 적용한 영상 2



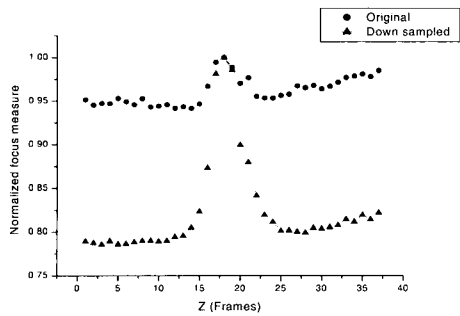
(c) 라플라시안 2 를 적용한 영상 1



(d) 라플라시안 2 를 적용한 영상 2

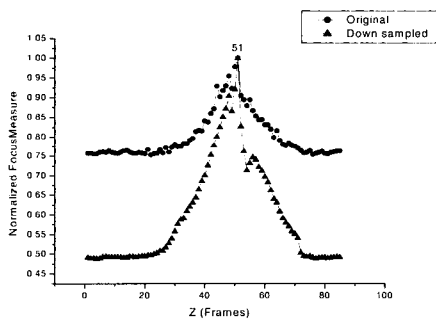


(e) HPF 를 적용한 영상 1

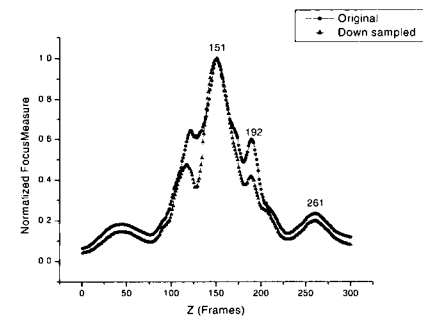


(f) HPF 를 적용한 영상 2

그림 7. 초점정도 곡선.  
Fig. 7. Focus measure graphs.

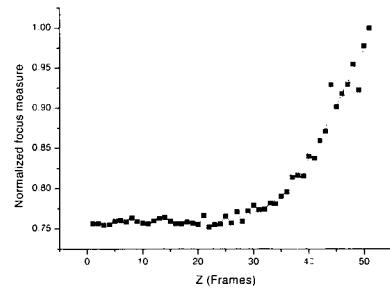


(a) 라플라시안 2 를 적용한 영상 3

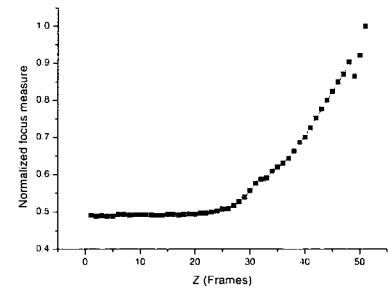


(b) 라플라시안 2 를 적용한 영상 2

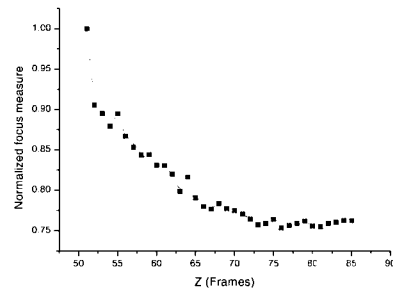
그림 8. z 축을 0.25 $\mu$ m 씩 이동한 경우 초점정도 곡선.  
Fig. 8. Focus measure graphs in the case of moving z-axis by 0.25 $\mu$ m.



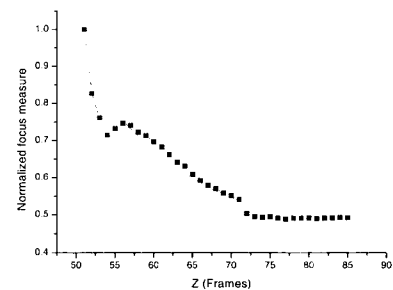
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 9. 영상 3에 대한 초점정도 곡선과 추세선; (a),(c)는 원 영상, (b),(d)는 다운 샘플링 영상.

Fig. 9. Focus measure graphs of image set 3 and their fitted curve ; (a), (c) original case, (b), (d) down sampled case.

미세하게 이동시켰고 초점위치에서 번 곳은 상대적으로 큰 간격으로 영상을 획득하였다.

그림 7 및 그림 8은 다운샘플링한 경우에 초점정도 곡선이 더 명확하게 됨을 보여주고 있으며, 그림 8은 초점심도보다 작은 간격으로 영상을 획득한 경우에도 최대값의 위치

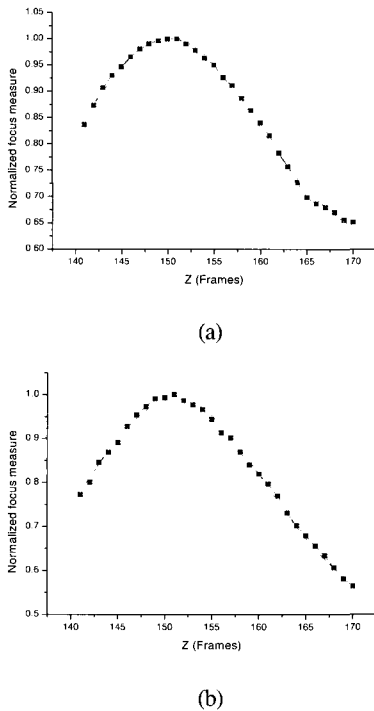


그림 10. 초점위치 주변에서 영상 4의 초점정도 곡선과 추세선; (a)원 영상, (b)다운샘플된 영상.

Fig. 10. Focus measure graphs of image set 4 around the focus position and their fitted curves; (a) original, (b) down sampled.

가 일치하고 있음을 보여주고 있다.

3. 초점정도 곡선의 평활도에 미치는 영향

초점위치 근처에서 초점정도 곡선의 명확도(sharp-ness)가 개선 되는지를 판단하기 위해서는 곡선의 변화율만을 가지고는 일반적인 결론을 얻을 수 없다. 예를 들어 계산된 초점정도 값들을 단지 제공하기만 하여도 변화율을 크게 할 수 있으나 이런 경우 곡선의 평활도 특성도 나빠지기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 곡선이 평활도를 유지하고 있는가를 확인하기 위하여 초점정도 곡선을 몇 개의 구간으로 나누어 가우시안 곡선 적합(Gaussian curve fitting)을 하여 적합된 곡선과의 상관관계(correlation)를 비교하였다. 그림 16 및 표 1은 영상 3에 대한 결과이다.  $R_c$ 는 초점정도 곡선과 추세선 간의 상관계수를 의미한다.

표 1. 영상 3의 초점정도 곡선과 추세선과의 상관관계.

Table 1. Correlations between focus measures of image set 3 and their fitted curves.

이동수 (frame)	상관계수의 제곱; $R_c^2$ ( $R_c < 1$ )	
	원 영상	다운샘플된 영상
1-51	0.98163	0.99405
51-85	0.95341	0.93317

결과에서 보는 것처럼 영상 3의 경우 평활도(smooth-ness)에 많은 영향을 미치지 않고 있다. 그림 10 및 표 2는 영상 4에 대한 결과이다. 그림 9 및 그림 10은 곡선의 평활도

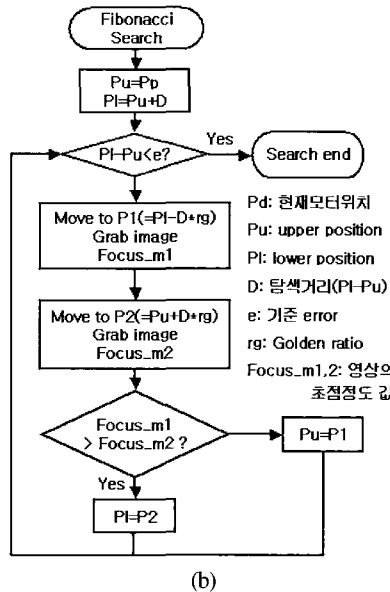
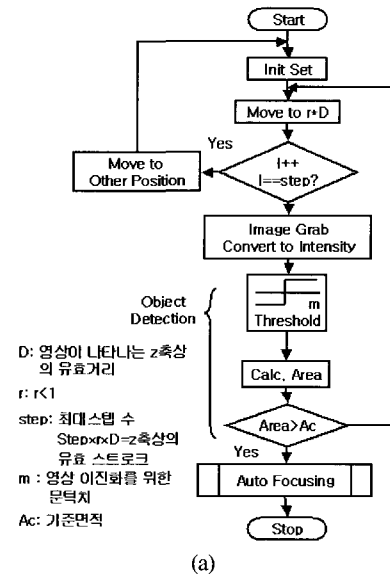


그림 11. 흐름도 (a) 대상 검출 과 (b) 자동 초점.

Fig. 11. Flow chart of (a)object detection and (b)autofocusing.

에 거의 변화가 없음을 보여준다.

표 2. 영상 4의 초점정도 곡선과 추세선과의 상관관계.

Table 2. Correlations between focus measures of image set 4 and their fitted curves.

이동수 (frame)	상관계수의 제곱; $R_c^2$	
	원 영상	다운샘플된 영상
1-70	0.99244	0.99476
71-120	0.99830	0.99489
121-140	0.97087	0.95699
141-170	0.99726	0.99667
171-185	0.94279	0.99439
186-210	0.99883	0.99555
211-230	0.99888	0.99895
231-300	0.99739	0.99615

역시 구간별로 약간의 차이는 있지만 평활도에 거의 영향을 미치지 않고 있음을 알 수 있다.

4. 탐색 알고리즘(search algorithm)

자동초점 할 대상물체가 있는지를 찾기 위해 등간격 탐색(equal interval search)를 하였으며 플로우차트는 그림 11(a)와 같다. 대상이 없으면 다른 x-y 위치로 이동하고 대상이 발견되면 그림 11(b)와 같은 Fibonacci 탐색(Fibonacci search)루프를 시작한다.

5. 실험장치

실험에 사용된 시스템의 사양은 표 3 과 같다.

표 3. 시스템 사양.

Table 3. Specifications of the system.

CCD camera	SAMSUNG BW-360ED/SNR 50dB/36 만화소 (682Hx492V)/최저조도 0.02LUX
고배율 현미경	OLYMPUS BX50 /full stroke 25mm /N.A 0.9 /fine adjustment 1μm
Frame grabber	MATROX METEOR2
Stepping motor	2phase /최대정지토크 0.9(kg·cm) /스텝각 1.8(deg/step)
Stepping motor driver	CONVEX /2phase /Max. resolution 51200(step/rev)

IV. 결론

영상의 초점정도 값을 고주파 통과필터 또는 이와 동등한 특성을 갖는 라플라시안과 같은 연산자로부터 얻어내는 경우에 있어서는 픽셀수 기준으로 원 영상의 1/4 영상까지는 다운샘플링된 영상으로부터 변화율이 더 큰 초점정도 곡선을 얻을 수 있을 뿐만 아니라 현미경의 분해능을 반영하는 초점심도 내에서 자동초점을 수행할 수 있음을 모델링과 실험을 통하여 확인하였다.

영상이 1/4 로 축소되면 한번의 마스크 연산시 최소 1/4 만 큼의 계산량이 감소하고 계산이 진행됨에 따라 영상 데이터의 축소로 인한 계산량의 이득은 누적된다. 또한 실험결과가 보여주는 것처럼 곡선의 평활도와 초점위치의 정밀도에는 거의 영향을 미치지 않으면서 초점정도 곡선의 명확도는 개선되었다.

향후 연구과제로는 자동초점시에 대상 영상의 존재여부를 확인하는 과정에서 사용되는 최적의 임계값을 찾는 알고리즘에 대한 연구가 필요하리라 사료된다.

참고문헌

[1] S. K. Nayar and Y. Nakagawa, "Shape from focus," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 16, pp.824-831, Aug. 1994.  
 [2] M. Y. Yang and O. D. Kwon, "Crater wear measurement using computer vision and automatic focusing," *J. of Materials Processing Tech.*, 58, pp. 362-367, 1996.  
 [3] M. Subbarao and J. K. Tyan, "Selecting the optimal focus measure for autofocusing and depth from focus", *IEEE Trans.*

*Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 20, pp.864-870, Aug. 1998.

[4] K. S. Choi, J. S. Lee and S. J. Ko, "New autofocusing technique using the frequency selective weighted median filter for video cameras" *IEEE Trans. Consumer Electronics*, Vol. 45, No. 3, pp. 820-827, Aug. 1999.  
 [5] J. Widjaja and S. Jutamulia, "Use of wavelet analysis for improving autofocusing capability" *Optics Communications*, 151, pp.12-14, 1998.  
 [6] S. C. Chapara and R. P. Canale, Numerical Method for Engineers, *McGrawHill 3<sup>rd</sup> edition*, 1988.  
 [7] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing*, Addison Wesley Longman, 1992.  
 [8] X. Roca, X. Binefa and J. Vitria, "New autofocusing algorithm for cytological tissue in a microscopy environment", *Optical Engineering*, Vol. 37, No. 2, pp. 635-641, Feb. 1998.

부록

다음의 식은 그림 3 과 그림 4 에서 고주파 통과 필터를 통과한 초점정도 곡선의 삼각형 부분의 면적을 구하는 식을 정리한 것이며 이 부분의 면적이 초점정도 값을 의미한다. 다음은 그림 3 에서 초점정도 값을 계산하는 과정이다.

$$f_f = \frac{-m_f}{\omega_a/2}\omega + m_f \text{ 이고, } M_f = \int_{\omega_b}^{\omega_a/2} f_f d\omega \text{ 이므로,}$$

$$M_f = \frac{1}{2} f_f(\omega_b) (\frac{\omega_a}{2} - \omega_b) = \frac{1}{2} (\frac{-m_f}{\omega_a/2}\omega_b + m_f) (\frac{\omega_a}{2} - \omega_b)$$

$$f_b = \frac{-m_b}{\omega_a/2}\omega + m_b \text{ 이고, } M_b = \int_{\omega_b}^{\omega_a/2} f_b d\omega \text{ 이므로,}$$

$$M_b = \frac{1}{2} f_b(\omega_b) (\frac{\omega_a}{2} - \omega_b) = \frac{1}{2} (\frac{-m_b}{\omega_a/2}\omega_b + m_b) (\frac{\omega_a}{2} - \omega_b)$$

다음은 그림 4 에서 초점정도 값을 계산하는 과정이다.

$$f'_f = \frac{-m'_f}{\omega_a}\omega + m'_f \text{ 이고, } M'_f = \int_{\omega_b}^{\omega_a} f'_f d\omega \text{ 이므로,}$$

$$M'_f = \frac{1}{2} f'_f(\omega_b) (\omega_a - \omega_b) = \frac{1}{2} (\frac{-m'_f}{\omega_a}\omega_b + m'_f) (\omega_a - \omega_b)$$

$$f'_b = \frac{-m'_b}{\omega_a}\omega + m'_b \text{ 이고, } M'_b = \int_{\omega_b}^{\omega_a} f'_b d\omega \text{ 이므로,}$$

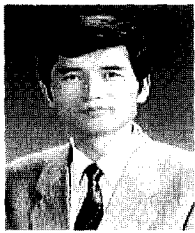
$$M'_b = \frac{1}{2} f'_b(\omega_b) (\omega_a - \omega_b) = \frac{1}{2} (\frac{-m'_b}{\omega_a}\omega_b + m'_b) (\omega_a - \omega_b)$$

본문의 (5)는 다음과 같이 계산되어 진다.

$$m_f = 2m'_f, \quad m_b = 2m'_b \text{ 이므로 대입하여 정리하면}$$

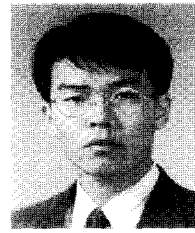
$$\frac{M'_f}{M_f} = \frac{M'_b}{M_b} = \frac{(1 - \frac{\omega_b}{\omega_a})(\omega_a - \omega_b)}{2(1 - \frac{2\omega_b}{\omega_a})(\frac{\omega_a}{2} - \omega_b)}$$

을 얻을 수 있다.



**조택등**

1952년 7월 8일생. 1974년 서울대학교 기계공학과 (공학사). 1980년 서울대학교 기계공학과(공학석사). 1983년~1988년 Univ. of Michigan, Ann Arbor 수료. 현재 충남대학교 기계설계공학과 교수. 관심분야는 용접제어, 신호처리, 진동제어.



**강문영**

1972년 12월 5일생. 1998년 충남대학교 기계설계공학과 (공학사). 2001년 충남대학교 기계설계공학과(공학석사). 관심분야는 영상처리, 자동제어, 신호처리.



**이호영**

1973년 10월 24일생. 1996년 충남대학교 기계설계공학과 졸업. 1998년 충남대학교 기계설계공학과 졸업(공학석사). 1999년~현재 충남대학교 기계설계공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 영상처리, 로봇비전, 시스템 자동화.