

## Active Vibration Control of A Cantilever Beam Using $H_2$ Controllers

崔壽榮\* · 丁俊弘\*\* · 朴基憲\*\*\*  
(Sooyoung Choi, Joonhong Jung, Kiheon Park)

**Abstract** - This paper describes the design and the performance analysis of an  $H_2$  controller for noncollocated active vibrating systems. An experiment for the active vibration control of a flexible structure is performed. The experimental model used is a cantilever beam controlled by an active damping system consisting of a laser sensor and an electromagnetic actuator. The  $H_2$  controller design is based on the reduced order model and the designed system is capable of attenuating vibration without causing spillover instability. The design procedure to prevent spillover instability is described via the sensitivity analysis. The performances of the controller are verified by experimental results.

**Key Words** : Active Vibration Control,  $H_2$  controller, Noncollocated system, Electromagnetic actuator, spillover

### 1. 서 론

최근 항공 우주 구조물이나 기계시스템에 대한 경량화 추세가 증가하고 있으나 경량화는 유연화를 수반하여 구조적 불안정을 초래할 수도 있으므로 구조물의 변형이나 진동의 능동적인 제어가 요구된다. 유연 구조물의 능동 진동 제어에 관한 많은 연구가 이루어져 왔으며[1,2,3,4,5,6], 대부분의 연구와 개발이 작동기(actuator), 감지기(sensor)와 제어 시스템을 갖춘 구조를 다루었다. 능동 진동 제어로 사용되는 작동기 및 감지기의 재료로는 형상기억 합금, 전자기 유체, 압전 세라믹, 전자석이 있다. 그 중에서도 압전 세라믹은 신호대 잡음비가 좋아 감지기로서의 감도가 좋고, 온도 변화에도 덜 민감하며, 간편성과 효율성에서 우수하여 가장 많이 사용되고 있다[1,2]. 그러나 이런 재료들은 구조물의 감쇠를 개선시키기 위해 유연 구조물에 접착되어 있으므로 비접촉식 제어 방법이 필요한 곳에서의 적용에 한계가 있다. 전자석은 비접촉식 제어 설계에 유용하며, 자기부상시스템, 자기 베어링, 전자석 감쇠기 등에 작동기로서 사용되어 왔다. 일반적으로 전자석은 철심의 재질과 코일의 두께에 따라 자기장 세기를 발생시키며 유도전류 손실(eddy current loss), 자화력(magnetic field intensity)과 자속밀도(magnetic flux density)에 의한 히스테리시스(hysteresis) 등의 비선형성이 존재하게 되며 이러한 현상들은 전자력의 크기에 직접적인 영향을 미

치게 된다. 하지만 제한된 영역에서 동작하는 경우 이러한 비선형 요소를 선형화하여 시스템을 분석하고 제어할 수 있다. 전자기력을 이용한 능동 진동제어는 Ellis 등[7]이 원형 톱의 횡진동의 감쇠에 관한 연구를 수행하였고, Hong Su 등[8]은 시스템의 절대 위치, 절대 속도 및 상대 위치 등의 제어 변수에 대하여 전자기 작동기의 동적 특성이 진동절연 성능에 미치는 영향에 관한 연구를 하였다. 또한 신용수 등[9]은 전자기력으로 작동되는 저가의 방진 시스템을 개발하여 PID제어와 최적제어를 적용하고 동시에 비선형 제어법칙인 퍼지 제어와 모델 추종 제어를 적용하여 응답을 구하였으며, 손태규 등[10]은 지반 가진을 받는 1자유도 진동계의 능동제어를 위하여 전자석 작동기를 이용하고 최적 제어와 피드포워드(feed forward) 제어 이론을 적용하여 이론적인 결과와 실험적인 결과를 비교 분석하였다. 본 연구에서는 전자력에 의한 능동 진동 제어 시스템을 구축하였으며, 유연 구조물의 진동 제어에 있어서 가장 큰 문제점이 되고 있는 스피로버(spillover) 현상을 효과적으로 배제시킬 수 있는 제어 기법을 제시하였다. 스피로버 현상은 제어기의 주파수 대역 내 혹은 그 이상의 영역에 다수의 진동모드가 존재하여 발생하게 되는데 이러한 현상은 구조물의 진동제어 시에 하드웨어의 한계 및 모델링의 오차를 고려하여 몇 개의 진동모드만을 제어하게 되는데 따른 것이다. 스피로버 현상은 크게 제어 스피로버(control spillover)와 관측 스피로버(observation spillover)로 나눌 수 있으며, 제어 스피로버는 모델링 되지 않은 플랜트의 작동기에 의해 발생하며 제어기의 성능을 저해시키거나 시스템의 안정도에는 영향을 미치지 않는다. 하지만 관측 스피로버는 모델링 되지 않은 플랜트의 감지기에 의해 감지되는 것으로 제어기의 성능을 저해할 뿐만 아니라 시스템을 불안정화시킬 수가 있다. 본 논문에서는 외부섭동(perturbation)에 의한 진동을 효과적으로 억제할 수 있으며, 기준 입력의 추종, 외란 및 측정잡음의 영향 제거에 효율적인  $H_2$  제어 이론을 외팔보(cantilever

\* 正會員 : 成均館大 情報通信工學部 時間講師 · 工博

\*\* 正會員 : 成均館大 情報通信工學部 博士課程修了

\*\*\* 正會員 : 成均館大 情報通信工學部 教授 · 工博

接受日字 : 2002年 9月 17日

最終完了 : 2003年 5月 21日

beam)시스템에 적용하여 스피오버 현상을 효과적으로 해결하는 제어기를 설계하였다. 시스템의 구성은 전자석이 작동기로써 외팔보의 진동에 대한 감쇠를 개선하는데 사용되었으며, 레이저(laser) 감지기가 보의 굽힘 변위를 측정하는데 사용되었다. 작동기와 감지기의 물리적 제한 때문에 실험 시스템이 비동위치(noncollocated)형태가 되었는데, 일반적으로 비동위치 형태가 동위치(collocated)형태보다 제어하기가 어려운 것으로 알려져 있다[11]. 구성된 진동 제어 시스템의 전달함수 모델은 자유진동 방정식에 의한 모달해석 방법과 실험에 의하여 구하였으며, 시스템에 가장 크게 영향을 미치는 1차 모드 고유주파수와 2차 모드 고유주파수만 고려하였다. 실험을 통하여 순간적인 외부의 힘에 의해 진동이 발생할 때 그 진폭의 크기와 안정화시간(settling time)이 자유진동 때보다 제어기를 동작시킨 경우에 효과적으로 줄어드는지에 대해 알아보았다. 또한 1차 모드 고유주파수의 정현파 신호를 계속해서 가진기(exciter)에 가한 상태에서 외팔보에 제어기가 동작하는 경우에 대해서 진동감쇠 효과를 확인하였고, PID 제어기의 경우와 비교하였다. 그리고, 주파수 영역에서 외란 감소의 정도를 나타내는 감도함수(sensitivity function)를 도입하여 스피오버 현상을 분석하였다.

2. 진동 제어 시스템의 모델링

능동 진동 제어를 위한 전체 시스템의 실험적 구성도와 실제 실험 장치를 그림 1과 그림 2에 나타내었다.

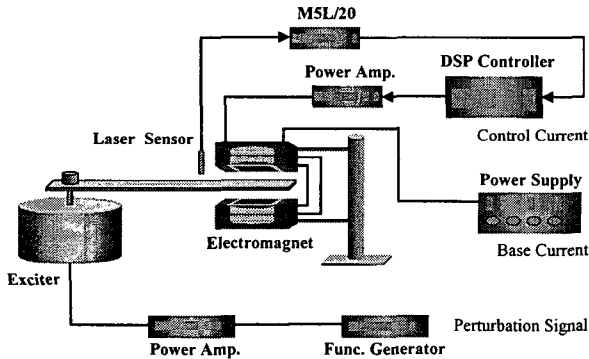


그림 1 능동 진동 제어 시스템  
Fig. 1 An active vibration control system

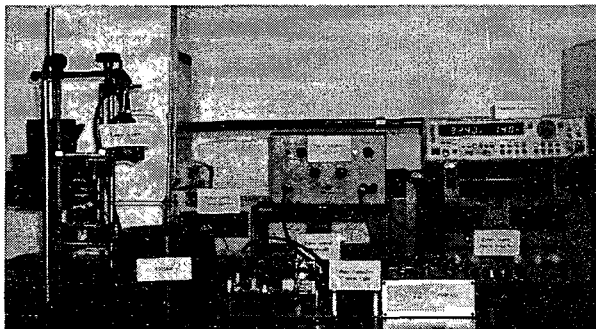


그림 2 전체 실험 장치  
Fig. 2 The experimental setup

본 실험의 제어목적은 외팔보에 진동이 생겼을 경우 전자석 작동기의 입력 전류를 제어하여 외팔보의 땀땀을 증가시켜 짧은 시간 내에 진동을 멈추게 하는데 있으며, 외팔보의 굽힘 변위는 레이저 감지기로 측정하였다. 샘플링 시간이 0.001초인 DSP(TMS320C31)가 내장된 dSPACE사의 ds1102 장비에 의해 피드백 제어 알고리즘을 적용하였으며, 보의 굽힘 변위는 레이저 감지기의 출력 전압을 측정하여 관측하였다.

앞에서 설명한 제어 목적에 맞는 피드백 제어기를 설계하기 위하여 그림 1의 실험장치를 그림 3과 같이 모델링 하였다. 그림에서  $u$ 는 전자석의 입력 전압이고  $y$ 는 센서가 위치하고 있는 곳에 발생하는 외팔보의 변위(더 정확히는 변위 센서의 출력 전압)를 나타낸다. 우리의 제어 목적은  $y(t)$ 값을 영(zero)으로 유지하는 것이므로 기준입력  $r$ 은 0으로 생각한다. 가진기(exciter)가 동작되면 외팔보에 진동 변위가 생기는데 이러한 입출력 관계는 가진기 입력을 부하 외란의 형태로 모델링하여 표현하였다. 플랜트  $P(s)$ 는 전자석의 입력 전압으로부터 외팔보의 변위까지의 전달 함수를 나타내는데, 전자석에서 발생한 전자기력이 외팔보에 어떤 방식으로 진동을 발생시키는지에 대한 역학 관계를 포함하며, 이 전달 함수를 정확히 구하는 것이 능동 진동 제어기의 설계에서 가장 핵심적인 내용중의 하나이다. 이 절(section)의 나머지 부분은 전달 함수  $P(s)$ 를 구하는 과정을 설명하고 있는데 보다 자세한 설명은 참고문헌[12]를 참조 바란다.

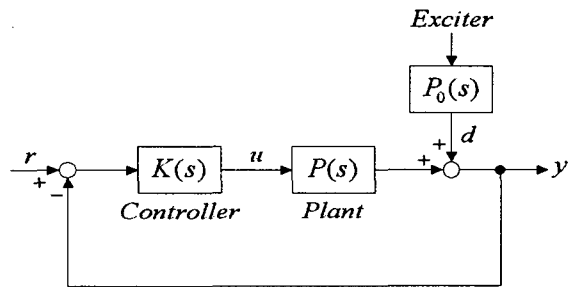


그림 3 피드백 제어 시스템의 모델링  
Fig. 3 The modeling of the feedback control system

먼저 보(beam)에 가해지는 힘  $f(t)$ 로부터 굽힘 변위  $y(t)$ 까지의 전달함수  $P_v(s)$ 를 구하고, 다음으로 전자석 구동기의 입력 전압으로부터 보에 가해지는 전자기력까지의 전달함수  $P_m(s)$ 를 구하여 최종적으로  $P_v(s)P_m(s)$ 로서 전달함수  $P(s)$ 를 구한다.

2.1 보의 전달함수  $P_v(s)$

단위길이 당 가해지는 횡방향의 힘을  $f(x, t)$ , 굽힘 변위를  $y(x, t)$ 로 표기하는 그림 4와 같은 외팔보를 고려하자. 보의 횡방향 진동에 대한 모델은 다음과 같은 미분방정식으로 잘 알려져 있다[13].

$$-EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + f(x, t) = m \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \quad (0 < x < L) \quad (1)$$

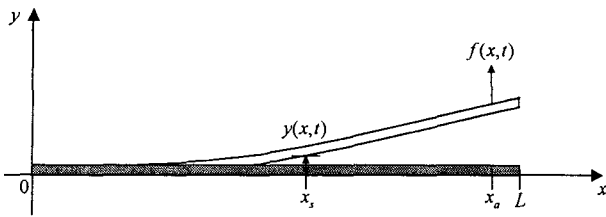


그림 4 고정-자유단의 보  
Fig. 4 The clamped-free beam

모달(modal) 해석에 의해 이 방정식의 해를

$$y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} Y_r(x) \cdot q_r(t) \quad (2)$$

와 같이 놓을 수 있는데, 여기서  $Y_r(x)$ 는 보의  $r$ 번째 모드 함수를 나타내며,  $q_r(t)$ 는 시간 함수를 나타낸다. 모드 함수는 식(3),(4),(5)와 같으며  $L$ 과  $m$ 은 각각 보의 길이와 단위길이 당 질량을 표시한다.

$$Y_r(x) = \frac{C_{1r}}{(\sin \beta_r L - \sinh \beta_r L) \{ (\sin \beta_r L - \sinh \beta_r L)(\sin \beta_r x - \sinh \beta_r x) + (\cos \beta_r L + \cosh \beta_r L)(\cos \beta_r x - \cosh \beta_r x) \}} \quad (3)$$

$$C_{1r} = \frac{1}{\sqrt{m}} \sigma_r, \quad \sigma_r = \frac{(\sinh \beta_r L - \sin \beta_r L)}{(\cosh \beta_r L + \cos \beta_r L)} \quad (4)$$

$$\beta_1 L = 1.87510407, \quad \beta_2 L = 4.69409113, \dots \quad (5)$$

모드 함수  $Y_r(x)$ 는 다음의 직교정교(ortho-normal) 성질을 가진다.

$$\int_0^L m Y_r(x) Y_s(x) dx = \delta_{rs} = \begin{cases} 0, & r \neq s \\ 1, & r = s \end{cases} \quad (6)$$

$$\int_0^L Y_s(x) EI Y_r^{(4)}(x) dx = \omega_r^2 \delta_{rs}, \quad \omega_r = \beta_r^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (7)$$

위에서  $EI$ 는 보의 굽힘 강성을 나타내며, (2)식을 (3)식에 대입하면 다음의 식을 얻게된다.

$$m \left( \sum_{r=1}^{\infty} Y_r(x) \cdot \ddot{q}_r(t) \right) + EI \left( \sum_{r=1}^{\infty} Y_r^{(4)}(x) \cdot q_r(t) \right) = f(x, t) \quad (0 < x < L) \quad (8)$$

이제  $Y_n(x)$ ( $n=1,2,3,\dots$ )를 (8)식의 양변에 곱하여 0에서  $L$ 까지 적분하면

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L m Y_n(x) Y_n(x) \ddot{q}_n(t) dx + EI \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L Y_n^{(4)}(x) Y_n(x) q_n(t) dx = \int_0^L Y_n(x) f(x, t) dx \quad (9)$$

이 되는데 여기에 식(6)과 식(7)를 이용하면

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L m Y_n(x) Y_n(x) \ddot{q}_n(t) dx = \ddot{q}_n(t) \quad (10)$$

$$EI \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L Y_n^{(4)}(x) Y_n(x) q_n(t) dx = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \int_0^L EI Y_n^{(4)}(x) Y_n(x) dx \right\} q_n(t) = \omega_n^2 \cdot q_n(t) \quad (11)$$

이 되고 이 결과를 이용하여 식(9)를 정리하면

$$\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 \cdot q_n(t) = H_n(t), \quad n=1,2,\dots \quad (12)$$

$$H_n(t) = \int_0^L Y_n(x) \cdot f(x, t) dx \quad (13)$$

의 모드별의 독립적인 식을 얻게 된다. 실제 시스템에서 존재하는 감쇠효과를 고려하여 식(12)에 감쇠항을 넣으면

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \cdot \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 \cdot q_n(t) = H_n(t), \quad n=1,2,\dots \quad (14)$$

의 식을 얻게되며 작동력이 작용하는 보의 위치  $x = x_a$ 에서 전달함수  $P_i(s)$ 를 얻기 위해  $f(x, t)$ 를 다음과 같이 놓는다.

$$f(x, t) = \delta(x - x_a) f_0(t) \quad (15)$$

식(15)를 식(13)에 넣으면  $H_n(t) = Y_n(x_a) f_0(t)$ 가 되고 따라서,

$$Q_n(s) = \frac{F_0(s) \cdot Y_n(x_a)}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} \quad (16)$$

가 된다. 여기서  $Q_n(s)$ 와  $F_0(s)$ 는 각각  $q_n(t)$ 와  $f_0(t)$ 의 라플라스 변환을 나타낸다. 식(2)로부터  $x = x_a$ 에서의 굽힘 변위는 다음과 같으며,

$$y(x_s, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(x_s) q_n(t) \quad (17)$$

식(17)를 라플라스 변환하면 다음의 식과 같다.

$$y(x_s, s) = \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Y_n(x_s) Y_n(x_a)}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} \right) \cdot F_0(s) \quad (18)$$

이제 전달함수  $P_v(s)$ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$P_v(s) = Y(x_s, s) / F_0(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Y_n(x_s) Y_n(x_a)}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} \quad (19)$$

본 논문에서는 단지 제1차 모드와 2차 모드에 대해서만 고려하게 되므로 다음과 같은 식을 얻게된다.

$$P_v(s) = \frac{Y_1(x_a) Y_1(x_s)}{s^2 + 2\zeta_1 \omega_1 s + \omega_1^2} + \frac{Y_2(x_a) Y_2(x_s)}{s^2 + 2\zeta_2 \omega_2 s + \omega_2^2} \quad (20)$$

## 2.2 전자석의 전달함수 $P_m(s)$

히스테리시스(hysteresis)의 비선형 현상을 피하기 위하여 푸시-풀(push-pull) 형태의 전자석[5]을 직접 제작하였으며, 효과적인 제어를 위해서 그림 5에서 보이는 것처럼 코일(coil)을 기준 코일과 제어 코일로 분리하여 감았다.

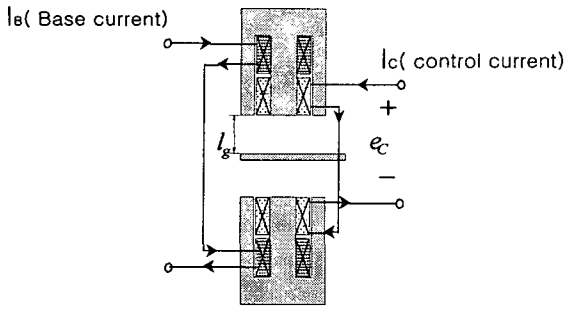


그림 5 푸시-풀 형태의 전자석  
Fig. 5 The push-pull type electromagnet

또한 2개의 전자석 양쪽의 기준 코일의 연결 방향은 같으며, 제어 코일의 연결 방향은 반대 방향이다. 제어 입력 전류  $i_c(t)$ 와 보에 작용하는 전자력  $f_0(t)$  사이의 입출력 관계식을 얻기 위해 okada 논문[5]을 참조하였으며 다음의 관계가 성립한다.

$$f_0(t) = \frac{2 \mu_0 S_g N_B N_c I_B}{l_g^2} \cdot i_c(t) \quad (21)$$

여기서  $\mu_0, S_g, N_B, N_c, I_B$ 와  $l_g$ 는 각각 자유공간의 투자율, 전자석의 단면적, 기준 코일의 권선수, 제어 코일의 권선수, 기준 코일에 흐르는 전류와 전자석과 외팔보와의 간극 거리를 나타낸다. 전자석 회로는 다음의 식(22)로 모델링 되기 때문에

$$e_c(t) = R_c i_c(t) + L_c \frac{di_c(t)}{dt} \quad (22)$$

전달함수  $P_m(s) = F_0(s)/E_c(s)$ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$P_m(s) = k \cdot \frac{2 \mu_0 S_g N_B N_c I_B}{l_g^2} \cdot \frac{1}{L_c s + R_c} \quad (23)$$

여기서  $k$ 는 모델링의 불확실성을 조절하는 상수이며 실험적으로 결정하였다.

### 2.3 전체 시스템의 전달함수

방정식 (20)과 (23)을 조합하여, 전체 전달함수  $P(s)$ 를 구하면 다음과 같으며

$$P(s) = k \cdot k_L \cdot \frac{2 \mu_0 S_g N_B N_c I_B}{l_g^2} \cdot \frac{\frac{1}{L_c}}{s + \frac{R_c}{L_c}} \cdot \left( \frac{Y_1(x_a) Y_1(x_s)}{s^2 + 2 \zeta_1 \omega_1 s + \omega_1^2} + \frac{Y_2(x_a) Y_2(x_s)}{s^2 + 2 \zeta_2 \omega_2 s + \omega_2^2} \right) \quad (24)$$

여기서  $k_L$ 는 레이저 감지기의 이득을 나타낸다. 위의 방정식에서 대부분의 매개변수들은 실제 실험 시스템으로부터 측정하여 구하였다. 중요한 매개변수  $\omega_1, \omega_2, \zeta_1, \zeta_2$ 과  $k$ 는 식(24)의 전달함수를 이용하여 시스템을 시뮬레이션 한 과

형과 실제 시스템의 파형을 비교하여 실험적으로 결정하였다. 계단 함수(step function)와 정현파(sinusoidal) 신호가 과도 상태와 정상상태 응답을 비교하기 위한 시험 입력으로 각각 사용되었으며, 이러한 과정을 거쳐 우리가 최종적으로 얻은 전달함수는 다음과 같다.

$$P(s) = 581.795 \frac{1.4925}{s + 334.3} \cdot \left( \frac{1.3072}{s^2 + 10.178s + 41445} + \frac{-1.4451}{s^2 + 63.27s + 1601200} \right) \quad (25)$$

여기서,  $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.025$ ,  $\omega_1 = 203.58 (rad/sec)$ ,  
 $\omega_2 = 1265.39 (rad/sec)$

### 3. $H_2$ 제어기 설계

본 논문에서 사용된 설계 기법은  $H_2$  제어 기법이며 다음과 같은 표준모델에서 유도된 공식[14]을 이용하였다.

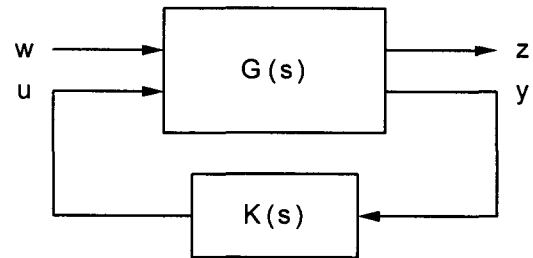


그림 6 표준모델  
Fig. 6 Standard model

그림 6과 같은 구조를 가지는 표준모델에서 입출력 관계를 나타내면

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$u = Ky \quad (27)$$

이 된다. 여기서,  $w$ 는 외부 입력 신호(외란, 측정잡음, 기준입력 등),  $u$ 는 제어기 입력 신호,  $z$ 는 조정하고자 하는 신호(오차, 또는 플랜트입력 등),  $y$ 는 측정 신호를 나타내는데  $w$ 에서  $z$ 까지의 페루프 전달함수는

$$T_{zw} = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (28)$$

으로 표시된다. 그림 6의 시스템을 내부적으로 안정화시키며 전달행렬  $T_{zw}$ 의  $H_2$  노음을 최소화시키는 제어기  $K(s)$ 가  $H_2$  제어기인데, 이 제어기의 공식과 계산알고리즘은 참고문헌[15]를 이용하여 구했다. 그림 7은 제어기  $K(s)$ 가 포함된 피드백 시스템의 표준화 플랜트(Generalized Plant)모델의 블록도이며,  $P(s)$ 는 앞에서 구한 실제 시스템의 전달함수이다.  $u, r, m, d$ 는 각각 제어 입력, 기준 입력, 측정 잡음, 외란(disturbance)을 나타내며,  $z_1, z_2$ 는 조정 변수를 나타낸다.

스필오버현상을 억제하고, 외란(disturbance)을 제거하기 위해  $W_1$  에서  $W_7$  까지의 가중치함수(weighting function)를 두게 되며, 새로운 플랜트(plant)모델인  $G(s)$ 에 대하여  $H_2$  제어기  $K(s)$ 를 설계한다.

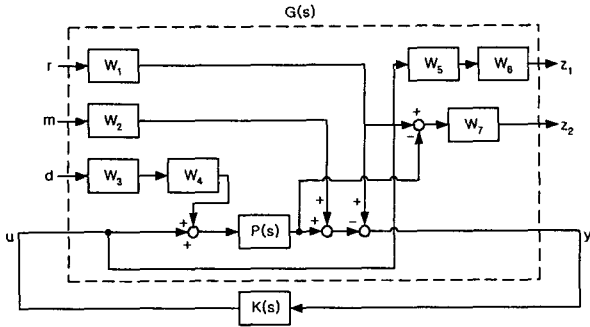


그림 7 표준화 플랜트 모델의 블록도  
Fig. 7 Block diagram of the GP model

$H_2$  설계기법을 적용하기 위하여 그림 7를 식(26)의 형식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & W_5 W_6 \\ W_7 W_1 & 0 & -W_7 P(s) W_4 W_5 & -W_7 P(s) \\ W_1 & -W_2 & -P(s) W_4 W_5 & -P(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ m \\ d \\ u \end{bmatrix} \quad (29)$$

먼저 시스템의 보다 나은 능동 감쇠 효과를 얻기 위해 외팔보의 속도를 피드백 하였으며 이를 위해 플랜트의 전달함수에  $s$  항을 첨가시켜 제어기를 설계하였다. 속도 제어의 필요성과 효과에 대해 참고문헌[12]에서 근궤적 해석을 통하여 PI 제어기뿐만 아니라 어떠한 분수(proper) 제어기에 대해서도 극점(pole)의 수가 영점(zero)의 숫자보다 많거나 같기 때문에 감쇠의 개선이 좋지 못하다는 것을 제시하고 있다. 따라서  $P(s)$ 는 실제 시스템의 전달함수에  $s$  항을 첨가한 형태로 다음 식과 같다.

$$G_{22} = -P(s) = \frac{119.74s(s-4094)(s+3601)}{(s+334.3)(s^2+10.17s+4.145e004)(s^2+63.28s+1.601e006)} \quad (30)$$

시스템의 극점(pole)과 영점(zero)은 다음과 같으며,  $s$  평면의 우반평면에 영점을 가지는 비최소위상(non-minimum phase) 시스템임을 알 수 있다.

- 영점 : 0, 4.0943e+003, -3.6012e+003
- 극점 : -3.1642e+001 ± 1.2650e+003i,  
-5.0870e+000 ± 2.0352e+002i, -3.3429e+002,

본 논문의 진동제어 시스템은 여러 가지 외란 요소에 대하여 외팔보의 변위를 0으로 유지하는 조정(regulating)문제이므로 기준 입력  $r$  을 0으로 생각할 수도 있으나 과도 현

상 반응을 개선시키기 위해  $r$  에도 저주파 성분의 가중치  $W_1$  을 두었다. 외란과 측정 잡음의 조정은 서로 상반 관계(trade-off)에 있으나 일반적으로 외란은 저주파 성분이 많고, 측정 잡음은 고주파 성분이 많다는 특징을 지니고 있으므로 이러한 특징이 반영되도록 가중치를 적절히 변화시키며 시뮬레이션을 통하여 제어기를 설계하였다.  $W_2, W_3, W_6$  와  $W_7$  은 대응되는 입력력 변수의 영향을 조정할 수 있는 상수 가중치 항이다. 외란 요소를 제거하기 위해  $W_1$  에 저주파 필터(lowpass filter)형태의 가중 함수를 두었으며, 가중치  $W_5$  의 값을 30~3000까지 바꾸어 가며 제어기를 설계하였다. 처음에는 조정 변수  $z_1$  의 가중치 함수  $W_5, W_6$  은 고려하지 않고(즉  $W_5 = W_6 = 1$ ) 피드백 제어기를 설계하였는데 그 실험 결과는 제1모드의 고유 주파수,  $f_1 = 32.4Hz$ 의 정현파 신호를 가진기에 가하는 경우 우수한 감쇠 효과를 확인할 수 있어 제1모드에 대한 감쇠 제어가 잘되고 있음을 알 수 있었다. 그러나 모든 주파수 성분을 끌고루 가지고 있는 임펄스 형태의 입력을 가한 경우에는 임펄스에 의한 진동이 멈춘 후에도 미세한 진동이 계속되었다. 이러한 현상은 우리가 사용한 플랜트의 전달함수  $P(s)$ 가 시스템에 가장 영향을 미치는 1차와 2차 모드까지만 고려하여 모델링을 하여 구한 것이어서 고차 모드의 가진에 의한 스피로버(spillover) 현상이 발생하였다. 스피로버는 제어 신호가, 모델링 때에 고려되지 않았던 고차의 진동모드나 혹은 가제어하지 않은 진동모드를 가진시켜 구조물의 진동이 발산되는 현상을 의미한다. 이러한 현상을 없애기 위하여 여러 가중치 함수를 변화시키며 시뮬레이션과 제어 실험을 관찰한 결과  $W_5$  와  $W_6$  가 가장 크게 영향을 미침을 알 수 있었다. 그림 8a는  $W_5$  의 가중치를 주지않고  $W_6$  에만 가중치 10을 주었을 때의 시뮬레이션 결과이고, 그림 8b는  $W_5$  에  $\frac{s+1800}{s+1500}$  의 가중치를 주고  $W_6$  에 가중치 20을 준 경우에 시뮬레이션 결과이다. 그림에서 보는 것처럼 가중치  $W_5$  와  $W_6$  의 값에 따라 스피로버 현상이 발생하는 것을 볼 수 있다.

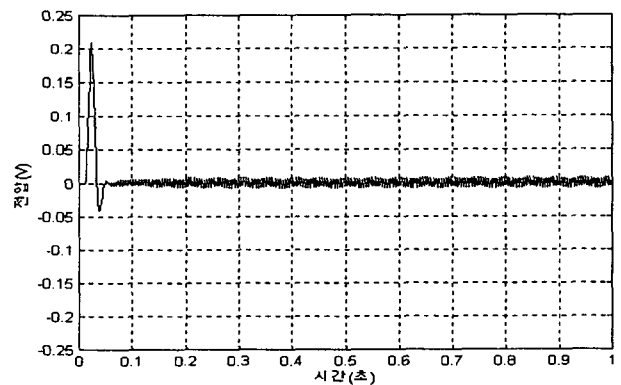


그림 8a 페루프에서의 시뮬레이션 임펄스 응답 (가중치  $W_5=1, W_6=10$ 인 경우)

Fig. 8a Simulated impulse response at closed loop (In case weighting  $W_5=1, W_6=10$ )

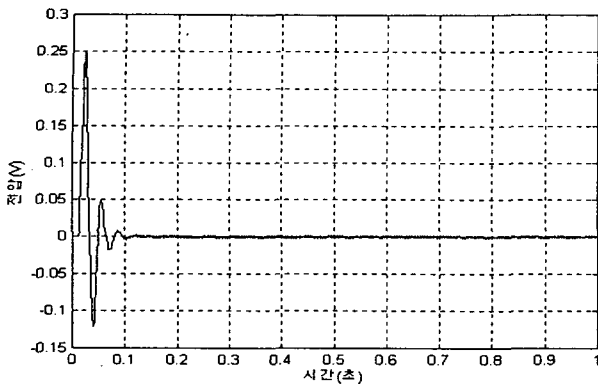


그림 8b 페루프에서의 시뮬레이션 임펄스 응답  
(가중치  $W_5 = \frac{s+1800}{s+1500}$ ,  $W_6=20$ 인 경우)

Fig. 8b Simulated impulse response at closed loop  
(In case weighting  $W_5 = \frac{s+1800}{s+1500}$ ,  $W_6=20$ )

$W_5$ 와  $W_6$ 는 고차 모드를 가진시키는 제어신호를 직접 조정할 수 있는 가중치 함수로서 이 값들을 변화시키는 경우 스펙오버 현상을 막을 수 있었다.  $W_5$ 는 1차 및 2차 모드를 포함하는 저주파 필터로서 다른 모드보다 20%의 가중치를 더 주는 효과를 있게 한다. 최종적으로 구한 가중치는 다음과 같다.

$$W_1 = \frac{1}{s+0.01}, W_2 = 0.1, W_3 = 300, W_4 = \frac{10}{s+10},$$

$$W_5 = \frac{s+1800}{s+1500}, W_6 = 20, W_7 = 1000 \quad (31)$$

#### 4. 실험 결과 및 고찰

##### 4.1 실험 결과

실험은 크게 2가지로 나누어 수행하였는데 먼저 순간적인 외부의 힘에 의해 진동이 발생할 때 그 진폭의 크기와 안정화 시간이 자유진동 때보다 제어를 동작시키는 경우에 효과적으로 줄어드는지에 대해 알아보았으며, 다음으로 1차 모드 주파수의 정현파 신호를 계속해서 가진기(exciter)에 가한 상태에서 외팔보에 제어가 동작하는 경우에 대해서 진동감쇠 효과를 확인하였다. 그림 9, 10에서 가로축은 시간(0.1초/칸)을 나타내고, 세로축은 감지기의 출력 전압(200mV/칸)을 나타낸다. 그림 9는 첫 번째 실험을 위해 0.01초 동안 임펄스 전압을 전자석 작동기에 가했을 때 제어를 동작하지 않은 상태에서 자유 진동 후의 응답을 나타내고 있으며, 그림에서 진폭이 안정화되는 시간이 0.7초 정도 걸리는 것을 알 수 있다.

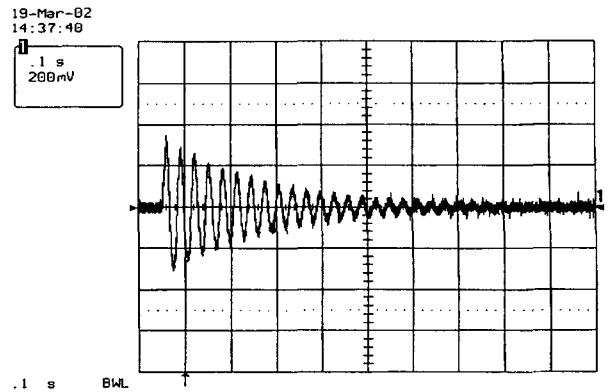


그림 9 개루프에서의 임펄스 응답  
Fig. 9 Impulse response at open loop

그림 10은 제어기 설계식(31)의 가중치들 중에서  $W_3$ 와  $W_6$ 를 다양하게 변화 시켜가며 제어가 동작하지 않은 경우와 비교하기 위해 0.01초 동안 임펄스 전압을 전자석 작동기에 가했을 때 제어를 동작한 경우에 대한 응답을 나타낸다. 그림 10a와 그림 10b는 가중치가 각각  $W_3=300$ ,  $W_6=20$ 인 경우,  $W_3=300$ ,  $W_6=40$ 인 경우에 응답을 나타내고 있으며 그림 10c와 그림 10d는 가중치가 각각  $W_3=3000$ ,  $W_6=20$ 인 경우,  $W_3=3000$ ,  $W_6=40$ 인 경우에 응답을 나타낸다. 그림 10a와 그림 10b에서는 안정화 시간이 0.1초 이내로 줄어들었으며 스펙오버 현상이 발생하지 않는 것을 알 수 있으며, 그림 10c와 그림 10d에서는 보의 굽힘 변위에 대한 진폭이 크게 줄었으며 안정화 시간이 더 빨라진 것을 알 수 있으나 그림의 뒷부분에 스펙오버 현상이 발생하는 것을 볼 수 있다. 따라서 최종적인 제어기는  $W_3=300$ ,  $W_6=20$ 인 경우의 제어기로 선택하였으며 이 제어를 이용하여 다음의 실험을 수행하였다.

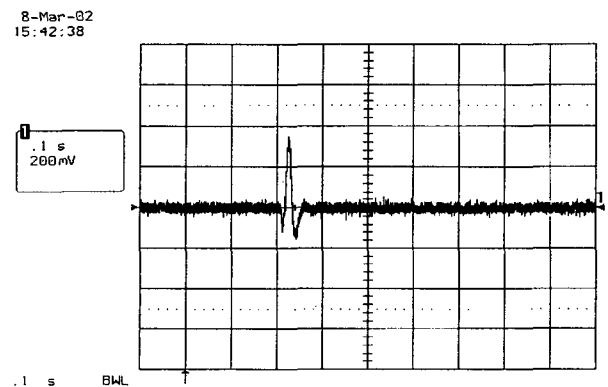


그림 10a 페루프에서의 임펄스 응답  
(가중치  $W_3=300$ ,  $W_6=20$ 인 경우)

Fig. 10a Impulse response at closed loop  
(In case weighting  $W_3=300$ ,  $W_6=20$ )

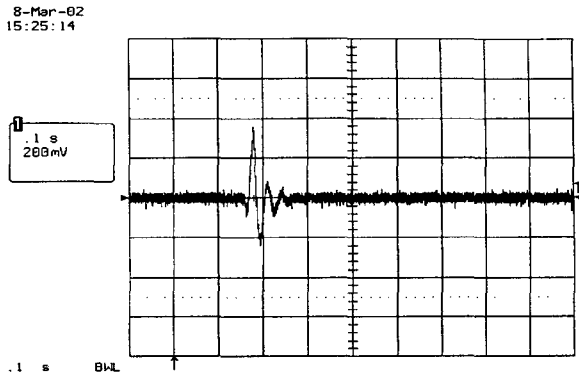


그림 10b 폐루프에서의 임펄스 응답  
(가중치  $W_3=300, W_6=40$ 인 경우)

Fig. 10b Impulse response at closed loop  
(In case weighting  $W_3=300, W_6=40$ )

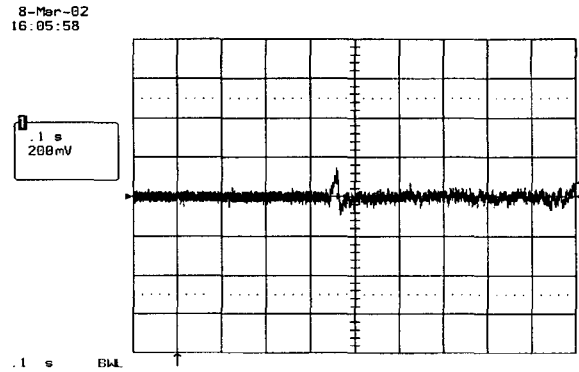


그림 10c 폐루프에서의 임펄스 응답  
(가중치  $W_3=3000, W_6=20$ 인 경우)

Fig. 10c Impulse response at closed loop  
(In case weighting  $W_3=3000, W_6=20$ )

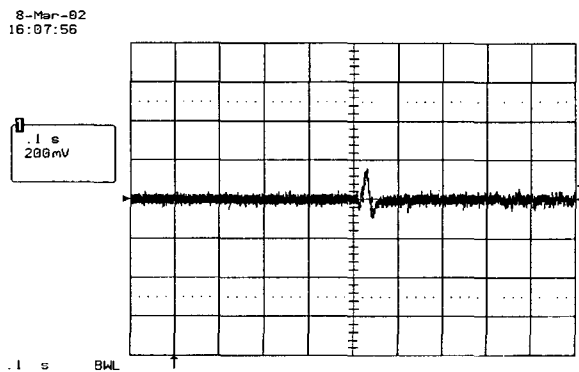


그림 10d 폐루프에서의 임펄스 응답  
(가중치  $W_3=3000, W_6=40$ 인 경우)

Fig. 10d Impulse response at closed loop  
(In case weighting  $W_3=3000, W_6=40$ )

그림 11은 1차 모드 주파수  $f_1=32.4Hz$ 의 정현파 신호를 가진기에 가했을 때에  $H_2$  제어기가 동작한 경우와 PID 제어기가 동작한 경우에 대하여 비교한 실험 결과이며, 가로축은 시간(0.1초/칸)을 나타내고 세로축은 감지기의 출력 전압(1V/칸)을 나타낸다. PID 제어기의 경우[12]에 제어기의 구조 형태는 식(32)와 같으며 여기서  $K_P$ 는 비례 이득,  $K_I$ 는 적분 이득,  $K_D$ 는 미분 이득을 나타낸다. 그리고 각각의 PID 계수 값은  $K_P=0.1, K_I=0.01, K_D=0.07$ 이다.

$$C(s) = K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D \cdot s \quad (32)$$

그림에서 보는 것처럼 제어기가 동작한 경우에 진동의 감쇠비율이 PID 제어기의 경우에 73%이던 것이  $H_2$  제어기의 경우에는 82%로 증가하였으며,  $H_2$  제어기가 PID 제어기보다 1차 모드 주파수의 가진기 입력에 대한 진동의 감쇠가 훨씬 크게 나타난 것을 알 수 있다.

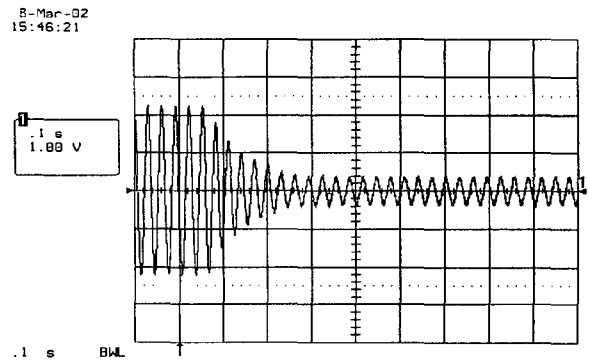


그림 11a 1차 모드 주파수의 정현파 가진기 입력 응답  
( $H_2$  제어기가  $t=0.16$ 초에서 동작한 경우)

Fig. 11a The response to the sinusoidal exciter input of the first mode frequency(The  $H_2$  controller is switched on at  $t=0.16$ sec)

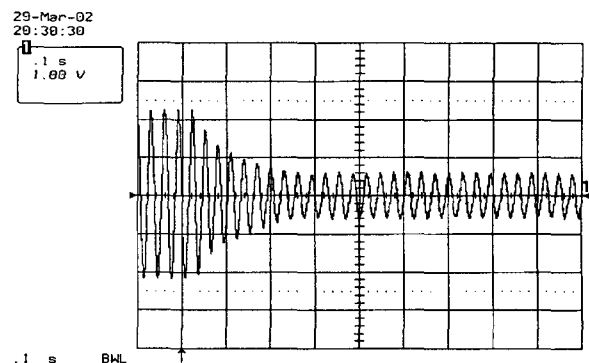


그림 11b 1차 모드 주파수의 정현파 가진기 입력 응답  
(PID 제어기가  $t=0.12$ 초에서 동작한 경우)

Fig. 11b The response to the sinusoidal exciter input of the first mode frequency(The PID controller is switched on at  $t=0.12$ sec)

4.2 스피로버 현상에 대한 감도함수(sensitivity function) 분석

이 절에서는 그림 10에서 나타나는 스피로버 현상을 감도함수를 이용하여 분석하였다. 그림 2에서 피드백 시스템의 출력식은 다음과 같다(그림 7의 블록선도는 제어기 설계를 위한 것이며, 실제 제어기가 작동되는 경우의 분석은 그림 3의 블록선도를 이용해야 한다).

$$y(s) = T(s)r(s) + S(s)d(s) \tag{33}$$

$$T(s) = \frac{K(s)P(s)}{1 + K(s)P(s)} ; \text{부감도함수(complementary function)} \tag{34}$$

$$S(s) = \frac{1}{1 + K(s)P(s)} ; \text{감도함수(sensitivity function)} \tag{35}$$

외부 가진력에 의해 빔이 진동하는 경우, 외부 가진력을 외란  $d(s)$ 로 간주하면 감도함수  $S(s)$ 는 설계된 능동 진동 제어 시스템의 감쇠 효과를 나타내는 지표로 볼 수 있다. 플랜트  $P(s)$ 를 서로소(coprime) 다항식으로 분해하면

$$P(s) = \frac{N(s)}{M(s)} \tag{36}$$

으로 표시되는데  $N, M$  은 서로소이므로

$$N(s)X(s) + M(s)Y(s) = 1 \tag{37}$$

을 만족시키는 다항식  $X, Y$  가 존재한다[16]. 그림 2의 피드백 시스템을 안정화시키는 Youla 제어기[17]은

$$K(s) = \frac{X(s) + M(s)Q(s)}{Y(s) - N(s)Q(s)} \tag{38}$$

으로 표시되는데 여기서  $Q(s)$ 는 임의의 안정한 유리함수(rational function)이다. 식(38)과 (36)을 (35)식에 대입하면

$$S(s) = M(s)(Y(s) - N(s)Q(s)) \tag{39}$$

이 된다. 식(31)로부터

$$N(s) = 119.74s(s - 4094)(s + 3601) \tag{40}$$

$$M(s) = (s + 334.3)(s^2 + 10.17s + 4.145e004)(s^2 + 63.28s + 1.601e006) \tag{41}$$

이 되는데  $N(s)$ 는  $s=0$ 에서 영점을,  $M(s)$ 는  $s_0 = -5.08 \pm 203.5i$  와  $s_1 = -31.6 \pm 1265i$ 에 영점을 가지고 있다. 식(38)의 Youla제어기는 주어진 피드백 시스템을 안정화시키는 모든 제어기의 형태를 규정하고 있으므로 식(39)의 감도함수의 형태는 주어진 시스템이 가지고 있는 기본적인 제한 조건을 알려준다. 우리의 시스템에서  $N(0) = 0$ 이므로 식(39)에서  $S(0)$ 를 계산하면  $S(0) = M(0)Y(0)$ 이고 이 값은 식(37)에서  $1(=0\text{dB})$ 이 된다. 또한  $s_0$ 와  $s_1$ 에서  $S(s)$ 값은  $0(=-\infty\text{dB})$ 이 되며 따라서  $s_0$ 와  $s_1$  근처에 있는  $w_0 = 203.5i$ (제1모드와

일치)와  $w_1 = 1265i$ (제2모드와 일치)에서는 1보다 작은 값을 가지게 된다. 실제로 그림 12의  $S(jw)$ 의 여러 형태는  $W_3, W_6$  및  $W_6$ 를 변화시키며 얻은 결과인데 어떤 경우이든지 앞에서 서술한 성질들이 다 적용됨을 알 수 있다. 그림의 감도함수의 형태와 실험 결과와의 비교에서 알 수 있는 내용은, 제1모드와 제2모드에 해당하는 주파수 영역에서  $S(jw)$ 의 크기가 작을수록 진동의 감쇠효과는 좋아지는 것과 두 모드사이의 영역에서  $S(jw)$ 의 크기가 클수록 스피로버 현상은 커진다는 것이었다.

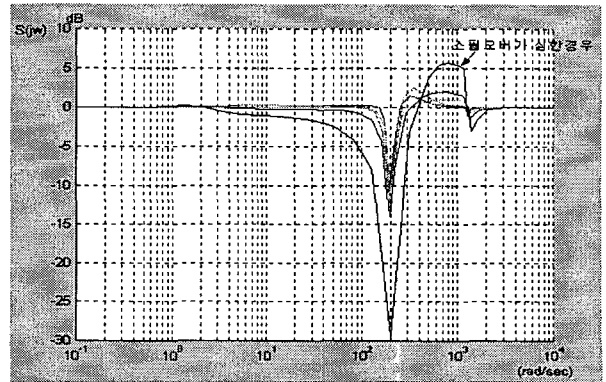


그림 12  $H_2$  제어기가 적용된 외팔보 시스템의 감도함수 크기

Fig. 12 Sensitivity function magnitude of a cantilever beam system applied by  $H_2$  controller

따라서 최종적인 가중치 함수는, 제1모드와 제2모드에서의  $S(jw)$ 값이 충분히 작으면서 두 모드사이의 영역에서  $S(jw)$ 값이 너무 크지 않은 경우(즉, (31)식의 경우)로 선택하였다.

이러한 분석으로 볼 때  $\max_w |S(jw)|$ 을 최소화시키는 기법인  $H_\infty$  설계법을 적용하여  $S(jw)$ 의 형태를 조정하는 제어기 설계법도 매우 유용할 것으로 생각된다.

5. 결 론

본 논문에서 다룬 시스템은 5개의 극점 중에서 4개가  $iw$  축에 근접해 있으며, 2개의 영점 중 한 개가 양의 실수 축에 위치하고 있는 비동위치(noncollocated) 진동 제어 시스템의 특별한 형태를 취하고 있으나 실험을 통하여 외팔보의 능동 진동 제어를 효율적으로 수행하였다. 전자석의 제어 입력으로부터 외팔보의 굽힘 변위까지의 전달함수를 모달 해석적으로 구하였으며, 1차 모드와 2차 모드를 고려한 최종적인 전달 함수를 실험적으로 구하여 모델이 잘 적용됨을 확인하였다. 또한 구한 전달함수를 이용하여  $H_2$  제어기를 설계하여 보의 진동에 대한 감쇠를 효과적으로 개선시킬 수 있었으며, 외란에 대한 영향을 배제 시켰다. 설계한  $H_2$  제어기와 PID 제어기를 서로 비교하여  $H_2$  제어기의 경우에 진동 저감 효과가 PID 제어기의 경우보다 훨씬 크게 나타남을 알 수 있었다. 유연 구조물의 능동 진동 제어에 있어서 주 문제점인 스피로버 현상을 완벽하게 억제 할 수 있었으며, 감도 함수 분석을 통하여  $H_2$  제어기 설계에 있어서 가중치의 선택에 따라 외란의 영향을 너무 크게 감소시키면 스피로버 현상이 심하게 발생하여 제어성능을 떨어뜨린다는 것을 알 수 있었다. 설



계된  $H_2$  제어기의 성능을 실험적으로 검증하였으며, 이후 전자석을 작동기로 사용하는 외팔보 형태의 유연 구조물에 대한 능동 진동 제어에 제안된  $H_2$  제어 알고리즘이 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

**감사의 글**

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-000252-0) 지원으로 수행되었음.

**참 고 문 헌**

[1] Dosch J.J., Inman D.J., and Garcia E., "A self-sensing piezoelectric actuator for collocated control", J. of intell. Mater. Syst. and Struct., vol. 3, pp.166-185, Jan. 1992.

[2] Hagood N.W. and Flotow A.Von, "Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks", Journal of Sound and Vibrations, vol. 146, no. 2, pp.243-268, 1991.

[3] Khorrami F., Zeinoun I.J., Bongiorno J.J.Jr., and Nourbakhsh S., "Application of  $H_2$  design for vibration damping and pointing of flexible structures with embedded active materials", Proceedings of ACC, Seattle, WA, pp.4178-4182, June, 1995.

[4] Matsuda K., Yoshihashi M., Okada Y. and Tan A.C., "Self-sensing active suppression of vibration of flexible steel sheet", Journal of Vibration and Acoustics, vol. 118, pp.469-473, July 1996.

[5] Okada Y., Matsumoto K., and Matsuda K., "Vibration control of thin steel sheet using flux feedback magnetic actuator", MOVIC '98, Zurich, Switzerland, August, vol. 3, pp.1057-1062, 1998.

[6] Abreu, G.L.C.M. and Ribeiro, J.F., "Active Control of Flexible Structures Using Adaptive Fuzzy Controller and Piezoelectric Patches", IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, vol. 3, pp.1764-1769, 2001.

[7] Ellis. R.W. and Mote. C.D., "A feedback vibration controller for circular saws", Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, vol. 107, pp.14-43, 1979.

[8] Hong Su, S. Rakheja and T.S. Sankar, "Vibration-isolation characteristics of an active electromagnetic force generator and the influence of generator dynamics," Journal of Vibration and Acoustics. vol. 112, pp.8-15, 1990.

[9] 신응수, 정규원, 이용호, 박종성, "전자석 작동기를 이용한 미소진동의 능동제어," 충북대학교 생산과학 기술연구소 논문집 제 12권 제 1호, pp.297-304, 1998.

[10] 손태규, 김용규, 유원희, 박영필, "전자기력을 이용한 능동 제진에 관한 연구," 대한 기계학회 논문집 제 18권 5호, pp.1169-1181, 1994.

[11] Preumont A., Vibration control of active structures, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.

[12] Kangwoong Ko, Sooyoung Choi, and Kiheon Park, "Active Vibration control of a Cantilever Beam using Electromagnetic Actuators," KIEE International Transactions on SC, vol. 2-D, no. 2, pp. 65-71, 2002.

[13] Meirovitch L., Elements of vibration analysis, McGraw-Hill Book Company, 1986.

[14] K. Zhou, Robust and Optimal Control, Prentice-Hall, Inc., 1996.

[15] The Math Works, Inc., MATLAB & SIMULINK User's Guide For Microsoft Windows, 1996.

[16] Doyle, Francis, Tannenbaum, Feedback control theory, Macmillan Publishing Company, 1992.

[17] Park K. and Youla D.C., "Numerical calculation of the optimal three-degree-of-freedom Wiener-Hopf controller", Int. Journal of Control, vol. 56, no. 1, pp.227-244, 1992.

**저 자 소 개**



**최수영 (崔壽榮)**

1969년 9월 21일생. 1997년 성균관대학교 공대 전기공학과 졸업. 1999년 동 대학원 전기전자 및 컴퓨터공학과 졸업(석사). 2003년 동 대학원 정보통신공학부 졸업(공학). 현재 동 대학교 정보통신공학부 시간강사.

Tel : (031)290-7175, Fax : (031)290-7165

E-mail : sychoi@sorak.skku.ac.kr



**정준홍 (丁俊弘)**

1975년 1월 14일생. 1996년 성균관대학교 공대 전기공학과 졸업. 1998년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1998년~현재 동 대학원 정보통신공학부 박사과정수료.

Tel : (031)290-7175, Fax : (031)290-7165

E-mail : nelcast@mail.skku.ac.kr



**박기헌 (朴基憲)**

1955년 7월 5일 생. 1978년 서울대학교 공대 전기공학과 졸업. 1980년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1987년 Polytechnic Univ. 졸업(공학). 1990년~현재 성균관대학교 정보통신공학부 교수

Tel : (031)290-7116, Fax : (031)290-7165

E-mail : khpark@yurim.skku.ac.kr