

Robust Controller Design of Non-Square Linear Systems and Its Applications

孫 瑛 翼* · 沈 亨 輔** · 趙 南 熏***

(Young-Ik Son · Hyungbo Shim · Nam-Hoon Jo)

Abstract - The problem of designing a parallel feedforward compensator (PFC) is considered for a class of non-square linear systems such that the closed-loop system is strictly passive. If a given square system has (vector) relative degree one and is weakly minimum phase, the system can be rendered passive by a state feedback. However, when the system states are not always measurable and the given output is considered, passivation (i.e. rendering passive) of a non-minimum phase system or a system with high relative degree cannot be achieved by any other methodologies except by using a PFC. To passivate a non-square system we first determine a squaring gain matrix and design a PFC such that the composite system has relative degree one and is minimum phase. Then the system is rendered strictly passive by a static output feedback law. Necessary and sufficient conditions for the existence of the PFC and the squaring gain matrix are given by the static output feedback formulation, which enables to utilize linear matrix inequality (LMI). As an application of the scheme, an alternative way of replacing the role of velocity measurements is provided for the PD-control law of a convey-crane system.

Key Words : Non-square System, (Feedback) Passivity, Parallel Feedforward Compensation, Static Output Feedback

1. 서 론

수동성(passivity) 개념은 시스템의 에너지와 관련하여 쉽게 해석되므로 유용한 시스템 해석기법이며, 수동 시스템 이론과 궤환 입력을 통한 수동화 이론은 제어기 설계 및 관측기 구성에 있어 다양한 응용 범위를 가지고 있다 [1-5]. 수동적인 시스템에 대해서는 수동성에 기반한 제어기(passivity-based controller)가 매우 효과적임이 밝혀져 있고, 그러한 제어기의 주된 장점 중 한 가지는 제어 결과로 얻어진 시스템이 강인한 안정성을 지닌다는 것이다 [4].

대상 시스템이 수동적이지 않은 경우에는 적절한 보상을 통해 시스템을 수동화한 이후에 수동성 기반의 제어기를 이용할 수 있다. 상태 궤환을 통해 페루프 시스템을 수동화하기 위한 필요충분조건은 대상 시스템이 주어진 입출력쌍에 대해 상대 차수(relative degree) 1을 가지고 약한 최소 위상(weakly minimum phase)이라는 것이다 [1]. 하지만, 많은 시스템에 대해 이 조건들은 만족되지 않으며, 이러한 구조적인 문제를 극복하기 위한 연구들이 행해져 오고 있다 (예를 들어 [3] 참조). 한편, 참고 논문 [3]에서 소개된 방법들과는 달리 시스템의 상태 정보를 모두 사용하지 않고 주어진 출

력만을 고려하는 수동화 방법으로 병렬 보상기(Parallel Feedforward Compensator, PFC)를 설계하여 수동화하는 방법이 있다 [6,7]. 후자는 시스템의 상태를 다 알 수 없는 경우 출력 정보만을 이용하므로 출력 궤환 제어기 구성에 있어 다른 방법들에 비해 장점을 지닌다. 그리고, 논문들에서 지적된 바와 같이 수동성이 입출력간의 관계란 점에 미루어 보면 병렬 보상기의 이용은 상태 궤환 수동화보다 더 실제적인 문제라 할 수 있다 [8].

선형 시불변(Linear Time-Invariant, LTI) 시스템에서 엄격한 수동성(strict passivity)은 엄격한 양실(Strictly Positive Real, SPR)과 같은 의미이다 [9,10]. 선형 시불변(LTI) 시스템에 있어서 병렬 보상기(PFC)를 이용하는 수동화 방법은 적응제어 기법인 단순적응제어(Simple Adaptive Control)에서 시작되었다 [11,12]. 단순적응제어 기법은 제어 대상 시스템이 거의 엄격한 양실(Almost Strictly Positive Real, ASPR)인 경우에 적용될 수 있는데, 대상 플랜트가 ASPR이지 않은 경우에 대해 Bar-Kana는 처음으로 병렬 보상기(PFC)를 이용하여 ASPR로 만드는 수동화 방법을 제안하였다 [11,12]. (시스템이 ASPR이라는 것은 정적출력궤환(Static Output Feedback, SOF)을 통해 시스템을 엄격한 양실(STR)로 바꿀 수 있는 시스템을 뜻한다.) 그러나, 제안된 병렬 보상기 ' $H^{-1}(s)$ '는 주어진 시스템을 안정화하는 제어기 전달함수(행렬) ' $H(s)$ '의 역(행렬)을 취한 것이라 이 방법은 출력 궤환 안정화 제어를 미리 알아야하는 단점이 있다. 선형 시불변(LTI) 시스템에 대한 다른 결과들은 [6,13,14]에서 찾을 수 있다. 특히, 준 시스템이 최소 위상인 경우에 대해선 출력 궤환 제어기에 대한 정보없이 전달함수

* 正 會 員 : 東亞大 工大 電氣電子컴퓨터工學部 專任講師

** 正 會 員 : 漢陽大 工大 電子電氣컴퓨터工學部 助敎授

*** 正 會 員 : 崇實大 工大 電氣制御시스템工學部 專任講師

接受日字 : 2002年 11月 10日

最終完了 : 2003年 3月 11日

형태로 병렬 보상기를 설계하는 방법이 [13]에서 제안되었다.

한편, 수동성은 입출력의 개수가 같은 정방(square) 시스템에 대해 정의되고, 위의 언급된 결과들은 모두 정방 시스템에 관한 것이다. 이에 다센서 유연 구조물(sensor-rich flexible structures)과 같은 비정방(non-square) 시스템에 대해서는 시스템의 출력에 정방화 행렬(squaring matrix)을 곱함으로써 시스템을 수동화하려는 연구도 진행되어 왔다 (예를 들어 [15-18]). 이 중 [16]을 제외하고는 모두 대상 시스템이 안정하거나, 혹은 안정화된 시스템만을 다루고 있다. 병렬 보상기(PFC)를 사용한 역진자 시스템(입력:1, 출력:2)의 수동화에 대한 예가 [16]에서 다루어졌지만, PFC와 정방화 행렬을 동시에 설계해야 하는 비정방 시스템의 수동화 제어기 구성은 보다 체계적으로 해결되어야 한다.

본 논문에서는 병렬 보상기(PFC)와 정방화 행렬의 설계 문제를 체계적으로 풀기 위한 첫 단계로서 기존의 전달함수 접근법 대신, 다중 입출력(Multi-Input Multi-Output, MIMO) 시스템을 다루기 쉽고 수치적인 알고리즘이 많이 개발되어진 상태 공간 방정식으로 문제를 다루었다. 특히, 병렬 보상기의 차수를 대상 시스템의 입력의 차수와 동일하게 정함으로써 병렬 연결된 시스템이 상대 차수 1을 갖고 정규 형태(normal form)로 쉽게 바꿀 수 있음을 보인다. 다음으로 정적출력궤환(SOF) 안정화 기법을 사용하여 병렬 보상기와 정방화 행렬의 설계 방법을 제시하였다. 최종적으로 제어 결과 얻어진 페루프 시스템은 엄격한 수동성과 동시에 안정성을 갖게 된다. 따라서 논문에서 보인 수동화 접근법은 출력 궤환 안정화 제어기 설계 방법으로 생각할 수 있고, 저차(low-order) 제어기 설계의 한 방법으로도 활용될 수 있다.

로봇 시스템을 비롯한 많은 실제 시스템들은 입력에서 일반화된(generalized) 속도 출력까지가 수동적이다. 이러한 성질은 강인한 제어기 구성에 중추적인 역할을 하고 있고, 그 결과로 얻어진 제어기는 기본적으로 비례-미분(Proportional-Derivative, PD) 제어기이다 [4]. 본 논문에서 제안된 수동화 방법의 활용으로서 PD 제어기를 이용하는 크레인 시스템[19]의 제어 문제를 다룬다. 설계된 병렬 보상기를 통해 제어 규칙의 미분항을 대체하는 방법으로 쓰일 수 있음을 확인할 수 있다. 이 결과는 미분 측정시에 잡음으로 인해 제어기의 성능이 저하되는 경우를 극복하는데 효과적으로 쓰일 수 있다.

논문의 구성은 다음과 같다. 다음 장에서는 논문에서 다룬 문제와 설계 알고리즘으로 사용될 정적출력궤환(SOF) 알고리즘을 소개하였다. 병렬 보상기(PFC)와 정방화 행렬은 3장에서 설계하였고, 4장에서는 수치적인 예제들을 통해 제안된 제어기 설계방법을 설명하였다. 특히, 4.4절에서는 PD 제어기에 대한 적용으로 선형화된 크레인 시스템 모델을 다루었다. 논문에서 행렬 A 의 고유치는 $\lambda(A)$ 로 표시하고, 행렬의 가장 큰 특이치는 $\|A\|$ 로 나타내었다. I_n 은 $n \times n$ 단위행렬을 뜻한다.

2. 문제 정의 및 기본 정리들

본 논문에서는 다음과 같이 표현되는 입출력의 개수가 다

르고, 정방화 행렬만을 통해서도 수동화할 수 없는 시스템의 수동화 문제를 다룬다. 이 때 시스템의 출력 정보만이 측정 가능하다고 가정한다.

$$(P): \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in R^n, u \in R^m \\ y = Cx, & y \in R^p. \end{cases} \quad (1)$$

윗 식에서 x 는 상태; u 는 제어 입력; y 는 시스템의 출력이다. 입력과 출력의 개수가 같을 때, 시스템 (1)은 정방(square)이라 하고, 그렇지 않은 경우 (즉, $m \neq p$)일 때, 비정방(non-square)이라고 한다.

본 논문에서 제안된 제어기 설계 방법은 기존의 정적출력궤환(SOF) 알고리즘을 이용할 수 있다. 시스템 (1)에 대한 정적출력궤환(SOF) 안정화 문제란 제어 입력 $u = -Fy$ (단, $F \in R^{m \times p}$)를 이용하여 페루프 시스템 행렬 ' $A - BFC$ '의 모든 고유치가 음의 실수부를 갖도록하는 문제이다. 그러한 행렬을 안정한 행렬이라고 한다. 소개될 SOF 알고리즘을 위해 행렬 F 와 G 에 관한 집합 \mathcal{F} 와 \mathcal{G} 를 다음과 같이 정의한다. 증명과 더 자세한 내용은 논문 [20-22]들을 참고한다.

$$\mathcal{F} = \{ F \in R^{m \times p} \mid A - BFC \text{ 가 안정} \} \quad (2)$$

$$\mathcal{G} = \{ G \in R^{m \times n} \mid A - BG \text{ 가 안정} \} \quad (3)$$

주어진 행렬 C 에 대하여 $N(C)$ 는 C 의 영 공간(null space)을 의미한다.

보조정리 1 [20]. 행렬 B 와 C 가 전-계수(full-rank)를 가지면 다음이 성립한다.

- (i) $F \neq \emptyset$ 인 필요충분조건은 $G_0 := G \cap \{G \mid GY = 0\} \neq \emptyset$ 이다. 단, Y 는 $N(C)$ 의 정규 직교 기저이다.
- (ii) $G_0 \neq \emptyset$ 이면, $F \in \mathcal{F}$ 는 $G \in G_0$ 와 임의의 양한정 행렬 $Q = Q^T > 0$ 로 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$F = GQC^T(CQC^T)^{-1} \quad (4)$$

다음 결과를 이용하여 Cao 등[21]은 출력 궤환 이득 행렬 F 를 계산하는 반복적인 선형 행렬 부등식(LMI) 알고리즘을 제시하였다. 행렬 부등식의 형태로 주어짐으로 수치적인 계산에 유용함을 알 수 있다.

정리 2 [21]. 시스템 (1)이 정적출력궤환(SOF)에 의해 안정화될 수 있는 필요충분조건은 다음의 행렬 부등식을 만족하는 양한정 행렬 $P = P^T > 0$ 와 F 가 존재한다는 것이다.

$$A^T P + PA - PBB^T P + (B^T P - FC)^T (B^T P - FC) < 0 \quad (5)$$

선형 시불변(LTI) 시스템이 정방일 경우에 대해서는 최소 위상이고 상대 차수 1을 가지면 출력 궤환에 의해 엄격한 수동성을 갖도록 만들 수 있다 [23, Remark 4.1]. 이 때 시스템은 거의 엄격한 수동적(Almost Strictly Passive, ASP)

이라 한다. 최소 위상이라 함은 출력이 영일 때의 시스템의 영 동특성(zero dynamics)이 안정함을 뜻하고, 시스템 (1)에 대해서 상대 차수가 1인 것은 행렬 CB 가 정방 행렬이고 가역일 때이다 [1]. 반면에 시스템 (1)이 정방일지라도 상대 차수가 1보다 크거나 비최소 위상이라면 상태 제환에 의해서라도 수동화될 수 없다. 그러한 경우 시스템의 출력에 적절한 보상을 통해 수동성을 얻기 위한 방법이 그림 1에서와 같이 병렬 보상을 사용하는 것이다 [6,7,11-13]. 또한, 수동 시스템 이론은 시스템의 입출력의 개수가 같은 경우에 정의되므로 비정방 시스템에 대해서는 출력의 개수를 입력과 같게 만들어 주는 정방화 행렬을 구해야 한다 (그림 2의 N).

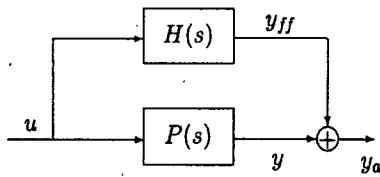


그림 1 앞먹임 보상
Fig. 1 Feedforward Compensation

본 논문에서는 다음과 같은 병렬 보상기 (V)를 설계하고, 정방화 행렬 $N \in R^{m \times p}$ 과 함께 결합한 새로운 시스템이 출력 제환으로 엄격한 수동성을 갖게 되는 (즉, ASP) 연구를 진행한다.

$$(V): \begin{cases} \dot{\eta} = E\eta + Mu, & \eta \in R^m, u \in R^m \\ y_\eta = L\eta, & y_\eta \in R^m. \end{cases} \quad (6)$$

그림 2와 같이 병렬 연결된 시스템 식은 다음과 같다.

$$(C): \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ M \end{bmatrix} u \\ \bar{y} = [NC \ L] \begin{pmatrix} x \\ \eta \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (7)$$

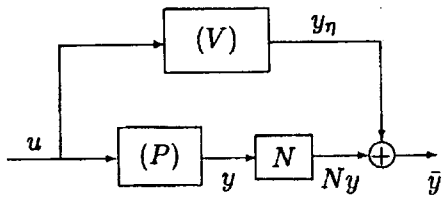


그림 2 비정방 시스템을 위한 병렬연결
Fig. 2 Parallel Compensation for Non-square Systems

이 때, 추가적인 시스템 (V)와 주어진 시스템의 입력은 같은 차수를 가진다 (즉, $\eta \in R^m$). 앞으로 그러한 차원을 지닌 시스템을 입력-차수(input-dimension) 시스템이라 부르기로 한다. 일반적으로 시스템 (7)이 상대 차수 1을 갖기 위한 행렬 L 과 M 의 차원을 생각하면, 시스템 (6)의 차원이 시스템 (1)의 입력-차수보다 크거나 같아야 한다. 보상기 설계의 첫 단계로서 시스템 (6)의 차수를 그 중 가장 낮은 차원으로 선택한 것이다. 다음 절에서 우리는 병렬 보상기

(6)과 정방화 이득 행렬 N 의 설계 문제가 ' n '-차원의 또 다른 가상 시스템의 SOF 문제로 바뀔 것을 보일 것이다.

3. 병렬 보상기와 정방화 행렬 N 의 설계

앞서 말한 바와 같이 주어진 시스템이 수동화되기 위해서는 상대 차수 1이고 최소 위상을 가져야 하므로, 병렬 보상기 (6)과 이득 행렬 N 은 시스템 (7)이 그 두 가지 조건을 만족하도록 설계된다 (즉, 시스템 (7)이 ASP). 우리는 먼저 시스템 (7)이 상대 차수 1을 갖도록 행렬들을 결정하고, 그 조건 하에서 시스템 식 (7)을 정규형태로 전환한다. 이를 위해 적절한 좌표변환 행렬을 제시한다. 정규 형태로 바뀌어진 시스템은 영 동특성을 확실히 보여줌으로써 다음 단계인 최소 위상으로 만들 수 있느냐의 결정을 손쉽게 해준다. 찾아낸 영 동특성을 안정하게 하도록 나머지 행렬 값들을 결정하면 이제 최소 위상 조건도 만족하게 된 것이다. 다시 말해 시스템 (7)은 거의 엄격히 수동적(ASP)이게 된다. 마지막으로 수동화하는 이득 행렬 F 는 쉽게 찾을 수 있다.

먼저, 영이 아닌 상수 γ 를 이용하여 L 을 다음과 같이 간단히 정한다.

$$L = \gamma I_m \quad (8)$$

위의 L 은 임의의 비특이 행렬로 바꿀 수 있다. 이제, 시스템 (7)의 출력은

$$\bar{y} = Ny + \gamma\eta, \quad \bar{y} \in R^m \quad (9)$$

이다. 행렬 N 은 비정방 시스템의 출력 개수를 입력의 수와 같게 하는 역할을 한다. 이전의 정방 시스템에 대한 결과에서 이 행렬은 $N = I_m$ 이라 생각할 수 있다.

식 (9)를 시간에 대해 미분하면

$$\dot{\bar{y}} = NCAx + \gamma E\eta + (NCB + \gamma M)u \quad (10)$$

이다. 상대 차수 조건을 만족시키기 위해 임의의 가역 행렬 $R \in R^{m \times m}$ 을 이용하여 행렬 M 을 다음과 같이 결정한다.

$$M = \gamma^{-1}(R - NCB) \quad (11)$$

이제, 시스템 (7)은 상대 차수 1을 갖게되고, 아래의 좌표 변환 행렬을 이용하면 [1,7]

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_n - BR^{-1}NC & -\gamma BR^{-1} \\ NC & \gamma I_m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \eta \end{pmatrix} \quad \text{또는} \\ \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & BR^{-1} \\ -\gamma^{-1}NC & \gamma^{-1}(I_m - NCB) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ y \end{pmatrix} \quad (12)$$

다음과 같은 정규 형태로 표현된다 [1].

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{A}_1 & \widehat{A}_2 \\ \widehat{A}_3 & \widehat{A}_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ y \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix} u \quad (13)$$

위에서 $\xi \in R^n$ 이고,

$$\begin{cases} \widehat{A}_1 = A + BR^{-1}ENC - BR^{-1}NCA, \\ \widehat{A}_2 = (I_n - BR^{-1}NC)ABR^{-1} \\ \quad - BR^{-1}E(I_m - NCBR^{-1}), \\ \widehat{A}_3 = NCA - ENC, \\ \widehat{A}_4 = NCABR^{-1} + E(I_m - NCBR^{-1}). \end{cases} \quad (14)$$

편의상 행렬 $\widehat{C} := \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$ 으로 둔다. 이제, 시스템 (13)의 영 동특성은 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\dot{\xi} = (A - B[-R^{-1}EN \quad R^{-1}N]\widehat{C})\xi \quad (15)$$

시스템 (15)가 안정하도록 하는 E 와 N 을 구하기 위해 다음의 가상 시스템을 생각한다.

$$(\Sigma_{\xi}) : \begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + B\bar{u}, & \xi \in R^n \\ y_{\xi} = \widehat{C}\xi, & y_{\xi} \in R^{2p}. \end{cases} \quad (16)$$

시스템 (16)에 대한 SOF 문제는 행렬 $(A - B\widehat{F}\widehat{C})$ 가 안정하도록 하는 \widehat{F} 를 찾는 것이므로, 다음과 같이 찾은 행렬 \widehat{F} 는

$$\widehat{F} = [-R^{-1}EN \quad R^{-1}N] \quad (17)$$

영 동특성 (15)를 안정하게 한다. 즉, 적절한 알고리즘을 이용하여 시스템 (16)에 대한 SOF 문제가 풀리면, 얻어진 이득 \widehat{F} 는 $\widehat{F} = [\bar{F}_1 \quad \bar{F}_2]$ 로 쓸 수 있고, \bar{F}_1 과 \bar{F}_2 는 모두 $m \times p$ 행렬이다. 이때 다음을 만족시키는 행렬 $K \in R^{m \times m}$ 가 존재한다면,

$$\bar{F}_1 = K\bar{F}_2 \quad \text{or} \quad \bar{F}_1^T = \bar{F}_2^T K^T \quad (18)$$

나머지 행렬 N, E, M 들은 차례대로 얻을 수 있다. 또한, 식 (17)에서 $\bar{F}_2 = R^{-1}N$ 이므로, 행렬 R 은 N 의 크기를 조절하는 역할을 할 수 있다.

한편, 식 (12)에서 $\bar{y} \equiv 0$ 일 때, ξ 와 x 가 동일함에 주목한다. 만약 $\bar{y} \equiv 0$ 이고 $CB=0$ 이라면, (16)에 대한 SOF 입력 \bar{u} 는 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{u} = -\widehat{F}\widehat{C}\xi = R^{-1}ENy - R^{-1}N\dot{y} \quad (19)$$

윗 식의 의미는 $CB=0$ 일 때, (16)에 대한 SOF 문제의 해를 찾는 것이 시스템 (1)에 대한 PD-형태의 안정화 제어기 설계 문제를 푸는 것과 같다는 것이다. 다시 말해, PD 제어기가 미리 주어진다면 병렬 보상기를 쉽게 구성할 수 있다.

첨언 3. 주어진 정방 시스템이 PD 규칙에 의해 안정화될 수 있다면, Bar-Kana는 정방 PD 제어기 전달함수를 찾아

그 역으로써 병렬 보상기를 설계한다 [11]. 따라서, Bar-Kana의 방법은 정방 시스템에만 적용될 수 있다. 반면에 본 논문에서는 비정방 시스템에 병렬 보상기와 정방화 행렬 N 을 상태 공간에서 동시에 구하되 기존 제어기의 정보없이 바로 구할 수 있다.

첨언 4. 병렬 보상기 설계에 대한 기존 결과는 참고 문헌 [16]을 제외하고 모두 정방 시스템에 대한 것이다. 정방 시스템의 경우, (18)의 행렬 \bar{F}_1 과 \bar{F}_2 는 모두 $m \times m$ 정방행렬이다. 따라서 행렬 \bar{F}_2 가 가역이면, 행렬 $N = R\bar{F}_2$ 와 $E = -R\bar{F}_1\bar{F}_2^{-1}R^{-1}$ 으로 쉽게 찾을 수 있다. 이 때, 계산된 \bar{F}_2 가 가역이지 않다면 그 원소를 조정하여 $(A - B\widehat{F}\widehat{C})$ 의 안정성을 해치지 않고 \bar{F}_2 를 가역으로 바꿀 수 있다. 행렬의 고유치는 그 원소들에 연속적이므로 이것은 많은 경우에 대해 가능하다. 또한, 참고문헌 [21,24] 등에서 보듯이 \bar{F} 를 찾는 SOF 알고리즘들이 초기 행렬 값에 민감하기 때문에 초기 값을 다소 조정하여 가역인 \bar{F}_2 행렬을 찾을 수도 있다. 즉, 이 문제는 우리가 선택하는 SOF 알고리즘과 많은 관련이 있다.

병렬 보상기 (6)과 행렬 N 이 결정된 후에 전체 시스템은 출력 제한에 의해 엄격한 수동성을 가질 수 있다. 이것을 다음에서 정리하였다. 행렬 E 와 N 이 존재할 필요충분조건은 정리 2를 이용하여 얻었고, 이 조건은 다른 SOF 알고리즘으로 대체될 수 있다 (예를 들어 [22]).

정리 5. 식 (6)에서 영이 아닌 상수 γ 로 $L = \gamma I_m$ 과 같이 정한다. 시스템 (7)이 거의 엄격히 수동적(ASP)이기 위한 필요충분조건은 다음과 같다.

(i) 아래 행렬 부등식을 만족하는 $P = P^T > 0$ 와 \bar{F} 가 존재한다:

$$A^T P + PA - PBB^T P + (B^T P - \widehat{F}\widehat{C})^T (B^T P - \widehat{F}\widehat{C}) < 0;$$

(ii) $\bar{F} = [\bar{F}_1 \quad \bar{F}_2]$ 일 때, $\bar{F}_1 = K\bar{F}_2$ 를 만족시키는 행렬 $K \in R^{m \times m}$ 가 존재한다.

첨언 6. 정방 시스템인 경우 첫 번째 조건이 만족되면 식 (18)을 성립시키는 가역인 \bar{F}_2 를 많은 경우 찾을 수 있으므로, 두 번째 조건은 그리 제한적이지 않다 (첨언 4).

증명: $L = \gamma I_m$ 일 때, 위의 두 조건은 시스템 (13)이 최소 위상이기 위한 (즉, \widehat{A}_1 이 안정) E 와 N 이 존재할 필요충분조건이다. 그런데 식 (11)에 의해 시스템 (7)은 상대 차수 1을 가지므로, 이 조건은 시스템 (7)이 ASP이기 위한 필요충분조건이 된다. 사실 두 조건이 만족된다는 것은 $(A - B\widehat{F}\widehat{C})$ 가 안정하고 $\bar{F}_1 = K\bar{F}_2$ 인 행렬 $K \in R^{m \times m}$ 가 존재한다는 것과 동치이다. 이제, 병렬 보상기를 다음과 같이 $E = -RKR^{-1}$ 이고 $N = R\bar{F}_2$ 이게 하면,

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -RKR^{-1}\eta + \gamma^{-1}R(I_m - \bar{F}_2CB)u \\ \bar{y} = R\bar{F}_2y + \gamma\eta \end{cases} \quad (20)$$

행렬 \hat{A}_1 은 아래와 같고 가정에 의해 안정하다

$$\hat{A}_1 = A - B[-R^{-1}EN \quad R^{-1}M]\hat{C} = A - B\bar{F}\hat{C}. \quad (21)$$

완전한 증명을 위해 다음의 출력 궤환 제어입력

$$u = -F\bar{y} + R^{-1}v \quad (22)$$

를 통해 페루프 시스템 (13)-(22)이 v 로부터 \bar{y} 가 엄격한 수동성을 지님을 보인다 (그림 3 참조). 위에서 식 (13)의 행렬 \hat{A}_1 이 안정하므로 다음을 만족하는 행렬 $P_1 = P_1^T > 0$ 이 존재한다.

$$P_1\hat{A}_1 + \hat{A}_1^T P_1 = -I_n \quad (23)$$

리아프노프 함수를 아래와 같이 정하고

$$V(\xi, \bar{y}) = \frac{1}{2} \xi^T P_1 \xi + \frac{1}{2} \bar{y}^T \bar{y} \quad (24)$$

시스템 (13)을 따라 시간에 대해 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} \xi^T (\hat{A}_1^T P_1 + P_1 \hat{A}_1) \xi + \xi^T P_1 \hat{A}_2 \bar{y} \\ &\quad + \bar{y}^T \hat{A}_3 \xi + \bar{y}^T \hat{A}_4 \bar{y} + \bar{y}^T R u \\ &\leq -\frac{1}{2} |\xi|^2 + |P_1 \hat{A}_2 + \hat{A}_3^T| |\xi| |\bar{y}| + \bar{y}^T \hat{A}_4 \bar{y} + \bar{y}^T R u \\ &\leq -\frac{1}{4} |\xi|^2 + |P_1 \hat{A}_2 + \hat{A}_3^T|^2 |\bar{y}|^2 + \bar{y}^T \hat{A}_4 \bar{y} + \bar{y}^T R u. \end{aligned}$$

식 (22)에서 $F = R^{-1}(\hat{A}_4 + \sigma I_m)$ 이고 $\sigma > |P_1 \hat{A}_2 + \hat{A}_3^T|^2 + 1$ 일 때,

$$\dot{V}(\xi, \bar{y}) \leq -\frac{1}{4} (|\xi|^2 - |\bar{y}|^2) + \bar{y}^T v. \quad (25)$$

식 (25)는 페루프 시스템 (7)-(22)의 엄격한 수동성을 증명하고, $v = 0$ 일 때 점근적 안정성을 보장한다. 그림 3은 $v = 0$ 에서 그림 4와 같이 나타낼 수 있으므로, 제안된 보상기 설계 방법은 준 시스템 (1)에 대한 출력 궤환 동적 안정화 제어기 설계 방법으로 볼 수 있다.

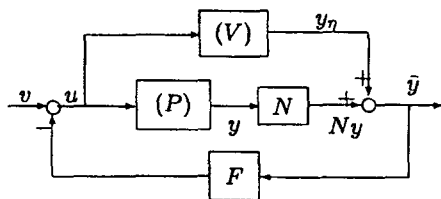


그림 3 병렬연결된 시스템에 대한 SOF
Fig. 3 SOF for Parallel-Connected System

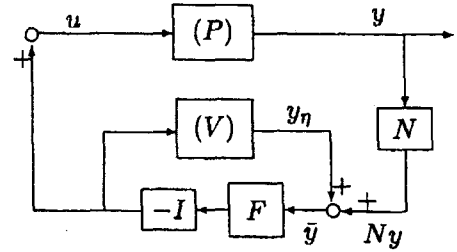


그림 4 병렬연결과 등가의 궤환 연결
Fig. 4 Equivalent Feedback Connection

첨언 7. 시스템 (13)(또는 (7))을 안정화할 때 (22)의 이득 행렬 F 는 참고 문헌 [10,11]의 적응 제어 기법을 사용할 수도 있다. 임의의 양한정 행렬 Γ 를 이용하여 다음과 같은 제어 입력을 생각하면

$$\begin{cases} \dot{F} = \Gamma \bar{y} \bar{y}^T \\ u = -F(\bar{y}) \bar{y} \end{cases} \quad (26)$$

시스템 (13)은 안정화되고 상태 (ξ, \bar{y}) 는 영으로 수렴하게 된다.

만약 식 (3)의 상태 궤환 이득 $G \in \mathcal{G}$ 를 쉽게 찾을 수 있다면, 보조정리 1을 이용하여 병렬 보상기 (20)을 얻는 (17)을 쉽게 구할 수 있다. 다음 정리는 보조정리 1을 적용한 것이며 증명은 생략한다.

정리 8. 식 (6)에서 영이 아닌 상수 γ 로 $L = \gamma I_m$ 와 같이 정한다. 행렬 B 와 \hat{C} 가 전-계수(full-rank)를 가질 때, 시스템 (7)이 거의 엄격히 수동적(ASP)이기 위한 필요충분조건은 다음과 같다.

- (i) 집합 $\hat{\mathcal{G}} := \mathcal{G} \cap \{G | G\hat{Y} = 0\} \neq \emptyset$ (단, \hat{Y} 는 $N(\hat{C})$ 의 정규 직교 기저임);
- (ii) 이득 행렬 $G \in \hat{\mathcal{G}}$ 와 $Q = Q^T > 0$ 로 얻어진 다음 행렬 \bar{F} 에 대하여

$$\bar{F} = [\bar{F}_1 \quad \bar{F}_2] = GQ\hat{C}^T(\hat{C}Q\hat{C}^T)^{-1} \quad (27)$$

$\bar{F}_1 = K\bar{F}_2$ 를 만족시키는 행렬 $K \in R^{m \times m}$ 가 존재한다.

정리 5와 8을 통하여 우리는 비정방 시스템 (1)을 수동화하는 입력 차수의 동적 병렬 보상기에 대한 결과를 정리하였다. 다음 장에서는 몇 가지 예를 통해 제안된 설계 방법을 설명한다.

4. 몇 가지 예제들

제안된 보상기 설계 방법을 설명하는 예제로서 먼저 간단한 비정방 시스템을 4.1절에서 다루었다. 4.2절과 4.3절에서는 각각 정방 시스템인 SISO와 MIMO 시스템에 대해 병렬 보상기를 설계하였다. 마지막으로 4.4절에서는 병렬 보상기 설계를 통한 안정화 제어기 설계 적용 예로서 참고 문헌

[19]에서 다룬 크레인 시스템의 선형화 모델에 대한 안정화 문제를 다루었다. 예제 시스템은 모두 비-최소 위상이거나 상대 차수가 1 보다 큰 시스템이며, 불안정하고 정적출력궤환(SOF)만으로는 안정화될 수 없는 시스템들이다.

4.1 비정방 시스템의 예

다음 행렬들로 이루어진 시스템 (1)을 생각한다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

위에서 $\lambda(A) = \{1.6180, 0, -0.6180\}$ 이므로 불안정하고, 이 시스템은 상대 차수 {3, 2}를 가진다. 시스템 (28)이 정적출력궤환(SOF)으로 안정화 될 수 없음은 임의의 이득 행렬 $F = [a_1 \ a_2]$ 로 $\det(sI - A + BFC) = s^3 - s^2 - (1 - a_2)s + a_1$ 이 안정하지 못하기 때문이다. 반면에 행렬 $\hat{C} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$ 일 때, 행렬 $(A - B\hat{F}\hat{C})$ 의 고유치는 이득 행렬 $\bar{F} = [f_1 \ f_2 \ l_1 \ l_2]$ 에 의해 자유롭게 지정될 수 있다. 특히, 다음 행렬 P 와 \bar{F} 는 정리 5의 조건들을 만족한다:

$$P = \begin{bmatrix} 148 & 161 & 18 \\ 161 & 196 & 26 \\ 18 & 26 & 9 \end{bmatrix}, \bar{F} = [35.69 \ 34.4 \ 8.3 \ 8.0]. \quad (29)$$

즉, $\lambda(A - B\bar{F}\hat{C}) = \{-1, -3 \pm j5.17\}$ 이고, $\bar{F}_1 = 4.3 \bar{F}_2$ 이다. 따라서, $\gamma = R = 1$ 일 때, 행렬 $N = [8.3 \ 8.0]$ 이고 $E = -4.3$ 이다. 결국, 병렬 보상기 (20)은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -4.3\eta + u \\ y = [8.3 \ 8.0]y + \eta. \end{cases} \quad (30)$$

위의 병렬 보상기와 정방화 행렬을 통해 얻어진 시스템 (28)-(30)은 정리 5에 의해 엄격한 수동성을 갖게 되고, 시스템 (28)은 출력 정보만으로 안정화됨을 알 수 있다.

4.2 비-최소 위상 시스템의 예

참고 문헌 [13,14]와는 달리 제안된 방법은 비-최소 위상 시스템에도 적용될 수 있다. 다음 행렬로 이루어진 시스템 (1)을 생각하자.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0]. \quad (31)$$

위 시스템은 극점을 $s = 0, 0.3028, -3.3028$ 에서 갖고, $s = 1$ 에서 영점을 가진다. 따라서, 비-최소 위상이며 상대 차수 2를 가진다. 그리고, 정적출력궤환(SOF)으로는 안정화 될 수 없다.

시스템 (31)은 가제어성을 가지므로 (3)의 집합 G 는 공 집합이 아니다. 행렬 \hat{C} 는 전-계수(full-rank)를 가지며,

$N(\hat{C})$ 의 정규 직교 기저는 $\hat{Y} = \frac{1}{\sqrt{2}}[0 \ 1 \ 1]^T$ 으로 주어진다.

상태 궤환 이득 행렬 $G = [-0.25 \ 2 \ -2]$ 로 두면 $\lambda(A - BG) = \{-0.5, -0.25 \pm j0.66\}$ 이고, $Q = I_3$ 일 때 (27)에 의해 $\bar{F} = [-0.25 \ -2]$ 이다. 따라서, 정리 8의 두 조건이 만족되며, $\gamma = R = -0.5$ 일 때 병렬 보상기 (20)은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -0.125\eta + u \\ y = y - 0.5\eta. \end{cases} \quad (32)$$

따라서, 비-최소 위상 시스템에 대해서도 본 설계 방법이 유용함을 알 수 있다.

4.3 다중 입출력 시스템의 예

이번 예에서는 제안된 설계 방법의 간편함을 보이기 위해 참고 논문 [13]의 시스템을 다루었다. 또한, 보상기 설계에 있어 상수 γ 와 행렬 R 을 다양하게 결정할 수 있음을 확인한다. 다음 행렬로 이루어지는 시스템을 생각한다.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & -15 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -15 & -1 \end{bmatrix}.$$

위 시스템 (33)에 대해 \hat{C} 은 전-계수(full-rank)이고, 아래의 이득 행렬 $G \in \hat{G}$ 일 때, $\lambda(A - BG) = \{-1.51, -3.19 \pm j2.14, -6.56 \pm j3.77\}$ 이다. 이것은 정리 8의 첫 번째 조건을 만족시키고, $Q = I_5$ 일 때, 식 (27)에서 \bar{F} 는 다음으로 주어진다:

$$G = \begin{bmatrix} 52 & 162 & -92 & -592 & -39 \\ -2 & -10 & 12 & -43 & -4 \end{bmatrix}; \bar{F} = \begin{bmatrix} 32 & 4 & 20 & 7 \\ 3 & 4 & -5 & 0 \end{bmatrix}.$$

이 때, \bar{F}_2 는 가역 행렬이다. 이제, $\gamma = 1, R = I_2$ 이라 두면 $K = \bar{F}_1 \bar{F}_2^{-1}$ 에서 아래와 같은 병렬 보상기를 구성할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \begin{pmatrix} -0.5714 & 4.1143 \\ -0.5714 & -1.6857 \end{pmatrix} \eta + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u \\ \bar{y} = \begin{pmatrix} 20 & 7 \\ -5 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \eta \end{cases} \quad (34)$$

또 다른 보상기를 얻기 위해 $R = \bar{F}_2^{-1}$ 이고 $\gamma = 0.1$ 로 두면, 식 (20)에서 다음과 같은 병렬 보상기를 얻게 된다. 이것은 $\gamma \ll 1$ 일 때, $\bar{y} \approx y$ 와 같이 근사할 수 있음을 의미한다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \begin{pmatrix} 0.600 & 0.800 \\ -6.2857 & -2.8571 \end{pmatrix} \eta + \begin{pmatrix} 0 & -2.000 \\ 1.4286 & 5.7143 \end{pmatrix} u \\ \bar{y} = y + 0.1\eta. \end{cases} \quad (35)$$

4.4. 크레인 시스템 (A Convey-Crane System)

아래 예제에서는 비례-미분(PD) 제어기로 안정화되는 크레인 시스템에 대해 병렬 보상기를 사용함으로써 미분항을 대체할 수 있음을 보인다. 아래와 같이 표현되는 참고 논문 [19]의 크레인을 생각한다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(M+m)g}{lM} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{lM} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (36)$$

각 문자들의 의미는 [19]를 참고한다. 단, $z = [x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}]$ 인 상태 변수에서 x 는 카트의 위치이고 θ 는 짐(또는 추)가 수직선과 이루는 흔들림 각이다. 참고 논문 [19]에서는 입력에서 \dot{x} 까지가 수동적임을 이용하여, θ 의 측정없이 x 와 \dot{x} 만으로 제어기를 설계하였다. 본 예제에서는 [19]와 달리 측정 가능한 출력 $y = x$ 뿐이라 생각한다. 이때, 위 시스템 (36)은 상대 차수 2를 가지고 더 이상 수동적이지 않게 된다.

논문 [19]에서는 수동성 기반의 다음 PD 규칙으로 시스템을 안정화 시킨다:

$$u = -k_E^{-1}(k_x x + k_d \dot{x}). \quad (37)$$

참고 논문과 같이 $M = m = 1 \text{ kg}$, $l = 1 \text{ m}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 이라 정하면, $k_E = 1$, $k_x = 3$, $k_d = 4.5$ 일 때, 페루프 시스템 (36)-(37)은 안정함을 알 수 있다. 이 때, 식 (36)로부터 $\bar{F}_1 = 3$ 이고 $\bar{F}_2 = 4.5$ 이게 된다. 따라서, $K = 3/4.5$ 이다. $\gamma = R = 1/4.5$ 로 두면, 다음의 병렬 보상기를 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -\frac{3}{4.5}\eta + u \\ \bar{y} = y + \frac{1}{4.5}\eta. \end{cases} \quad (38)$$

행렬의 노름(norm) 계산에 의해 정리 5의 증명에서 출력 이득 $F = \sigma = 826$ 으로 구할 수 있다. 초기조건이 $z(0) = [x(0), \dot{x}(0), \theta(0), \dot{\theta}(0)] = [-5, 0, -\pi/4, 0]$ 인 모의 실험 결과는 그림 5에 나타났고, 논문 [19]에서 비교한 아래의 상태 궤환 입력에 의한 결과와 같이 그렸다:

$$u = -kz = -[3 \ 3.69 \ 0.71 \ -0.87]z. \quad (39)$$

실선으로 표시된 궤적이 제안된 병렬 보상기에 의한 결과이며, 점선이 제어식 (39)에 의한 결과이다. 속도 정보없이 카트의 위치 정보만으로 페루프 시스템이 안정함을 확인할 수 있다.

5. 결 론

수동성에 기반한 제어기는 제어 결과 얻어진 페루프 시스템이 강인한 안정성을 지닌다고 알려져 있다. 본 논문에서

는 시스템의 출력 정보만이 측정 가능한 경우에 대해 동적 출력 궤환 제어기의 구성 방법으로서 페루프 시스템이 엄격한 수동성을 갖도록 하였다. 논문에서는 기존의 수동화 접근법으로 다루기 힘든 비정방 시스템을 다루었다.

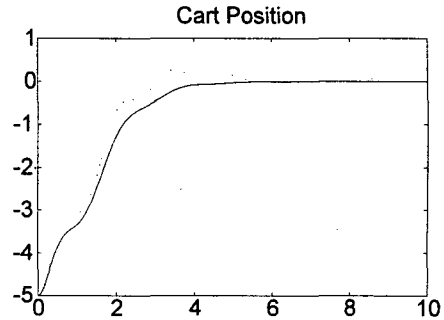


그림 5 (a) 카트의 위치
Fig. 5 (a) Cart Position

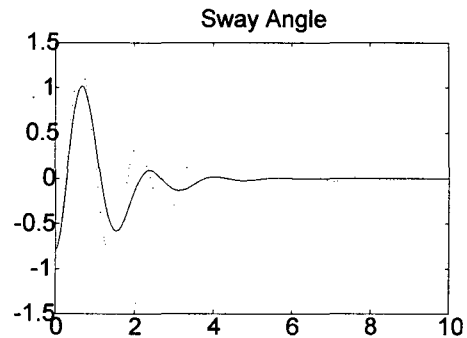


그림 5 (b) 흔들림 각
Fig. 5 (b) Sway Angle

입출력의 개수가 같은 정방 시스템이 수동성을 갖기 위한 필요충분조건은 시스템의 입출력쌍에 대해 상대 차수 1과 약한 최소 위상이어야 함으로, 우리는 주어진 시스템에 대해 정방화 행렬과 병렬 보상기(PFC)를 설계하여 얻은 연결된 시스템이 두 조건을 만족하도록 하였다. 정방화 행렬과 병렬 보상기 설계에서는 다중 입출력(MIMO) 시스템을 보다 다루기 쉽고 수치적인 알고리즘이 많이 개발되어진 상태 공간에서의 제어기 구성문제로 접근하였다. 이는 기존의 논문들에서 모두 전달함수 형태로 제어기를 설계하는 것과는 다른 방법이다.

병렬 보상기가 입력의 차수와 같은 차수를 가질 경우에 대한 설계 문제는 정적출력궤환(SOF) 기법을 사용할 수 있고, 선형 행렬 부등식(LMI)과 같은 수치적인 방법이 사용될 수 있음을 보였다. 본 결과는 기존의 정방 시스템에 대한 병렬 보상기 설계 문제나 정방화 행렬만으로 비정방 시스템을 수동화하는 문제보다 일반적인 경우에 대한 해를 제시한 것이라 할 수 있다.

한편, 많은 실제적인 시스템들이 (예를 들어 로봇 시스템) 입력에서 속도 출력까지가 수동성을 갖고, 그 결과로 비례-미분(PD) 제어가 얻어진다. 제안된 수동화 방법은 PD 제어기로 제어 가능한 시스템에 대해 미분항을 대체하는 효과

적인 방법으로 활용될 수 있음을 크레인 시스템[19]을 통해 확인하였다.

상태 공간에서 제어기 설계 문제의 한 과정은 시스템의 상태를 다 알고있음을 가정하고 상태 제환 제어기를 구성한 후, 출력 정보만으로 상태를 추정하는 관측기를 설계함으로써 출력 정보만으로 원하는 제어 목표를 이루고자 한다. 본 논문에서의 수동화 설계방법은 출력 정보만으로 제어기를 설계하지만 관측기의 도움을 필요치 않음으로, 저차 제어기 구성의 한 방법으로 이용될 수 있음을 알 수 있다. 하지만 보다 넓은 범위의 적용 대상 시스템을 갖기 위해서는 입력 차수보다 높은 차수의 병렬 보상기 설계 문제가 향후 진행되어야 할 것이다.

감사의 글

본 논문은 2002학년도 정보통신부 IT학과 장비지원사업의 동아대학교 대응자금에 의해 연구되었음.

참 고 문 헌

- [1] C.I. Byrnes, A. Isidori, and J.C. Willems, "Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 36, no. 11, pp. 1228-1240, 1991.
- [2] H.K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, 2nd Ed., 1996.
- [3] R. Sepulchre, M. Jankovic, and P.V. Kokotovic, *Constructive Nonlinear Control*, Springer-Verlag, 1997.
- [4] R. Ortega, A. Loria, P.J. Nicklasson, and H. Sira-Ramirez, *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*, Springer-Verlag, 1998.
- [5] Hyungbo Shim and Jin H. Seo, "Passivity framework for nonlinear state observer", In *Proc. of ACC*, pp. 699-705, 2000.
- [6] A.G. Kelkar and S.M. Joshi, "Robust control of non-passive systems via passification", In *Proc. of ACC*, 1997.
- [7] Young I. Son, Hyungbo Shim, and Jin H. Seo, "Passification of nonlinear systems via dynamic output feedback", *Journal of KIEE*, pp. 23-28, 2000.
- [8] A.L. Fradkov and D.J. Hill, "Exponential feedback passivity and stabilizability of nonlinear systems," *Automatica*, vol. 34, no. 6, pp. 697-703, 1998.
- [9] W. Sun, P.P. Khagonekar, and D. Shim, "Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, pp. 2034-2046, 1994.
- [10] C.-H. Huang, P.A. Ioannou, J. Maroulas, and M.G. Safonov, "Design of strictly positive real systems using constant output feedback," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 44, no. 3, pp. 569-573, 1999.
- [11] I. Bar-Kana, "Parallel feedforward and simplified adaptive control," *Int. J. Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 1, no. 2, 95-109, 1987.
- [12] H. Kaufman, I. Bar-Kana, and K. Sobel, *Direct Adaptive Control Algorithms*, Springer-Verlag, 2nd Ed., 1998.
- [13] Z. Iwai and I. Mizumoto, "Realization of simple adaptive control by using parallel feedforward compensator," *Int. J. Control*, vol. 59, no. 6, pp. 1543-1565, 1994.
- [14] M. Deng, Z. Iwai, and I. Mizumoto, "Robust parallel compensator design for output feedback stabilization of plants with structured uncertainty", *Systems & Control Letters*, vol. 36, pp. 193-198, 1999.
- [15] A. Saberi and P. Sannuti, "Squaring down by static and dynamic compensators", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 33, no. 4, pp. 358-365, 1988.
- [16] Y. Kawasaki, I. Mizumoto, R. Wakamiya, and Z. Iwai, "Adaptive control of an inverted pendulum system," In *Proc. of Asia-Pacific Vibration Conference '93*, Japan, vol. 3, pp. 1114-1119, 1993.
- [17] F.C. Lee, H. Flashner, and M.G. Safonov, "Positivity embedding for noncolocated and nonsquare flexible structures," In *Proc. of ACC*, pp. 267-271, 1994.
- [18] P. Akella and J.T. Wen, "Synthesized passive feedback control of sensor-rich structures," In *Proc. of ACC*, pp. 2652-2656, 1997.
- [19] J. Collado, R. Lozano, and I. Fantoni, "Control of convey-crane based on passivity," In *Proc. of ACC*, pp. 1260-1264, 2000.
- [20] J.C. Geromel, P.L.D. Peres, and S.R. Souza, "Convex analysis of output feedback control problems: robust stability and performance," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, no. 7, pp. 997-1003, 1996.
- [21] Y.-Y. Cao, J. Lam, and Y.-X. Sun, "Static output feedback stabilization: an ILMI approach," *Automatica*, vol. 34, no. 12, pp. 1641-1645, 1998.
- [22] C.A.R. Crusius and A. Trofino, "Sufficient LMI conditions for output feedback control problems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 44, no. 5, pp. 1053-1057, 1999.
- [23] Z.P. Jiang and D.J. Hill, "Passivity and disturbance attenuation via output feedback for uncertain nonlinear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 43, no. 7, pp. 992-997, 1998.
- [24] V. Kuvcera and C.de Souza, "A necessary and sufficient condition for output feedback stabilizability," *Automatica*, vol. 31, no. 9, pp. 1357-1359, 1995.

저 자 소 개



손 영 익 (孫 瑛 翼)

1969년 3월 11일생. 1995년 서울대학교 전기공학과 졸업. 2002년 동 대학원 전기·컴퓨터공학부 졸업(공학). 2002년~현재 동아대학교 전기전자컴퓨터공학부 전임강사.

Tel : 051-200-7713, Fax : 051-200-7712

E-mail : yson@controlbusters.com



조 남 훈 (趙 南 熏)

1992년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 2000년 서울대 대학원 전기공학부 졸업(공학). 2000년~2001년 서울대 자동화시스템공동연구소 연구원. 2001년~2002년 삼성전자 DVS사업부 책임연구원. 2002년~현재 숭실대학교 전기제어시스템공학부 전임강사.

Tel : 02-820-0643, Fax : 02-817-7961

E-mail : nhjo@ee.ssu.ac.kr



심 형 보 (沈 亨 輔)

1970년 3월 8일생. 1993년 서울대학교 전기공학과 졸업. 2000년 동 대학원 전기공학부 졸업(공학). 2002년~현재 한양대학교 전기전자컴퓨터공학부 조교수.

Tel : 02-2294-3041

E-mail : hshim@hanyang.ac.kr