

# 케이블-트러스 복합구조물의 형상최적화에 관한 연구

## A Study on the Shape Optimization of the Cable - Truss Hybrid Structures

한 상 을\*                      조 남 철\*\*  
Han, Sang-Eul                Jo, Nam-Chul

### Abstract

The purpose of this study is to obtain the optimum shape of cable domes by using the real coding genetic algorithm. Generally, the structural performance of the cable domes is influenced very sensitively by pre-stress, geometry and length of the mast because of flexible system. So, it is very important to decide the optimum shape to get maximum stiffness of cable domes. We use the analytical model to verify the usefulness of this algorithm for shape optimization and analyze the roof system of Seoul olympic gymnastic arena as analytical model of a practical structures. It is confirmed lastly that the optimum shape domes have more stiffness than initial shape ones.

*keywords : Real Coding Genetic Algorithm, Optimum Shape, Maximum Stiffness*

## 1. 서 론

유전알고리즘은 1975년 홀랜드(Holland)<sup>[6]</sup>와 그의 연구진들이 기존의 알고리즘에 대한 연구를 종합하여 체계화시켰으며, 지금까지 구조설계에 많이 이용되고 있다. 이 연구에서는 실수코딩 유전알고리즘을 이용하여 케이블 돔의 형상최적화를 수행하였다. 케이블 돔은 연성구조물로 구조물의 기하형상에 따라 구조적 성능이 크게 좌우되기 때문에 포스트의 길이, 위치 및 절점 높이 등의 적절한 좌표가 구조물의 성능을 좌우한다고 볼 수 있다. 따라서 케이블 돔의 최적설계 개념은 초기장력, 부재크기, 높이/반경비를 일정하게 한 상태에서 구조물의 기하 형상을 계속적으로 변화시키면서 처짐에 대한 저항성을 평가하여, 절점 변위가 최소로 되게 하는 형상을 찾는다.<sup>[2]</sup>

이 연구에서 제시하는 유전알고리즘의 성능을 평가해보기 위해, 초기형상과 최적형상의 성능을 비교

검토하였다.

## 2. 실수코딩 유전알고리즘

일반적으로 실제 구조물의 정밀탐색 과정에서는 해에 대한 복잡한 제약조건이 요구된다. 이진코딩을 채용할 경우 정밀도를 높이거나 해에 대한 사전지식의 결여로 탐색공간을 확대하게 되면 염색체의 길이가 길어지게 되며, 긴 염색체는 매우 큰 탐색공간을 만들어 유전 알고리즘이 해를 찾는데 많은 시간을 요구하거나 경우에 따라서는 실패의 원인을 제공한다.<sup>[3]</sup> 따라서 실수코딩을 채용함으로써 이러한 문제점들을 극복할 수 있고, 유전자형과 문제의 변수가 같게 표현되어 프로그래밍이 간편하다.

### 2.1 코딩 및 집단의 초기화

연속 탐색공간 변수의 최적화 문제에는 유전자의 표현을 실수로 하는 것이 자연스럽다. 염색체를 실수로 표시함으로써 정확히 문제의 변수와 일대일 대응하는 실수 유전자를 가지게 된다. 실수 염색체의

\* 정희원, 인하대학교 건축학부 교수, 공학박사

\*\* 정희원, (주) 케이 돔 대리

조합으로 이루어지는 개체군의 초기화는 모든 염색체가 적합한 영역 내의 점이 되도록 이행된다. 초기화 방법으로는 두 가지가 있는데, 하나는 정의영역 내의 점들을 무작위로 취하는 방법이고 다른 하나는 일부는 정의영역 내에서, 나머지는 경계상의 점을 무작위로 취하는 방법이다.<sup>[5]</sup>

### 2.2 유전 연산자

유전알고리즘의 연산자는 자연진화의 원리를 알고리즘 형태로 근사화한 것을 말한다. 특히 알고리즘의 성능을 좌우하는 것은 연산자라 할 수 있고, 다양한 연산자의 선택에 있어 공통적인 원칙은 우수한 해가 선택될 확률을 높이는 것이다. 유전 알고리즘에서 대표적인 연산자는 재생산, 교배, 돌연변이이다. 이 연구에서 사용한 연산자는 구배 유사 선택자, 수정 단순교배, 동적 돌연변이 등을 이용하였다.

### 2.3 적합도의 평가

유전 알고리즘에서 환경에 대한 생물의 적응능력은 개체의 적합도를 평가하는 과정을 통해 반영된다. 재생산, 교배, 돌연변이를 거쳐 새로운 집단이 완성될 때마다 개체들의 적합도가 평가되는데 이는 대개 제약조건과 목적함수로부터 계산된다. 일반적으로 식(1)과 식(2)를 자주 사용한다.

여기서,  $f(s)$ 는 적합도 함수,  $F(x)$ 는 목적함수,  $\alpha$ 는 임의의 상수이다.

$$f(s) = -F(x) + \alpha \geq 0 \tag{1}$$

$$f(s) = \frac{1}{F(x) + \alpha} \tag{2}$$

### 2.4 제약조건의 취급

형상 최적화와 같이 탐색공간의 범위가 광대하고, 복잡한 최적화 문제에 유전알고리즘을 적용할 때 고려되어야 할 사항은 제약조건의 취급이다. 제약조건의 적절한 사용에 의해 유전알고리즘에 소모되는 시간을 절약할 수 있고, 찾고자 하는 해의 정도를 증가시킬 수 있다. 유전알고리즘은 비제약 최적화 문제에 적당함으로 제약 조건을 직접적으로 다룰 수 있

는 연산자를 갖고 있지 않지만, 최근문헌<sup>[6]</sup>에서 제약 조건을 다루는 몇 가지 방법들이 제시되어 왔다. 이들은 크게 거부전략, 복구전략, 유전자의 보완전략, 벌점전략으로 분류된다. 이 연구에서는 벌점전략을 이용하였으며, 이는 문제의 해공간이 부적합한 영역을 탐색하게 될 때 벌점을 부과하고, 이 벌점을 평가함수 계산에 반영하는 방법이다.

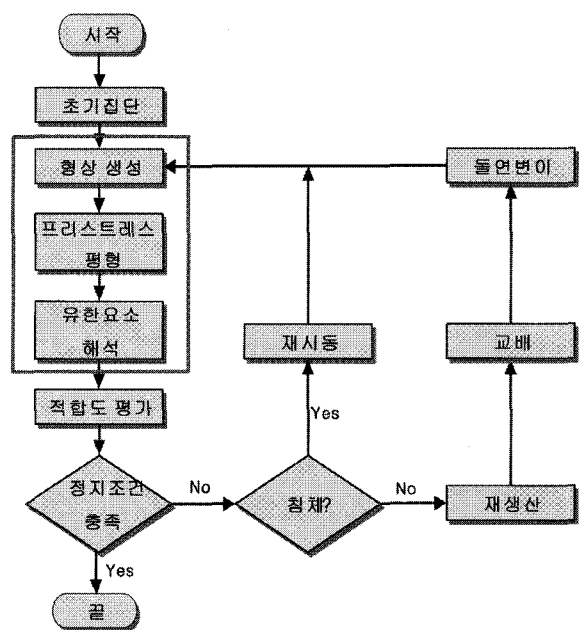
### 2.5 엘리티즘(elitism)

현 세대의 최고 적합도를 갖는 해를 교배, 돌연변이, 재생산과 같은 연산자에 의해 한 세대의 최적 개체가 소멸되지 않고, 다음 세대에 남기기 위한 방법이다. 최적 개체의 소멸은 좋은 특성을 가지는 유전자를 잃게 되어 탐색이 침체되는 원인을 제공한다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 고안된 것이 엘리티즘이다.<sup>[6]</sup>

## 3. 형상최적화 알고리즘 및 정식화

### 3.1 형상 최적화 알고리즘

이 논문에서 사용한 최적화 알고리즘의 흐름도는 <그림 1>과 같으며, 유전알고리즘을 이용한 부분과 케이블 등의 형상자동생성 및 유한요소 해석부분은



<그림 1> 최적화 알고리즘

로 나눌 수 있다. 형상생성은 설계변수에 의해 결정되며, 유한요소 해석부분에서 제약조건(역학적 제약 조건, 기하학적 제약조건) 및 케이블의 불안정성을 다루었다.

### 3.2 최적화 문제의 정식화

케이블 돔의 형상최적 설계는 다음과 같이 정식화할 수 있다.<sup>[3]</sup>

$$\text{Minimize} \quad F(x) = \sum_{i=1}^m (D_i)^2 \quad (3)$$

Subject to Mechanical constraint

$$P_k \geq 0, \quad k \in (\text{cable number})$$

$$g_{\delta_i}(x) = \delta_i - \delta_{im} \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (4)$$

Geometrical constraint

$$h_j(x) = \phi_{j+1} - \phi_j \leq 0$$

$H/R = \text{constant}$

여기서,  $F(x)$  : 절점변위  $(D_i)^2$ 의 합

$m$  : 절점번호

$P_k \geq 0$  : 케이블 장력

$\delta_i$  :  $i$  절점의 변위

$\delta_{im}$  :  $i$  절점의 변위 제약값

$H, R$  : 케이블 돔의 높이 및 반경

$\phi_{j+1} - \phi_j \leq 0$  : 포스트의 위치조정

이 연구에서 최적형상은 최대강성을 갖는 구조형상으로 정의하며, 구조물에 하중을 가했을 때 변위가 최소로 되는 것을 의미한다. 최적화 수행을 위한 목적함수는 절점 변위벡터의 정규화로 표현할 수 있고, 그 목적은 목적함수의 값을 최소로 되게 하는데 있다. 제약조건은 역학적 제약조건과 기하학적 제약조건으로 나눌 수 있다. 역학적 제약조건은 역학적 원리를 따르고 식(4)에서 볼 수 있듯이 케이블의 장력( $P_k$ )은 항상 '0' 이상일 것과 변위 제약을 의미한다.<sup>[1]</sup> 기하학적 제약조건은 구조물의 높이를 일정하게 한 상태와 높이에 변화를 준 상태로 구분하고,

포스트의 위치를 조절하는 것이다.<sup>[1]</sup>

### 3.3 비제약 최적화

케이블 돔의 형상최적화 문제에 벌점전략을 사용하기 위해 식(3)과 식(4)를 비제약 문제로 변환시킬 필요가 있다. 유전알고리즘에서 제약조건을 취급은 변환법과 상통하다고 볼 수 있다.<sup>[7]</sup> 특히 고정 벌점 전략은 순차 비제약 최소화 기법과 유사하다. 비제약 문제로 전환하기 위한 실문제의 제약조건은 다음과 같다.

Subject to Mechanical constraint

$$g_{\delta_i}(x) = \delta_i - \delta_{im} \leq 0,$$

Geometrical constraint (5)

$$h_j(x) = \phi_{j+1} - \phi_j \leq 0$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n$$

이 연구에서 제약조건을 취급은 역학적 제약 조건과 기하학적 제약조건에 대하여 위배시 모두 벌점을 부과한다. 비제약 목적함수로 전환하면 다음과 같다

$$\phi(x) = D_i^2 [1 + C_1 \sum_{i=0}^n g_{\delta_i}(x) + C_2 \sum_{j=0}^m h_j(x)] \quad (6)$$

여기서  $D_i^2(x)$ 는 식(3)의 목적함수이고,  $C_1, C_2$ 는 각 제약조건에 따른 벌치강도를 정하는 상수이다. 이 연구에서는 편의상  $C_1, C_2$ 를 동일한 벌점 강도를 주어 10으로 하였다.  $g_{\delta_i}(x)$ 와  $h_j(x)$ 는 제약조건을 위배정도를 나타낸다. 만일 제약조건을 위배하지 않으면  $[C_1 \sum_{i=0}^n g_{\delta_i}(x) + C_2 \sum_{j=0}^m h_j(x)]$ 는 '0'이 되어 식(6)은 식(3)과 같게 된다.

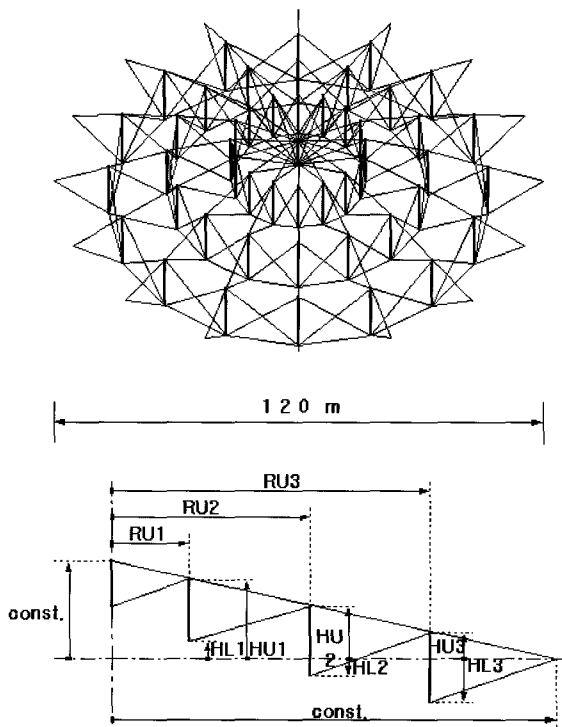
## 4. 케이블 돔의 형상 최적화

### 4.1 올림픽 체조 경기장의 최적형상 결정

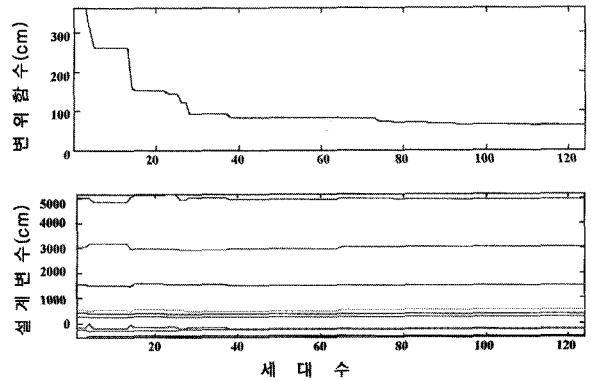
<그림 2>은 서울 올림픽 체조경기장과 동일한 시

스텝을 갖는 직경 120m의 케이블 돔이고, 중앙의 센터링을 단일 부재로 가정한 것 이외의 기하형상, 프리스트레스, 절점좌표는 실제 구조물의 조건과 모두 동일하다. 일반적으로 케이블 돔 구조물의 안정화를 위해서는 시공 중에 초기장력을 도입하여야 하나, 이 연구에서는 초기장력을 결정하는 부분은 생략하고, 안정화 이행 과정을 통해 구해진 초기장력에 따른 케이블 돔의 최적좌표 결정 과정을 규명하고자 한다. 설계하중은 모든 절점에서 2.21톤으로 가정하였다.

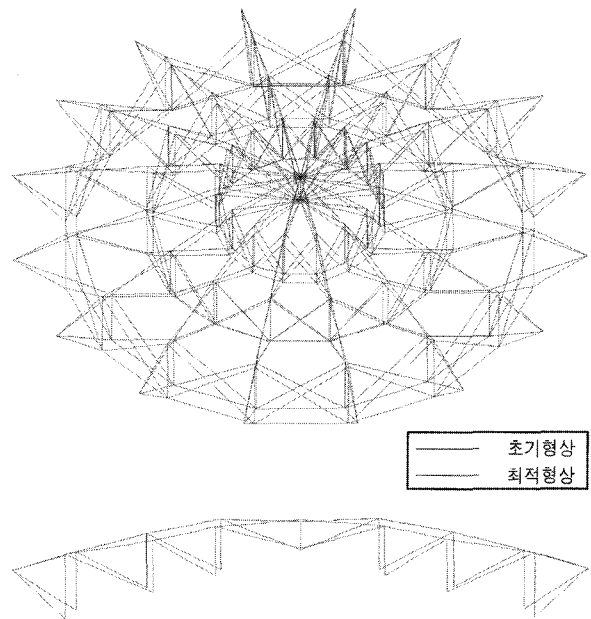
설계변수는 <그림 2>과 같이 반경과 높이이며, 전체 높이와 반경은 고정하였다. 제약조건으로 변위제약을 주었고, 케이블의 불안정에 대해 검토하였다. 여기서 변위제약 값을 산정하기 위하여 초기형상을 고정하중상태에서 해석하였다. 변위제약은 초기형상 해석시 최대변위보다 3cm작은 28.5cm를 사용하였다. 기하 제약조건으로는 포스트의 위치를 조정하였다. 유전알고리즘의 제어 파라미터로 집단크기 14, 교배율 1.0, 돌연변이율 0.5를 사용하여 얻은 결과를 <그림 3>에 나타내었다. 20세대이상 목적함수 값의 감소가 이루어지지 않을 경우 더 이상의 진화가 없는 것으로 간주하여 프로그램을 종료하도록 하



<그림 2> 초기형상 및 설계변수



<그림 3> 설계변수 및 목적함수의 수렴과정



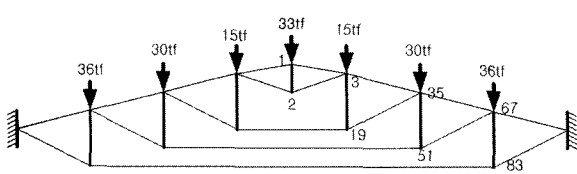
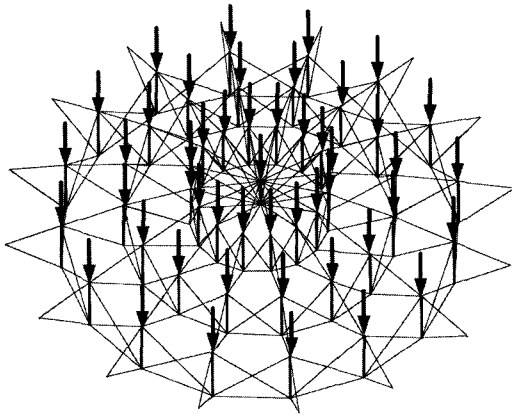
<그림 4> 초기형상 및 최적형상

였으며, 목적함수와 설계변수의 단위는 cm로 하였다. <그림 3>에서 세대증가가 120세대까지 이루어졌으나, 이미 90세대에서 최적해가 얻어져 계속 유지되고 있음을 알 수 있다. <그림 4>는 초기 형상과 최적형상을 나타내었다.

#### 4.2 초기 및 최적형상의 구조성능 비교

해석모델 및 하중조건은 <그림 5>과 같고, 절점좌표는 초기형상과 최적형상이 다르다.

절점 1의 경우 초기형상과 최적형상에 수직하중 18.75톤을 가했을 때까지 절점의 변위는 거의 비슷하나, 33톤을 가했을 때에는 최적형상 128.7cm이고, 초기형상은 212.9cm로 처짐에 대한 저항 성능비는

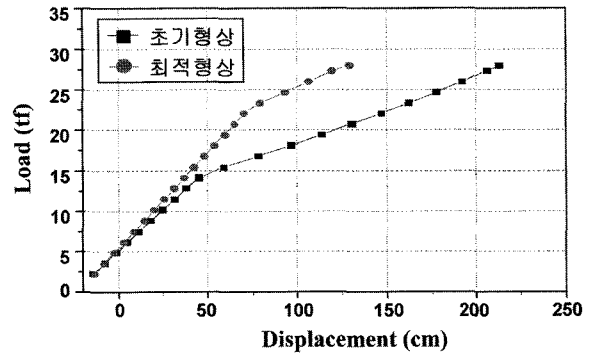


〈그림 5〉 해석 모델 및 하중조건

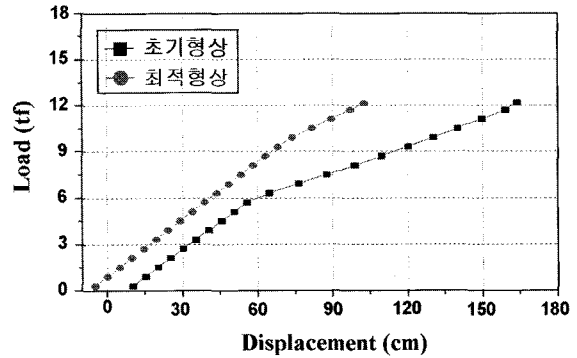
1.65배로 최적형상이 우수하다.

또한 초기형상과 최적형상은 각각 수직하중 18.75톤, 27.5톤까지 선형으로 거동하나, 이후에는 비선형으로 거동한다. 절점 3, 35, 67도 절점 1과 비슷한 거동을 하나, 최적형상이 초기형상보다 큰 하중에서도 선형거동을 하며, 안정적인 거동을 하는 것으로 나타났다. 각 절점에서 초기형상과 최적형상의 처짐에 대한 성능 비는 절점 3에서 1.6배, 절점 35에서 1.4배, 절점 67에서 1.96배로 나타났으며, 최적형상이 초기형상보다 1.4배~1.96배 정도 우수한 것으로 나타났다. <그림 6, 7, 8, 9>는 올림픽 체조경기장의 수직하중에 따른 절점의 거동특성을 나타낸, 그래프로 초기형상이나 최적형상이 선형거동 후 비선형 거동을 하지만, 초기형상보다 최적형상이 큰 하중에서 비선형거동을 하여 최적형상이 구조적으로 더 안정된 것으로 판단된다.

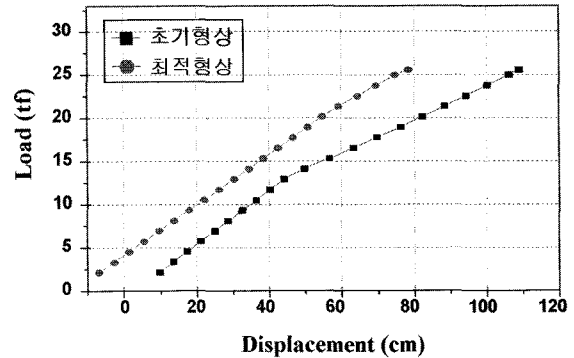
중앙부의 센터링은 직경 5m인 원형강채이기 때문에 단일부재로 가정한 경우와 다른 거동을 할 것으로 판단되어 비교 검토할 필요가 있다. 센터링을 고려하여 최적화를 수행한 후, <그림 5>와 같은 하중조건에서 해석한 결과, 초기형상은 하중 스텝 40에서 발산되었고, 최적형상은 정상적으로 해석을 완료하였다. <그림 10>부터 <그림 12>는 케이블 돔의 절점변위를 나타내며, 초기형상은 센터링을 고려



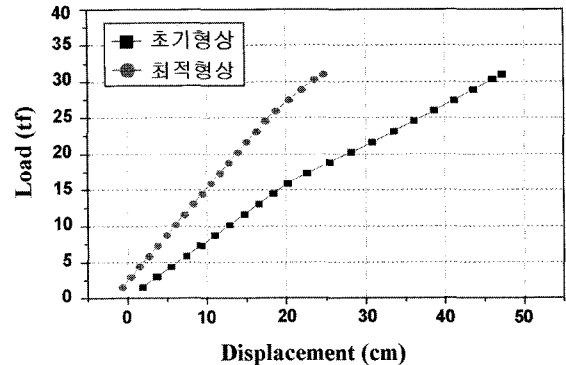
〈그림 6〉 절점 1의 하중-변위 곡선



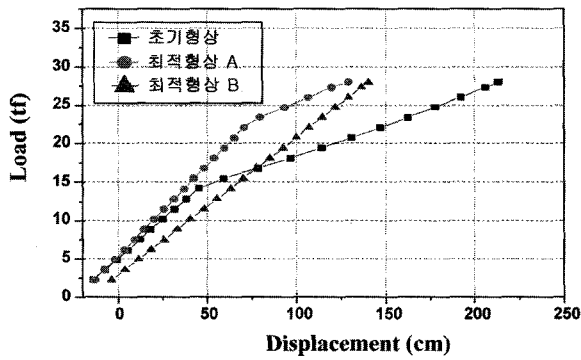
〈그림 7〉 절점 3의 하중-변위 곡선



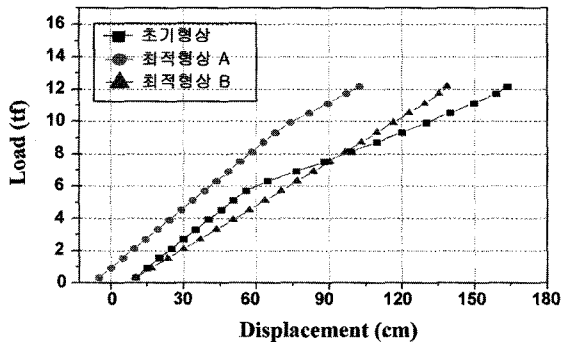
〈그림 8〉 절점 35의 하중-변위 곡선



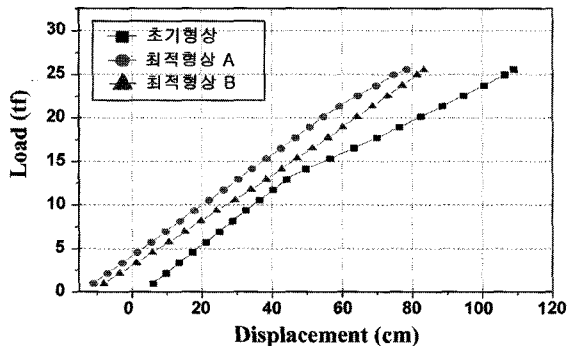
〈그림 9〉 절점 67의 하중-변위 곡선



<그림 10> 절점 1의 하중-변위 곡선



<그림 11> 절점 3의 하중-변위 곡선



<그림 12> 절점 35의 하중-변위 곡선

하지 않은 실제 기하 형상이고, 최적형상 A는 센터링을 고려하지 않은 경우이며, 최적형상 B는 센터링을 고려한 최적 케이블 돔이다. 최적형상 B는 절점 1의 경우 수직하중 20톤, 절점 3의 경우 수직하중 10톤까지 처짐에 대한 저항 성능이 가장 나쁘다. 최적형상 A가 처짐에 대한 저항성능이 가장 우수하고, 최적형상 B는 안정적인 선형거동을 한다.

### 4.3 설계변수의 규칙성을 고려한 최적 설계

이 절에서는 앞의 방법을 이용하여 최적화를 수

행한 결과 설계변수의 수렴이 어느 일정한 영역에서 수렴하는 것을 알 수 있었다. <그림 4>에서 최적형상의 포스트 위치는 초기형상과 거의 비슷한 영역에서 위치하는 것을 알 수 있다. 이 점에 착안하여 동일한 시스템을 갖고, 직경이 다른 모델에 유전알고리즘을 적용하여 최적화를 수행한 결과 직경이 50m 나 70m에서도 일정한 위치에서 최적해가 수렴하는 것을 알 수 있다.

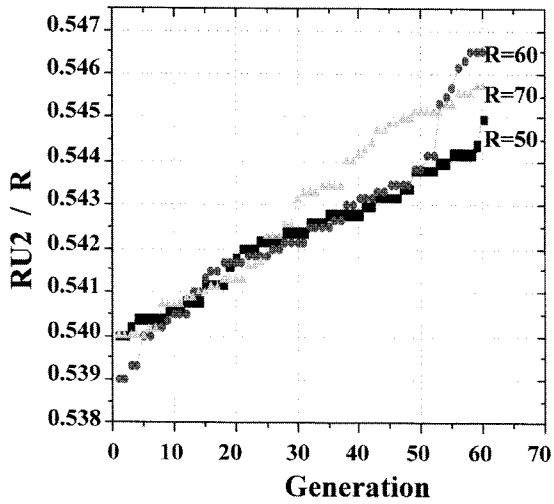
<표 1-1> 포스트의 위치(돔의 반경 60m)

설계변수	비율	반경(60m)
RU1	0.276 ~ 0.288	16.65 ~ 17.31
RU2	0.535 ~ 0.545	32.10 ~ 32.73
RU3	0.772 ~ 0.780	46.26 ~ 46.94
HU1	0.099 ~ 0.107	5.94 ~ 6.42
HU2	0.069 ~ 0.074	4.17 ~ 4.44
HU3	0.042 ~ 0.048	2.52 ~ 2.88
HL1	-0.005 ~ 0.004	-0.30 ~ 0.24
HL2	-0.054 ~ -0.049	-3.24 ~ -2.97
HL3	-0.102 ~ -0.094	-6.12 ~ -5.64

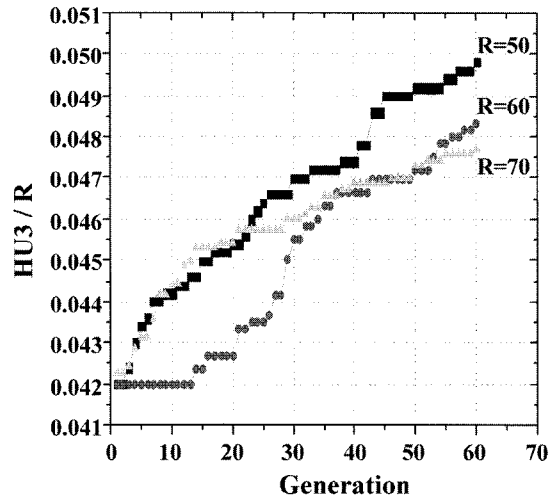
<표 1-2> 포스트의 위치(돔의 반경 50m, 70m)

설계변수	반경(50m)	반경(70m)
RU1	13.87 ~ 14.43	19.42 ~ 20.20
RU2	26.75 ~ 27.27	37.45 ~ 38.18
RU3	38.55 ~ 39.10	53.97 ~ 54.94
HU1	4.95 ~ 5.35	6.93 ~ 7.49
HU2	3.47 ~ 3.70	4.68 ~ 5.18
HU3	2.10 ~ 2.40	2.94 ~ 3.36
HL1	-0.25 ~ 0.20	-0.35 ~ 0.28
HL2	-2.70 ~ -2.47	-3.78 ~ -3.46
HL3	-5.10 ~ -4.70	-7.14 ~ -6.58

<표 1-1>과 <표 1-2>는 반경에 대한 설계변수의 비율을 실제 좌표상의 값으로 환산한 것이며, <그림 13, 14, 15>에서는 반경이 다른 케이블 돔의 설계변수의 수렴위치를 나타내었으며, 거의 일정범위에서 수렴하는 것을 알 수 있다.

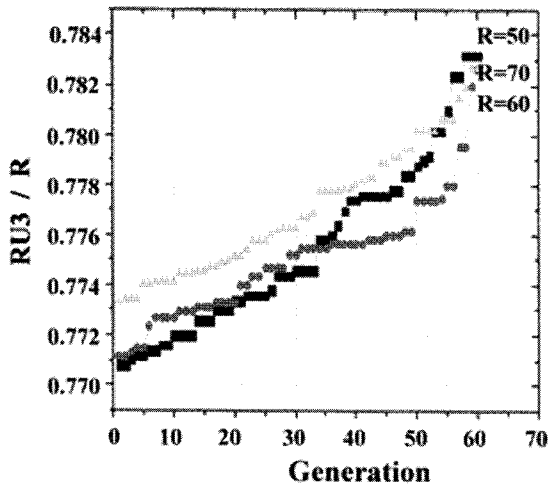


(a) 설계변수 RU2의 위치



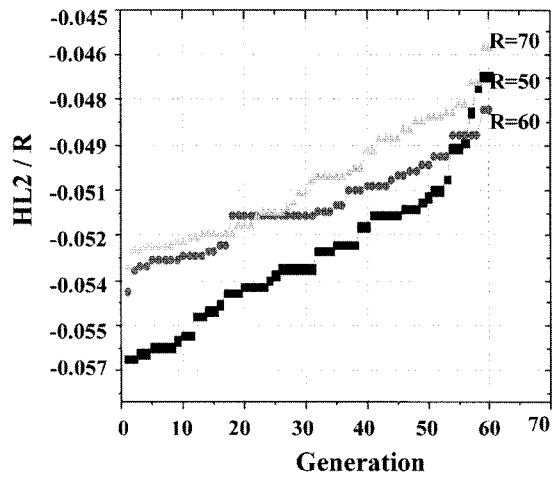
(b) 설계변수 HU3의 위치

〈그림 14〉 높이방향 설계변수의 수렴 위치(포스트 상부)

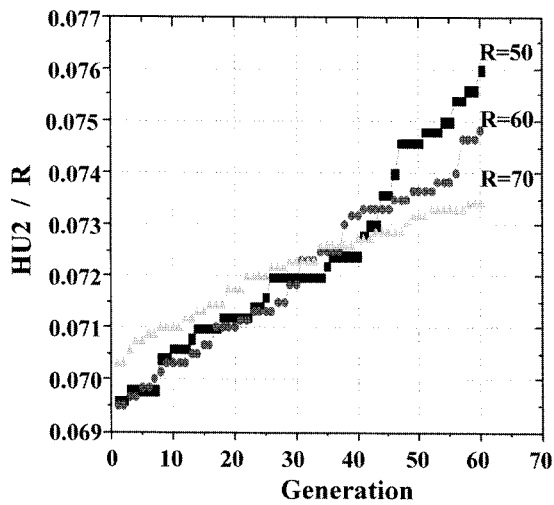


(b) 설계변수 RU3의 위치

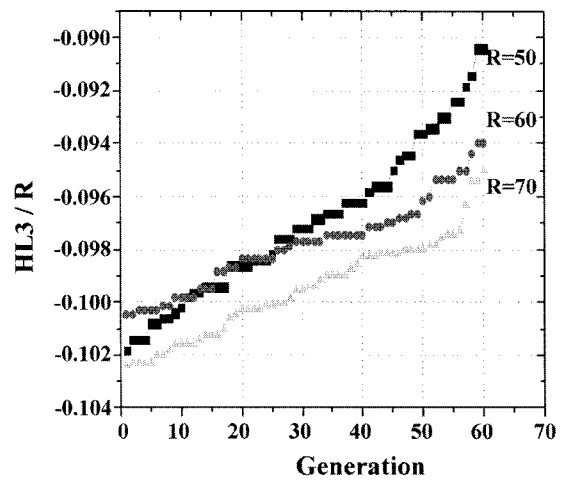
〈그림 13〉 반경방향 설계변수의 수렴 위치



(a) 설계변수 HL2의 위치



(a) 설계변수 HU2의 위치



(b) 설계변수 HL3의 위치

〈그림 15〉 높이방향 설계변수의 수렴위치(포스트 상부)

<표 2-1>과 <표 2-2>에서 case1~case8은 서로 다른 기하형상을 갖는 케이블 돔의 설계변수 값을 나타내며, <표 1-1>와 <표 2-1>의 값을 근거로 하여 설계하였다.

<표 2-1> 기하형상이 다른 케이블 구조물 설계변수 값  
단위 : m

	RU1	HU1	HL1	RU2	HU2
Case1	16.65	6.07	0.00	32.39	4.20
Case2	16.95	5.99	-0.29	32.73	4.13
Case3	16.75	6.29	-0.09	32.63	4.19
Case4	17.31	6.00	-0.12	32.31	4.21
Case5	16.96	6.26	0.10	32.51	4.33
Case6	16.85	6.20	0.22	32.39	4.44
Case7	17.01	6.16	0.02	32.61	4.12
Case8	17.12	6.17	-0.13	32.31	4.34

<표 2-2> 기하형상이 다른 케이블 구조물 설계변수 값  
단위 : m

	HU2	HL2	RU3	HU3	HL3
Case1	4.20	-3.14	46.29	2.54	-6.11
Case2	4.13	-3.20	46.38	2.60	-5.95
Case3	4.19	-3.10	46.48	2.78	-6.10
Case4	4.21	-3.20	46.79	2.57	-5.93
Case5	4.33	-3.17	46.28	2.70	-6.00
Case6	4.44	-2.93	46.89	2.66	-6.11
Case7	4.12	-3.12	46.79	2.63	-5.73
Case8	4.34	-2.98	46.48	2.79	-5.81

<표 3> 설계변수의 규칙성 고려한 케이블 돔의 처짐 성능 비  
단위 : cm

	절점1	절점34	절점66	절점98
초기형상	98.00	134.80	95.98	41.76
Case1	93.50	106.40	62.19	32.30
Case2	97.35	109.40	59.77	31.22
Case3	86.02	101.30	57.87	33.00
Case4	94.29	106.00	56.95	27.28
Case5	90.70	105.50	61.39	31.73
Case6	95.15	109.60	65.02	35.22
Case7	97.69	111.40	64.50	32.37
Case8	93.33	107.30	68.02	32.59
성능비	-	1.23~1.33	1.41~1.68	1.26~1.53

<표 3>은 하중조건이 <그림 5>과 같은 경우 각 케이블 돔의 처짐 저항성능을 나타내며, 절점 1의 경우 최적형상과 초기형상의 처짐량이 거의 유사하지만, 절점 34, 66, 98에서 초기형상보다 1.23 ~1.68배 정도 처짐에 대한 저항성능이 향상되었다.

## 5. 결론

유전알고리즘은 연속성, 미분가능성 등과 같은 탐색공간의 제약에 관계없이 전역해를 찾을 수 있는 큰 장점 때문에 최근 알고리즘의 효율을 높이기 위한 많은 이론적 연구가 이루어지고 있다. 그러나 지금까지 유전알고리즘을 이용한 최적화 방법은 구조물의 중량 최적화 문제가 대부분이며, 형상 최적화의 경우라도 단순한 구조물의 절점을 이진코딩한 방법이므로 넓은 영역의 탐색이 불가능하다. 따라서 이 연구에서 적용한 연성구조물은 특성상 매우 민감한 거동을 함으로 고정밀도의 해를 요구하여, 실수코딩 유전알고리즘을 사용하여 최적화를 수행하였으며, 기하학적 비선형 해석을 고려한 케이블 구조물의 형상 최적화 문제를 다루었다.

이상과 같은 연구를 수행하여 얻은 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 설계변수를 실수 코딩하여 부호화 및 복호화 과정을 거치지 않으므로 유전 알고리즘을 이용한 최적설계 과정에서 요구되는 수렴시간을 단축시킬 수 있었다.
2. 올림픽 체조 경기장 모델에서 초기형상과 최적형상의 처짐에 대한 저항성능 비는 1.4 ~ 1.96배의 차이를 보이며, 최적형상이 초기형상보다 안정적이고, 높은 강성을 갖는 것으로 나타났다.
3. 센터 링을 고려한 최적형상이 고려하지 않은 최적형상보다 안정적인 거동을 하나, 처짐에 대한 저항 성능은 센터 링을 고려하지 않은 최적형상이 우수한 것으로 나타났다.
4. 설계변수의 규칙성을 고려하여 생성된 케이블 돔의 최적형상은 초기형상보다 1.23~1.68배의 처짐 저항 성능을 갖는 것으로 확인되었다.



## 참 고 문 헌

1. Chen, P. S., Abe, M., and Kawaguchi, M., "Shape of Tensegrity Frames Having an Optimum Rigidity", 4th. Conference on Space Structures, University of Surrey, UK, Sept. 5-10, 1993. pp.1017-1026.
2. Kawaguchi, M., Chen, P. S., and Tatemichi, I., "Optimum Shapes of a Cable Dome Structure.", Engineering Structures 21(1999), pp.719-725.
3. Eshelman, L. J., and Schaffer, J. D., Real-Code Genetic Algorithms Interval-Schemata, Foundation of Genetic Algorithms 2, L. D. Whiteley (Ed.), Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, CA, 1993, pp.187-202.
4. Kwun, T. J., Choi, O. H., Kim, C. H., and Han, S. E., "A Study on Optimal Shape Analysis of a Cable Dome", IASS Symposium, Spain, 1999.9., pp.C2.1.
5. 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2000.
6. Eshelman, L. J., and Schaffer, J. D., Real-Coded-Genetic Algorithms Interval-Schemata, Foundation of Genetic Algorithms 2, L. D. Whiteley (Ed.), Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, CA, pp.187-202, 1993.
7. 한상을 · 황보석 · 조남철, "케이블 돔 구조물의 형상 최적화에 관한 연구", 대한 건축학회 논문집, 제19권 7호, 2003.7.