

라이즈비에 따른 사각형 격자 돔의 좌굴해석

- 지붕재의 강성을 프레임의 유효폭으로 평가

Buckling Analysis of Rectangular Lattice Dome According to Rise-Ratio

- Evaluate Rigidity of Roof Material By Effective Width of Frame

박 상 훈* 석 창 목* 정 환 목** 권 영 환***
Park, Sang-Hoon, Suk, Chang-Mok, Jung, Hwan-Mok, Kwon, Young-Hwan

Abstract

In case of rectangular lattice dome which shearing rigidity is very small, it has a concern to drop Buckling strength considerably by external force. So, by means of system to increase buckling-strength, there is a method of construction that lattice of dome is one with roof material. In a case like this, shearing rigidity of roof material increases buckling-strength of the whole of structure and can be designed economically from the viewpoint of practice. In case of analysis is achieved considering roof material that adheres to lattice of dome, there is method that considers the rigidity that use effective width of frame as method to evaluate rigidity of roof material. therefore, this study is aimed at deciding effective width of roof material united with rectangular lattice dome to evaluate rigidity of roof material by effective width of frame and investigating how much does rigidity of roof material united with lattice of dome increase buckling-strength of the whole of structure according to rise-ratio. Conditions of loading are vertical-type-uniform loading. Analysis method is based on FEM dealing with the geometrically nonlinear deflection problems.

keywords : Rectangular lattice dome, Rise-ratio, Buckling analysis, Rigidity of roof material, Shearing rigidity, Effective width

1. 서 론

오늘날 대공간 구조물은 자중의 감소노력, 시공성 향상 및 컴퓨터의 도입과 더불어 구조해석능력이 발전함으로써 연속체인 셸 구조에서 이산체인 격자 셸 구조시스템의 도입이 매우 활발해졌다. 그 결과물로 국내 월드컵 경기장을 비롯하여 일본의 후쿠오카 돔, 나고야 돔 등이 건립되었다.

이러한 여러 형태의 격자 셸 구조시스템 중에서 사각형 격자 돔은 격자가 간단하고 접합부에 모이는 부재수가 적어서 가공 및 시공면에서 우수하지만, 원주방향으로 주기성의 등가전단강성을 가지고 있어서 강성의 평가방향이 부재 축방향과 일치한 경우

에는 전단강성을 기대하는 것이 불가능하다. 이런 전단강성은 기존의 연구에서도 보여지듯이 돔 전체의 좌굴내력에 미치는 영향은 아주 크다.^[4,6,7] 이와 같이 전단강성이 매우 작은 사각형 격자 돔은 좌굴내력이 현저하게 저하할 우려가 있으므로 좌굴내력을 높이는 한 수단으로써 지붕재를 돔의 격자와 일체화시켜 시공하는 방법이 있을 수 있다. 이런 경우 지붕재의 전단강성은 구조물 전체의 좌굴내력을 향상시킬 수 있어 실용상 매우 경제적인 설계를 가능케 할 것이다.

돔의 격자와 일체화된 지붕재를 고려하여 해석을 수행할 경우, 돔 전체의 좌굴이 발생하기 전에 재하와 동시에 막자체가 좌굴한다. 이런 좌굴된 막을 유효요소법으로 해석할 경우, 요소수가 비약적으로 커져서 계통적인 해석이 곤란하게 된다.

이러한 지붕재 즉, 막의 강성을 평가하는 방법으

* 정회원 · 경북대학교 건축공학과 강사, 공학박사

** 정회원 · 경동대학교 건축공학과 교수, 공학박사

*** 정회원 · 경북대학교 건축공학과 교수, 공학박사

로 막강성의 효과를 연속체 근사식으로 직접 평가하는 방법^[7], 프레임의 유효폭을 이용하여 막강성을 고려하는 방법^[4], 그리고 막강성을 가상트러스의 축강성으로 평가하는 방법^[8] 등이 있다. 이 중에서 유효폭을 이용하여 막강성을 고려할 경우, 유효폭의 산정법은 격자의 형태, 하중분포의 크기와 형태, 막의 두께와 프레임의 높이비 등의 각종 조건에 따라 다르고, 부재의 길이에 따라서 변화한다.

그러므로, 본 연구에서는 사각형 격자 돔에 대하여 프레임과 일체가 된 지붕재의 유효폭을 결정하고, 그 지붕재의 강성이 라이즈-스팬비에 따른 구조물 전체의 좌굴내력에 어느 정도의 효과가 있는지를 검토한다.

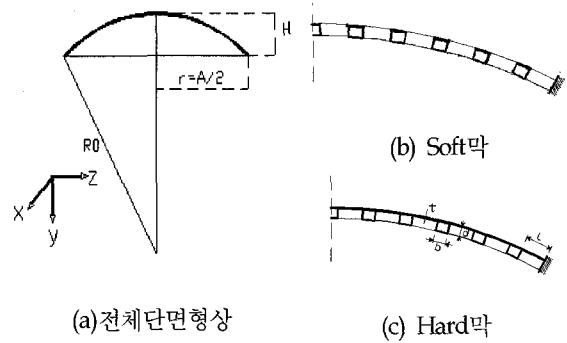
2. 해석모델

2.1. 형상모델

본 연구의 돔 형상은 <그림 1>에서 보여지듯이 2방향 그리드를 가진 단층의 사각형 격자 돔이다. 격자는 가능한 한 부재길이가 일정하도록 분할한다.

그리고, 기존의 실험연구결과^[4]와의 비교를 위하여 정점에서 경계까지 곡면을 4, 5, 6, 7등분한 4종류의 분할수를 선택한다.

<그림 2a>는 사각형 네트워크 돔의 전체단면형상으로 우수계의 3차원 직각 좌표계를 도입한다. 그리고, 본 연구에서는 기존의 실험논문^[4]과의 비교·검토가 가능한 응용형상으로, 두 가지의 해석단면모델



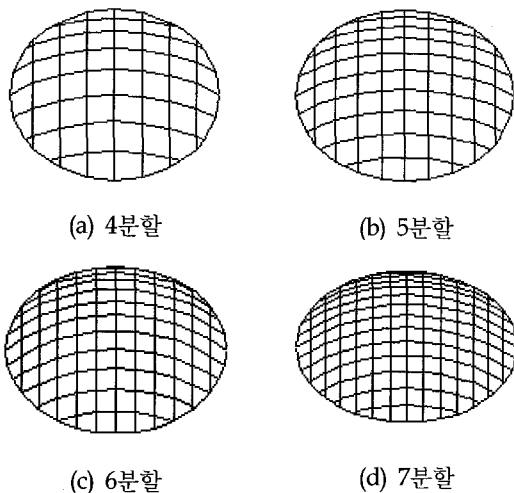
<그림 2> 해석모델의 단면형상

을 선정하여 지붕재의 강성이 좌굴내력에 어느 정도 효과가 있는지를 검토한다. <그림 2b>는 지붕재의 강성을 고려하지 않은 경우(이하 “Soft막”이라 부른다)이고, <그림 2c>는 지붕재의 강성을 고려하는 경우(이하 “Hard막”이라 부른다)이다. 그림에서, A는 돔의 직경, R0는 곡률반경, H는 돔의 높이이며, b는 프레임의 단면폭, d는 단면높이, t는 지붕재의 두께, L은 프레임의 사이의 거리 즉, 대표부재길이를 나타낸다.

그리고, 저면반경(A/2)에 대한 높이(H)비 즉, 라이즈-스팬비(이하 라이즈비라 한다)에 따른 지붕재의 강성이 좌굴내력에 미치는 영향을 파악하기 위하여 0.151, 0.251, 0.351, 0.451인 4종류의 모델을 선정하였다. 이들 라이즈비는 돔의 직경(A)을 60mm로 고정하고 높이를 변화시켜 산정한다.

<표 1>은 5분할일 때의 라이즈비에 따른 형상모델을 나타낸다.

해석에 사용되는 부재는 각각의 분할수에 대하여 라이즈비에 따른 격자의 등가축강성(EA/L) 및 등



<그림 1> 분할수에 따른 형상모델

<표 1> 라이즈비에 따른 형상모델(5분할)

R0 (mm)	라이즈비	돔의 형상	L(mm)
1000	0.151		61
640	0.251		62
480	0.351		65
400	0.451		68

가휘강성(EI/L)이 동일하게 되도록 선정한다.

2.2. 지붕재 강성의 모델화

본 연구에 이용된 지붕재 즉, 막 단면은 프레임에 비해 매우 얇고, 돔 전체의 좌굴이 발생하기 전에 재하와 동시에 막자체가 좌굴되는데, 이러한 좌굴된 부분은 막강성을 기대할 수 없는 범위이다. 그와 같은 성상을 가진 막의 강성효과를 프레임 해석에 도입하는 경우, 요소수의 비약적인 증가로 인하여 계통적인 해석이 곤란하게 된다. 본 논문은 <그림 3>과 같이 프레임의 유효폭(B_e)을 결정하여 해석에 도입한다.

우선, 야마다(Yamada, M)^[2]는 강제오일탱크의 지붕강판의 유효폭의 결정에서 다음의 일반식을 제안하고 있다.

$$B_e = at(Rt/L^2)^{1/3} + b \quad (1)$$

여기서, B_e 는 유효폭, a 는 정수(100으로 한다), t 는 지붕재의 두께, R 은 곡률반경, L 은 대표부재길이, b 는 프레임의 폭이다.

본 연구에 이용하는 유효폭의 산정은 7분할의 격자를 기준으로 구한다. 식(1)에서 구한 7분할의 유효폭을 기준으로 n 분할의 유효폭의 산출식은 다음과 같이 구한다. 먼저, 각 모델의 T형단면의 축강성이 동일하다면,

$$\frac{b_7 d + B_{e7} t}{L_7} = \frac{b_n d + B_{en} t}{L_n} \quad (2)$$

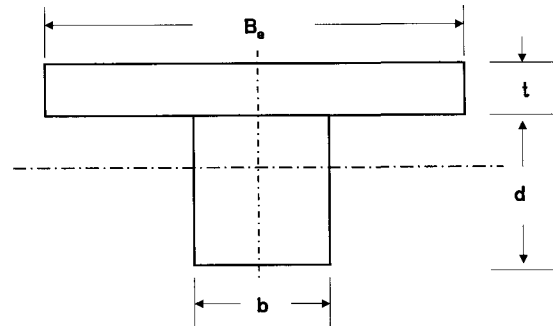
이다. 여기서, 식(3)과 같이 프레임의 축강성은 전 모델 모두 동일하다.

$$\frac{b_7 d}{L_7} = \frac{b_n d}{L_n} \quad (3)$$

식(2)과 (3)에서, 임의의 분할수의 유효폭은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$B_{en} = \frac{L_n}{L_7} B_{e7} \quad (4)$$

식(4)의 유효폭 가정에서 분할수가 증가하면 유효폭은 감소한다.



<그림 3> 프레임의 유효폭 (B_e)

3. 해석방법

본 연구에서는 3차원 공간에서의 부재의 기하학적 비선형을 고려하는 유한요소법에 의해 정식화한다.^[4] 그리고, 수치해석은 최대변위증분을 갖는 절점 변위에 증분법을 적용하고 각 단계에서 강성행렬의 행렬식을 계산하여서 좌굴을 판정한다. 이론적으로는 분기좌굴점에서 강성행렬식이 0이 되지만, 본 해석에서는 행렬식의 부호가 바뀌면 좌굴한 것으로 판정하고 그 때의 하중의 크기를 좌굴내력으로 정한다. 그리고 고유치 해석을 행하여 최소고유치에 대한 고유벡터로부터 좌굴모드를 구한다. 그리고, 해석은 대칭조건을 이용하여 돔의 1/2영역을 대상으로 한다.

작용하는 하중조건은 연직하중에 대해서 검토하며, 4절점으로 둘러싸이는 사각형의 면적을 각 절점에 동일하게 배분하여 합한 면적의 크기로서 각 절점에 작용하는 것으로 한다.

그리고, 해석영역의 경계상에 있는 절점에는 작용하중이 1/2로 되며, 경계상의 부재는 단면적 및 각 방향 단면2차모멘트를 1/2로 둔다.

4. 해석결과 및 고찰

4.1. 좌굴내력

<표 2>에서 지붕재의 유효폭을 이용하여 프레임 해석을 수행한 결과(q_{CF})의 타당성을 검증하기 위하여 참고문헌^[4]의 실험데이터(q_{CE})와 비교·검토

〈표 2〉 기존의 실험결과⁴⁾와의 비교

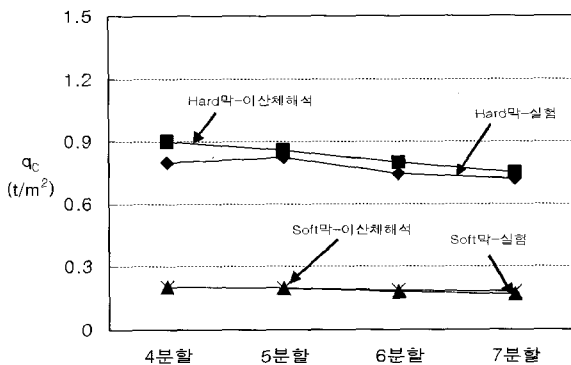
Model	R0(mm)	t(mm)	b(mm)	d(mm)	L(mm)	$q_{CE}(tf/m^2)$	$q_{CF}(tf/m^2)$	$\gamma(q_{CF}/q_{CE})$
PH-4	480	0.3	5.25	3.0	81	0.796	0.901	1.13
PS-4	480	0.0	5.25	3.3	81	0.204	0.207	1.01
PH-5	480	0.3	4.20	3.0	65	0.822	0.859	1.04
PS-5	480	0.0	4.20	3.3	65	0.198	0.197	0.99
PH-6	480	0.3	3.50	3.0	54	0.741	0.800	1.08
PS-6	480	0.0	3.50	3.3	54	0.181	0.186	1.03
PH-7	480	0.3	3.00	3.0	46	0.721	0.752	1.04
PS-7	480	0.0	3.00	3.3	46	0.172	0.179	1.04

R0 : 곡률반경, t : 막의 두께, b : 프레임의 폭, d : 프레임의 높이, L : 대표부재길이
 q_{CE} : 실험에 의한 좌굴내력, q_{CF} : 프레임 해석에 의한 좌굴내력, γ : q_{CF}/q_{CE}

하였다. 표에서 PS는 지붕재의 강성을 고려하지 않은 Soft막 모델이며, PH는 지붕재의 강성을 고려한 Hard막 모델이다.

〈표 2〉의 결과로부터 알 수 있듯이 Soft막의 경우, 실험과 프레임 해석결과가 거의 좋은 일치를 보이고 있다. 그리고 Hard막 모델의 경우, 지붕재의 유효폭을 이용한 프레임 해석에 의한 좌굴내력(q_{CF})는 실험에 의한 좌굴내력(q_{CE})보다 4분할일 때는 약 13%, 5분할 및 7분할일 때는 약 4%, 6분할일 때는 약 8%정도 높게 평가되는데, 실제의 막이 지닌 전단강성을 프레임 해석 때의 유효폭으로 치환함에 발생하는 정도를 고려하면 그 차이는 미비하다. 그러나, Hard막의 경우에 대해서 좌굴직전의 변형모드를 검토한 결과 실험에 의한 정점에서의 변위는 하향인데 반해, 프레임 해석에 의한 정점 변위는 상향을 보이고 있다.

그리고, 실험 및 프레임 해석 결과 모두 Hard막의



〈그림 4〉 실험⁴⁾과의 해석결과비교

좌굴내력은 Soft막의 좌굴내력보다 거의 4배정도 높게 평가되고 있는데, 이는 사각형 격자 돔의 경우, 전단강성이 작은 영역의 존재로 인하여 좌굴내력이 감소된다. 〈그림 4〉는 〈표 2〉의 해석결과인 좌굴내력값을 도식적으로 표시한 것이다.

〈표 3〉은 라이즈비에 따른 해석모델의 좌굴내력(q_{CF})을 나타낸다. 여기서, α 값은 각각의 분할수에 대하여 라이즈비에 따른 해석모델의 좌굴내력(q_{CF})을 라이즈비가 0.151일 때의 좌굴내력(q_{CF-1})으로 무차원화한 값이고, β 값은 Soft막의 좌굴내력(q_{CFs})에 대한 Hard막의 좌굴내력(q_{CFH})의 비이다. 그리고, 각각의 해석모델의 부재는 동일한 분할수에 대하여 곡률반경(R0)이 480mm인 모델의 축강성 및 휨강성을 갖도록 선정하였다.

〈표 3〉에서 Soft막의 모델 및 Hard막의 모델 모두 동일한 분할수에 대해서 라이즈비가 증가할수록 좌굴내력이 커진다. 4분할 및 5분할의 경우는 라이즈비에 따라서 Soft막의 좌굴내력 증가율(α 값)이 Hard막보다 더 높게 나타나고 있으나, 6분할 및 7분할의 경우는 그 반대의 경향을 보이고 있다.

그리고, 동일한 저면반경을 가진 모델에서 분할수가 커질수록 β 값은 작아진다. 즉, 4분할의 경우 라이즈비에 따른 β 값은 약 5.0~4.4이고, 5분할은 4.4~4.3, 6분할은 4.1~4.2, 7분할은 3.8~4.6이다. 따라서 동일한 저면반경을 가진 모델에서 분할수가 커질수록 막강성의 효과가 작게 발휘됨을 알 수 있다.

〈그림 5〉는 〈표 3〉에서의 지붕재의 강성을 고려한 경우 즉, Hard막 모델의 라이즈비에 따른 α 값의

<표 3> 라이즈비에 따른 해석모델의 좌굴내력(q_{CF})

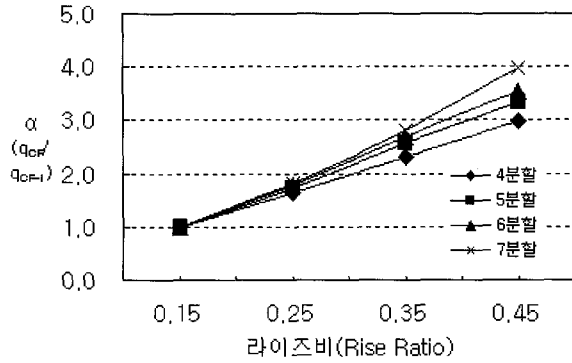
분할수	RO(mm) (Rise Ratio)	Model	t(mm)	b(mm)	d(mm)	L(mm)	$q_{CF}(tf/m^2)$		$\alpha(\frac{q_{CF}}{q_{CF-1}})$	$\beta(\frac{q_{CFH}}{q_{CFS}})$
							q_{CFH}	q_{CFS}		
4분할	1000 (0.151)	PH-4-1	0.3	5.00	3.0	76	q_{CFH}	0.405	1.00	4.94
		PS-4-1	0.0	5.00	3.3	76	q_{CFS}	0.082	1.00	
	640 (0.251)	PH-5-2	0.3	5.10	3.0	78	q_{CFH}	0.664	1.64	4.74
		PS-5-2	0.0	5.10	3.3	78	q_{CFS}	0.140	1.71	
	480 (0.351)	PH-6-3	0.3	5.25	3.0	81	q_{CFH}	0.941	2.32	4.55
		PS-6-3	0.0	5.25	3.3	81	q_{CFS}	0.207	2.52	
400 (0.451)	PH-7-4	0.3	5.50	3.0	84	q_{CFH}	1.213	3.00	4.38	
	PS-7-4	0.0	5.50	3.3	84	q_{CFS}	0.277	3.38		
5분할	1000 (0.151)	PH-4-1	0.3	4.00	3.0	61	q_{CFH}	0.334	1.00	4.39
		PS-4-1	0.0	4.00	3.3	61	q_{CFS}	0.076	1.00	
	640 (0.251)	PH-5-2	0.3	4.10	3.0	62	q_{CFH}	0.578	1.73	4.38
		PS-5-2	0.0	4.10	3.3	62	q_{CFS}	0.132	1.74	
	480 (0.351)	PH-6-3	0.3	4.20	3.0	65	q_{CFH}	0.859	2.57	4.36
		PS-6-3	0.0	4.20	3.3	65	q_{CFS}	0.197	2.59	
400 (0.451)	PH-7-4	0.3	4.40	3.0	68	q_{CFH}	1.115	3.34	4.29	
	PS-7-4	0.0	4.40	3.3	68	q_{CFS}	0.260	3.42		
6분할	1000 (0.151)	PH-4-1	0.3	3.30	3.0	51	q_{CFH}	0.297	1.00	4.13
		PS-4-1	0.0	3.30	3.3	51	q_{CFS}	0.072	1.00	
	640 (0.251)	PH-5-2	0.3	3.40	3.0	52	q_{CFH}	0.531	1.79	4.15
		PS-5-2	0.0	3.40	3.3	52	q_{CFS}	0.128	1.78	
	480 (0.351)	PH-6-3	0.3	3.50	3.0	54	q_{CFH}	0.800	2.69	4.30
		PS-6-3	0.0	3.50	3.3	54	q_{CFS}	0.186	2.58	
400 (0.451)	PH-7-4	0.3	3.70	3.0	57	q_{CFH}	1.055	3.55	4.24	
	PS-7-4	0.0	3.70	3.3	57	q_{CFS}	0.249	3.46		
7분할	1000 (0.151)	PH-4-1	0.3	2.80	3.0	44	q_{CFH}	0.268	1.00	3.77
		PS-4-1	0.0	2.80	3.3	44	q_{CFS}	0.071	1.00	
	640 (0.251)	PH-5-2	0.3	2.90	3.0	45	q_{CFH}	0.498	1.82	3.98
		PS-5-2	0.0	2.90	3.3	45	q_{CFS}	0.123	1.73	
	480 (0.351)	PH-6-3	0.3	3.00	3.0	46	q_{CFH}	0.752	2.81	4.20
		PS-6-3	0.0	3.00	3.3	46	q_{CFS}	0.179	2.52	
400 (0.451)	PH-7-4	0.3	3.10	3.0	48	q_{CFH}	1.069	3.99	4.59	
	PS-7-4	0.0	3.10	3.3	48	q_{CFS}	0.233	3.28		

변화곡선을 나타낸다. 그림에서 보여지듯이 분할수에 상관없이 라이즈비에 따라서 선형적인 좌굴내력의 증가곡선을 나타내고 있으며 분할수가 클수록 라이즈비에 따른 좌굴내력의 증가곡선의 기울기가 크

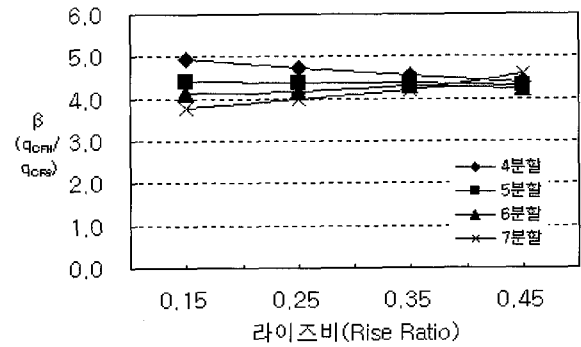
다는 것을 알 수 있다.

<그림 6>은 <표 3>의 $\beta(q_{CFH}/q_{CFS})$ 의 값을 도식적으로 표시한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 β 값은 4분할의 경우는 라이즈비에 따라서 감소하는

경향을 보이지만, 7분할의 경우는 라이즈비에 따라서 증가하는 경향을 보이고 있다. 그리고, 라이즈비가 0.151일 때가 라이즈비가 0.451일 때보다도 분할수에 따른 β 값의 큰 차이를 보이고 있다.



〈그림 5〉 라이즈비에 따른 α 값의 변화(Hard막의 경우)



〈그림 6〉 라이즈비에 따른 β 값의 변화

4.2. 좌굴모드

〈그림 7〉은 Soft막 및 Hard막의 경우, 각각의 분할수에 대하여 라이즈비에 따른 좌굴모드를 나타낸

분할수	RO(mm)	Soft막	Hard막	분할수	RO(mm)	Soft막	Hard막
4분할	1000	PS4-1	PH4-1	6분할	1000	PS6-1	PH6-1
	640	PS4-2	PH4-2		640	PS6-2	PH6-2
	480	PS4-3	PH4-3		480	PS6-3	PH6-3
	400	PS4-4	PH4-4		400	PS6-4	PH6-4
5분할	1000	PS5-1	PH5-1	7분할	1000	PS7-1	PH7-1
	640	PS5-2	PH5-2		640	PS7-2	PH7-2
	480	PS5-3	PH5-3		480	PS7-3	PH7-3
	400	PS5-4	PH5-4		400	PS7-4	PH7-4

〈그림 7〉 해석모델의 좌굴모드

것이다. 그림에서 점선은 돔의 재하전 상태를 나타내고 실선은 좌굴시 돔의 연직방향의 좌굴모드를 표시한 것이며 점(●)으로 표시한 부분은 좌굴위치를 나타낸다. 그림에서 보여지듯이 Soft막의 좌굴모드는 전 모델이 원주방향으로 4파의 주기를 가지고 있는데, 이는 참고문헌의 결과와 잘 일치를 보이고 있다. Hard막의 좌굴모드는 강성의 주기성이 막의 효과에 의해 약하게 되어 Soft막의 유형과는 다른 4파의 좌굴모드가 발생하고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

지붕재 강성을 프레임의 유효폭으로 평가하는 사각형 격자 돔에 대해서 프레임과 일체가 된 지붕재의 유효폭을 결정하고, 그 지붕재의 강성이 라이즈-스팬비에 따라서 구조물 전체의 좌굴내력에 어느 정도의 효과가 있는지를 검토해 본 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 분할수에 따른 좌굴내력(q_{CF})은 실험결과(q_{CE})에 비해 4~13%정도 높게 평가되고 있다.
- (2) 분할수에 상관없이 라이즈비에 따라서 선형적인 좌굴내력의 증가를 보이고 있다. 그리고 분할수가 클수록 라이즈비에 따른 좌굴내력의 증가 기울기는 커지는 경향을 나타낸다
- (3) 지붕재의 강성을 고려한 경우는 지붕재의 강성을 고려하지 않은 경우보다 3.8~5.0배 높은 좌굴내력을 보인다.

참 고 문 헌

1. Heki, K.(1989), STABILITY ANALYSIS of SINGLE-LAYER LATTICED DOMES, STATE of THE ART, Architectural Institute of Japan.
2. Yamada, M., "An Approximation on the Buckling Analysis of Orthogonally Stiffened and Framed Spherical Shell", Shell and Spatial Structure Engineering, IASS Symposium, Rio de Janeiro, Pentech Press, pp.177~193, 1988.
3. Makowski, Z. S.(1984). Analysis, Design and Construction of Braced Domes, Granada.
4. 鄭煥穆(1992), 四角形ネットワーク單層ラチスドームの坐屈特性に関する研究, 工学博士學位論文, 東北大學.
5. 권영환(1993), 삼각형 네트워크를 갖는 단층 래티스 돔의 좌굴특성에 관한 연구, 공학박사학위논문, 부산대학교.
6. 권택진, 이병해, 한상을, 김승덕, 정환목(1995). SPACE FRAME 구조물의 구조해석, 설계 및 시공, 제12회 전산구조공학회 기술강습회.
7. 박상훈(2003), 강성분포가 주기성을 갖는 구형셀의 좌굴해석, 공학박사학위논문, 경북대학교.
8. 박상훈, 석창목, 정환목, 권영환, "지붕마감재 강성효과를 고려한 2방향 그리드 단층 돔의 좌굴특성에 관한 연구", 한국공간구조학회지, 제2권, 제1호, pp.85~92, 2002. 3.