

## 반강접 접합부를 고려한 철골 구조물의 2차 탄성 해석 및 최적설계

Second-Order Elastic Analysis and Optimum Design Considering  
Semi-Rigid Connection for Steel Structures

구본율\*

Gu, Bon-Ryul

박춘우\*\*

Park, Choon-Wook

강성원\*\*\*

Kang, Sung-Won

강문명\*\*\*\*

Kang, Moon-Myung

### Abstract

Conventional analysis and design of steel structures are performed using the assumption of either fully rigid or pinned. However, every steel connection lies in between fully rigid and pinned connection. So, It is important to consider the connection for steel structure design. In this paper Computer-based second-order elastic analysis is used to calculate one story two bay and two story three bay for steel structures with semi-rigid connection. Genetic Algorithms(GAs) and Sequential Unconstrained Minimized Technique(SUMT) dynamic programming is used to the method for optimum design of steel structures. The efficiency and validity of the developed continuous and discrete optimum design algorithm was verified by applying the algorithm to optimum design examples.

**Keywords :** Semi-rigid Connection, Second-order Elastic Analysis, Dynamic Programming, Genetic Algorithms

### 1. 서 론

철골 구조 해석의 기준방식은 강접합과 편접합으로 이상화되어 왔다. 그러나, 현재 사용중인 대부분의 접합부는 보통 강접과 반강접으로 대별되고 있다. 반강접 접합부는 부재의 모멘트 분포 및 횡변위에 영향을 주어 구성부재들의 강성도를 결정하는 중요한 요소가 된다. 그러나, 일반적으로 강접합으로 가정하여 골조를 지나치게 강하게 보거나 편접합으로 가정하여 골조를 지나치게 약하게 보고 설계하므로 과소 또는 과대설계가 되는 경향이 있다. 철골 구조의 해석에서 보 또는 벽체가 횡력과 축력을 동시에 받을 때 2차적인 구조적 거동을 고려한 기하학적 비선형 해석인 2차 탄성 해석을 사용하였는데, 부재

자체의 초기 기하학적 변형뿐 아니라 하중재하시 발생되는 구조물의 횡변위의 영향을 고려함으로써 전체 구조거동에 대한 해석의 정확성을 높일 수 있다.

2차 탄성 해석의 필요성은 AISC/LRFD 설계규준의 최근 동향에서 볼 때 증가하고 있다.  $B_1$ ,  $B_2$  계수를 사용하여 1차 탄성 해석에서 얻어진 결과에 직접적으로 대입해서 2차 탄성 해석을 하였다. 그러나, 이 방법은 매우 근사적이고 확대계수를 직접 1차 탄성 해석값에 대입해야 하므로 매우 번거롭고 시간이 많이 소요되는 작업이다. 최근에는 컴퓨터를 이용한 2차 탄성 해석에서 보다 정확한 해를 얻을 수 있게 되었다.<sup>[2,3,5]</sup>

본 연구에서는 수정된 지수모델, 다행식 모델 및 멱급수 모델로부터 선정된 각 변수로 반강접 구조물의 거동에 대해 해석하였으며 Bowing Effect와 K-factor를 고려한 2차 탄성 해석과 최적설계를 수행하였다. 최적화 기법으로는 SUMT를 사용한 연속 최적설계와 GAs를 이용한 이산화 최적설계를 사용

\* 정회원 · 경북대학교 건축공학과 박사과정  
\*\* 정회원 · 영진전문대학 건축계열 전임강사, 공학박사  
\*\*\* 정회원 · (주) 본구조 엔지니어링, 공학석사  
\*\*\*\* 정회원 · 경북대학교 건축공학과 교수, 공학박사

하여서 자동최적설계를 수행하는 알고리즘을 제시하고자 한다. 최적화 과정에서의 목적함수는 강재의 중량을 사용하였으며 제약조건으로 강구조 한계상태 설계규준<sup>[17]</sup>을 사용하여 휨모멘트, 전단력, 축방향력 등에 대한 역학적 거동 제약조건들과 형강의 단면 치수에 대한 사용성 제약조건 등을 포함하여 구성하였다.

## 2. 평면 골조의 2차 탄성 이론

### 2.1 지배미분방정식의 유도

2차 탄성 해석법에 대한 미분방정식은 일반적인 보 가정에서 보여지는 가상일의 원리에서 정리하면 다음과 같은 비선형 보-기둥 이론식인 식 (1a, b)를 얻을 수 있다.

$$N = EA \left[ u_0' + \frac{1}{2} (v_0')^2 \right] \quad (1a)$$

$$M = -EI v_0'' \quad (1b)$$

Bowing Effect를 무시하면  $N$ 은 식 (2)와 같은 선형화된 보-기둥 이론식으로 간략화 되어진다.

$$N = EA u_0' \quad (2)$$

### 2.2 Bowing Effect와 K-factor

#### 2.2.1 Bowing Effect<sup>(5)(8)</sup>

Bowing Effect란 부재가 휨에 대한 곡률에 의한 부재의 길이방향의 곡률수축을 말한다.

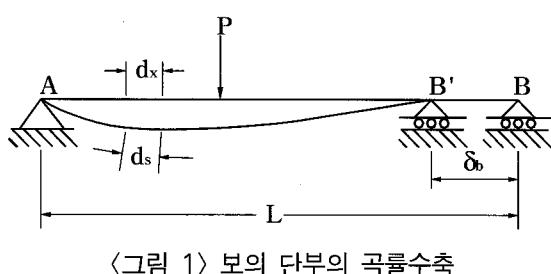


그림 1에서 전 길이에 대한 곡률수축식을 구하면 식 (3)과 같다.

$$\delta_b = \frac{1}{2} \int_0^L \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (3)$$

#### 2.2.2 K-factor

본 연구에서는 Dumonteil[2]에 의해 1992년 AISC에 발표된 간단한 계산식을 사용하고자 한다.

#### ① 브레이스가 된 구조물

브레이스가 된 구조물의 K-factor식은 식 (4)와 같다.

$$K = \frac{3G_iG_j + 1.4(G_i + G_j) + 0.64}{3G_iG_j + 2.0(G_i + G_j) + 1.28} \quad (4)$$

#### ② 브레이스가 되지 않은 구조물

브레이스가 된 구조물의 K-factor식은 식 (5)와 같다.

$$K = \sqrt{\frac{1.6G_iG_j + 4.0(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} \quad (5)$$

$$G = \left( \frac{EI}{L} \right)_c / \left( \frac{EI}{L} \right)_b$$

여기서,  $EI$ 와  $L$ 은 보와 기둥의 강성도와 길이이다.

## 2.3 강성함수식

### 2.3.1 Bowing Effect를 고려한 강성함수식

Bowing Effect를 고려한 강성함수식은 식 (6)과 같다.<sup>[1]</sup>

$$\begin{bmatrix} \tilde{N}_1 \\ \tilde{V}_1 \\ \tilde{M}_1 \\ \tilde{N}_2 \\ \tilde{V}_2 \\ \tilde{M}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AL^2}{I} & 0 & 0 & -\frac{AL^2}{I} & 0 & 0 \\ 12\phi_1 & 6\phi_2 & 0 & -12\phi_1 & 6\phi_2 & 0 \\ 4\phi_3 & 0 & -6\phi_2 & 2\phi_4 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ \frac{AL^2}{I} & 0 & 0 & 12\phi_1 & -6\phi_2 & 0 \\ sym & 12\phi_1 & -6\phi_2 & 4\phi_3 & \tilde{u}_2 & \tilde{v}_2 \\ & & & & \tilde{u}_1 & \tilde{v}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{v}_1 \\ \alpha_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \tilde{v}_2 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -\left(\frac{AL^2}{2I}\right) \frac{1}{L} \int_0^L v_0'^2 dx \\ -\frac{\tilde{p}_y}{2} \\ -\left(\frac{\tilde{p}_y}{12}\right) \left[\frac{3}{(2\phi_3 + \phi_4)}\right] \\ + \left(\frac{AL^2}{2I}\right) \frac{1}{L} \int_0^L v_0'^2 dx \\ -\frac{\tilde{p}_y}{2} \\ + \left(\frac{\tilde{p}_y}{12}\right) \left[\frac{3}{(2\phi_3 + \phi_4)}\right] \end{bmatrix} \quad (6)$$

### 2.3.2 Bowing Effect를 고려하지 않은 강성 함수식

Bowing Effect를 고려하지 않은 강성함수식은 식

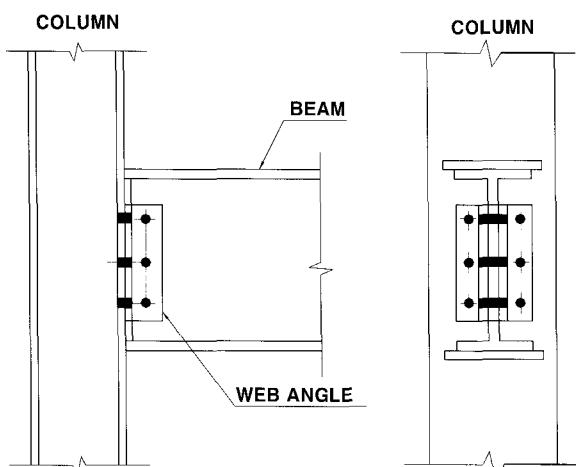
(6)에서  $\int_0^L v_0^2 dx$  항을 무시하므로 식 (7)과 같이 간략화 되어진다.<sup>[1]</sup>

$$\begin{pmatrix} \hat{N}_1 \\ \hat{V}_1 \\ \hat{M}_1 \\ \hat{N}_2 \\ \hat{V}_2 \\ \hat{M}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{AL^2}{I} & 0 & 0 & -\frac{AL^2}{I} & 0 & 0 \\ 12\phi_1 & 12\phi_2 & 0 & -12\phi_1 & 6\phi_2 & 0 \\ 4\phi_3 & 0 & -6\phi_2 & 2\phi_4 & 0 & 0 \\ \frac{AL^2}{I} & 0 & 0 & 12\phi_1 & -6\phi_2 & 4\phi_3 \\ sym & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{v}_1 \\ a_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \tilde{v}_2 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

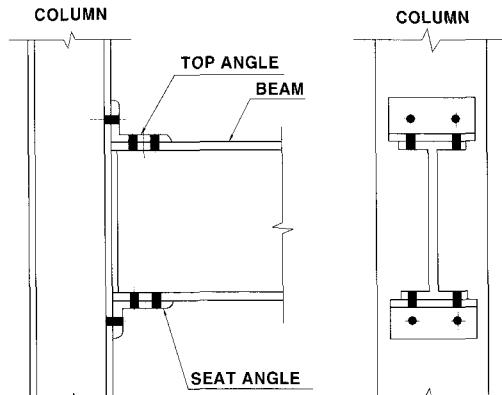
$$+ \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\tilde{p}_y}{2} \\ -\left(\frac{\tilde{p}_y}{12}\right)\left[\frac{3}{(2\phi_3 + \phi_4)}\right] \\ 0 \\ -\frac{\tilde{p}_y}{2} \\ +\left(\frac{\tilde{p}_y}{12}\right)\left[\frac{3}{(2\phi_3 + \phi_4)}\right] \end{pmatrix} \quad (7)$$

## 3. 반강점 접합부

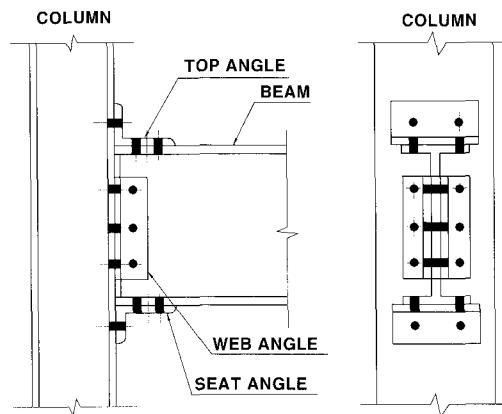
반강점 골조의 방향을 제시하기 위해, 실제 보-기둥 접합부의 모멘트-회전거동을 알아야하고 반강점 골조의 설계와 해석시 이용되는 적절한 모멘트-회전모델을 정식화 할 필요가 있다. Kishi와 Chen<sup>[9]</sup>에 의해 수집된 실험 데이터에 근거한 철골 보-기둥 접합부에 대한 데이터 뱅크는 Purdue 대학의 컴퓨터 센터에서 발전되었다.



〈그림 2〉 양면복부앵글 접합부



〈그림 3〉 상·하 플랜지 접합부



〈그림 4〉 양면복부앵글을 가진 상·하 플랜지 접합부

이런 데이터 뱅크를 체계적으로 조절하기 위해서 SCDB 프로그램이 개발되었으며 이 프로그램에서는 보-기둥 접합부의 모멘트-회전거동에 대한 많은 예측방정식 중에서 다항식 모델, 수정된 지수 모델, 3개의 매개변수를 갖는 멱급수 모델을 제시하고 있다. 그림 2~그림 4은 대표적인 반강점 접합부 형상을 나타낸다.<sup>[6,7,14]</sup>

### 3.1 접합부의 모형화

여러 가지 접합부에 대한 실험을 통하여 접합부의 모멘트-회전거동을 구한 자료를 가지고 그 곡선을 추적할 수 있는 수식을 모형화 하는 연구가 지금 까지 많이 되어 있다.<sup>[6,7]</sup>

1975년에 Frye와 Morris<sup>[10]</sup>는 1969년 Sommer<sup>[11]</sup>가 고안한 방법에 기초하여 반강점 접합부에 대한 모멘트-회전곡선을 예측할 수 있는 식을 제시하였다. 모멘트-회전곡선의 기울기의 변화가 클 때 표현

할 수 없는 단점이 있는 Chen-Lui 지수모델은 Lui와 Chen<sup>[12]</sup>이 선형요수를 추가한 식으로 향상시켰고 이를 수정된 지수 모델식이라 부른다.

1987년에 Kishi와 Chen<sup>[13]</sup>은 다른 각도에서 이들 보와 기동 접합부의 모멘트-회전특성을 예측할 수 있는 방법을 제시하였다.

### 3.2 SCDB 프로그램

지금까지 반강접 보-기동 접합부를 고려한 구조 해석과 최적설계기법의 접목이 널리 사용되지 못한 이유는 보-기동 접합부의 거동을 지배하는 주요 설계 매개변수들의 적절한 실험데이터가 부족하였기 때문이다. 이러한 필요성에 의하여 SCDB<sup>[14]</sup> 프로그램은 반강접 접합부에 관한 실험결과를 바탕으로 미국의 Purdue 대학에서 실험 데이터를 수집하여 데이터 베이스를 구축하여 개발되었다.<sup>[6,7]</sup>

SCDB 프로그램은 수행후 얻은 매개변수값을 이용하여 2장에서 설명한 2차 탄성 해석 프로그램에 적용한 각각의 모델식에 대한 반강접 접합부를 고려한 2차 탄성 해석을 할 수 있다. SCDB 프로그램의 전체적인 내용은 U.S. 단위에서부터 MKS 단위로 변환이 가능하고 선택된 실험 데이터를 선택, 출력할 수 있고 접합부 형태와 모드를 포함하는 실험 데이터 결과를 참조하여 본 구조해석 및 최적설계 프로그램에 반강접을 고려할 수 있는 데이터 베이스로서 최적설계프로그램에 SCDB을 접목하여 이용하였다.

## 4. 구조물의 최적화

본 연구에서는 다설계변수와 다제약조건을 갖는 비선형 최적화 문제를 일련의 별처 매개변수(penalty parameter)들을 사용하여 무제약 최소화 문제로 변형시킨 목적함수의 최소해를 가능해의 영역안에서부터 지배적인 제약조건의 경계부로 연속적으로 접근시켜 최적해를 구하는 방법인 SUMT를 사용한 연속최적기법과 자연계의 진화현상을 모방한 알고리즘으로 다윈이 주장한 적자생존과 자연도태의 원리를 이용하여 정립된 최적화 알고리즘인 GAs를 사용한 이산화 최적기법을 사용하였다.<sup>[15,16]</sup>

### 4.1 최적설계정식화

최적화를 위한 목적함수 및 제약조건에 대한 일반식은 식 (8)과 식 (9)와 같다.

$$\text{Minimize } W(X) = \rho V \quad (8)$$

$$\text{Subject to } G(X) \geq 0 \quad (9)$$

$W(X)$  : 전체 중량에 대한 목적함수

$\rho$  : 사용재료의 단위중량,  $V$  : 구조물의 체적

$G(X)$  : 제약조건식,  $X$  : 설계변수

### 4.2 철골 보 및 기동의 목적함수식 및 제약 조건식

본 연구에서는 최적화를 위해 전체 구조물의 중량을 목적함수로 사용하여 최적설계를 시도하였다. 최적설계에 사용된 제약조건으로는 강구조 한계상태 설계규준을 기준으로 축력, 휨, 전단 및 여러 단면형상에 대한 제약사항을 사용하였다.<sup>[17]</sup>

#### 4.2.1 보의 제약조건식

##### ① 폭-두께비 제약조건식

$$G_{ij}(1) = \frac{17}{\sqrt{F_y}} - \left( \frac{b_f}{2t_f} \right)_{ij} \geq 0 \quad (10)$$

$$G_{ij}(2) = \frac{170}{\sqrt{F_y}} - \left( \frac{h}{t_w} \right)_{ij} \geq 0 \quad (11)$$

##### ② 휨-모멘트 제약조건식

$$G_{ij}(3) = (\phi_b M_n)_{ij} - (M_u)_{ij} \geq 0 \quad (12)$$

##### ③ 전단에 대한 제약조건식

$$G_{ij}(4) = (\phi_v V_n)_{ij} - (V_u)_{ij} \geq 0 \quad (13)$$

#### 4.2.2 기동의 제약조건식

##### ① 폭-두께비 제약조건식

$$G_{ij}(1) = \frac{17}{\sqrt{F_y}} - \left( \frac{b_f}{2t_f} \right)_{ij} \geq 0 \quad (14)$$

$$G_{ij}(2) = \frac{170}{\sqrt{F_y}} - \left( \frac{h}{t_w} \right)_{ij} \geq 0 \quad (15)$$

##### ② 압축 제약조건식

$$G_{ij}(3) = (\phi_c P_n)_{ij} - (P_u)_{ij} \geq 0 \quad (16)$$

##### ③ 압축-휨강도 조합에 대한 제약조건식

$$1) P_u / \phi_c P_n \geq 0.2$$

$$G(4)_{ij} = 1.0 - \left[ \frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \right] \quad (17)$$

$$2) P_u / \phi_c P_n < 0.2$$

$$G(4)_{ij} = 1.0 - \left[ \frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \right] \quad (18)$$

#### ④ 인장 제약조건식

$$G_{ij}(5) = (\phi_t P_n)_{ij} - (P_u)_{ij} \geq 0 \quad (19)$$

$P_u$  : 소요인장력,  $P_n$  : 공칭인장강도

#### ⑤ 인장-휨강도 조합에 대한 제약조건식

$$1) P_u / \phi_t P_n \geq 0.2$$

$$G(6)_{ij} = 1.0 - \left[ \frac{P_u}{\phi_t P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \right] \quad (20)$$

$$2) P_u / \phi_t P_n < 0.2$$

$$G(6)_{ij} = 1.0 - \left[ \frac{P_u}{2\phi_t P_n} + \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \right] \quad (21)$$

#### ⑥ 전단강도 제약조건식

$$G_{ij}(7) = (\phi_v V_n)_{ij} - (V_u)_{ij} \geq 0 \quad (22)$$

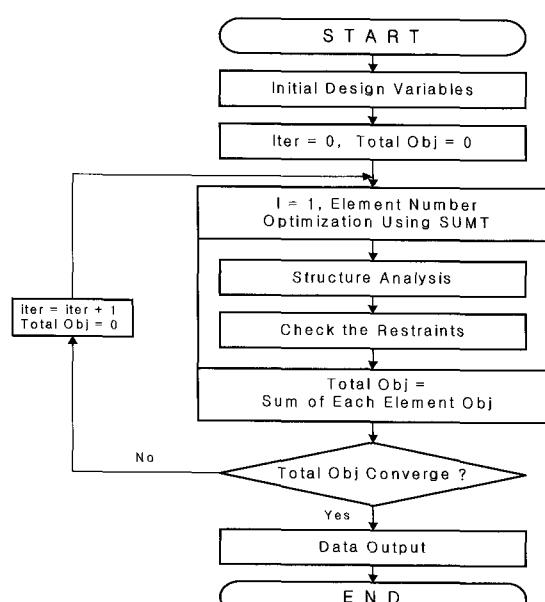
#### ⑦ 압축기둥의 세장비 제약조건식

$$G_{ij}(8) = 200 - \left( \frac{KL}{r_y} \right)_{ij} \geq 0 \quad (23)$$

## 5. 최적설계 알고리즘

### 5.1 SUMT를 사용한 연속 최적설계 알고리즘

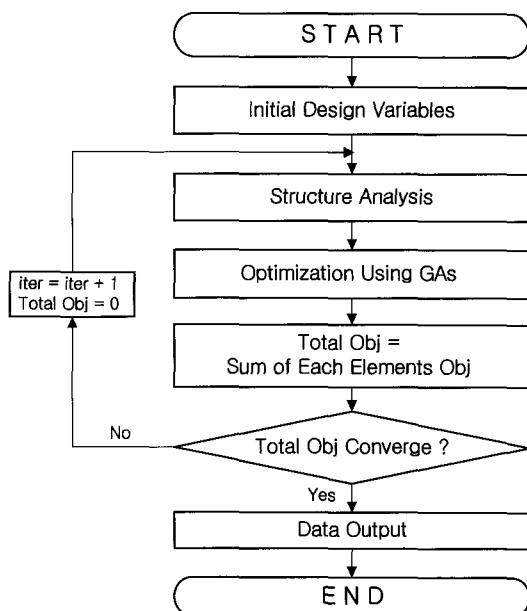
2차 탄성 해석후 동적계획기법을 사용한 SUMT에 의한 연속 최적설계 알고리즘은 그림 5와 같다.



〈그림 5〉 SUMT를 이용한 동적계획법에 의한 연속 최적설계 알고리즘

### 5.2 GAs을 사용한 이산화 최적설계 알고리즘

2차 탄성 해석후 동적계획기법을 사용한 GAs에 의한 이산화 최적설계 알고리즘은 그림 6과 같다.



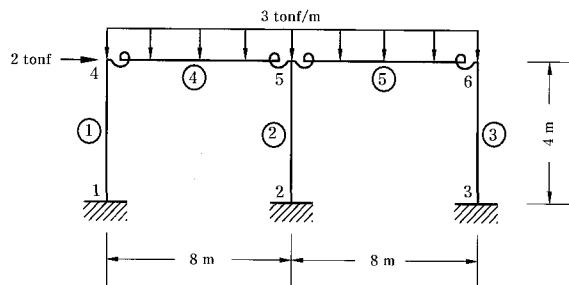
〈그림 6〉 GAs을 이용한 동적계획법에 의한 이산화 최적설계 알고리즘

## 6. 설계예

본 연구에서는 철골 구조물의 해석을 위해 2차 탄성 해석법을 사용하여 강접합과 반강접에 대해 각각 구조해석을 수행하였고, 최적설계는 SUMT와 GAs을 사용하여 Bowing Effect가 있는 경우와 없는 경우 각각에 대해 강재의 중량이 최소가 되도록 목적 함수를 구성하여 강구조 한계상태 설계규준을 제약 조건으로하여 최적설계를 하였다. 또한, 최적설계를 수행하는 과정에서 K-factor를 Dumonteil<sup>[2]</sup>가 제시한 식을 사용할경우 K=1을 사용한 경우에 대해 비교, 고찰 하였다. 사용강재로는 KS 규격의 H 형강을 데이터 베이스하여 사용하였다.

### 6.1 1층 2경간 철골 구조물의 최적설계

지점이 고정되어 있고 등분포하중과 수평하중이 동시에 작용하며 각 접합부가 반강접으로 구성된 1층 2경간 철골 구조물의 형상은 그림 7과 같다.



〈그림 7〉 1층 2경간 철골 구조물

여기서는 2차 탄성 해석을 수행한 후 SUMT에 의한 연속 최적설계와 GAs에 의한 이산화 최적설계를 각각 수행하고 그 결과를 비교, 고찰하였다.

#### 6.1.1. SUMT에 의한 연속 최적설계시 강점합과 반강점 결과

1층 2경간 철골 구조물에 대해 상·하 플랜지 접합부의 수정된 지수 모델식을 적용하여 강점합과 반강점에 대한 2차 탄성 해석을 수행한 후 SUMT를 사용한 연속 최적설계를 적용하여 결과를 비교하였다. K-factor를 Dumonteil<sup>[2]</sup>의 식을 사용한 경우와 K=1로 둔 경우에 대하여 강점합과 반강점일 때 Bowing Effect를 고려한 경우와 고려하지 않은 각각의 경우에 대해 SUMT를 사용한 연속 최적설계를 수행한 결과는 표 1, 표 2와 같다.

〈표 1〉 SUMT에 의한 1층 2경간 철골 구조물의 K-factor를 고려한 최적단면 결과

부재 번호	해석 조건	단면치수		단면적 비교 (b/a)
		$H - h \times b_f \times t_w \times t_f$ (mm)	A (cm <sup>2</sup> )	
기 등	강점합(a)	$H - 321.04 \times 160.15 \times 5.72 \times 8.50$	44.605	1.000
	반강점 B.	$H - 347.54 \times 164.41 \times 5.87 \times 8.72$	48.064	1.078
	(b) N.B.	$H - 346.79 \times 164.30 \times 5.87 \times 8.72$	47.967	1.075
	강점합(a)	$H - 321.04 \times 160.15 \times 5.72 \times 8.50$	44.605	1.000
	반강점 B.	$H - 347.54 \times 164.41 \times 5.87 \times 8.72$	48.064	1.078
	(b) N.B.	$H - 346.79 \times 164.30 \times 5.87 \times 8.72$	47.967	1.075
보	강점합(a)	$H - 485.29 \times 160.15 \times 5.72 \times 8.63$	54.412	1.000
	반강점 B.	$H - 498.19 \times 164.41 \times 5.87 \times 8.83$	57.237	1.052
	(b) N.B.	$H - 497.84 \times 164.30 \times 5.87 \times 8.82$	57.163	1.051
	강점합(a)	$H - 473.76 \times 156.35 \times 5.58 \times 8.44$	51.896	1.000
	반강점 B.	$H - 497.50 \times 164.18 \times 5.86 \times 8.85$	57.182	1.102
	(b) N.B.	$H - 497.40 \times 164.15 \times 5.86 \times 8.84$	57.159	1.101

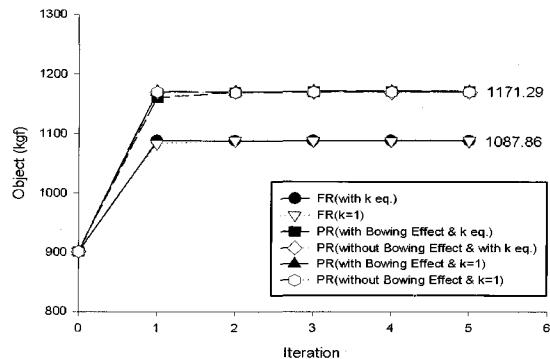
\* B. : Bowing Effect를 고려한 경우,

N.B. : Bowing Effect를 고려하지 않은 경우

이상의 경우에 대해 수렴된 목적함수값은 그림 8과 같으며 반강점일 때가 강점합일 때 보다 약간 더 큰 값을 나타내며 K-factor를 고려한 경우와 K=1 일 때 Bowing Effect를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 최적설계결과는 거의 같게됨을 알 수 있었다.

〈표 2〉 SUMT에 의한 1층 2경간 철골 구조물의 K=1일 때 최적단면 결과

부재 번호	해석 조건	단면치수		단면적 비교 (b/a)
		$H - h \times b_f \times t_w \times t_f$ (mm)	A (cm <sup>2</sup> )	
기 등	강점합(a)	$H - 321.04 \times 160.15 \times 5.72 \times 8.50$	44.605	1.000
	반강점 B.	$H - 347.54 \times 164.41 \times 5.87 \times 8.72$	48.064	1.078
	(b) N.B.	$H - 346.79 \times 164.30 \times 5.87 \times 8.72$	47.967	1.075
	강점합(a)	$H - 321.04 \times 160.15 \times 5.72 \times 8.50$	44.605	1.000
	반강점 B.	$H - 347.54 \times 164.41 \times 5.87 \times 8.72$	48.064	1.078
	(b) N.B.	$H - 346.79 \times 164.30 \times 5.87 \times 8.72$	47.967	1.075
보	강점합(a)	$H - 485.29 \times 160.15 \times 5.72 \times 8.63$	54.412	1.000
	반강점 B.	$H - 498.19 \times 164.41 \times 5.87 \times 8.83$	57.237	1.052
	(b) N.B.	$H - 497.84 \times 164.30 \times 5.87 \times 8.82$	57.163	1.051
	강점합(a)	$H - 473.76 \times 156.35 \times 5.58 \times 8.44$	51.896	1.000
	반강점 B.	$H - 497.50 \times 164.18 \times 5.86 \times 8.85$	57.182	1.102
	(b) N.B.	$H - 497.40 \times 164.15 \times 5.86 \times 8.84$	57.159	1.101



〈그림 8〉 SUMT를 사용한 1층 2경간 철골 구조물의 목적함수 수렴 과정

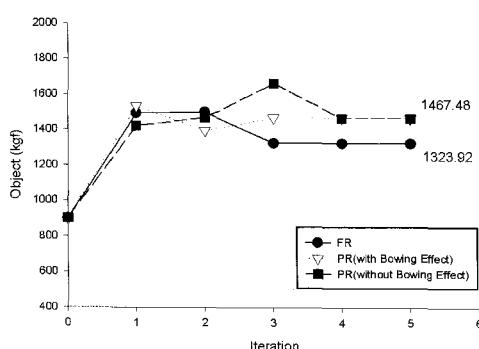
#### 6.1.2 GAs에 의한 이산화 최적설계시 강점합과 반강점 결과

1층 2경간 철골 구조물에 대해 상·하 플랜지 접합부의 수정된 지수 모델식을 적용하여 강점합과 반강점에 대한 2차 탄성 해석을 수행한 후 GAs을 사용한 이산화 최적설계를 적용하여 결과를 비교하였다.

〈표 3〉 GAs에 의한 1층 2경간 철골 구조물의 최적 단면 결과

부재 번호	해석 조건	단면 치수		단면적 비교 (b/a)
		$H - h \times b_f \times t_w \times t_f$ (mm)	A(cm <sup>2</sup> )	
기 등	강접합(a)	$H - 125 \times 125 \times 6.5 \times 9$	30.31	1.000
	반강접 B.	$H - 125 \times 125 \times 6.5 \times 9$	30.31	1.000
	(b) N.B.	$H - 125 \times 125 \times 6.5 \times 9$	30.31	1.000
	강접합(a)	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.14	1.000
	반강접 B.	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.14	1.000
	(b) N.B.	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.14	1.000
보	강접합(a)	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.14	1.000
	반강접 B.	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.14	1.000
	(b) N.B.	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.14	1.000
	강접합(a)	$H - 396 \times 199 \times 7 \times 11$	72.16	1.000
	반강접 B.	$H - 354 \times 176 \times 8 \times 13$	73.68	1.035
	(b) N.B.	$H - 354 \times 176 \times 8 \times 13$	73.68	1.035
5	강접합(a)	$H - 298 \times 201 \times 9 \times 14$	83.36	1.000
	반강접 B.	$H - 250 \times 255 \times 14 \times 14$	104.70	1.256
	(b) N.B.	$H - 250 \times 255 \times 14 \times 14$	104.70	1.256

K=1로 둔 경우에 대하여 강접합과 반강접일 때 Bowing Effect를 고려한 경우와 하지 않은 경우에 대해 GAs을 사용한 이산화 최적설계를 수행한 결과는 표 3과 같다. 이상의 경우에 대해 수렴된 목적함수값은 그림 9와 같으며 반강접일 경우가 강접합일 경우보다 약간 더 큰 값을 나타내며 Bowing Effect를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 이산화 최적설계 결과는 거의 같게됨을 알 수 있었다.



〈그림 9〉 GAs을 사용한 1층 2경간 철골 구조물의 목적함수 수렴 과정

### 6.1.3 GAs와 SUMT를 사용한 최적설계 결과

양면복부앵글 접합부를 가진 1층 2경간 철골 구조물에 수정된 지수 모델식을 적용하여 반강접을 고려

한 2차 탄성 해석을 수행한 후 K=1로 두고 GAs을 사용한 이산화 최적설계와 SUMT를 사용한 연속 최적설계 결과 표 4와 표 5에서 GAs를 사용한 이산화 최적설계 결과가 SUMT에 의한 연속 최적설계 결과 보다 약 370kgf 정도 중량이 더 큼을 비교, 고찰할 수 있다.

〈표 4〉 SUMT에 의한 최적단면

부재명	번호	최적 단면	
		$H - h \times b_f \times t_w \times t_f$ (mm)	A(cm <sup>2</sup> )
기 등	1	$H - 343.26 \times 163.75 \times 5.85 \times 8.69$	47.508
	2	$H - 343.26 \times 163.75 \times 5.85 \times 8.69$	47.508
	3	$H - 343.26 \times 163.75 \times 5.85 \times 8.69$	47.508
보	4	$H - 496.20 \times 163.75 \times 5.85 \times 8.81$	56.843
	5	$H - 495.91 \times 163.65 \times 5.84 \times 8.82$	56.822
목적함수(kgf)		1161.340	

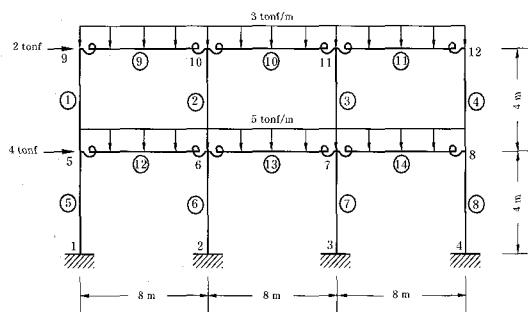
그런데, 표 4의 SUMT를 수행한 최적단면은 실제 사용되지 않는 부재의 단면이며 표 5의 GAs에 의한 단면은 실제 사용되어지는 단면을 나타낸다. 따라서, 표 4의 SUMT에 의한 최적단면을 실제 사용되어지는 단면으로 바꾸어 사용해야하는 번거러움이 있고, 그렇게 하면 GAs에 의한 단면과 비슷한 단면이 될 것이므로 GAs에 의한 최적설계가 더 편리하고 적합하다고 할 수 있다.

〈표 5〉 GAs을 사용한 최적단면

부재명	번호	최적 단면	
		$H - h \times b_f \times t_w \times t_f$ (mm)	A(cm <sup>2</sup> )
기 등	1	$H - 125 \times 125 \times 6.5 \times 9$	30.310
	2	$H - 200 \times 200 \times 8 \times 12$	63.530
	3	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.140
보	4	$H - 396 \times 199 \times 7 \times 11$	72.160
	5	$H - 250 \times 255 \times 14 \times 14$	104.700
목적함수(kgf)		1,531.378	

### 6.2 2층 3경간 철골 구조물의 최적설계

지점이 고정되어 있고 등분포하중과 수평하중이 동시에 작용하며 각 접합부가 반강접으로 구성된 2층 3경간 철골 구조물의 형상은 그림 10과 같다. 여기서는 2차 탄성 해석을 수행한 후 SUMT에 의한 연속 최적설계와 GAs에 의한 이산화 최적설계를 각각 수행한 후 그 결과를 비교하였다.

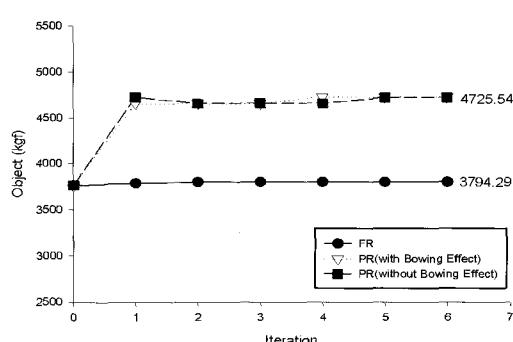


〈그림 10〉 2층 3경간 철골 구조물

### 6.2.1. SUMT에 의한 연속 최적설계시 강접합과 반강접 결과

2층 3경간 철골 구조물에 대해 양면복부앵글 접합부의 수정된 지수 모델식을 적용하여 강접합과 반강접에 대한 2차 탄성 해석을 수행한 후 SUMT를 사용한 연속 최적설계를 적용하여 결과를 비교하였다. K-factor를 Dumonteil<sup>[2]</sup>의 식을 사용한 경우에 대하여 강접합과 반강접일때 Bowing Effect를 고려한 경우와 고려하지 않은 각각의 경우에 대해 SUMT를 사용한 연속 최적설계를 수행한 최적설계 결과는 표 6과 같다.

표 6과 같이 강접합일때와 반강접일때 연속 최적설계후 단면적을 비교해보면 반강접일때의 단면적이 보다 크게 나타남을 알 수 있고 Bowing Effect를 고려할 경우와 고려하지 않은 경우의 최적설계 결과는 거의 같게됨을 알 수 있었다. 2층 3경간 철골 구조물의 강접합과 반강접일때 K-factor를 Dumonteil<sup>[2]</sup>의 식을 사용한 경우에 대해 Bowing Effect를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 목적함수를 비교해보면 그림 11과 같다.



〈그림 11〉 SUMT를 사용한 2층 3경간 철골 구조물의 목적함수 수렴 과정

〈표 6〉 SUMT에 의한 2층 3경간 철골 구조물의 최적단면결과

부재 번호	해석 조건	단면치수		단면적 비교 (b/a)
		$H - h \times b_f \times t_w \times t_f$ (mm)	A (cm <sup>2</sup> )	
1	강접합(a)	$H - 483.26 \times 18215 \times 6.51 \times 9.66$	65,383	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 594.80 \times 196.53 \times 7.03 \times 10.44$	81,357	1.244
2	강접합(a)	$H - 483.26 \times 18215 \times 6.51 \times 9.66$	65,383	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 594.61 \times 196.47 \times 7.02 \times 10.44$	81,306	1.243
3	강접합(a)	$H - 483.26 \times 18215 \times 6.51 \times 9.66$	65,383	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 594.80 \times 196.53 \times 7.03 \times 10.44$	81,357	1.244
4	강접합(a)	$H - 483.26 \times 18215 \times 6.51 \times 9.66$	65,383	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 594.61 \times 196.47 \times 7.02 \times 10.44$	81,306	1.243
5	강접합(a)	$H - 483.26 \times 18215 \times 6.51 \times 9.66$	65,383	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 613.16 \times 203.46 \times 7.29 \times 10.86$	87,304	1.335
6	강접합(a)	$H - 483.26 \times 18215 \times 6.51 \times 9.66$	65,383	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 612.87 \times 202.89 \times 7.27 \times 10.83$	86,913	1.329
7	강접합(a)	$H - 483.26 \times 18215 \times 6.51 \times 9.66$	65,383	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 613.16 \times 203.46 \times 7.29 \times 10.86$	87,304	1.335
8	강접합(a)	$H - 483.26 \times 18215 \times 6.51 \times 9.66$	65,383	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 612.87 \times 202.89 \times 7.27 \times 10.83$	86,913	1.329
9	강접합(a)	$H - 460.27 \times 151.90 \times 5.42 \times 8.20$	49,003	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 496.45 \times 163.84 \times 5.85 \times 8.82$	56,905	1.161
10	강접합(a)	$H - 495.53 \times 148.36 \times 5.30 \times 8.01$	46,725	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 496.34 \times 163.80 \times 5.85 \times 8.81$	56,871	1.217
11	강접합(a)	$H - 446.63 \times 147.40 \times 5.26 \times 7.97$	46,157	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 496.05 \times 163.70 \times 5.85 \times 8.82$	56,856	1.232
12	강접합(a)	$H - 551.93 \times 18215 \times 6.51 \times 9.79$	70,281	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 595.01 \times 196.36 \times 7.01 \times 10.52$	81,560	1.161
13	강접합(a)	$H - 538.31 \times 177.66 \times 6.34 \times 9.56$	66,898	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 595.23 \times 196.43 \times 7.02 \times 10.49$	81,508	1.218
14	강접합(a)	$H - 524.90 \times 173.23 \times 6.19 \times 9.32$	63,626	1.000
	반강접 (b) N.B.	$H - 594.75 \times 196.27 \times 7.01 \times 10.51$	81,490	1.281

### 6.2.2 GAs을 사용한 이산화 최적설계시 강점 합과 반강점 결과

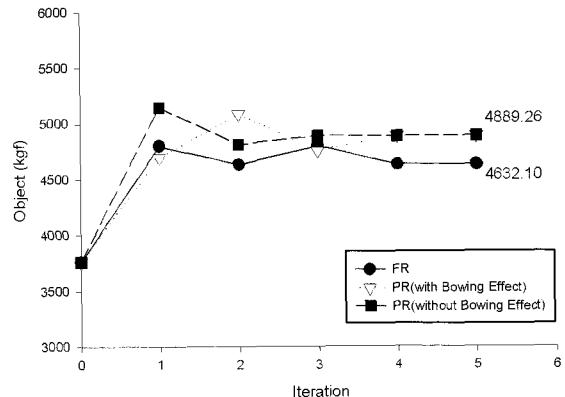
2층 3경간 철골 구조물에 대해 상·하 플랜지 접합부의 수정된 지수 모델식을 적용하여 강점합과 반강점에 대한 2차 탄성 해석을 수행한 후 GAs을 사용한 이산화 최적설계를 적용하여 결과를 비교하였다. K=1로 두 경우에 대하여 강점합과 반강점일 때 Bowing Effect를 고려한 경우에 대해 GAs에 의한 이산화 최적설계를 수행한 결과는 표 7과 같다.

〈표 7〉 GAs에 의한 2층 3경간 철골 구조물의 최적 단면 결과

부재 번호	해석 조건	단면 치수		단면비교 (b/a)
		$H - h \times b_f \times t_w \times t_f$ (mm)	$A(\text{cm}^2)$	
1	강점합(a)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	반강점 (b)	H - 125 × 125 × 6.5 × 9	30.31	0.477
	N.B.	H - 125 × 125 × 6.5 × 9	30.31	0.477
	강점합(a)	H - 150 × 150 × 7 × 10	40.14	1.000
	반강점 (b)	H - 150 × 150 × 7 × 10	40.14	1.000
	N.B.	H - 150 × 150 × 7 × 10	40.14	1.000
2	강점합(a)	H - 125 × 125 × 6.5 × 9	30.31	1.000
	반강점 (b)	H - 150 × 150 × 7 × 10	40.14	1.324
	N.B.	H - 150 × 150 × 7 × 10	40.14	1.324
	강점합(a)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	반강점 (b)	H - 150 × 150 × 7 × 10	40.14	0.479
	N.B.	H - 150 × 150 × 7 × 10	40.14	0.479
3	강점합(a)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	반강점 (b)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	N.B.	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	강점합(a)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	반강점 (b)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	N.B.	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
4	강점합(a)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	반강점 (b)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.479
	N.B.	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.479
	강점합(a)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	반강점 (b)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	N.B.	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
5	강점합(a)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	반강점 (b)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	N.B.	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	강점합(a)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	반강점 (b)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	N.B.	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
6	강점합(a)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	반강점 (b)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	N.B.	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	강점합(a)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	1.000
	반강점 (b)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.759
	N.B.	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.759
7	강점합(a)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	반강점 (b)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.317
	N.B.	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.317
	강점합(a)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	반강점 (b)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.759
	N.B.	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.759
8	강점합(a)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	반강점 (b)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.759
	N.B.	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.759
	강점합(a)	H - 208 × 202 × 10 × 16	83.69	1.000
	반강점 (b)	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.759
	N.B.	H - 200 × 200 × 8 × 12	63.53	0.759

\* B. : Bowing Effect를 고려한 경우, N.B. : Bowing Effect를 고려하지 않은 경우

이상의 경우에 대하여 수렴된 목적함수는 그림 12와 같으며 반강점일 경우가 강점합일 경우보다 약간 더 큰 값을 나타내며 Bowing Effect를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 이산화 최적설계 결과는 거의 같게됨을 알 수 있었다.

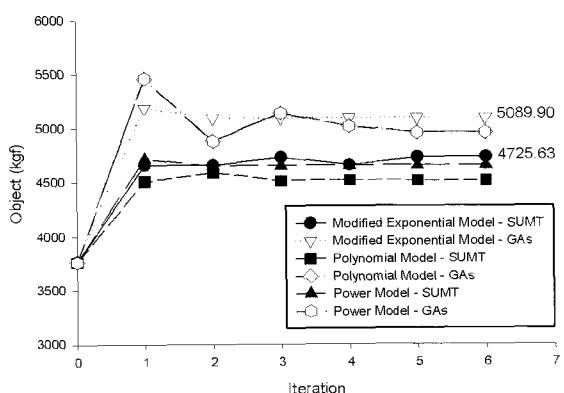


〈그림 12〉 GAs을 사용한 2층 3경간 철골 구조물의 목적함수 수렴 과정

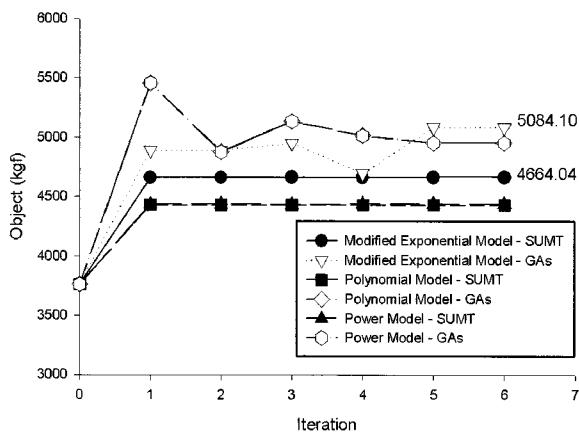
### 6.2.3 접합부 종류와 모델에 따른 목적함수

본 연구에서 2층 3경간 철골 구조물에 대해 양면 복부앵글 접합부, 상·하 플랜지 접합부, 양면복부앵글을 가진 상·하 플랜지 접합부에 대하여 수정된 지수 모델, 다항식 모델, 3개의 매개변수를 갖는 멱급수 모델에 대해 Bowing Effect를 고려하여 K=1로 두고 SUMT를 사용한 연속 최적설계와 GAs을 사용한 이산화 최적설계의 값을 비교해 보았다.

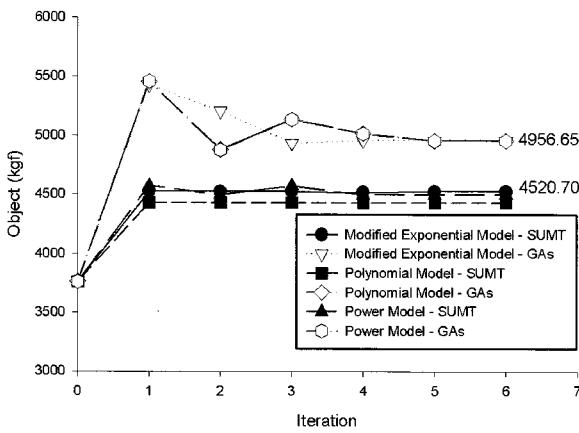
그림 13~그림 15에서 보는 바와 같이 GAs을 사용한 이산화 최적설계를 수행한 경우가 연속 SUMT를 사용한 연속 최적설계를 수행한 경우보다 목적함수 값이 더 큰 값을 나타낼 수 있었고 비교적 접합부 유연도가 큰 양면복부앵글 접합부가 다른 반강점 접합부보다 큰 목적함수값을 가지는 것도 알 수 있었다.



〈그림 13〉 양면복부앵글 접합부의 목적함수 수렴 과정



〈그림 14〉 상·하 플랜지 접합부의 목적함수 수렴 과정



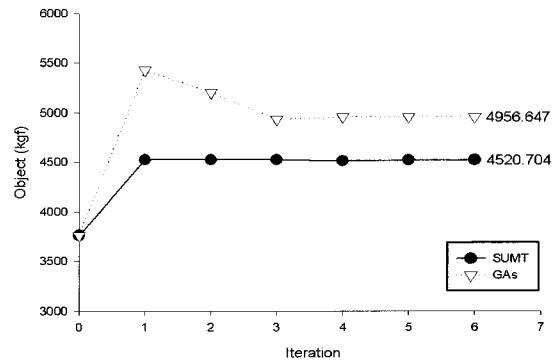
〈그림 15〉 양면복부앵글을 가진 상·하 플랜지 접합부의 목적함수 수렴 과정

〈표 8〉 SUMT에 의한 최적단면 결과 ( $K=1$ )

부재		최적 단면	
부재명	번호	$H - h \times b_f \times t_w \times t_f$ (mm)	A(cm <sup>2</sup> )
기	1	$H - 587.60 \times 193.96 \times 6.93 \times 10.29$	79.221
	2	$H - 587.60 \times 193.96 \times 6.93 \times 10.29$	79.221
	3	$H - 587.60 \times 193.96 \times 6.93 \times 10.29$	79.221
	4	$H - 587.60 \times 193.96 \times 6.93 \times 10.29$	79.221
	5	$H - 589.03 \times 194.50 \times 6.96 \times 10.34$	79.766
등	6	$H - 589.03 \times 194.50 \times 6.96 \times 10.34$	79.766
	7	$H - 589.03 \times 194.50 \times 6.96 \times 10.34$	79.766
	8	$H - 589.03 \times 194.50 \times 6.96 \times 10.34$	79.766
	9	$H - 485.61 \times 160.26 \times 5.72 \times 8.64$	54.486
	10	$H - 485.74 \times 160.30 \times 5.73 \times 8.61$	54.424
	11	$H - 485.66 \times 162.78 \times 5.72 \times 8.61$	54.414
보	12	$H - 587.62 \times 193.92 \times 6.93 \times 10.39$	79.550
	13	$H - 587.20 \times 193.79 \times 6.92 \times 10.40$	79.521
	14	$H - 587.36 \times 193.83 \times 6.92 \times 10.38$	79.479
목적함수(kgf)		4,520.704	

〈표 9〉 GAs에 의한 최적단면 결과

부재		최적 단면	
부재명	번호	$H - h \times b_f \times t_w \times t_f$ (mm)	A(cm <sup>2</sup> )
기	1	$H - 125 \times 125 \times 6.5 \times 9$	30.310
	2	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.140
	3	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.140
	4	$H - 150 \times 150 \times 7 \times 10$	40.140
	5	$H - 200 \times 200 \times 8 \times 12$	63.530
	6	$H - 248 \times 249 \times 8 \times 13$	84.700
	7	$H - 250 \times 250 \times 9 \times 14$	92.180
	8	$H - 200 \times 200 \times 8 \times 12$	63.530
등	9	$H - 354 \times 176 \times 8 \times 13$	73.680
	10	$H - 250 \times 250 \times 9 \times 14$	92.180
	11	$H - 250 \times 250 \times 9 \times 14$	92.180
	12	$H - 496 \times 199 \times 9 \times 14$	101.300
	13	$H - 496 \times 199 \times 9 \times 14$	101.300
	14	$H - 496 \times 199 \times 9 \times 14$	101.300
목적함수(kgf)		4,956.647	



〈그림 16〉 SUMT와 GAs에 의한 연속 및 이산화 최적화의 목적함수 결과

#### 6.2.4 GAs와 SUMT를 사용한 이산화 및 연속 최적 설계

반강접을 고려하여 2차 탄성 해석을 수행한 후  $K=1$ 로 두고 GAs을 사용한 이산화 최적설계와 SUMT를 사용한 연속 최적설계의 결과는 표 8, 표 9와 같다. 그리고, SUMT 및 GAs에 의한 목적함수의 수렴 과정을 나타내면 그림 16과 같다.

## 7. 결 론

본 연구에서는 2차원 철골 구조물의 강접과 반강접 접합부를 고려한 2차 탄성 해석 및 철골 구조물의 중량을 목적함수로하고 제약조건식은 강구조 한

계상태 설계규준으로 SUMT를 사용한 연속 최적기법과 GAs을 사용한 이산화 최적기법에 의한 최적설계 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 기하학적 비선형을 고려한 강접과 반강접 철골 구조물의 2차 탄성 해석과 SUMT와 GAs에 의한 연속 및 이산화 최적설계 알고리즘을 제시하였다.
- (2) 최적설계 결과 반강접일 경우가 강접일 경우보다 목적함수인 중량이 더 크게 나타남을 알 수 있었다. 따라서, 철골 구조물의 구조해석과 최적설계시 접합부가 반강접일 경우를 강접으로 설계를 하면 강도를 과대평가하여 과소설계가 될 우려가 있으므로 실제의 반강접 접합부를 고려하여 부재력을 설계해야 한다.
- (3) SUMT에 의한 최적설계 결과는 실제 사용되지 않는 수학적인 단면이고 GAs에 의한 최적설계 결과는 실제 사용되는 단면이므로 GAs에 의한 최적설계가 보다 실용적임을 알 수 있었다.
- (4) 철골 구조물은 접합부 형태와 모델식에 따라 최적설계 결과가 달라지므로, 설계시 정확한 접합부의 형태와 조건을 고려하는 것이 중요함을 알 수 있었다.

## 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구  
(R01-2001-00451-0(2002)) 지원으로 수행되었음.

## 참 고 문 헌

1. Goto, Y., and Chen, W. F., 'Second Order Elastic Analysis for Frame Design', Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 113, No. ST7, pp. 1501~1519, 1987.
2. Dumonteil, P., 'Simple Equations for Effective Length Factors', Engineering Journal. ASCE, Vol.29, No3, pp 111~115, 1992.
3. Holland, J., 'Adaptation in Natural and Artificial Systems', University of Michigan Press, Ann Arbor, MI. 1975.
4. Goldberg, D. E., 'Computer-Aided Gas Pipeline Operation Using Genetic Algorithms and Rule Learning', PH. D. Thesis, Dept., Univ. Michigan. 1983.
5. Korn, A., 'Effect of Bowing on Rectangular Plane Frames', Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 107, No. ST3, pp. 569~574, 1981.
6. Chen, W. F., Toma, S., 'Advanced Analysis of Steel Frames-Theory,' software, and applications. CRC Press, 1994.
7. Chen, W. F., Goto, Y. and Liew, R. 'Stability Design of Semi-Rigid Frames,' John Wiley & Sons, New York, N. Y., 1986.
8. Timoshenko, S. P., and Gere, J. M., 'Theory of Elastic Stability,' 2nd ed., McGraw Hill Book Co., New York, N. Y., pp. 28, 1961
9. Kishi, N., and W. F. Chen., Data Base of Steel Beam-to-Column Connections, Structural Engineering Report No. CE-STR-86-26, 2 vols., West Lafayette, School of Civil Engineering, Purdue University, 1986.
10. Frye, M. J., and G. A. Morris. 'Analysis of Flexibly Connected Steel Frames,' Canadian Journal of Civil Engineers, Vol. 2, pp. 280-291, 1975.
11. Sommer, W. H., 'Behavior of Welded Header Plate Connections,' M.Sc. thesis, University of Toronto, 1969.
12. Lui, E. M., and W. F. Chen, 'Analysis and Behavior of Flexibly Jointed Frames,' Engineering Structures, Vol. 8, No. 2, pp. 107~118, 1986.
13. Chen, W.F., and N. Kishi, Moment-Rotation of Top-and Seat-Angle Connections, CE-STR-87-4, West Lafayette, IN: School of Civil Engineering, Purdue University, 1987.
14. Kishi, N., and W. F. Chen , Steel Connection Data Bank program, CE-STR-86-18, West lafayette, School of Civil Engineering, Purdue University, Orlando, FL, August 17-20, New york, ASCE, pp.89-106, 1986.
15. 김현진, '2차 탄성 해석법에 의한 강뼈대 구조물

- 의 최적설계,' 경북대학교 공학석사 학위논문,  
1998.
16. 박춘육, '개선된 유전자 알고리즘에 의한 입체  
트러스의 단면 및 형상 이산화 최적설계,' 경북  
대학교 공학박사 학위논문, 2001.
17. 이기순, 'Genetic Algorithms과 동적 계획법에  
의한 강구조물의 최적화,' 경북대학교 공학석사  
학위논문, 2001.
18. '강구조 한계상태 설계기준 및 해설,' 대한건축  
학회, 1998.