

로지스틱 함수를 갖는 생산공정에 대한 최적공정평균 및 스크리닝 한계선의 결정

홍성훈[†]

전북대학교 산업정보시스템공학과

Determination of Optimal Mean Value and Screening Limit for a Production Process with Logistic Function

Sung Hoon Hong

Department of Industrial and Information Systems Engineering, Chonbuk National University, Jeonju, 561-756

Individual items are produced continuously from an industrial process. Each item is checked to determine whether it satisfies a lower screening limit for the quality characteristic which is the weight of an expensive ingredient. If it does, it is sold at a regular price; if it does not, it is reprocessed or sold at a reduced price. The process mean may be adjusted to a higher value in order to reduce the proportion of the nonconforming items. Using a higher process mean, however, may result in a higher production cost. In this paper, the optimal process mean and lower screening limit are determined in situations where the probability that an item functions well is given by a logistic function of the quality characteristic. Profit models are constructed which involve four price/cost components; selling prices, cost from an accepted nonconforming item, and reprocessing and inspection costs. Methods of finding the optimal process mean and lower screening limit are presented and numerical examples are given.

Keywords: logistic function, lower screening limit, profit models, optimal process mean

1. 서론

품질활동은 크게 온-라인 품질관리와 오프-라인 품질관리로 구분할 수 있다. 온-라인 품질관리는 관리도를 이용한 제조공정의 통제나 생산된 제품의 품질검사를 통해 불량품의 출하를 막는 활동이고, 오프-라인 품질관리는 제품설계, 공정설계 단계에서부터 품질을 고려하여 각종의 품질변동 요인에 둔감한 제품을 만들려는 시도로, 예방 중심의 관리활동이라 말할 수 있다. 과거 이들은 독립된 영역을 갖고 연구가 진행되어 왔으나, 최근 들어서는 이들을 동시에 최적화하려는 시도가 이루어지고 있다. 이러한 활동 중 하나로 판매이익, 생산비용, 품질비용 등과 연계해 생산공정의 평균을 결정함으로써 높은 수익

성을 확보하는 문제가 있다. 이 문제는 고가의 원료를 필요로 하는 제품의 주성분 함량을 결정하는 공정에 주로 적용된다. 화학공업, 의약품공업 및 식품공업 등에서 흔히 볼 수 있는 예로 각 단위제품당 주성분의 함량에 대한 최소 기준이 있다고 가정하자. 만일 주성분의 공정평균을 너무 낮게 설정하면 품질저하로 인한 손실비용과 불량으로 인한 재가공비용이 증가하여 기업에 손실을 가져오게 된다. 반대로 공정평균을 너무 높게 설정하면 불량으로 인한 비용은 줄일 수 있으나 이에 따른 생산비용이 높아져 결과적으로 기업에 손실을 주게 된다. 주성분의 단가가 고가일수록 손실은 더욱 커진다. 그러므로 생산공정의 평균을 어디에 설정하는 것이 경제적인가를 결정하는 것은 매우 중요하다.

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호: R05-2002-000-00148-0) 지원으로 수행되었음.

[†] 연락저자 : 홍성훈 교수, 561-756, 전북 전주시 덕진구 덕진동 전북대학교 산업정보시스템공학과 Fax : 063-270-2333,

e-mail : shhong@moak.chonbuk.ac.kr

2003년 3월 접수; 2003년 6월, 2003년 7월 수정본 접수; 2003년 7월 게재 확정.

최적공정평균을 설정하는 문제는 1970년대 이후 최근까지 많은 연구가 진행되어 왔다. 그 중 대표적인 연구결과들을 정리하면 다음과 같다. Hunter and Kartha(1977)는 규격을 만족하는 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격에 미달하는 제품은 할인 판매하는 경우에 기대이익을 최대로 하는 공정평균을 구하였다. 그 후 Bisgaard *et al.* (1984)과 Carlsson(1984)은 규격하한을 만족하는 제품은 초과하는 양에 비례하여 판매하고, 규격하한에 미달되는 제품은 미달되는 정도에 비례해서 제품의 판매가격이 감소하는 경우에 최적공정평균을 결정하였다. Golhar(1987)는 규격하한이 주어진 경우에 캔 속에 들어간 내용물의 양이 규격하한 이상의 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격하한에 미달하는 제품은 캔을 비우고 재가공할 때 기대이익을 최대로 하는 공정평균을 결정하였고, Golhar and Pollock (1988)은 캔 공정에서 내용물의 양에 대한 상한제한을 설정하여 공정평균뿐 아니라 상한제한도 동시에 결정하는 문제를 다루었다. Schmidt and Pfeifer(1991)는 제한된 생산능력을 갖는 캔 공정에서 기대이익을 최대로 하는 공정평균과 규격상한을 동시에 결정하는 문제를 다루었다. Arcelus and Rahim (1994)은 두 개의 품질 특성치가 존재하는 경우에 하나의 품질특성치는 계량형이고 다른 하나는 계수형인 상황에서 공정평균을 경제적으로 결정하는 문제를 다루었고, Teeravarapug and Cho (2002)는 품질 특성치가 여러인 경우의 최적공정평균을 구하였다.

또한 Hong and Lim(1995)은 품질특성의 목표값에 미달하는 정도에 따라 품질비용이 발생하는 경우 규격하한과 최적 공정평균을 동시에 구하는 문제를 다루었고, Chen and Chung(1996)은 생산공정에 대한 최적의 검사 정밀도 수준과 공정의 목표값을 결정하는 문제를 다루었으며, Tang and Lo(1993), Lee and Jang(1997), Lee(2000) 그리고 Lee *et al.*(2001)은 대용품질 특성을 검사에 사용할 때 최적의 공정평균과 규격을 결정하는 문제를 다루었다.

한편 Hong and Elsayed(1999)는 최적공정평균 결정 문제에서 측정오차의 영향을 분석하였으며, Hong *et al.*(1999)과 Lee *et al.*(2000), Duffuaa and Siddiqui(2003)은 제품을 여러 품질등급으로 나누어 판매하는 상황에서 판매기준 및 최적공정평균을 설정하는 문제를 고려했다. 또한 최근 들어 Roan *et al.*(2000)은 제품의 생산량과 공정평균을 동시에 구하는 문제를, 그리고 Rahim *et al.*(2002)은 공정평균과 분산을 동시에 구하는 문제를 고려했다. 스크리닝 품질검사 절차를 포함해 최적공정평균 설정 문제에 관련된 과거의 연구 결과들은 Tang and Tang (1994)에 잘 요약되어 있으며, <Table 1>은 그 이후에 발표된 논문들을 중심으로 요약 정리한 것이다.

기존의 모든 연구들은 품질특성의 양이하 주성분 함량으로 표현함에 따라 제품의 양/불량이 명확히 구분된다는 점을 기본 전제로 하고 있다.

Table 1. Literatures in the Area of Determining Optimal Target Values

Basic Models	Hunter and Kartha (1977) Bisgaard <i>et al.</i> (1984) Carlsson (1984)
Canning Problems	Golhar (1987) Golhar and Pollock (1988) Hong and Elsayed (1999)
Multi-characteristics	Arcelus and Rahim (1994) Teeravarapug and Cho (2002)
Measurement Error	Chen and Chung (1996) Hong and Elsayed (1999)
Capacity Constraints	Schmidt and Pfeifer (1991) Roan <i>et al.</i> (2000)
Multi-decision Alternatives	Hong <i>et al.</i> (1999) Lee <i>et al.</i> (2000) Duffuaa and Siddiqui (2003)
Using a Surrogate Variable	Tang and Lo (1993) Lee and Jang (1997) Lee (2000) Lee <i>et al.</i> (2001)
Miscellaneous	Hong and Lim (1995) Rahim <i>et al.</i> (2002)

즉, 특정 품질특성에 대한 규격하한을 L 이라 정의할 때, $X \geq L$ 인 제품은 양품, 그렇지 않으면 불량품이 된다. 그러나 제품에 따라서는 주성분의 함량이 높을수록 제품이 정상 작동할 확률은 높아지지만, 주성분 함량이 높다고 반드시 양품이 되지 않는 상황이 발생할 수도 있다. 예를 들어 반도체 제품의 경우를 생각해 보자. 반도체의 주요 특성 중 하나는 전기의 전도성이다. 이 전도성은 반도체에 포함되는 금의 함량이 높을수록 좋다. 만일 금의 함량이 낮다면 반도체의 전도성은 낮아지게 되고, 함량이 높으면 전도성은 대체로 높아진다. 하지만 반도체 내의 다른 성분들과의 교호작용으로 인해 금의 함량이 높다고 반드시 전도성 관련 특성이 좋아지는 것은 아니다. 반도체가 적절한 전도성을 갖게 될 확률은 금의 함량에 대한 로지스틱 함수를 갖는 것으로 알려져 있다. 즉, 금의 함량 $X=x$ 일 때, $T=1$, 즉 반도체가 적절한 전도성을 나타낼 확률은 다음과 같은 로지스틱 함수가 된다.

$$P(T=1|X=x) = \frac{1}{1 + e^{-\xi_0 - \xi_1 x}}$$

본 논문에서는 위와 같은 로지스틱 함수를 갖는 생산공정에서 주성분 함량에 대한 공정평균 μ 와 제품의 합격/불합격 여부를 판정하는 스크리닝 한계선 L 을 동시에 최적화하는 문제를 고려했고자 한다. 제품의 판매가격, 주성분의 함량에 비례하는 원자재 비용, 불량제품의 판매로 인한 손실비용, 그리고 품질검사비용 등으로 구성된 이익함수 모형을 설정하고, 이를 최대화하는 공정평균 및 스크리닝 한계선을 동시에 구하고자

한다. 이익함수 모형 구성 시 불량제품을 할인판매, 스크랩, 재가공 등 다양한 가정을 할 수 있는데, 불량품을 어떻게 처리하느냐에 따라 이익함수 형태 또한 크게 달라진다. 본 논문의 2장에서는 불량제품을 재가공처리하는 경우를, 그리고 3장에서는 할인판매하는 경우에 대한 모형을 구성할 것이다.

2. 모형 1: 불합격 제품을 재가공하는 경우

본 논문에서 고려하는 상황은 다음과 같다. 단위 제품은 정상적으로 작동할 때 $T=1$, 그렇지 않으면 $T=0$ 을 갖는 이치형 변수라 정의하자. 단위 제품이 정상적으로 작동하기 위해서는 제품에 포함된 주성분의 함량 x 가 높을수록 그 가능성이 높는데, $X=x$ 일 때 $T=1$ 일 확률은 다음과 같은 로지스틱 함수를 갖는다.

$$P(T=1|X=x) = \frac{1}{1 + e^{-\xi_0 - \xi_1 x}} \quad (1)$$

위에서 ξ_0 과 ξ_1 는 모두 상수이다. 특히 $\xi_1 > 0$ 의 조건이 만족된다면 $X=x$ 일 때 $T=1$ 일 확률은 x 의 증가함수가 되고, $\xi_1 < 0$ 일 때는 감소함수가 된다. 본 논문에서는 $\xi_1 > 0$ 을 가정한다. 물론 $\xi_1 < 0$ 인 경우도 동일한 방법을 적용할 수 있다. 이러한 로지스틱 모형은 Boys and Dunsmore(1987), Kim and Bai(1990), Bai *et al.*(1995), 그리고 Hong(2002) 등이 대응특성을 활용한 선별검사에서 활용한 바 있다.

최종 제품은 전수검사 후 출하여부를 결정하게 되는데, 스크리닝 한계선 $x \geq L$ 인 제품은 합격, 그렇지 않으면 불합격 처리한다. 검사에서 합격된 제품은 단위 제품당 A의 가격에 판매한다. 하지만 불합격된 제품은 재가공, 스크랩 또는 할인판매 등 다양한 방법으로 처리될 수 있다. 이 장에서는 먼저 재가공하는 경우를 대상으로 모형구성을 하고자 한다. 할인판매의 경우는 다음 장에서 고려할 것이다. 주성분의 함량 $X=x$ 일 때, 제품이 정상 작동할 확률은 식(1)에서와 같이 로지스틱 함수를 갖게 되므로, 스크리닝 한계선 L 을 만족하는 제품 중에도 불량품이 포함될 수 있다. 이러한 제품이 고객에게 출하될 경우 불량품의 회수 및 교환비용과 클레임 처리비용 등은 물론이고 궁극적으로는 고객의 구매의욕 상실 등 해당 기업에 큰 손실을 끼치게 된다. 이러한 품질손실비용을 a 라 정의하자. 물론 a 는 양의 상수이다.

이제 기대이익함수를 구성해 보자. 출하된 제품이 정상 작동할 경우 판매가격 A에서 재료비용 cx 를 뺀 값, 즉 $A-cx$ 가 단위당 이익이 된다. 또한, 주원료 함량이 스크리닝 한계선보다 높지만, 제품이 정상 작동하지 않는다면, 이 경우의 단위당 이익은 판매가격 A에서 재료비용 cx 를 빼고 다시 품질손실비용 a 을 뺀 값, 즉 $A-cx-a$ 가 된다. 마지막으로 주원료 함량이 스크리닝 한계선보다 작은 경우에는 재가공하게 된다. 재가공 시 재가공품의 품질특성은 작업조건에 따라 변하게 되는데, 본 논문에서는 재가공품도 최초 작업 시와 동일한 프로세스를

밟아 가공한다고 가정하기로 한다. 이 경우 재가공품의 품질특성과 최초 작업에 의한 제품의 품질특성은 동일한 확률분포를 갖게 된다. 이와 같은 재가공 상황의 예로서 휴대폰의 부품 중 하나인 모노블록은 페이스트 공정을 생각할 수 있다. 모노블록은 휴대폰에서 통화음의 수신 및 송신기능을 수행하는 핵심부품이다. 은 페이스트란 은도금과 동일한 개념으로 소체와 도금 액 사이의 밀착력이 중요한 품질특성이다. 밀착력이 낮은 소체에 대해서는 은 페이스트를 벗겨 내고 재도금을 한다. 물론 불량소체의 은 페이스트를 벗겨 내는 과정에서 화학처리를 하게 되는데, 화학처리의 목적은 소체를 도금 전 상태로 만드는 것이다. 이와 같은 상황에서 재가공된 소체의 품질특성은 최초 작업에 의해 생산된 소체의 품질특성과 동일한 확률분포를 갖게 된다. Golhar(1987), Golhar and Pollock(1988), 그리고 Hong and Elsayed(1999) 등은 이와 같은 재가공 가정하에서 공정평균을 경제적으로 결정하는 문제를 고려한 바 있다. 이러한 재가공 가정하에서 불합격품의 단위 제품당 이익은 기대이익 EP에서 재가공비용 r 및 품질검사비용 s 를 뺀 값, 즉 $EP-r-s$ 이 된다. 이상의 결과를 수식화하면 단위 제품당 이익함수 P 는

$$P = \begin{cases} A-cx, & T=1, x \geq L, \\ A-cx-a, & T=0, x \geq L, \\ EP-r-s, & x < L \end{cases} \quad (2)$$

이 된다. 또한 식(2)로부터 단위 제품당 기대이익 EP를 구하게 되면

$$EP = \int_L^\infty (A-cx)P(T=1|X=x)f(x)dx + \int_L^\infty (A-cx-a)P(T=0|X=x)f(x)dx + \int_{-\infty}^L (EP-r-s)f(x)dx \quad (3)$$

이 된다. 단, 식(3)에서 $f(x)$ 는 품질특성 X의 확률밀도함수이다. 물론 $f(x)$ 는 제품특성에 따라 여러 다양한 형태의 분포를 가질 수 있다. 본 논문의 모형은 $f(x)$ 의 특정 형태를 규정할 필요는 없으나, 일단 예제 등에서는 평균이 μ , 분산 σ^2 인 정규분포를 따르는 것으로 가정할 것이다. $f(x)$ 가 비정규분포를 따르더라도, 기대이익 및 최적해를 구하는 방법은 동일하게 적용할 수 있다. 식(3)을 기대이익 EP의 함수로 재정리하면

$$EP = \frac{\int_L^\infty (A-cx)f(x)dx - a \int_L^\infty P(T=0|X=x)f(x)dx - (r+s) \int_{-\infty}^L f(x)dx}{\int_L^\infty f(x)dx} \quad (4)$$

이 된다.

기대이익함수(4)가 L 과 μ 에 대해 위로 볼록한 단봉함수라면 $\frac{\partial EP}{\partial L} = 0$ 와 $\frac{\partial EP}{\partial \mu} = 0$ 를 동시에 만족하는 L 과 μ 값이 L^* 와 μ^* 가 된다. 그러나 기대이익함수는 분모와 분자에

각각 $\int_L^\infty f(x)dx$, $\int_L^\infty (A-cx)f(x)dx$, 그리고 $\int_L^\infty P(T=0 | X=x)f(x)dx$ 항을 포함하고 있으므로, 기대이익함수가 위로 볼록한 단봉함수임을 수학적으로 증명할 수는 없었다. 따라서 Golhar(1987), Golhar and Pollock(1988), 그리고 Hong and Elsayed(1999) 등에서 사용한 것과 동일한 방법에 의하여 기대이익함수에 포함된 모수들의 여러 값에서 수리적으로 분석하였고, 그 결과 $\frac{\partial EP}{\partial L} = 0$ 와 $\frac{\partial EP}{\partial \mu} = 0$ 를 동시에 만족하는 L^* 와 μ^* 값은 단지 하나만 존재하였으며, 이 값에서의 Hessian 행렬은 음정치(negative definite) 행렬이 됨을 알 수 있었다. 즉 식 (4)는 L 과 μ 에 대해 위로 볼록한 단봉함수임을 알 수 있었다. <Figure 1>은 $(\xi_0, \xi_1, \sigma) = (-3.0, 0.8, 1.0)$ 이고 $(A, a, c, r, s) = (150, 500, 15, 25, 10)$ 일 때 L 및 μ 값에 따른 기대이익함수를 그린 것으로, EP 는 L 및 μ 의 단봉함수임을 알 수 있다.

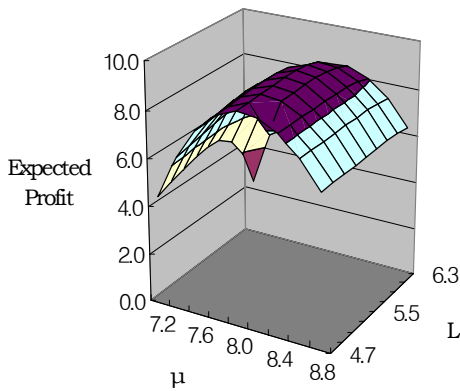


Figure 1. The Expected Profit Versus the Variables L and μ .

$\frac{\partial EP}{\partial L} = 0$ 와 $\frac{\partial EP}{\partial \mu} = 0$ 를 동시에 만족하는 L^* 와 μ^* 값은 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$a \left\{ P(T=0 | X=L) \int_L^\infty f(x)dx - \int_L^\infty P(T=0 | X=x)f(x)dx \right\} + c \left\{ L \int_L^\infty f(x)dx - \int_L^\infty xf(x)dx \right\} = (r+s) \quad (5a)$$

$$a \cdot \left[\int_L^\infty P(T=0 | X=x)xf(x)dx \cdot \int_L^\infty f(x)dx - \int_L^\infty P(T=0 | X=x)f(x)dx \cdot \int_L^\infty xf(x)dx \right] = c \cdot \left[\left(\int_L^\infty xf(x)dx \right)^2 - \int_L^\infty x^2f(x)dx \cdot \int_L^\infty f(x)dx \right] + (r+s) \int_L^\infty (x-\mu)f(x)dx \quad (5b)$$

예제 1) 휴대폰의 핵심 부품 중 하나인 모노블록은 통화음의 송수신 기능을 수행한다. 이는 세라믹 파우더를 성형 및 소성한 후, 은 페이스트 공정을 거쳐 완성품으로 만들어진다. 은 페이스트 공정이란 은도금과 동일한 개념으로 포함되는 은의 양이 많을수록 모노블록이 올바른 전기적 특성을 가질 확률이 높아진다. 과거의 검사기록들을 토대로 분석한 결과 은의 함량이 x 일 때, 모노블록이 올바른 전기적 특성을 가질 확률은 $\xi_0 = -3.0$, $\xi_1 = 0.8$ 을 갖는 로지스틱 함수, 즉 $P[T=1 | X=x] = \frac{1}{1 + e^{3.0 - 0.8x}}$ 이라고 알려져 있다. 또한 밀착력 X 는 평균 μ 그리고 표준편차 $\sigma = 1.0$ 인 정규분포를 따른다고 한다.

은의 함량이 부족한 소체에 대해서는 은을 모두 벗겨 내고 재도금을 하게 된다. 은을 벗겨 내는 과정에서는 소체에 화학처리를 하게 되는데, 화학처리의 목적은 소체를 도금 전 상태로 만드는 것이다. 이와 같은 상황에서 재가공된 제품의 품질 특성은 최초 작업에 의해 생산된 제품의 품질특성과 동일한 확률분포를 따르게 된다. 물론 은의 함량이 많은 제품 중에도 불량 모노블록은 존재하는데, 불량 모노블록은 검사에서 발견되지 않을 시, 휴대폰에 최종적으로 장착되고 더욱 나쁜 경우는 고객에게 불량 휴대폰이 전달된다. 이러한 점을 감안할 때 불량 모노블록은 평균적으로 단위당 500(단위: 백원)의 손실비용을 유발한다. 모노블록 한 단위의 판매가격 $A = 150.0$, 은 한 단위당(단위: g) 원가 $c = 15.0$, 불량 모노블록 재가공 비용 $r = 25.0$, 품질검사 비용 $s = 10.0$ 이라 할 때, 은의 함량에 대한 최적공정평균 $\mu^* = 8.03$, 모노블록의 합격/불합격 여부를 판정하는 최적 기각치 $L^* = 5.61$ 을 얻을 수 있다. 이 때의 기대이익은 8.921이 된다.

제품의 판매가격에 대해서는 정확한 값을 알 수 있으나, 불량제품의 판매로 인한 손실비용 등 일부 비용항목의 추정치는 오류의 가능성을 갖고 있다. 본 모형이 비용항목의 추정값에 얼마나 민감하게 반응하는지를 알기 위하여 a , r 그리고 s 의 잘못된 사용에 따른 기대이익의 감소율을 <Table 2>에 정리하였다. 기대이익 감소율은 다음과 같이 계산하였다.

$$\text{기대이익 감소율} = \frac{EP^* - EP'}{EP^*} \times 100(\%) \quad (6)$$

단 식 (6)에서 EP^* 는 올바른 비용항목 추정값을 사용했을 때의 기대이익이고, EP' 는 잘못된 비용항목 추정값을 사용했을 때의 기대이익이다. <Table 2>는 a , r 그리고 s 의 값을 $\pm 20\%$ 잘못 추정하였을 때의 결과이다. 표에서 보는 바와 같이 모든 경우에 대해 기대이익의 감소율은 7%를 초과하지 않는다는 것을 알 수 있었으며, 따라서 본 모형이 비용항목에 대해 민감하지 않음을 알 수 있었다.

<Table 3>은 로지스틱 모형의 모수들인 (ξ_0, ξ_1) 값을 $\pm 20\%$ 잘못 추정하였을 경우의 최적공정평균 및 최적기각치, 그리고 기대이익 감소율을 정리한 것이다. 표에서 보는 바와 같이 기

대이익 감소율은 90%를 초과하는 값도 있다.

Table 2. Percentage Loss of Expected Profit for Selected Values of a , r and s

a	r	s	μ^*	L^*	Percentage Loss of Expected Profit (%)
400	20	8	7.69	5.42	6.73
400	20	12	7.71	5.32	6.39
400	30	8	7.72	5.17	6.59
400	30	12	7.72	5.08	6.94
600	20	8	8.26	6.06	3.92
600	20	12	8.28	5.96	3.81
600	30	8	8.29	5.84	3.68
600	30	12	8.30	5.76	3.80

즉 (ξ_0, ξ_1) 의 값에 매우 민감하게 반응함을 알 수 있다. ξ_0 와 ξ_1 은 T 와 X 두 변수들 간의 물리적 관련성을 나타내는 모수이다. 따라서 본 모형 선택 시 두 변수들 간의 물리적 관련성 파악이 선행되어야 한다는 것을 알 수 있다. 특히 기대이익 감소율의 경우 ξ_0 보다는 ξ_1 에 크게 의존함을 알 수 있다.

Table 3. Percent Loss of Expected Profit for Selected Values of (ξ_0, ξ_1)

ξ_0	ξ_1	μ^*	L^*	Percentage Loss of Expected Profit (%)
-2.4	0.64	8.60	5.90	16.1
-2.4	0.80	7.28	4.86	38.7
-3.0	0.64	9.54	6.69	96.8
-3.0	0.96	6.98	4.76	77.2
-3.6	0.80	8.78	6.36	28.4
-3.6	0.96	7.61	5.39	10.5

ξ_0 와 ξ_1 값의 추정을 위해서는 다음과 같은 최우 추정법이 널리 활용되고 있다; Kim and Bai (1990), 그리고 Bai and Hong (1994). ξ_0 와 ξ_1 에 대한 최우 추정량은 다음의 우도함수를 최대화하는 ξ_0^* 와 ξ_1^* 가 된다.

$$L = \prod \{p_1(x)\}^{n_1(x)} \{p_0(x)\}^{n_0(x)} \quad (7)$$

단, 식 (7)에서 $p_1(x) = \frac{1}{1 + e^{-\xi_0 - \xi_1 x}}$, $p_0(x) = 1 - p_1(x)$, 그리고 $n_i(x)$, $i=0,1$ 는 x 값을 갖는 샘플을 $n(x)$ 개 검사했을 때 $T=i$ 를 갖는 샘플의 개수를 말한다. 식 (7)을 최대화하는 추정값은 Newton-Raphson과 같은 수리적인 방법을 활용할 수 있다.

3. 모형 2: 불합격 제품을 할인판매하는 경우

불합격 제품을 단위당 B 의 가격에 할인판매한다면 이익함수는 다음과 같이 변하게 된다.

$$P = \begin{cases} A - cx, & T=1, x \geq L, \\ A - cx - a, & T=0, x \geq L, \\ B - cx, & x < L \end{cases} \quad (8)$$

또한 식 (8)로부터 단위 제품당 기대이익 EP 를 구하게 되면

$$EP = \int_L^\infty (A - cx)P(T=1 | X=x)f(x)dx + \int_L^\infty (A - cx - a)P(T=0 | X=x)f(x)dx + \int_{-\infty}^L (B - cx)f(x)dx \quad (9)$$

이 된다. 식 (9)를 재정리하면

$$EP = A \int_L^\infty f(x)dx + B \int_{-\infty}^L f(x)dx - c\mu - a \int_L^\infty P(T=0 | X=x)f(x)dx \quad (10)$$

이 된다.

기대이익함수 (10)이 L 과 μ 에 대해 위로 볼록한 단봉함수라면 $\frac{\partial EP}{\partial L} = 0$ 와 $\frac{\partial EP}{\partial \mu} = 0$ 를 동시에 만족하는 L 과 μ 값이 L^* 와 μ^* 가 된다. 그러나 이러한 성질에 대한 증명을 할 수가 없었고, 따라서 모형 1과 동일하게 기대이익함수에 포함된 모수들의 여러 값에서 수리적으로 분석하였다. 그 결과 $\frac{\partial EP}{\partial L} = 0$ 와 $\frac{\partial EP}{\partial \mu} = 0$ 를 동시에 만족하는 L^* 와 μ^* 값은 단지 하나만 존재하였으며, 이 값에서의 Hessian 행렬은 음정치 (negative definite) 행렬이 됨을 알 수 있었다. 즉, 식 (10)은 L 과 μ 에 대해 위로 볼록한 단봉함수임을 알 수 있었다.

$\frac{\partial EP}{\partial L} = 0$ 와 $\frac{\partial EP}{\partial \mu} = 0$ 를 동시에 만족하는 L^* 와 μ^* 값은 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$P(T=0 | X=L) = \frac{(A-B)}{a} \quad (11a)$$

$$a \int_L^\infty P(T=0 | X=x)(x - \mu)f(x)dx - c \cdot \sigma^2 = (A-B) \int_L^\infty (x - \mu)f(x)dx \quad (11b)$$

특히 식 (11a)로부터

$$L^* = \left\{ -\xi_0 - \ln \frac{A-B}{a - (A-B)} \right\} / \xi_1 \quad (12)$$

이 됨을 알 수 있다. 즉 최적 스크리닝 한계선 L^* 는 공정평균

μ^* 와 독립적으로 구해짐을 알 수 있다. 따라서 μ^* 값은 식 (11b)에서 L 대신 L^* 를 대입함으로써 쉽게 구할 수 있다.

예제 2) 모형 2의 최적 해를 구하는 절차를 예시하기 위해 <예제 1>과 동일한 예제를 활용한다. 단 불합격 제품은 $B=70.0$ 의 가격에 할인판매된다고 가정한다.

이 경우 최적 기각치 $L^*=5.82$ 를 얻을 수 있다. <Figure 2>는 본 예제에서 μ 값에 따른 기대이익함수를 도시한 것으로 EP 는 μ 의 단봉함수임을 알 수 있다. 따라서 식 (11b)로부터 μ^* 를 구하면 최적공정평균은 7.98이 되며, 이 때의 기대이익은 9.095가 된다. 즉, 모형 1의 경우보다 다소 큰 기대이익을 얻을 수 있다.

<Figure 3>은 할인판매가격 B 의 변화에 따른 최적공정평균과 기대이익을 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 B 값이 커짐에 따라 최적공정평균은 완만히 감소하다가, 할인판매가격이 정상 판매가의 60% 수준인 90 정도에 이르면 최적공정평균이 급격히 감소함을 알 수 있다. 반대로 기대이익은 할인판매가격이 증가함에 따라 완만히 증가하다가, 정상 판매가의 60% 수준인 90 정도에 이르면 급격히 증가하게 됨을 알 수 있다. 특히 할인판매가격 B 가 55 이상이 되면 모형 2의 기대

이익 모형 1의 기대이익인 8.921보다 커짐을 알 수 있다.

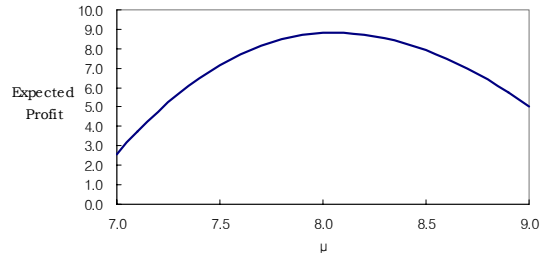
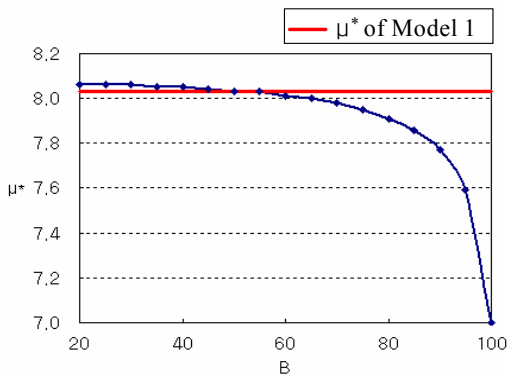
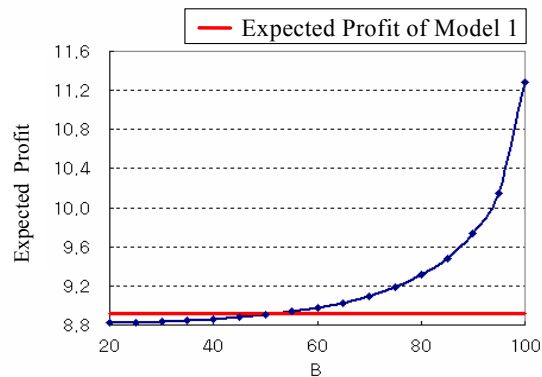


Figure 2. Effects of μ on the Expected Profit.

<Figure 4>는 공정표준편차 σ 값의 변화에 따른 최적공정평균과 기대이익의 변화를 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 σ 값이 증가함에 따라 최적공정평균은 처음에는 증가하다가 1.1 정도의 값 이후 감소하게 된다는 것을 알 수 있다. 공정평균을 너무 높게 설정하면 주성분 함량의 초과로 인한 손실비용이 발생한다. 반면 공정평균을 낮게 설정하면 불량제품의 생산으로 인한 손실비용이 발생한다. 최적공정평균은 이들 두 비용 간의 괴리관계에 의해 결정되는데, 본 모형에서는 불

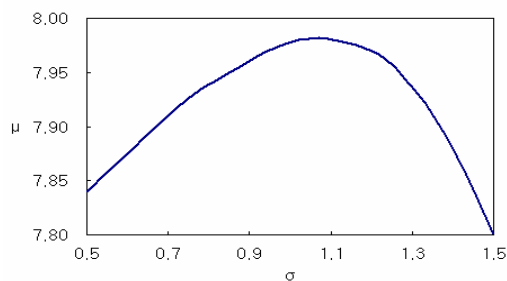


(a) Optimal Process Mean

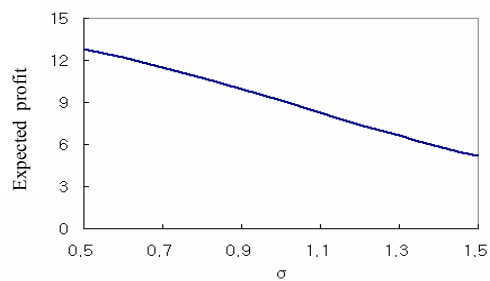


(b) Expected Profit

Figure 3. The Optimal Process Mean and Expected Profit as a Function of B.



(a) Optimal Process Mean



(b) Expected Profit

Figure 4. Effects of σ on the Optimal Process Mean and Expected Profit.

량제품은 모두 할인판매가격 B 로 판매한다고 가정하였기 때문에 σ 값의 변화에 따라 최적공정평균이 증가하다가 일정 값 이후에는 감소하는 현상을 보여주고 있다. 한편 기대이익은 σ 값이 증가함에 따라 지속적으로 감소함을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 제품이 정상 작동할 확률이 주성분 함량의 로지스틱 함수인 생산공정에서 주성분 함량에 대한 최적공정평균 μ^* 와 제품의 합격/불합격 여부를 판정하기 위한 스크리닝 한계선 L^* 를 동시에 최적화하는 문제를 고려하였다. 제품의 판매가격, 주성분의 함량에 비례하는 원자재비용, 불량제품의 판매로 인한 손실비용, 그리고 품질검사비용 등으로 구성된 이익함수 모형을 설정하고, 이를 최대화하는 공정평균 및 스크리닝 한계선을 구하였다.

이익함수 모형 구성 시 불량제품을 재가공, 할인판매, 또는 스크랩 등 어떻게 처리하느냐에 따라 이익함수 형태가 크게 달라지는데, 본 논문에서는 재가공 모형과 할인판매 모형 두 가지를 고려하였다. 최적해를 구하는 과정에서 기대이익이 μ 및 L 에 대해 위로 볼록한 단봉함수임을 수학적으로 증명할 수는 없었으나, μ 및 L 의 의미 있는 영역에서 수리적으로 분석한 결과 단봉함수임을 보일 수 있었다. 수리적인 분석은 펜티엄급 PC를 활용하였고 FORTRAN언어와 IMSL 소프트웨어를 활용하였는데, 최적해를 구하는 데 소요되는 시간은 대부분 20 초를 초과하지 않았다.

예제를 통해 데이터를 분석한 결과 불량제품의 판매로 인한 손실비용 등 비용항목은 어느 정도 잘못 추정하더라도 최적해가 크게 변하지 않는다는 것을 알 수 있었다. 즉 본 모형은 비용항목에 대해 둔감함을 알 수 있었다. 하지만 로지스틱 함수와 관련된 모수들인 ξ_0 및 ξ_1 값에 대해서는 매우 민감하게 반응하였다.

ξ_0 와 ξ_1 은 T 와 X 두 변수들 간의 물리적 관련성을 나타내는 모수들이다. 따라서 본 모형 선택 시 두 변수들 간의 물리적 관련성 파악이 선행되어야 한다는 것을 알 수 있었다. 또한 본 논문의 예제에서는 재가공 모형과 할인판매 모형 두 가지 모형을 최적공정평균과 기대이익 측면에서 비교하였다. 비교 결과 할인판매 가격이 높을수록 할인판매 모형의 기대이익이 유리해 짐을 확인할 수 있었다.

본 논문에서는 T 와 X 의 관계로 $P(T=1 | X=x)$ 가 로지스틱 함수를 갖는다고 가정하였다. 하지만 현실 문제에 있어서는 다양한 다른 형태의 함수를 취할 수도 있을 것으로 판단되며, 이에 대한 추가 분석이 필요하다고 판단된다. 또한 본 모형과는 달리 $f(x | T=i)$, $i=0,1$ 를 정규분포로 가정하는 정규모형에 대한 분석도 추후 연구과제로 의미 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

- Arcelus, F. J. and Rahim, M. A. (1994), Simultaneous Economic Selection of a Variables and an Attribute Target Mean, *Journal of Quality Technology*, **26**(2), 125-133.
- Bai, D. S. and Hong, S. H. (1994), Economic Screening Procedures with Multi-Decision Alternatives in Logistic and Normal Models, *Engineering Optimization*, **22**(2), 153-160.
- Bai, D. S., Kwon, H. M., and Lee, M. K. (1995), An Economic Two-Stage Screening Procedure with a Prescribed Outgoing Quality in Logistic and Normal Models, *Naval Research Logistics*, **42**(8), 1081-1097.
- Bisgaard, S., Hunter, W. G., and Pallesen, L. (1984), Economic Selection of Quality of Manufactured Product, *Technometrics*, **26**(1), 9-18.
- Boys, R. J. and Dunsmore, I. R. (1987), Diagnostic and Sampling Models in Screening, *Biometrika*, **74**(2), 356-374.
- Carlsson, O. (1984), Determining the Most Profitable Process Level for a Production Process under Different Sales Conditions, *Journal of Quality Technology*, **16**(1), 44-49.
- Chen, S. L. and Chung, K. J. (1996), Selection of the Optimal Precision Level and Target Value for a Production Process: the Lower-Specification-Limit Case, *IIE Transactions*, **28**(11), 979-985.
- Duffuaa, S. and Siddiqui, A. W. (2003), Process Targeting with Multi-Class Screening and Measurement Error, *International Journal of Production Research*, **41**(7), 1373-1391.
- Golhar, D. Y. (1987), Determination of the Best Mean Contents for a Canning Problem, *Journal of Quality Technology*, **19**(2), 82-84.
- Golhar, D. Y. and Pollock, S. M. (1998), Determination of the Optimal Process Mean and the Upper Limit for a Canning Problem, *Journal of Quality Technology*, **20**(3), 188-192.
- Hong, S. H. (2002), Economic Screening Procedures in Normal and Logistic Models when the Rejected Items are Reprocessed, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **28**(3), 240-246.
- Hong, S. H. and Elsayed, E. A. (1999), The Optimum Mean for Processes with Normally Distributed Measurement Error, *Journal of Quality Technology*, **31**(3), 338-344.
- Hong, S. H., Elsayed, E. A., and Lee, M. K. (1999), Optimum Mean Value and Screening Limits for Production Processes with Multi-Class Screening, *International Journal of Production Research*, **37**(3), 155-163.
- Hong, S. H. and Lim, H. (1995), "Economic Selection of the Lower Limit and the Process Mean for a Continuous Production Process, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **23**(3), 20-32.
- Hunter, W. G. and Kartha, C. P. (1977), Determining the Most Profitable Target Value for a Production Process, *Journal of Quality Technology*, **9**(4), 176-181.
- Kim, S. B. and Bai, D. S. (1990), Economic Screening Procedures in Logistic and Normal Models, *Naval Research Logistics*, **37**(7), 895-904.
- Lee, M. K. (2000), Determination of Optimum Process Mean and Screening Limit for a Production Process based on Two Correlated Variables, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **28**(3), 155-164.

- Lee, M. K. and Jang, J. S. (1997), The Optimum Target Values for a Production Process with Three-class Screening, *International Journal of Production Economics*, **49**(2), 91-99.
- Lee, M. K., Hong, S. H., Kwon, H. M., and Kim, S. B. (2000), Optimum Process Mean and Screening Limits for a Production Process with Three-Class Screening, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, **7**(3), 179-190.
- Lee, M. K., Hong, S. H., and Elsayed, E. A. (2001), The Optimum Target Value under Single and Two-Stage Screenings, *Journal of Quality Technology*, **33**(4), 506-514.
- Rahim, M. A., Bhadury, J., and Al-Sultan, K. S. (2002), Joint Economic Selection of Target Mean and Variance, *Engineering Optimization*, **34**(1), 1-14.
- Roan, J., Gong, L., and Tang, K. (2000), Joint Determination of Process Mean, Production Run Size and Material Order Quantity for a Container-Filling Process, *International Journal of Production Economics*, **63**(3), 303-317.
- Schmidt, R. L. and Pfeifer, P. E. (1991), Economic Selection of the Mean and Upper Limit for a Canning Problem with Limited Capacity, *Journal of Quality Technology*, **23**(4), 312-317.
- Tang, K. and Lo, J. (1993), Determination of the Process Mean when Inspection Is Based on a Correlated Variable, *IIE Transactions*, **25**(3), 66-72.
- Tang, K. and Tang, J. (1994), Design of Screening Procedures: A Review, *Journal of Quality Technology*, **26**(3), 209-226.
- Teeravaraprug, J. and Cho, B. R. (2002), Designing the Optimal Process Target Levels for Multiple Quality Characteristics, *International Journal of Production Research*, **40**(1), 37-54.