Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 29, No. 3, pp. 206-212, September 2003.

수송단위에 의한 지연납기를 고려한 최적 수송량 결정 모형

이양호 · 안준홍 · 최경현†

한양대학교 산업공학과

An Optimal Distribution Model under Consideration of Delivery Unit and Backlogging Costs

Yang Ho Lee · Joon-Hong An · Gyunghyun Choi

Department of Industrial Engineering, Hanyang University, Seoul, 133-791

In this paper, we propose a mathematical optimization model with a suitable algorithm to determine delivery and backlogging quantities by minimizing the total cost including the penalty costs for delay. The system has fixed transshipment costs and demands are fulfilled by some delivery units that represent the volume of delivery amount to be shipped in a single time period. Since, backlogging is allowed, demands could be delivered later at the expense of some penalty costs. The model provides the optimal decisions on when and how much to be delivered while minimizing the total costs. To solve the problem, we propose an algorithm that uses the Lagrangian dual in conjunction with some primal heuristic techniques that exploit the special structure of the problem. Finally, we present some computational test results along with comments on the further study.

Keywords: delivery unit, backlog, lagrangian dual, subgradient optimization, primal heuristic

1. 서 론

최근 기업물류는 기업 경쟁력의 핵심분야로 인식되고 있으며, 기업물류비의 68.8%가 수송비로 구성되어 있다. 물류비의 대부분인 수송비를 절감하기 위한 많은 수송모형들이 연구되고 있으며, 이를 통해 기업의 수익을 높이려고 한다. 현재의 수송 환경은 다양한 제품의 제조와 수요, 그리고 소규모 생산자들의 수송연합으로 인하여 수송은 일 대 일이 아닌 다 대 다의 방법으로 변화하였으며, 과거와 비교하여 보다 빈번한 수송이 이루어지게 되었다. 이에 따라 수송의 효율을 높이려는 관심이 증가하고 있다. 특히 수송이 이루어질 때, 미리 정해진 구간을 움직이는 차량의 수만큼 비용이 부가되는 환경에서는 차량의 용적을 효율적으로 사용하는 것이 수송의 효율을 높이는 방법이 된다. 예를 들어, 제품의 수송을 자체에서 해결하지 않고 수송업체를 이용할 경우, 컨테이너나 트럭 등의 크기와 수요자의 위치에 따라 일정금액이 정해져 있으므로 트럭 또는 컨테이너 하나를 사용하는 데는 적재용량과 관계없이 일정한 비용이 발생한다. 트럭이나 컨테이너의 용적을 모두 채운 경우와 일부분만을 채운 경우의 비용은 동일하게 된다. 그러므로, 수송비용을 절감하기 위해 최대한 트럭의 용적을 만족시키는 수송량을 결정하는 것이 중요한 결정요소가 된다.

대부분의 수송 모형들은 수송이 일어날 경우 발생하는 고정비용과 제품의 양에 따라 비례하여 발생하는 가변비용의 두 부분으로 수송비용을 계산하고 있다(Kasilingam, 1998). 하지만 위와 같은 상황에 대해서는 수송비의 대부분이 고정비용 또는 용적에 관계없이 운송차량의 운영비에 의해 발생하기 때문에 수송비용을 수송단위에 대한 고정비용으로 인식하여 이를 최소화하는 것이 더 중요하다. 수송비용이 고정비에 비례

† 연락저자 : 최경현 교수, 133-791 서울시 성동구 행당동 17번지 한양대학교 산업공학과, Fax : 2295-8049, e-mail : ghchoi@hanyang.ac.kr
2002년 11월 접수; 2003년 5월 수정본 접수; 2003년 6월 게재 확정.

할 때 수송의 효율은 고정된 수송단위의 허용용적 한도 내에서 제품을 얼마나 채울 수 있는가의 문제가 된다. 이로 인하여 수송비용의 계산방법이 개별제품에 대한 수송비용이 아닌 수송단위별 수송비용의 결정으로의 전환이 요구된다.

수송단위는 컨테이너 혹은 트럭 등과 같이 제품들을 일정 지점으로 수송할 수 있는 단위로서 단위당 수송비용이 발생하고, 수송단위에 제품을 할당하는 것은 수송단위와 제품의 용적에 의하여 결정된다. 지연납기가 가능할 때, 수송단위 용적을 완전히 채우지 못하는 제품들이 있는 경우는 수송단위 하나의 수송비용과 지연납기비용을 고려하여 해당 제품들의 수송 여부를 결정한다. 지연납기비용(Backlogging Penalty Cost)은 수요자 측을 고려한 요소로서 해당 제품들의 수송을 한 시간단위 지연함에 따른 수요자의 손실에 대해 생산자가 소비자에 지불하는 비용이다. 따라서 본 연구에서는, 지연납기가 허용될 때 지연납기에 대하여 벌칙비용을 고려하여 수요를 언제, 얼마나 충족시킬 것인지를 결정하려 한다. 이러한 환경에 대한 최적화 모델과, 이를 적절한 시간에 풀 수 있는 알고리듬을 제시하는 것이 본 연구의 목적이다.

논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 먼저, 2장에서는 벌칙비용에 관한 기존 연구와 모델에서 사용될 수송단위와 벌칙비용을 정의한다. 3장에서는 해결하고자 하는 문제를 정의하고 문제에 포함된 가정을 설명하며 수송모형에서 사용하고 있는 기호와 수리모형을 설명한다. 4장에서는 모델을 풀기 위한 알고리듬으로 Lagrangian Dual을 소개하고, 이를 풀기 위한 Subgradient 알고리듬을 설명하고, Upper Bound(UB)를 제공하는 Primal Heuristic을 소개한다. 5장에서는 실험의 결과를 제시하고. 6장에서는 결론과 추후 연구과제를 제시한다.

2. 문제 정의 및 관련 연구

본 연구의 수송모형은 앞에서 정의한 수송단위를 고려하여 수송비용과 지연납기비용의 합을 최소화하는 것이다. 수송비용은 수송단위의 수에 비례하며, 벌칙비용은 수요자와 제품의 특성에 의하여 결정됨을 가정한다. 수송단위비용이 수송되는 제품들의 지연납기에 대한 벌칙비용보다 크다면, 제품들은 해당 기간에 수요자에게 보내지 않고 지연납기에 대한 비용을 지불하고 다음 시점에 해당 수요자의 수요에 추가되며, 그 반대의 경우 모든 제품이 수요자에게 수송된다.

이와 관련된 연구문헌을 살펴보면, 벌칙비용에 대해 Krajewski(1997)는 고객의 수요를 만족시키지 못하는 경우에 발생하는 비용으로 수요손실비용, 조기납기비용, 지연납기비용 등이 고려될 수 있다라고 정의하였다. 수요손실비용은 고객의 수요를 해당시간에 만족시키지 못하면 미 수송량에 해당하는 수요를 잃는 것으로 처리하는 방법이며, 조기납기비용은 미래에 발생하는 수요를 미리 수요자에게 재고로서 제공하는 방법이고, 지연납기비용은 과거에 만족되지 않는 고객의 수요를 다음 수송시간에 제공을 하는 방법으로 정의된다. 이 모든 것이 고객의 불만족이나 공급자의 계약 불이행에 대한 벌칙비용으로 공급자가 지불하게 된다.

지연납기를 고려하여 수송량을 결정하는 문제는 생산환경에서 지연을 고려하였을 때 lot size를 결정하는 문제와 많은 유사점을 가지고 있다. Lee, *et al*.(2001)은 본 연구에서 고려하고 있는 수송모형과는 다르지만 지연납기, 조기납기와 이에 대한 벌칙비용을 고려하여 지연납기 허용하에서 동적으로 lot size를 결정할 때, 재고, 지연납기, 수요에 의하여 최적의 생산량을 결정하는 모델을 제시하였다. 또한 Fumero and Vercellis(1999)는 한 제조기업을 대상으로 기업 내 서로 다른 공장의 총 수요에 대한 최적 할당과 재고수준, 운송계획, lot-sizing plan, 각 생산 lot에 대한 두 번째 stage 기계의 최적배치 결정을 통하여 총비용의 최소화를 하고자 하는 모델을 제시하였다.

이 연구들은 lot size의 결정과정에서 수요손실 등에 따른 벌칙비용을 고려한 생산환경에 대한 것이었다. 이는 지연납기가 허용될 때, 최적의 생산단위를 찾는다는 부분에서 우리가 연구하고자 하는 모델의 환경과 유사하지만 수송환경을 배경으로 연구되지 않았다. 즉, 다수의 공급자가 다수의 제품을 다수의 소비자에게 공급하는 모델과는 그 복잡도에서 많은 차이를 두고 있다.

Lot size의 결정에 수송환경이 고려된 연구도 다양하게 이루어지고 있다. Gupta(1992)는 lot-size의 결정문제에서 트럭이나 기차와 같은 특정 수송수단을 사용할 때 고정비가 발생하는 문제에 대한 알고리듬을 제시하였으며, Ahn *et al*.(1994)는 물류시스템에서 재고와 수송비용을 최소화하는 수리적 모델을 제시하였다. Lee(1998)는 다양한 크기를 가진 컨테이너를 가지는 수송환경에서 수송비용을 고려하여 최적의 생산량을 결정하는 연구를 하였다. Vroblefski *et a*l.(2000)은 재고유지비용, 주문비용, 수송비용의 합을 동시에 고려하여 총 비용을 최소화하는 lot size의 결정에 관한 연구를 하였다. 위의 연구들은 수송에 대한 환경을 고려하여 수송비용이 상품의 종류와 위치에 따라 다르다는 수송비 구조하에서 비용을 최소화하는 생산량 또는 lot size를 결정하는 문제에 국한되어 있다.

본 연구에서 언급하고 있는 다른 부분은 공급자가 소비자의 요구를 만족시키는 분배문제와 관련이 있다. 지금까지 분배문제는 다양한 환경에 대해서 연구가 되어오고 있다. Chen *et al*.(2001)은 하나의 공급자가 다수의 소매상에 물품을 공급할 때 경로의 구조를 분석하여 최적의 비용과 보충전략에 관한 효율적인 알고리듬을 제안하였으며, Kleywegt and Papastavrou (1998)은 고객의 주문에 대하여 수송량을 고려하여 고객의 주문을 받을 것인지 거부할 것인지의 결정을 Markov 결정과정을 이용하여 의사결정을 하는 모델을 제안하였으며, Holmberg *et al*.(1998)은 철도수송환경에서 차량이 공간이 너무 크면 투자, 운영, 재고 비용이 많이 발생하며, 반대의 경우에는 공간의 부족으로 인해 고객의 서비스가 떨어진다는 점을 제시하면서 공간을 효율적으로 사용하는 차량의 경로를 결정하는 분배계

획을 multicommodity netw- ork flow problem(MNFP)으로 모델링하여 결정하였다. Hoek and Dierdonck(2000)는 생산에서 지연(postpone)전략을 사용하였을 때 물류환경과 관련된 각종 비용을 확인하여 경제적인 지연생산의 크기를 결정하였다.

차량의 용적을 최대한 활용한다는 관점으로Rim and Yoo (2001)는 공동수송의 환경에서 차량의 무게를 고려하고, 일부 화물이 당일이 아닌 이튿날에 운송되어도 좋은 경우에 대하여 경험적 알고리듬을 사용하여 개별수송과의 비교를 하였다. 차량의 용적과 화물의 지연 가능에 대한 부분은 본 연구와 비슷하지만, 수요자의 요구가 지연이 되었을 때 그 수요에 대한 비용을 고려하지 않았고, 어느 곳에서 어떤 수요지로 얼마만큼의 물건을 보낼 것인가에 대한 수송경로와 최적수송량에 대한 결정이 포함되어 있지 않다는 점에서 본 연구와는 명확하게 구분된다.

3. 지연납기를 이용한 수송단위 모델

본 연구에서 사용될 수리 모델을 정의하기 위하여 다음을 가정한다. 제품의 수송은 수송단위에 의하고, 제품을 수송단위에 할당하는 방법은 수송단위와 제품의 용적만을 고려한다. 지연납기에 대한 비용은 수요자와 제품의 종류에 따라 다르게 적용한다. 지연납기가 발생한 제품의 양은 다음 수송시간에 해당 수요자의 제품 요구량에 추가한다. 지연납기로 인해 공급자가 부담해야 하는 재고유지비용과 고객의 수요손실비용은 지연납기에 대한 비용에 포함된다.

- **Indices**

t : 시점(time-periods) $t=1, \cdots, T$
i : 제품(items) $i=1, \cdots, I$
q : 공급자(suppliers) $q=1, \cdots, Q$
r : 수요자(retailers) $r=1, \cdots, R$

- **Parameters**

d_{tri} : 시점 t의 수요자 r의 제품 i의 수요량
p_{ri} : 수요자 r에 대한 제품 i가 지연납기되었을 때의 단위당 비용
c_{qr} : 공급자 q에서 수요자 r로 제품들을 수송하는 수송단위당 비용
w : 수송단위의 용적

- **Decision variables**

X_{tqr} : 시점 t에 공급자 q에서 수요자 r로 제품들을 수송하는 수송단위의 수
Y_{tri} : 시점 t에 수요자 r의 제품 i의 지연납기양
U_{tqri} : 시점 t에 공급자 q에서 수요자 r로 수송되는 제품 i의 양

지연납기와 수송단위를 고려한 수송량 결정 문제의 수리모형은 다음과 같다.

Optimal Delivery Unit Problem (ODUP)

$$Min \quad \sum_{t,q,r} c_{qr} X_{tqr} + \sum_{t,r,i} p_{ri} Y_{tri} \tag{1}$$

subjcet to

$$\sum_{q} U_{tqri} = d_{tri} + Y_{(t-1)ri} - Y_{tri} \qquad \forall\ r,\ i,\ t=1,\ldots,T-1 \tag{2}$$

$$Y_{0ri} = Y_{Tri} = 0 \qquad \forall\ r,\ i \tag{3}$$

$$\sum_{i} U_{tqri} \le wX_{tqr} \qquad \forall\ t,\ q,\ r \tag{4}$$

$$X_{tqr},\ Y_{tri} \quad \text{정수} \tag{5}$$

목적식 (1)은 지연납기비용과 수송단위를 고려한 수송비용의 총 비용을 최소화하는 것으로 앞부분은 모든 경로에 대한 수송비용이고, 뒷부분은 지연납기에 대한 벌칙비용의 합을 나타내고 있다. 제약식 (2)는 한 고객에게 특정시점에 특정제품의 수송량이 현 시점의 수요량과 현 시간단위 이전에 지연납기된 수요량과의 합과 같음을 나타내는 유량보존식이다. 이때, 문제에서 시점의 범위가 $t=1$에서 T만을 고려하므로, 제약식 (3)에서 시점 $t=0$과 T에서의 지연납기양은 0으로 한다. 제약식 (4)는 용적을 고려하여 수송단위에 제품을 할당하는 제약으로, 본 제약식은 (1)과 (2)와 함께 지연납기비용을 최소화하며 각 공급자에서 수요자로 수송되는 수송단위의 수를 결정한다.

즉, 목적식에서 수송 허용용적을 고려하여 상호보완관계(trade off)에 있는 공장에서 수요자로 수송되는 수송단위의 수와 각 수요자에 지연납기되는 각 제품의 수에 대한 관계를 결정해 주는 것으로, 지연납기비용이 수송비용보다 클 경우 지연납기 수량이 영의 값을 가지게 되어 모든 제품을 수송하고, 그 반대의 경우 지연납기비용이 한 단위 수송단위의 수송비용보다 작은 경우는 해당 제품들을 지연납기한다.

각 공급자에서 운송되는 제품을 나타내는 변수 U_{tqri}의 경우 정수변수로 정의하지 않았으나 제약식 (1), (3), (4)에 의해 정수 값을 가지게 된다.

4. 알고리듬

대규모 정수계획법 문제인 최적 수송단위 결정문제(ODUP)를 풀기 위한 방법으로 Lagrangian Heuristic 기법을 제안한다.

4.1 Generic Lagrangian Relaxation Algorithm

Lagrangian Relaxation에서의 주된 이슈는 Lagrangian Dual을 이용하여 얻게 될 하한(Lower Bound; LB)의 품질과 subproblem 해법의 용이성이다. 본 연구에서는 문제의 특수구조를 이용하기 위하여, 문제를 분리(separation)하여 special structure로 만든다. 이는 제약식 (4)를 이완하여 얻을 수 있다. 따라서 제시하는 Lagrangian dual은 다음과 같다. 이때, Lagrangian multiplier는 u로 정의한다.

(LD)

$$\underset{u_{tqr}\geq 0}{Max} \quad \theta(u_{tqr})$$

where

(LS)

$$\theta(u_{tqr}) = Min[\sum_{t,q,r} c_{qr}X_{tqr} + \sum_{t,r,i} p_{ri}Y_{tri} + \sum_{t,q,r} u_{tqr}(\sum_i U_{tqri} - wX_{tqr})] \quad (6)$$

subject to

$$\sum_q U_{tqri} = d_{tri} + Y_{(t-1)ri} - Y_{tri} \quad \forall\ r,\ i,\ t=1,\ldots,T-1$$

$$Y_{0ri} = Y_{Tri} = 0$$

$$X_{tqr},\ Y_{tri} \quad \text{정수}$$

이 때 (LS)의 목적식 (6)은

$$Min[\sum_{t,q,r}(c_{qr} - wu_{tqr})X_{tqr} + \sum_{t,r,i} p_{ri}Y_{tri} + \sum_{t,q,r} u_{tqr}\sum_i U_{tqri}]$$

와 같고, 이는 제품 i와 수요자 r에 대해 분리 가능한 문제가 된다. 따라서 임의의 $\hat{i},\ \hat{r}$에 대해 분리된 문제 $(LS)_{i,r}$를 다음과 같이 정의한다.

$(LS)_{\hat{i},\hat{r}}$

$$\theta(\hat{i},\hat{r};u_{tq\hat{r}})$$
$$= Min[\sum_{t,q}(c_{q\hat{r}} - wu_{tq\hat{r}})X_{tq\hat{r}} + \sum_t p_{\hat{r}\hat{i}}Y_{t\hat{r}\hat{i}} + \sum_{t,q} u_{tq\hat{r}}U_{tq\hat{r}\hat{i}}$$

subject to

$$\sum_q U_{tq\hat{r}\hat{i}} = d_{t\hat{r}\hat{i}} + Y_{(t-1)\hat{r}\hat{i}} - Y_{t\hat{r}\hat{i}} \qquad t=1,\ldots,T-1$$

$$Y_{0\hat{r}\hat{i}} = Y_{T\hat{r}\hat{i}} = 0$$

$$X_{tq\hat{r}},\ Y_{t\hat{r}\hat{i}} \quad \text{정수}$$

따라서 (6)의 (LS) 목적식 값 $\theta(u_{tqr})$은

$$\theta(u_{tqr}) = \sum_{i,r}\theta(i,\ r;\ u_{tqr}) \qquad (7)$$

가 된다. 따라서 (LS)의 최적해는 $(LS)_{i,r}$의 최적해를 찾음으로써 쉽게 얻을 수 있다. 용어의 편의성을 위하여 알고리듬은 (LS)에 대하여 설명한다.

임의의 i, r에 대하여 (LS)를 풀기 위하여 Subgradient Optimization기법을 제안한다. Subgradient 알고리듬은 Lagrangian Dual 형태의 piecewise linear 함수 최적화에 쉽게 적용되고, 그 효과도 매우 좋은 것이 많은 연구결과를 통하여 알려져 있다. 만약 (LS)의 최적해를 $\overline{U}_{tqri},\ \overline{X}_{tqr}$ 이라고 하면, subgradient는

$$\xi_{tqr} = \sum_i \overline{U}_{tqri} - w\overline{X}_{tqr} \qquad \forall\ t, q, r$$

으로 정의된다. $\overline{v}$와 $\underline{v}$를 best upper bound와 best lower bound로 정의하고, 제안하는 알고리듬 절차를 다음과 같이 설명한다. 알고리듬 3단계에서 사용되는 Primal Heuristic은 4.3절에서 구체적으로 설명한다.

Subgardient Algorithm with Primal Heuristic

Step 1. (Initialization)

초기 해 $u^{(1)}$를 선택한다. $\underline{v}=-\infty$로, $\overline{v}=\infty$(incumbent solution)로 초기화한다. 반복수 k는 1로 초기화하고, 최대 반복 수 M을 설정한다. 또한 최대 허용 향상 반복수 $l_{\max}$를 설정한다. $0<\beta<2,\ \varepsilon>0$을 정의한다.

Step 2. (Subproblem Solver)

주어진 $u^{(k)}$에 대하여 ($LS^{(k)}$)를 푼다((LS i, r)와 식 (7) 이용). 이때, 최적해를 이용하여 subgradient $\xi^{(k)}$를 찾는다. 만약 $\|\xi^{(k)}\| < \varepsilon$ 이면 현재의 해(incumbent solution)를 근접해로 결정하고 알고리듬을 종료한다. 만약 $\theta(u^{(k)})>\underline{v}$이면, $\underline{v}=g(u^{(k)})$로 수정한다. 이 때 값의 증가가 없으면 l값을 1증가한다. $l=l_{\max}$ 이면 $\beta^{(k)}=\beta^{(k)}/2$로 설정하고, $l=0$으로 설정한다.

Step 3. (Primal Heuristic)

Dual subproblem의 최적해를 primal heuristic방법을 이용하여 primal-feasible solution $\overline{X}$를 찾고, 그 때의 목적식 값 $v^{(k)}$을 계산한다. 만약 $\overline{v} > v^{(k)}$ 이면 $\overline{v}=v^{(k)}$로 수정한다.

Step 4. (Dual Update)

subgradient $\xi^{(k)}$를 이용하여 search direction $d^{(k)}$를 계산하고, step length $\lambda^{(k)}$를 구한 후, Lagrangian multiplier $u^{(k+1)}$를

아래와 같이 계산한다.

$$\lambda^{(k)} = \beta^{(k)} \frac{(\bar{v} - \theta(u^{(k)}))}{\sum_{tqr} \| \xi_{tqr}^{(k)} \|^2}$$

$$0 < \varepsilon_1 \leq \beta^{(k)} \leq \varepsilon_2 < 2$$

$$u^{(k+1)} = \max\{u^{(k)} + \lambda^{(k)} \xi^{(k)}, 0\}$$

만약 $k = M$를 만족하면 알고리듬을 종료한다. 그렇지 않으면, 반복 수 k를 1 증가하고, Step 2로 간다.

4.2 Subproblem 해법

고객 r과 제품 i에 의해 분리된 (LS)문제는 최단경로 문제(Shortest Path Problem)의 형태로 변형하여 최적해를 구하는 방법을 제안한다. 주어진 문제는 다음과 같다.

$\underline{(\mathrm{LS})_{\hat{i},\hat{r}}}$

$$\theta(\hat{i},\hat{r};u_{tq\hat{r}}) = Min[\sum_{t,q}(c_{q\hat{r}} - wu_{tq\hat{r}})X_{tq\hat{r}} + \sum_{t} p_{\hat{r}\hat{i}}Y_{t\hat{r}\hat{i}} + \sum_{t,q} u_{tq\hat{r}}U_{tq\hat{r}\hat{i}}]$$

Subject to

$$\sum_{q} U_{tq\hat{r}\hat{i}} = d_{t\hat{r}\hat{i}} + Y_{(t-1)\hat{r}\hat{i}} - Y_{t\hat{r}\hat{i}} \qquad t = 1,\ldots,T-1$$

$$Y_{0\hat{r}\hat{i}} = Y_{T\hat{r}\hat{i}} = 0$$

$$X_{tq\hat{r}},\ Y_{t\hat{r}\hat{i}} \quad \text{정수}$$

결정변수의 하나인 수송단위 X_{tqr}은 비용계수 $c_{qr} - wu_{tqr}$에 의해 다음과 같이 자명하게 결정된다.

$$X_{tqr} = \begin{cases} \lfloor \sum_{t} d_{tri} \ / \ w \rfloor + 1 & \text{if } c_{qr} - wu_{tqr} \leq 0 \\ 0 & \text{if } c_{qr} - wu_{tqr} > 0 \end{cases}$$

나머지 결정변수인 지연납기량 Y_{tri}와 수송량 U_{tqri}은 다음과 같은 과정을 통하여 최단경로 문제로 변경하여 구한다. 각 시점(time period) $t = 1, \ldots, T$를 노드로 정의하고, 각 시점간의 연결 $(t, t+j)$은 아크로 정의한다. 또한 노드 t에서 $t+j$의 비용 $f_{t,t+j}$는 t기부터 $t+(j-1)$기까지의 모든 수요를 지연하고, $t+(j-1)$기의 수요와 함께 $t+j$기로 운송하는 비용으로 한다. <그림 1>은 이와 같은 과정을 통하여 표현된 그래프이다.

문제 (LS)로부터 변형된 최단경로 문제의 아크 비용 $f_{t,t+j}$는 $j = 1, \ldots, T$에 대하여

$$f_{t,t+j} = p_{ri}\Big(\sum_{k=t}^{t+(j-1)} d_{kri} - d_{t+(j-1),r,i}\Big) + \min_{q}(u_{[t+(j-1)]q}) \sum_{k=t}^{j} d_{tri}$$

가 된다.

본 연구에서는 이 문제를 Dijkstra algorithm을 사용하여 해를 구한다.

4.3 Primal Heuristic Algorithm

Lagrangian subproblem(LS)는 제약식 (4)를 이완하였기 때문에 그 최적해가 원 문제의 가능해가 될 가능성이 매우 낮아졌다. 따라서 subproblem의 최적해를 이용하여 원 문제의 가능해를 찾고, 원 문제의 최적해의 UB를 제공하기 위한 heuristic 방법을 제시한다.

(LS)의 최적해에서 결정된 수송단위의 수가 원 문제에서 infeasible하는 경우는 운행되는 차량이 적재하는 양보다 많은 양의 제품이 이동하는 때이다. 제안하는 알고리듬의 기본 개념은 다음과 같다. (LS)의 최적해를 이용하여 feasible한 수송단위 수를 할당한 후 각 time period에서 지연납기로 인한 비용이 원 비용보다 크다면, 이전의 지연납기를 취소함으로써 차량의 수를 늘려주게 된다. 이와 같은 방법으로 수송되는 제품의 양을 고려하여 제약식 (4)를 만족하게 만들어 주며, 지연 납기되는 제품의 수를 결정하게 한다. 시점 t에서 Φ_t를 지연납기로 인한 총 비용과 하지 않았을 때의 비용의 차로 정의한다. 이를 전형적인 형태로 기술하면 다음과 같다.

<u>**Primal Heuristic Algorithm**</u>

Step 1. 초기화

$t = 1,\ \phi_0 = 0$, 최적 지연 납기량 $\overline{Y}_{0ri} = 0$으로 설정

Step 2.

① (LS)의 최적해 U_{tqri}를 수송단위 용적으로 나눈 값의 최

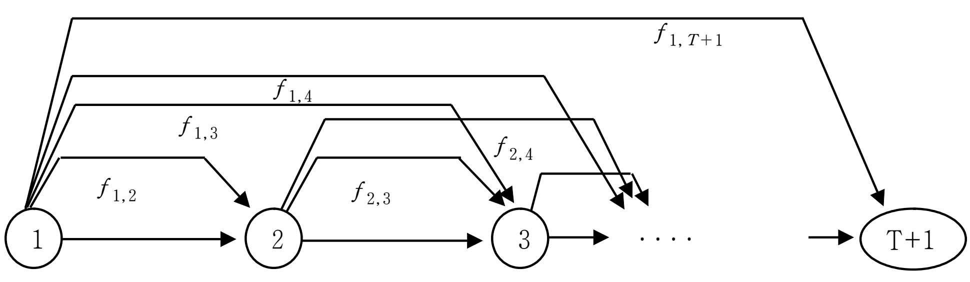

그림 1. 최단경로 문제로 표현된 (LS).

소의 정수값에 1을 더하여 실제 수송 가능한 수송단위의 수를 할당한다.

수송단위의 수 $\widehat{X}_{tqr} = \lfloor U_{tqri} / w \rfloor + 1$

② 가능한 지연납기 양은 운송량 U_{tqri}과 $t-1$기에서 확정된 지연납기 양의 합을 수송용적으로 나눈 나머지 값으로 할당한다.

지연납기 양

$$\widehat{Y}_{tri} = (U_{tqri} + \overline{Y}_{t-1\,ri}) - \lfloor (U_{tqri} + \overline{Y}_{t-1\,ri})/w \rfloor w$$

③ 가능한 지연납기 양이 결정되면 t기에서 이동되는 운송량에서 빼준 후 수송용적으로 나누어 지연납기로 인해 운송되지 않는 수송단위의 수를 구한다.

지연납기에 의해 운행되지 않는 수송단위의 수

$$A_{tri} = \widehat{X}_{tqr} - \lfloor ((U_{tqri} + \overline{Y}_{(t-1)\,ri}) - \widehat{Y}_{tri})/w \rfloor$$

④ 위의 계산과정이 끝나면 지연납기시의 비용과 지연납기를 하지 않았을 때의 비용을 구하여 두 비용의 차이를 계산한다. 이 때 $t-1$기까지의 비용을 더한다. 이것은 t기에서 지연납기로 인한 비용은 $t-1$기까지의 지연납기에 영향을 받기 때문에 $t-1$까지의 발생 이익을 고려해 준다는 의미이다.

지연납기로 인한 총 비용

$$S_t^- = c_{qr}(\widehat{X}_{tqr} - A_{tr}) + p_{ri}\widehat{Y}_{tri}$$

지연납기를 하지 않았을 때의 비용 $S_t^+ = c_{qr}\widehat{X}_{tqr}$

두 비용의 차이 $\phi_t = S_t^+ - S_t^- + \phi_{t-1}$

Step 3. ϕ_t 값을 통하여 수송단위의 수와 지연납기 양을 결정

① $\phi_t \geq 0$ 이면, t기의 지연납기가 수송비를 절감하였기 때문에 현재의 지연납기 양과 수송단위의 수를 최적 지연납기 양과 최적수송단위의 수로 확정한다.

$$\overline{Y}_{tri} = \widehat{Y}_{tri},\quad \overline{X}_{tqr} = \widehat{X}_{tqr} - A_{tqr}$$

t를 1 증가하여 $t < T$이면 Step 2를 실행하고, $t = T$이면, Step 4를 실행한다.

② $\phi_t < 0$ 이면, t기까지의 총 수송비가 지연납기로 인해 지연납기를 하지 않은 수송비보다 증가하였기 때문에 지금까지의 지연납기를 취소한다. 따라서 1에서부터 t기까지의 지연납기 양 $\overline{Y}_{tri} = 0$, 수송단위의 수 $\overline{X}_{tqr} = \widehat{X}_{tqr}$, $\phi_t = 0$

t를 1 증가하여 $t < T$이면 Step 2를 실행하고, $t = T$이면, Step 4를 실행

Step 4. 시점 T에서의 비용계산과 해의 결정 (마지막 기는 지연납기가 발생하지 않음)

① $\widehat{X}_{tqr} = \lfloor (U_{tqri} + \overline{Y}_{(t-1)\,ri})/w \rfloor + 1$

② $\phi_T = \phi_{T-1}$

만약 $\phi_T \geq 0$이면, $\overline{X}_{Tqr} = \widehat{X}_{Tqr}$로 원 문제의 해를 결정한 후 종료하고, $\phi_T < 0$이면, 모든 지연납기 양은 $\overline{Y}_{tri} = Y_{tri}$, 수송단위의 수는 $\overline{X}_{tqr} = \widehat{X}_{tqr}$로 결정한 후 종료

5. 실험 결과

위의 수리모형을 통하여 결정되는 수송단위와 지연납기 양의 확인을 위하여 실험을 하였다. 실험환경은 Pentium Ⅳ 1.5Ghz, RAM 512MB, Windows 2000 professional 사양의 PC에서 수행하였다.

수립된 문제의 타당성과 계산량의 검토를 위해서 변수가 550개부터 87,000개, 제약식이 300개부터 17,000개인 다양한 문제를 실험하였다. 데이터들은 주어진 time period 내에 여러 곳의 공급자, 수요자 그리고 다양한 제품에 대한 수요량을 가지며 수송단위와 상품의 용적은 동일하게 하였다.

Lagrangian dual을 풀기 위한 subgradient 알고리듬에서 β는 1.5로 초기 설정하고, LB의 개선이 없을 때까지의 최대 반복 수 $\lambda_{\max} = 10$로 설정하였으며, 종료조건은 $\varepsilon = 0.0001$, 최대 반복 수 M=200으로 하였다. Sherali and Choi(1996)에서는 다양한 형태의 deflection strategy와 반복 수의 테스트 그리고 primal recovery에 대한 전략을 제시하였다. 본 테스트에서는 그 결과에 따른 parameter를 이용하였다. 알고리듬 성능평가를 UB($\overline{v}$)와 LB($\underline{v}$)의 차인 gap을 이용하여 측정한다.

$$Gap(\%) = [(\overline{v} - \underline{v}) / \overline{v}] \times 100$$

테스트 문제는 time period, 공급자 수, 수요자 수 그리고 제품의 수를 달리하는 7개의 유형을 생성하였으며, 각각의 유형에 대하여 10문제를 생성하여 실행하였다. <표 1>은 각각의 문제의 유형과 문제크기, 그리고 테스트 결과인 gap의 평균과 CPU time의 평균을 나타내고 있다.

같은 유형의 문제에 대한 기존의 알고리듬이 제시되지 않았기 때문에 본 연구에서 제안하는 알고리듬의 성능 테스트를 위하여 상업용 팩키지인 CPLEX 6.5 MIP OPTION을 이용한 결과를 검토하였다. CPLEX를 통한 테스트에서 변수와 제약식의 수가 300개 이상이었을 때는 메모리 out이 발생하여 Branch-and -Bound를 통해 정수해를 복구할 수 없었다. 따라서 본 문제의 계산시간을 확인하기 위해 변수를 80～280개, 제약식의 수를 48～160개까지 설정하여 실험을 하였다. 이때 최소시간은 12.58초가 소요되었으며, 최대 시간은 2,728초가 소요되었다. 최대의 소요시간이 발생하였을 때, 8,396,798번의 simplex iteration이 실행되었으며 4,479,449개의 Branch-and-Bound node가 발생하였다.

이러한 결과와의 간접비교를 통하여 볼 때, 본 연구에서 제안하는 모델과 알고리듬의 우수성을 유추할 수 있다. <표 1>의

표 1. 실험 데이터 및 결과 값

Instance							Results	
문제유형	Time periods	공급자 수	수요자 수	제품 수	변수의 수	제약식의 수	Gap (%)	CPU time (sec)
1	5	5	10	1	550	300	1.39	2.4
2	5	5	10	2	850	350	0.25	2.8
3	5	6	20	3	2,700	900	0.18	6.7
4	5	7	30	5	7,050	1,800	0.10	15.2
5	5	7	60	7	18,900	4,200	0.07	39.4
6	5	8	80	9	35,600	6,800	0.15	77.2
7	10	7	100	10	87,000	17,000	0.83	192.2

결과에서 보듯이 상당한 규모의 큰 문제에서도 적정한 시간 안에 아주 좋은 근사해를 구할 수 있다. Gap(%)은 근사해와 LB의 차이를 나타내고 있으므로, 그 사이에 존재하는 최적해와 알고리듬에서 제시하는 근사해의 차이는 표에 나타난 수치보다 더욱 작음을 알 수 있다.

6. 결론 및 추후 연구과제

본 연구는 수송단위와 지연납기를 사용하고, 수송단위의 용적을 고려하여 비용의 절감을 이룰 수 있는 모델을 제시하였다. 이 모델의 장점은 지금까지의 수송모형과는 달리 수송단위를 사용한다는 것이며, 이를 통해 고정비용이 큰 수송단위를 사용하는 환경에서 사용이 될 수 있다. 또한 모델을 풀기 위한 방법으로 Lagrangian heuristic을 제안하였다. 이는, 적절한 제약식의 이완으로 subproblem을 분리 가능하게 만들고, subproblem해를 이용하여 원 문제의 가능해를 찾음으로써, 최적 값의 Upper Bound (primal feasible)와 Lower Bound (Lagrangian dual)를 동시에 이용하는 이상적인 방법임을 보였다. 또한 실험을 통하여 적정한 계산량으로 아주 좋은 근사해를 얻을 수 있었다.

앞으로의 연구과제는 수송단위의 수와 종류에 제한이 있을 때를 고려하고자 한다. 이를 통해 벌칙비용을 지불하는 제품의 수를 줄일 수 있을 것이다. 또한, 모델에 포함되는 다양한 모수(수송비용, 지연납기 비용 등)의 관계를 확인하여, 수송자와 소비자의 수송정책 결정 시 최적의 비용 결정에 도움을 줄 수 있을 것이다.

참고문헌

Ahn, B., Watanabe, N. and Hiraki, S.(1994), A mathematical model to minimize the inventory and transportation costs in the logistics systems, *Computers and Industrial Engineering*, **27**, 229-232.

Brandimarte, P. and Villa, A.(1995), *Advanced Models for Manufacturing Systems Management*, CRC Press, U.S.A.

Chen, F., Federgruen, A. and Zheng, Y.(2001), Near-Optimal Pricing and Replenishment Strategies for a Retail/Distribution System, *Operations Research*, **49**(6), 839-853.

Fumero, F. and Vercellis, C.(1999), Synchronized Development of Production, Inventory,and Distribution Schedules, *Transportation Science*, **33**(3), 330-340.

Gupta, O.K.(1992), A lot-size model with discrete transportation costs, *Computers and Industrial Engineering*, **22**, 397-402.

Holmberg, K., Joborn, M. and Lundgren J.T.(1998), Improved Empty Freight Car Distribution, *Transportation Science*, **32**(2), 163-173.

Karajewski. L. j. and Ritzman L. P.(1997), *Operations Management Strategy and Analysis,* Addison Weslsy, U.S.A.

Kasilingam R. G.(1998), *Logistics and Transportation Design and planning*, Kluwer Academic Publishers, U.S.A.

Kleywegt, A. J. and Papastavrou, J. D.(1998), Acceptance and Dispatching Policies for a Distribution Problem, *Transportation Science*, **32**(2), 127-141.

Lee, C., Cetinkaya S., and Wagelmans A.(2001), A Dynamic Lot-Sizing Model with Demand Time Windows, *Management Science*, **47**(10), 1384-1395.

Lee, W.S.(1998), A Dynamic Production and Transportation Model with Multiple Freight Container Types, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **24**(1), 157-165.

Rim, S.C. and Yoo, Y.J.(2001), Impact of Flexible Shipping Date in Consolidated Transportation for Industrial Complexes, *Proc. of the Conference on the Korean Institute of Industrial Engineers*, 699-702.

Sherali, H.D. and Choi, G.(1996), Recovery of primal solution when using subgradient optimization methods to solve Lagrangian duals of linear programs, *Operational Research Letters*, **19**, 105-113.

van Hoek, R.I. and van Dierdonck, R.(2000), Postponed manufacturing supplementary to transportation services?, *Transportation Research Part E*, **36**, 205-217.

Vroblefski, M., Ramesh, R. and Zionts, S.(2000), Efficient lot-sizing under a differential transportation cost structure for serially distributed warehouses, *European Journal of Operational Research*, **127**, 574-593.