

터빈유량계의 3차원 유동에 관한 수치적 연구

김진범* · 고성호**

Numerical Study of Three-dimensional Flow Through a Turbine Flow Meter

J. B. Kim*, S. Ko**

Key Words: Turbine flow meter (터빈유량계), Pseudo-compressibility (의사압축성인자), Gauss-Seidel line relaxation (Gauss-Seidel 선형이완), k-ε turbulence model (k-ε 난류모델)

ABSTRACT

Flow through a turbine flow meter is simulated by solving the incompressible Navier-Stokes equations. The solution method is based on the pseudo-compressibility approach and uses an implicit-upwind differencing scheme together with the Gauss-Seidel line relaxation method. The equations are solved steadily in rotating reference frames, and the centrifugal force and the Coriolis force are added to the equation of motion. The standard k-ε model is employed to evaluate turbulent viscosity. Computational results yield quantitative as well as qualitative information on the design of turbine flow meters by showing the distributions of pressure and velocity around the turbine blades.

1. 서론

유량 측정에 사용되는 유량계는 측정원리에 따라 많은 종류가 있지만 유량계의 선택은 유체의 종류, 관 지름 및 유량에 따라 다르다.

이러한 유량계 중 특히 출력과 유동률이 비례하는 경우를 선형유량계라 하며 그중 터빈유량계가 대표적이다. 터빈유량계는 원통상에 회전하는 날개를 설치하고 유체의 속도에 비례한 회전속도로 회전날개가 회전을 하게 된다. 이때 회전날개의 회전수를 검출하여 유량을 구하는 방식이다.

이상적인 경우엔 입구속도와 출구속도가 같게 되나, 실제에서는 터빈날개와 유체사이의 점성으로 인한 마

찰과 베어링 마찰, 터빈과 관과의 간극 등으로 인해 실제 측정값보다 적게 나오게 된다. 터빈 유량계의 용도가 액체상태의 원료와 제품의 혼합, 분류 등 공정 제어 목적이나 석유류, 천연가스 등의 고가 유체의 계량에 사용되므로 유량계의 정확도는 경제적인 측면에서 반드시 요구되는 사항이고 국내 수요의 대부분을 수입에 의존하고 있다. 따라서 터빈유량계에 대한 국내의 독자적인 생산기술 확보가 필요하게 되었다.

터빈 유량계 내부에서는 스트레이트너 (straightners)와 날개 등의 영향으로 인해 매우 복잡한 유동이 발생하게 된다. 지난 수년간 컴퓨터 하드웨어의 비약적인 발전과 더불어 전산유체역학을 이용한 많은 방법들이 소개되었고 실제로 이 방법들로 인해 어려운 문제를 해결하고 타당한 결과를 얻을 수 있게 되었다.

터빈유량계에 대한 연구동향으로는 Dijstelbergen⁽¹⁾

* 충남대학교 대학원

** 충남대학교

E-mail : sunghoko@cnu.ac.kr

등은 터빈유량계 내부에 있는 스트레이트너에 의한 압력손실 등 터빈유량계에 대해 연구를 하였고, Khelif⁽²⁾는 실험과 수치해석을 통해 날개의 각도 및 모양에 따른 영향을 연구하였다. 그러나 이제까지 터빈유량계에 대한 연구는 2차원 유동해석이나 점성을 배제한 해석 그리고 단순한 터빈날개에 대한 해석으로 국한되었다. 따라서 본 연구의 목적은 3차원, 비압축성, 점성, 난류 유동에 적용되어 정량적 해석을 가능하게 하는 유한차분 프로그램을 개발하고 이를 이용하여 터빈유량계의 개발을 위한 기술축적에 있다.

2. 지배방정식

지난 1970년대부터 전산유체역학이 본격적인 학문으로 발전된 경위를 살펴보면 압축성 유동장에 관련된 알고리즘이나 기법들이 주축을 이루고 있음을 쉽게 알 수 있다. 즉 많은 효율적인 알고리즘이 압축성 유동장을 모사하기 위하여 개발되었다. 이러한 압축성 유동을 위하여 개발된 알고리즘을 약간의 조정을 거쳐 비압축성 유동장에도 적용시킬 수 있다면 매우 바람직한 일 일 것이다.

Chorin⁽³⁾이 제안한 의사압축성인자 방법은 가상의 압축성을 도입하여 비압축성 유동을 압축성 유동의 수치해법으로 푸는 방법이다. 이 방법은 연속방정식에 압력항의 시간 미분항을 더해주게 되는데 식(1)과 같다. 이 식으로 기존의 비압축성 지배방정식을 타원형에서 상대적으로 풀기 쉬워지는 쌍곡선 형태로 바꾸는 것이다. 식(1)에서 사용되어지는 β 값은 비압축성 인자로 수치해석의 정확성과 안정성에 큰 영향을 미치므로 이 값을 선택하는 것이 매우 중요하고, 도입한 압력의 시간변화 항은 결국 정상상태에 도달하게 되면 사라지는 항이 된다.

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

지배방정식을 곡면좌표계로 바꾸면 3차원 비압축성 지배 방정식은 식(2)와 같게 나오게 된다.

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi}(E - E_v) + \frac{\partial}{\partial \eta}(F - F_v) + \frac{\partial}{\partial \zeta}(G - G_v) = S \quad (2)$$

좌변의 벡터 Q는 보존되는 종속변수이고 E, F, G는 대류항이다.

$$Q = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

$$E = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta U \\ \xi_x p + uU + \xi_x u \\ \xi_y p + vU + \xi_y v \\ \xi_z p + wU + \xi_z w \end{bmatrix}$$

$$F = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta V \\ \eta_x p + uV + \eta_x u \\ \eta_y p + vV + \eta_y v \\ \eta_z p + wV + \eta_z w \end{bmatrix}$$

$$G = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta W \\ \zeta_x p + uW + \zeta_x u \\ \zeta_y p + vW + \zeta_y v \\ \zeta_z p + wW + \zeta_z w \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 J는 변형된 Jacobian이고 x, y, z방향에 따른 속도성분은 u, v, w이고 p는 압력을 의미한다. U, V, W는 반변속도 (contravariant velocity) 성분이고 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U &= \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w \\ V &= \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w \\ W &= \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \end{aligned} \quad (4)$$

점성유동항은 다음과 같다.

$$\hat{E}_v = \frac{1}{ReJ} \begin{bmatrix} (\nabla \xi \cdot \nabla \xi) u_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta) u_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta) u_\zeta \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi) v_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta) v_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta) v_\zeta \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi) w_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta) w_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta) w_\zeta \end{bmatrix}$$

$$\hat{F}_v = \frac{1}{ReJ} \begin{bmatrix} (\nabla \eta \cdot \nabla \xi) u_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta) u_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta) u_\zeta \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi) v_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta) v_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta) v_\zeta \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi) w_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta) w_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta) w_\zeta \end{bmatrix}$$

$$\hat{G}_v = \frac{1}{ReJ} \begin{bmatrix} (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi) u_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta) u_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta) u_\zeta \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi) v_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta) v_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta) v_\zeta \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi) w_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta) w_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta) w_\zeta \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 Re는 레이놀즈 수이다.

터빈유량계는 회전을 하므로 이것을 고려해 지배 방정식에 구심력과 코리올리(Coriolis)힘을 흡입(source)항으로써 첨가해야 한다. x축을 중심으로 회전을 하므로 식(2)의 S는 다음과 같다.

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega(\Omega y + 2w) \\ \Omega(\Omega z - 2v) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Ω 는 회전속도이고 상대속도 성분은 절대속도 (absolute velocity)성분의 향으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= u_a \\ v &= v_a + \Omega z \\ w &= w_a - \Omega y \end{aligned} \quad (7)$$

난류모델로는 공학문제에 일반적으로 널리 이용되는 표준 k-ε 난류 모델을 사용하였다. 와점성계수는 난류에너지 k와 소산율 ε으로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (8)$$

k-ε에 대한 수송방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\bar{k}}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_T / Pr_k) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] \\ &\quad + \left(2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \\ \rho \frac{D\varepsilon}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_T / Pr_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ &\quad + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (9)$$

이때 사용된 상수값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92 \\ Pr_k &= 1, Pr_\varepsilon = 1.3 \end{aligned}$$

3. 수치해석방법

3.1. 수치기법

지배방정식의 시간 미분항은 Euler 후향 공식을 이용해 차분하였다. 각 방정식들은 의사 시간 (pseudo-

time)안에서 해가 정상상태에 도달할 때까지 반복한다. 이때 점성유동항은 중앙차분법을 이용하였고, 대류유동항은 3차의 상류도식 (upwind scheme)을 사용해 차분하였다.

시간에 따른 선형화 후 식(1)에 대하여, Yoon(4)이 제안한 내재적 (implicit), 델타형식 (delta-law form) 근사와 Jacobi행렬식 사용으로 다음 식과 같은 7블럭의 대각행렬 방정식으로 변환된다.

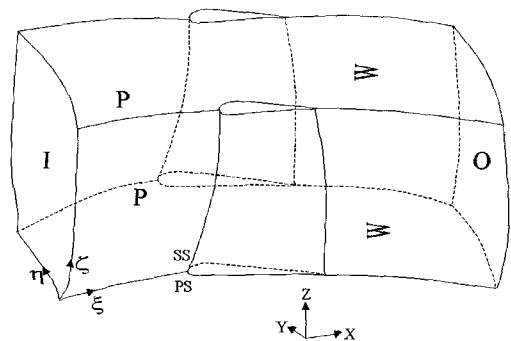
$$\begin{aligned} \bar{B}\delta Q_{i-1,j,k} + \bar{A}\delta Q_{i,j,k} + \bar{C}\delta Q_{i+1,j,k} + \bar{D}\delta Q_{i,j-1,k} \\ + \bar{E}\delta Q_{i,j+1,k} + \bar{F}\delta Q_{i,j,k-1} + \bar{G}\delta Q_{i,j,k+1} = R.H.S \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $\delta Q = Q^{n+1} - Q^n$ 이고 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}, \bar{E}, \bar{F}, \bar{G}$ 는 4×4 대각행렬이다.

이러한 행렬은 Gauss-Seidel 선형이완법으로 풀 수 있고 식(10)에서 우변항은 전 영역에 걸쳐 계산이 되고 저장이 된다. 이러한 선형이완방법은 ξ, η, ζ 방향에 걸쳐 스위프 (sweep)를 하게 된다.

3.2. 경계조건

터빈유량계 내부 유동에는 입구, 출구, 벽면 및 주기 경계면이 존재하고 Fig. 1은 이러한 경계면을 보여주고 있다.



I : inlet, O : outlet, P : periodic surface,
W : end wall, PS : pressure surface,
SS : suction surface

Fig. 1 Coordinate system and boundary surfaces in the physical domain

Fig. 1과 같이 허브와 쉬라우드면에 의한 벽면조건과 입구 경계면에서 익렬선단까지와 익렬끝단에서 출구 경계면까지 주기 조건을 부여하였다. 입구와 출구 경계면에 대해서는 특성 (characteristic) 경계조건이 사용되었다. 압력경계조건은 벽면에 수직으로 압력구배를 0으로 사용했다.

3.3 격자구성

터보기계를 포함하여 터빈 유량계의 익형은 기하학적으로 형상이 복잡하고 익형의 위치에 따른 속도가 각각 틀리므로 이런 특성을 고려한 격자생성이 요구된다. 3차원 익렬 유동 해석시 대부분의 시간은 원하는 격자점을 형성하는데 소모가 된다. 유동해석 결과는 격자구조, 격자수 등에 영향을 받으며 유량계 날개의 형상은 비직교성과 복잡한 유동특성으로 인해 수치해석에 필요한 계산격자의 적절한 배치가 중요한 관건이 된다.

익렬의 점성유동해석에는 주로 C형이나 H형의 격자를 사용하게 되는데 C형 격자는 앞전부분에서 좋은 격자를 얻을 수 있으나 앞전에서 멀어질수록 찌그러짐이 심하게 된다. 그래서 벽면에 고루 격자를 밀집시킬 수 있고 주기조건 부여에 용이한 H형 격자를 사용하였다.

격자수는 유동방향으로 121개, 스펠방향으로는 41개, 피치방향으로는 41개를 사용하였고 블레이드의 각도는 30°이며 뒤틀림이 없다. 벽면에서 첫 번째 격자점은 표준 k-ε 모델을 사용하기 위해 y^+ 가 30~100이 되도록 위치시켰다. Fig. 2는 이러한 계산격자를 보여주고 있다.

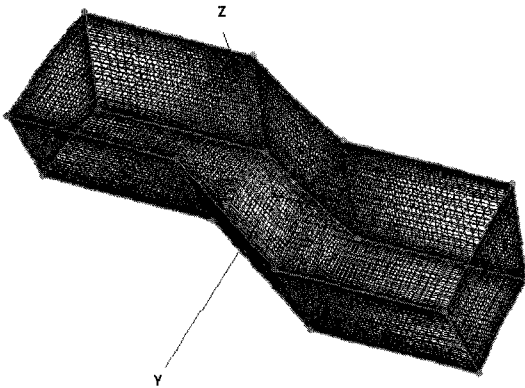


Fig. 2 Computational grids (121×41×41)

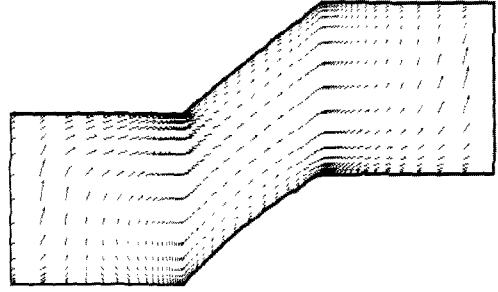


Fig. 3 Relative velocity vector at span 50%

4. 결과 및 고찰

터빈유량계의 날개의 각속도, 체적유량과 관련된 식은 다음과 같다.

$$\frac{\omega}{Q} = \frac{\tan \theta}{rA} - \frac{c_1}{cr^2} \quad (11)$$

여기서 ω 는 각속도, Q는 체적유량, θ 는 날개의 각도, r은 로터의 평균 회전반경, A는 유로 단면적을 의미하고 c, c_1 은 비례상수이다.

위의 식을 기초로 입구 속도를 2.0m/s, 회전속도를 5.4 rad/s로, 유체는 공기를 기준으로 수치해석을 하였다.

Fig. 3은 스펠 (span) 50%지점에서의 속도벡터를 나타낸 그림으로 후류가 발생함을 알 수 있고 이는 점차로 소멸이 된다. Fig. 4는 블레이드의 선단부와 후단부에서의 축방향 속도 성분을 나타낸 것으로 선단부에서는 축방향 속도성분이 압력면 부근으로 갈수록 커짐을 알 수 있고, 후단부에서는 흡입면에서 축방향 속도 성분이 커짐을 알 수 있다.

Fig. 5에서 보여지는 유선은 평균날개 높이에서의 이탈각과 스펠 80%지점에서의 이탈각을 나타내고 있는데 평균날개 높이에서의 이탈각에 비해 크게 나타나고 있는데 이것은 유동이 외벽과 부딪혀 발생한 마찰손실 때문인 것으로 생각된다.

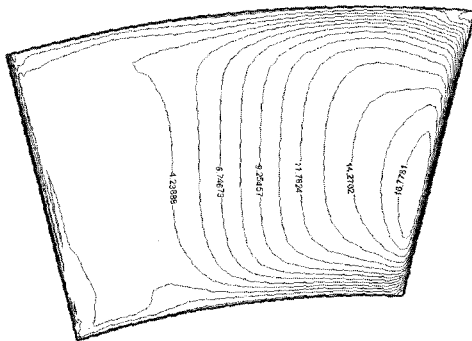
Fig. 6은 블레이드를 통과하면서의 압력강하를 나타낸 그림으로 블레이드 각도 30°와 45°에서의 압력강하 곡선을 비교하여 나타내었다. 종축의 압력은 블레이드와 블레이드 사이의 중앙면에서 평균된 값으로서 입구에서의 밀도와 속도로 무차원화되었다. 횡축의 유동방향의 거리는 블레이드 앞전을 영점으로 하고 하류방향의 거리를 허브의 지름으로 나눈 값으로 사용하였다.

그림에서 세로로 난 두 줄 사이는 블레이드가 있는 구간을 의미한다. 블레이드를 통과하면서 익현의 중간지점에서 급격한 압력강하를 관찰할 수 있고, 블레이드 각도 45°에서의 압력강하가 더욱 크게 나타나고 있음을 알 수 있다.

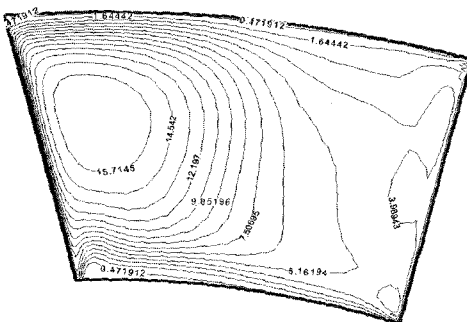
Fig. 7과 Fig. 8에서는 블레이드의 경계층안에서 유동구조를 파악하기 위해 블레이드면에서의 압력분포와 상대속도벡터를 나타내었다.

Fig. 7의 (a)와 (b)는 각각 흡입면과 압력면에서의 등압선도이고 Fig. 8의 (a)와 (b)는 흡입면과 압력면에서의 속도벡터를 나타낸 그림이다. 흡입면에서의 압력분포가 매우 조밀하므로 블레이드의 면 전체에 걸쳐 압력변화가 크게 일어남을 알 수 있다.

특히 블레이드의 허브면에 위치한 부분과 쉬라우드 부근에서 압력이 높게 나타남을 알 수 있는데 이는 점성에 의한 속도변화에 기인한 것으로 보인다. 또 흡입면에서의 압력은 날개 팁 부근에서 낮게 나타나고 있는데 이는 반경이 증가함에 따라 흡입면에서의 부압이 상대적으로 크기 때문인 것으로 생각된다.

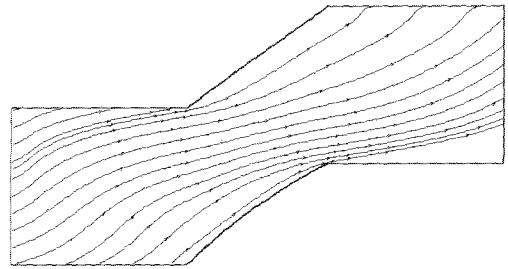


(a) Axial velocity contours at the cross section of leading edges

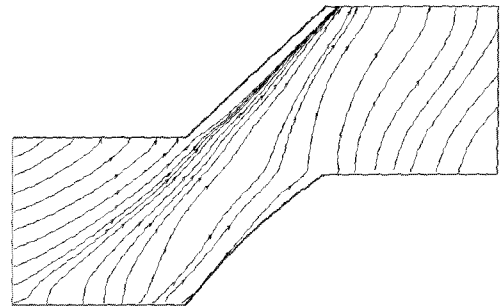


(b) Axial velocity contours at the cross section of trailing edges

Fig. 4 Contours of axial velocity



(a) Streaklines at span 50%



(b) Streaklines at span 80%

Fig. 5 Streaklines between blades

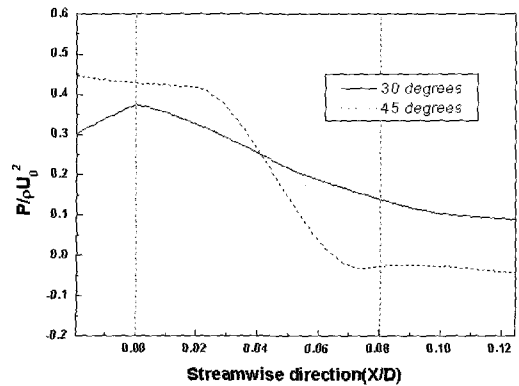
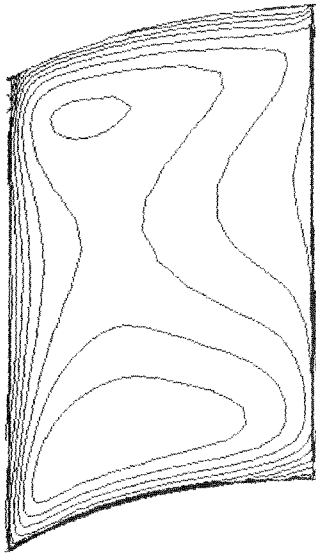
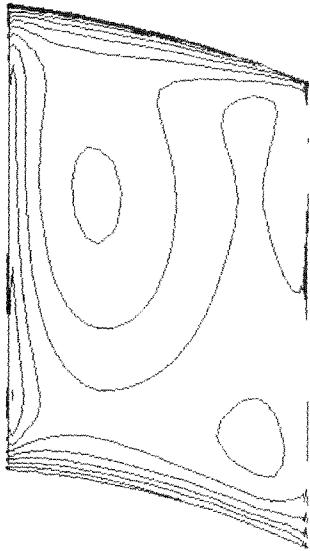


Fig. 6 Comparison of pressure drop through blade angle difference

압력면도에서 블레이드의 전반 부분과 후반 부분의 압력변화를 보면 후반부분으로 갈수록 상대적으로 압력이 매우 낮게 형성되고 있음을 알 수 있다. 한편, 흡입면에서의 압력분포는 블레이드 사이를 빠져나간 후 전체적인 압력이 크게 강하됨을 알 수 있고 흡입면 뒤쪽의 허브면 주위에서는 역압력 구배가 생긴다. 이러한 역압력구배로 인해 터빈유량계 내부에서 대부분의 박리현상과 바깥유동이 흡입면에서 관찰된다.



(a) Suction surface



(b) Pressure surface

Fig. 7 Contours of calculated pressure

압력면에서도 역시 박리를 야기하지만 압력면 윗부분인 쉬라우드 면에서 관찰된 것보다 약하게 발생한다.

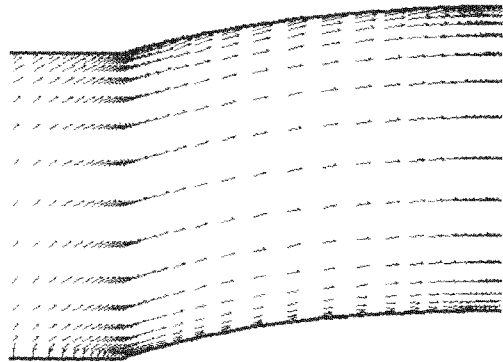
일반적으로 터보기계에서는 반경방향의 유동을 최소화하기 위한 설계과정이 대부분을 차지하며 이러한 반경방향의 혼합은 많은 터보기계의 다단익렬의 설계에서 매우 중요한 부분으로 알려져 있다. 터빈유량계

에서도 마찬가지로 이러한 후류의 영향을 알아보았다.

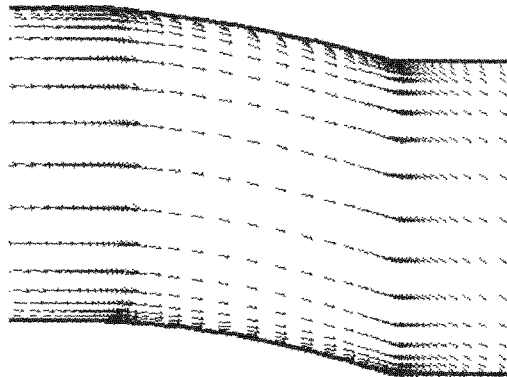
익렬의 통로내부를 통과하여 유출되는 유동형태를 보면 로터의 후연근처에서 축방향속도가 갑자기 감소하는 부분이 존재하는데 이것이 후류 (wake flow)이다.

후류는 로터의 표면에서 성장하는 점성 경계층의 영향과 유동박리로부터의 영향 및 회전차통로의 유선 곡률과 회전의 영향 등으로 비대칭성을 지니게 된다. 이러한 후류는 많은 터보기계에서 여러 가지 요인이 복합적으로 작용하여 하류익렬이 존재할 경우 상당한 손실을 야기시키며 성능의 저하, 유동변동, 압력변동 및 소음, 유동의 비정상성의 원인이 된다.

Fig. 9는 이러한 후류의 전개과정을 보여주고 있다. 이 그림에서 익렬을 통과한 후 점점 천천히 후류의 깊이 (wake defect)가 완화되어 지며 이는 후류가 소멸되어지는 것을 알 수 있다.

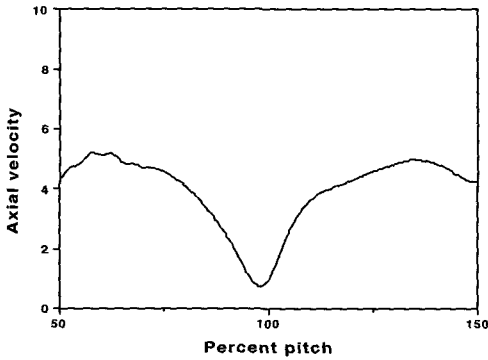


(a) Near Suction surface

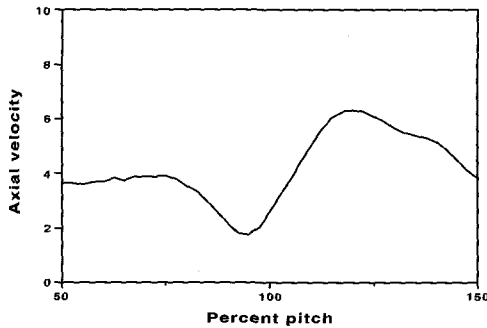


(b) Near Pressure surface

Fig. 8 Calculated relative velocity vectors



(a) 120% Axial chord



(b) 150% Axial chord

Fig. 9 Comparison of wake development (span 30%)

5. 결 론

본 연구에서는 Chorin이 제안한 의사압축성 인자방법을 이용해 프로그램을 개발하고 이 프로그램을 검증한 뒤, 회전하는 좌표계로 바꾸어 생기는 새로운 항을 첨가하였다. 그리고 이를 이용해 터빈유량계의 비압축성 난류 유동 특성 및 성능을 분석하였다.

개발된 비압축성 해석 프로그램으로 터빈유량계에 적용한 결과 압력분포, 유동각, 상대속도벡터, 후류에서의 유동에 관한 수치해석을 수행한 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 터빈날개를 통과한 후 압력의 강하가 크게 발생한다. 이를 위해 압력강하를 최소한으로 줄일 수 있는 방법을 고안할 필요가 있다.
- (2) 블레이드의 후단으로 갈수록 이탈각이 커지며 선단부에서는 약간의 와류가 발생하고 있음을 알 수 있다.
- (3) 블레이드를 통과한 후 압력면의 하단부분인 허브면 근처에서 역압력 구배가 발생하고 이는 박리현상으로 이어진다.

후 기

본 연구는 2000년도 한국과학기술정보연구원 슈퍼컴퓨팅센터의 '슈퍼컴퓨팅 응용 전략과제 지원 프로그램'의 슈퍼컴퓨팅 지원을 받아 수행된 연구결과와 일부이며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Dijstelbergen, H.H., 1995, "Low loss straighteners for gas turbine meters," Proceedings of International Gas Research Conference, pp. 61~66.
- (2) Khelifi, M.El, Henry, R., Vallet, J.P., Bois, G., Gasselin, M., and De Laharpe, V., 1999, "Improvement of the response of turbine meters by modifying the shape of the leading edge of standard blades: an experimental and the theoretical approach," Proceedings of International Gas Research Conference, pp. 55~60.
- (3) Chorin, A.J., 1967, "A numerical method for solving incompressible viscous flow problem," J. of Computational Physics, Vol. 2, pp. 12~26.
- (4) Yoon, S., and Kwak, D., 1990, "Implicit methods for the Navier-Stokes equations," Computing Systems in Eng., Vol. 1, pp. 535~547.