

수치 및 축소모형실험에 의한 2차원 전기비저항 탐사에서의 지형효과에 관한 연구

김건수¹⁾ · 조인기²⁾ · 김기주²⁾

A Study on Topographic Effects in 2D Resistivity Survey by Numerical and Physical Scale Modeling

Gun-Soo Kim¹⁾, In-Ky Cho²⁾ and Ki-Ju Kim²⁾

요 약 : 최근 전기비저항탐사는 산악과 같은 지형의 기복이 심한 지역에서도 널리 수행되고 있다. 그러나 이러한 지형의 기복은 전기비저항 탐사자료의 왜곡을 유발하며, 잘못된 해석의 원인이 될 수도 있다. 본 논문에서는 전기비저항탐사에서의 지형효과를 유한요소법에 의한 수치모델링과 축소모형의 두 종류의 모형실험을 통하여 분석하였다. 한편 축소모형실험을 연못에서 수행함으로써, 실내 수조 모형실험에서 문제가 될 수 있는 가장자리 효과를 피할 수 있었다. 다양한 경사를 갖는 능선과 계곡 지형 모형에 대하여 모형실험을 수행하였으며, 두 종류의 실험결과가 실험한 모든 지형모형에 대하여 서로 잘 부합됨을 확인하였다. 분석결과, 계곡모형은 계곡의 중심부에 낮은 겉보기비저항대가 분포하고 그 좌우에 높은 겉보기비저항대가 나타나는 양상을 보이며, 능선모형은 그 반대의 양상을 보인다. 또한 능선 및 계곡 모두 그 경사가 심할 경우에는 음의 겉보기비저항을 나타낼 수도 있음을 확인하였다. 따라서 전기비저항 탐사 자료의 해석시 지형효과를 꼭 고려해야 할 것으로 판단된다.

주요어 : 전기비저항탐사, 축소모형실험, 지형효과, 음의 겉보기 비저항

Abstract : Recently, resistivity surveys have been frequently carried out over the irregular terrain such as mountainous area. Such an irregular terrain itself can produce significant anomalies which may lead to misinterpretations. In this study, topographic effects in resistivity survey were studied using the physical scale modeling as well as the numerical one adopting finite element method. The scale modeling was conducted at a pond, so that we could avoid the edge effect, the inherent problem of the scale modeling conducted in a water tank in laboratory. The modeling experiments for two topographic features, a ridge and a valley with various slope angles, confirmed that the results by the two different modeling techniques coincide with each other fairly well for all the terrain models. These experiments adopting dipole-dipole array showed the distinctive terrain effects, such that a ridge produces a high apparent resistivity anomaly at the ridge center flanked by zones of lower apparent resistivity. On the other hand, a valley produces the opposite anomaly pattern, a central low flanked by highs. As the slope of a terrain model becomes steeper, the terrain-induced anomalies become stronger, and moreover, apparent resistivity can become even negative for the model with extremely high slope angle. All the modeling results led us to the conclusion that terrain effects should be included in the numerical modeling and/or the inversion process to interpret data acquired at the rugged terrain area.

Keywords : resistivity survey, physical scale modeling, topographic effect, negative apparent resistivity

서 론

우리나라는 전국토의 70% 이상이 지형의 기복이 심한 산악 지형으로 이루어져 있으며, 최근에는 터널 등의 지반조사를 위해 산악지형에서도 전기비저항 탐사가 널리 수행되고 있다. 하지만 전기비저항 탐사에서 지형의 굴곡이 있을 경우에는 지표면을 따라 전류가 흐르게 되며(Fox et al., 1980), 측정되는 전위차는 능선부에서는 낮고, 계곡부에서는 높게 나타난다. 또한 전기비저항 탐사 자료는 지형의 변화가 없는 평평한 반무한

균질 매질을 가정하고 계산된 거리계수를 이용하여 겉보기비저항으로 환산하게 된다. 따라서 지형의 변화가 심한 지역의 능선부에서는 실제보다 낮은 겉보기비저항을, 계곡부에서는 높은 겉보기비저항을 보이게 된다. 결과적으로 지형의 굴곡은 이들 겉보기비저항에 상당한 왜곡을 가져오게 되며, 지형 효과를 반영하지 않고 해석을 할 경우에는 큰 오류를 범할 수도 있다.

한편 전기비저항 탐사의 지형효과에 관한 연구는 국내외에서 활발하게 진행되어 왔다. 전기비저항 탐사에서의 지형효과

*2003년 6월 23일 접수

1) (주)지오맥스(Geomax)

2) 강원대학교 자연과학대학 지구물리학과(Dept. of Geophysics, Kangwon National University)

는 Hallof(1970)에 의해 모형실험이 수행된 이래, Fox 등 (1980)은 유한요소법을 이용하여 보정방법을 개발하였으며, Oppliger(1984)는 적분방정식법(integral equation)을, Xu 등 (1998)은 경계요소법(boundary element method, BEM)을 사용하여 전기비저항탐사에서 지형효과를 분석하였다. 국내의 경우에도 오석훈(1994)이 유한요소법을 사용하여 지형효과를 고려한 2.5차원 수치모델링을 수행하였으며, 박권규(1994), 이명중(2000)은 3차원 지형효과에 대한 연구결과를 발표한 바 있다. 또한 국내의 경우 현재 대부분의 전기비저항탐사 자료의 해석은 지형효과를 보정하거나, 이에 지형의 기록을 고려한 역산방법이 사용되고 있다(Yi *et al.*, 2001). 하지만 지형효과에 대한 대부분의 연구는 수치 모델링에 치우쳐 있다. 따라서 본 연구에서는 수치모델링과 축소모형실험을 병행하여, 지형효과에 의한 전기비저항의 왜곡 현상을 비교, 검토하였다.

수치모델링

2.5차원 전기비저항 탐사 모델링에서 지형의 기록을 고려하기 위해서는 유한요소법이 널리 사용되고 있으며, 본 연구에서도 유한요소법에 의한 모델링 프로그램을 작성하고 이를 사용하여 수치모델링을 수행하였다. 이미 유한요소법을 사용하는 2.5차원 전기비저항 탐사 모델링에 관해서는 다양한 연구결과(Coggon 1971; Fox *et al.*, 1980; Kim, 1986; 박권규, 1994; 오석훈, 1994)가 발표되어 있으므로 여기서는 이해를 돕기 위하여 간단히 기술한다.

3차원 전기비저항 탐사 모델링은 다음과 같이 임의의 점에 위치한 점전원에 의한 매질 내에서의 일점에서 전위를 구하는 Poisson 방정식으로 표시된다(Dey와 Morrison, 1979).

$$\nabla \cdot [\sigma(x,y,z)\nabla\phi(x,y,z)] + \frac{\partial\rho}{\partial t}\delta(x-x_s)\delta(y-y_s)\delta(z-z_s) = 0 \quad (1)$$

여기서

- ϕ : 전위(electric potential)
- σ : 전기전도도(electric conductivity)
- ρ : 전하밀도(charge density)

지하 지질구조는 2차원, 전기비저항 탐사에 사용되는 점전원은 3차원 문제를 해결하기 위하여 (1)식을 푸리에 변환하여 파수 영역으로 변환하면, 다음과 같은 2.5차원 전기비저항 탐사 지배방정식을 얻게 된다.

$$\nabla \cdot [\sigma\nabla\hat{\phi}] - k_y^2\sigma\hat{\phi} + \frac{I}{2}\delta(x-x_s)\delta(z-z_s) = 0. \quad (2)$$

여기서

- k_y : 공간파수(spatial wave number)
- $\hat{\phi}$: 파수영역 전위(wave number domain potential)

I : 전류(current)

(2)식의 해를 구하기 위하여 지하를 유한요소로 분할하고 유한요소 방정식을 구성한 다음 경계조건을 적용하면 다음과 같은 유한요소 선형방정식을 얻게 된다.

$$\mathbf{K}\hat{\phi} = \mathbf{S} \quad (3)$$

여기서

- \mathbf{K} : 결합계수행렬(capacitance matrix)
- $\hat{\phi}$: 전위벡터(potential vector)
- \mathbf{S} : 전류원 벡터(source vector)

(3)식에서 결합계수 행렬 \mathbf{K} 는 일정한 락을 갖는 대칭 행렬이며, 본 연구에서는 LU 분해법을 사용하여 (3)식의 해를 계산하였다. (3)식에서 얻어진 해는 각 절점에서의 파수영역 전위이므로, 이를 푸리에 역변환을 통하여 공간영역에서의 전위를 계산하였다. 모델링에서 사용된 공간파수의 개수는 9개, 범위는 로그 스케일 상에서 균등간격으로 0.001에서 5까지이다. 한편 요소분할은 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 지형의 기록을 효과적으로 표현하기 위하여 찌그러진 사각형 요소(quadrilateral element)로 분할하였다. 지표탐사를 가정하여 천부에서는 요소의 크기를 작게 하고 심부로 갈수록 그 크기를 점진적으로 증가시켰으며, 전극 간격 당 2개의 사각형요소로 분할하였다. 걸보기비저항의 계산은 평탄한 지형을 가정하여 일반적인 공식을 사용하였으며, 거리는 경사거리를 사용하였다.

Fig. 2는 본 연구에서 사용된 유한요소 모델링 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 유한요소법(Fox *et al.*, 1980), 적분방정식법(Oppliger, 1984), 경계요소법(Xu *et al.*, 1998) 등의 결과와 비교한 것이다. 비록 지형의 경사가 10°로 매우 작기 때문에 지형효과가 크게 나타나지는 않고 있지만 중앙의 계곡 부에서 낮은 걸보기비저항을 보이며 그 좌우에 상대적으로 높은 걸보기비저항의 팔자 효과가 나타나고 있다. 다른 수치 모델링 결과와 비교할 때, 걸보기비저항의 분포양상 및 크기가 매우 유사하여 본 연구에 사용된 프로그램의 타당성을 확인할 수 있다.

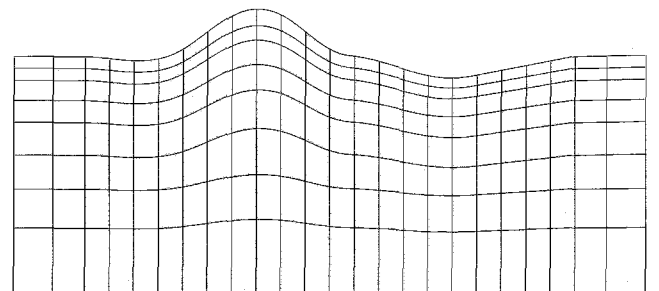


Fig. 1. 2D finite element mesh system for 2.5 D resistivity modeling.

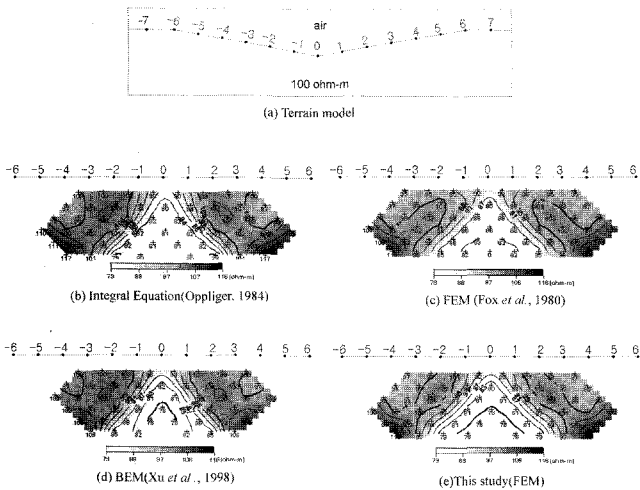


Fig. 2. Dipole-dipole apparent resistivity pseudosections computed for a 2D valley with 10 degree slopes. (a) Terrain model, (b) integral equation (Oppliger, 1984), (c) FEM (Fox *et al.*, 1980) (d) BEM (Xu *et al.*, 1998) and (e) this study.

축소모형실험

지형의 기복이 전기비저항 탐사 자료에 미치는 영향을 파악하기 위하여 축소모형실험을 수행하였다. 물론 앞에서 언급한 바와 같이 지형효과를 고려한 다양한 수치모델링 방법이 이 개발되어 있으나, 지형의 기복이 심할 경우에는 상당한 오차를 수반할 수밖에 없다. 물론 요소의 크기를 작게 하거나 형태를 바꾸어 정확성을 향상시킬 수도 있으나 근본적으로 복잡한 지형에서 오는 한계를 완전히 극복할 수는 없다. 따라서 본 연구에서는 실질적으로 가파른 지형효과를 그대로 반영하는 축소모형실험을 수행하여 그 결과를 수치모델링 결과와 비교 분석하였다. 물론 축소모형실험의 경우에도 전극간격, 점전원, 경계조건 등으로 인하여 일정부분 오차를 감수해야 하지만, 지형 변화에 의한 효과는 그 정도에 관계없이 일정할 것이므로 나름대로 의미가 크다고 볼 수 있다.

측정장비는 ABEM사의 SAS TERRAMETER 4000을 사용하였으며, 전극은 가는 핀(fine pin)을 사용하였다. 문제는 지형의 기복을 표현할 수 있는 지형모델이었으며, 이 문제는 다양한 시행착오를 거쳐 아크릴 판으로 지형 변화를 구현하였다. 크기 40×40 cm², 두께 3 mm인 아크릴 판에 1 cm 간격으로 전극(pin)을 설치하고 모형실험을 수행하였다. 한편 이제까지 대부분의 전기비저항탐사 축소모형실험은 주로 실험실내 수조에서 이루어져 왔으며, 이 경우 수조의 크기에 따른 가장자리 효과(edge effect)의 처리에 상당한 어려움이 있을 수 있다. 본 연구에서는 가장자리 효과를 피하기 위하여 강원대학교 내에 위치한 호수(연적지)에서 모형실험을 수행하였다. 이 경우 지하매질에 해당하는 호수물의 전기비저항을 조절할 수 없다는 제약이 따르게 된다. 또한 호수의 수심이 얇을 경우에는 물과 호수바닥의 전기비저항 차이에 의한 전기장의 왜곡이 문제가

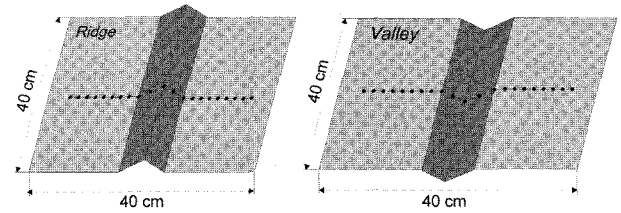


Fig. 3. Ridge and valley models for scale modeling.

된다. 다행히 실험이 수행된 연적지의 수심은 1.5 m 정도로 깊어 이러한 영향은 거의 없었던 것으로 보인다. 모형실험은 제작된 지형모델을 물로 완전히 채우고 줄을 이용하여 수면위에 고정하였으며, 바람이 없는 날에 실험을 수행하였다.

지형효과에 대한 실험 이전에 평평한 아크릴판을 이용하여 평탄한 지형에 대한 blank test를 수행하였다. 이 결과 호수물의 전기비저항은 40 ohm-m로 나타났으며, 전기전도도 측정기를 사용하여 이를 확인할 수 있었다. blank test에 성공한 다음, 지형효과 실험을 위하여 능선 및 계곡 모델을 제작하고 동일한 방법으로 모형실험을 수행하였다. 한편 자료획득시 전류는 5 mA를 사용하였으며 전극 전개수 n=8 까지만 측정 하였다. 또한 모델의 경사가 심해지는 경우에는 전위차가 매우 낮아 측정값이 불안정한 경우가 발생 하였다. 이때는 전류를 10 mA 또는 그 이상을 흘려 보내줌으로써 안정성을 도모하였다.

능선모델

경사 30°, 45° 및 60°를 갖는 능선모델에 대하여 수치모델링과 축소모형실험을 수행하였다. 사용된 전극배열법은 쌍극자 배열, 측정간격은 경사거리로 1 cm, 측정수는 21개로 설정하고 모델링을 수행하였다. Fig. 4는 30° 경사를 갖는 능선모델에 대한 걸보기비저항 가단면도로 수치모델링 결과와 축소모형실험의 결과가 비교적 잘 일치하고 있다. 물론 축소모형실험과 수치모델링 모두 필연적으로 오차를 수반할 수밖에 없으므로 약간의 차이는 있으나 전반적인 양상은 물론 그 절대적인 크기도 유사함을 알 수 있다. Fig. 4에 나타난 현상 중에서 능선의 중심부에서는 높은 걸보기비저항이 나타나고 있으며, 그 좌우에 낮은 걸보기비저항이 팔자 효과를 보이면서 나타나고 있다.

Fig. 5은 경사 45° 능선모델에 대한 축소모형실험 및 수치모델링 결과이다. 앞의 30° 경사 능선모델과 거의 유사한 걸보기비저항 분포 양상을 보이고 있으며, 그 크기만 커져 있음을 알 수 있다. Fig. 6은 60°의 급경사 능선모델에 대한 모델링 결과이다. 가단면도상의 중앙부에 높은 걸보기비저항이 나타나고 그 좌우에 팔자 형태의 낮은 걸보기비저항대가 나타나는 양상은 앞의 30° 및 45° 능선모델과 일치하나, 중앙의 높은 걸보기비저항을 대칭으로 좌우에서 음의 걸보기비저항이 나타나고 있음을 알 수 있다. 일반적으로 2차원 지하 구조를 가정한 전

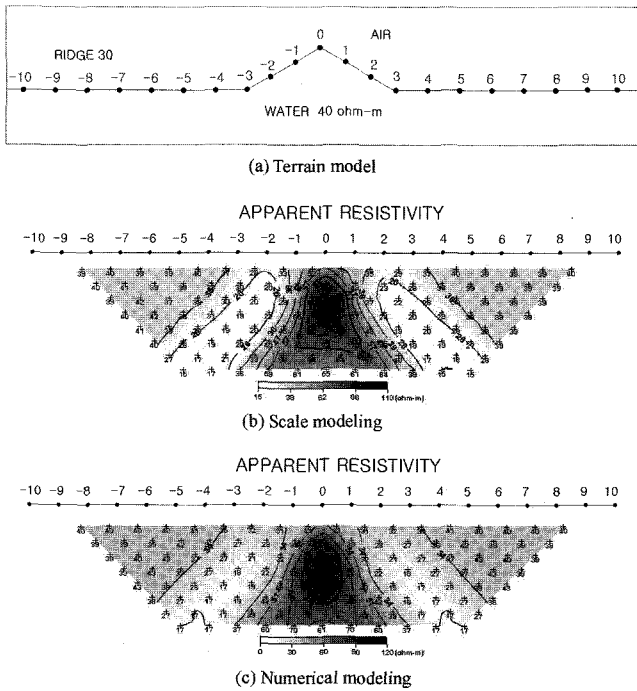


Fig. 4. Dipole-dipole apparent resistivity pseudosections for a 2D ridge with 30 degree slopes. (a) Terrain model, (b) scale modeling, and (c) numerical modeling.

기비저항 탐사에서 음의 겹보기기비저항은 주로 잡음에 의한 것으로 알려져 있으나, 지형효과 또한 음의 겹보기기비저항의 원인이 될 수 있음을 알 수 있다.

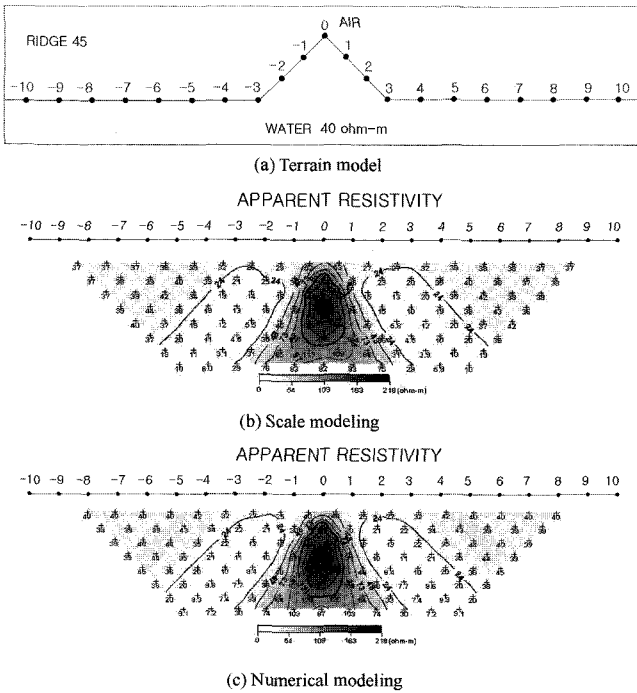


Fig. 5. Dipole-dipole apparent resistivity pseudosections for a 2D ridge with 45 degree slopes. (a) Terrain model, (b) scale modeling and (c) numerical modeling.

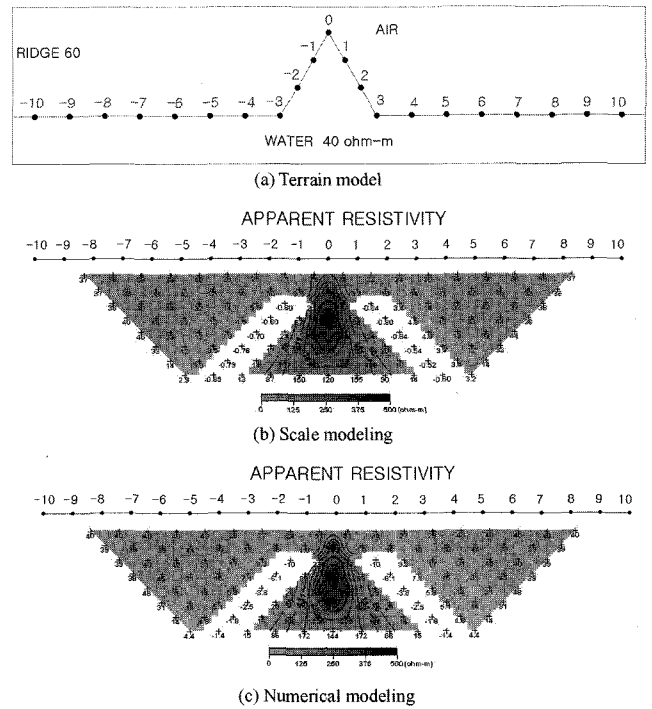


Fig. 6. Dipole-dipole apparent resistivity pseudosections for a 2D ridge with 60 degree slopes. (a) Terrain model, (b) scale modeling and (c) numerical modeling.

Fig. 7은 60° 경사의 능선모델에서 나타나는 음의 겹보기기비저항을 원인을 알아보기 위하여 전류전극을 -4(C_1)번과 -3번(C_2) 위치에 고정시키고 전기장 방향의 분포양상을 나타낸 것이다. 전기장의 방향은 -4번에 위치한 양의 전류전극에서 시작하여 -3번의 음의 전류전극을 향하고 있으며, 비록 각 절점에서의 전위값으로부터 중앙차분식을 이용하여 전기장을 계산하였기 때문에 지표에서의 전기장을 나타내지 못 하였으나, 지표면에서의 전기장은 경계조건에 의하여 항상 지표면과 평행하다. 한편 매질이 균질하기 때문에 전기장이 급격히 변화하지 않으므로 지표면에 평행한 전기장의 크기와 방향은 지표면 근처 하부의 전기장을 지표면으로 투영시킨 것으로 간주할 수 있다. 이 경우 지표면 근처 하부의 전기장의 방향이 지표면에 수직일 경우 지표면에 평행한 방향의 전기장은 0에 가까운 값을 보이게 되며, 이 전기장이 지표면과 이루는 각도에 따라 지표면에 평행한 전기장의 방향은 반전될 수도 있다. 또한 전기비저항탐사에서 측정되는 전위차는 전기장의 선적분으로 주어 지므로 지표면에서의 전기장의 크기와 방향은 전위차 및 이로부터 계산되는 겹보기기비저항의 변화와 직결된다. Fig. 7에서 경사부가 끝나는 지점인 3번 부근에서는 전기장의 방향이 지표면과 거의 평행하게 음의 전류전극을 향하고 있지만 능선 정상부 쪽으로 갈수록 전기장의 방향은 지표면과는 상당한 각도를 이루게 되며, 정상부 근처에서는 오히려 지표면에 평행한 전기장의 방향이 반전되는 것을 확인할 수 있다. 이와 같이 지표면에 평행한 전기장의 방향이 반전되는 것은 측정 전위차의

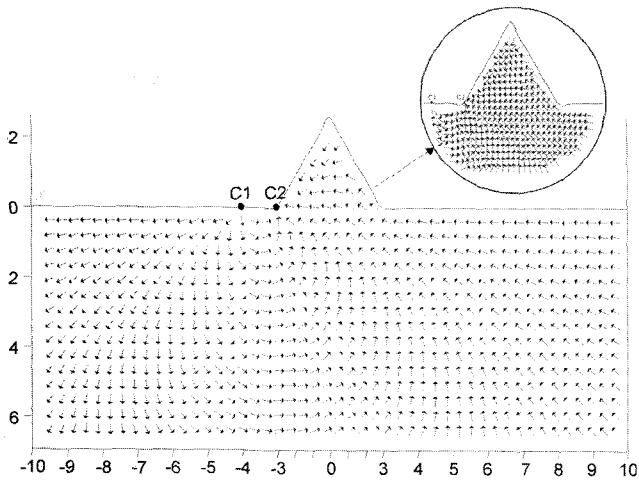


Fig. 7. Vector map of electric field computed for a 2D ridge with 60 degree slopes.

값이 음이 됨을 의미하며, 결과적으로 가단면도에서 음의 겉보기 비저항을 보이게 된다.

계곡모델

계곡이 존재할 경우 전기비저항 탐사 자료는 앞의 능선모델과 거의 정반대 현상을 보인다. 즉 계곡의 중앙부에서는 낮은 겉보기비저항을 보이며, 그 좌우에 높은 겉보기비저항대가 분포한다. Fig. 8은 경사 30°의 계곡모델에 대한 수치모델링과

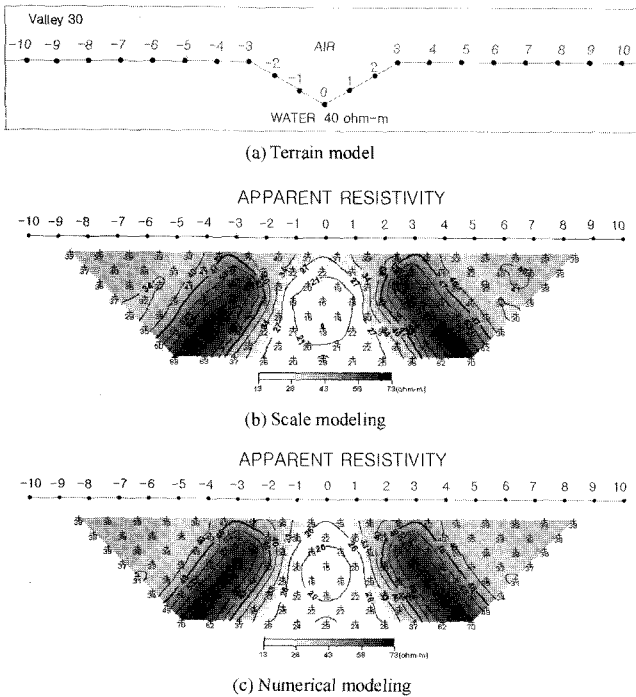


Fig. 8. Dipole-dipole apparent resistivity pseudosections for a 2D valley with 30 degree slopes. (a) Terrain model, (b) scale modeling and (c) numerical modeling.

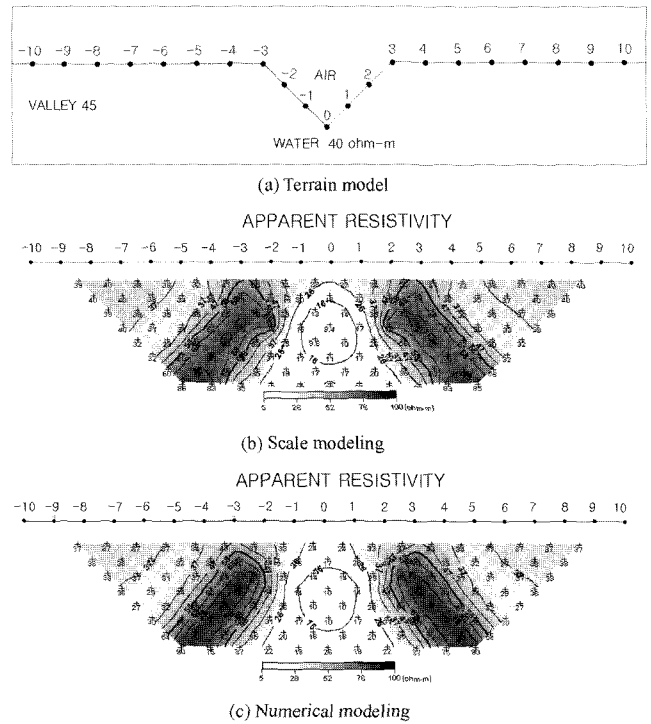


Fig. 9. Dipole-dipole apparent resistivity pseudosections for a 2D valley with 45 degree slopes. (a) Terrain model, (b) scale modeling and (c) numerical modeling.

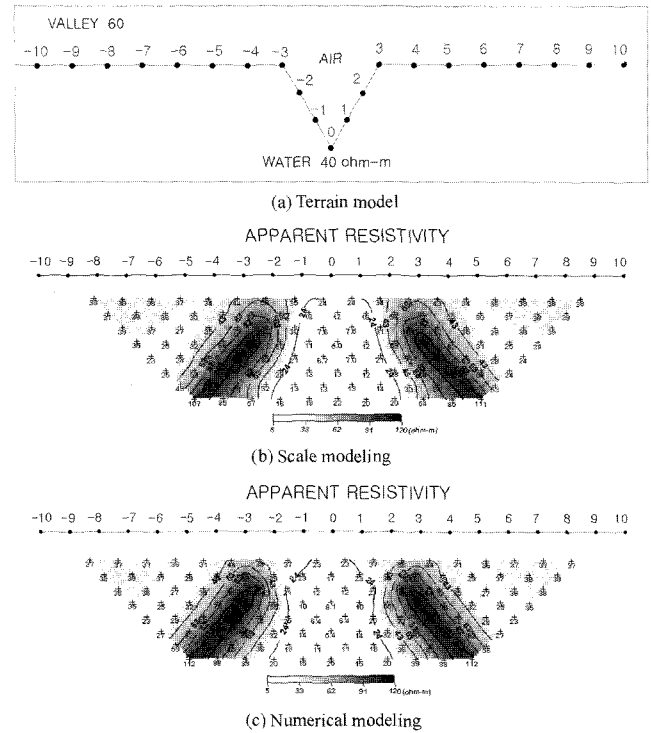


Fig. 10. Dipole-dipole apparent resistivity pseudosections for a 2D valley with 60 degree slopes. (a) Terrain model (b) Scale modeling and (c) Numerical modeling.

축소모형실험에서 얻어진 겔보기비저항 가단면도를 나타낸 것이다. 계곡모델의 경우에는 가단면도상의 중심부에 낮은 겔보기비저항대가 나타나고 있으며, 그 좌우에 팔자 형태의 높은 겔보기비저항대가 분포하는 특성을 보인다. 이러한 특징은 지하에 전도성 이상체가 부존할 때에 나타나는 현상과 매우 유사하다. 따라서 지형효과를 고려하지 않는다면 전도성 이상체가 있는 것으로 잘못된 해석을 할 수도 있다.

Fig. 9와 10은 경사 45° 및 60°인 계곡모델에 대한 겔보기비저항 가단면도로 앞의 경사 30° 계곡모델과 유사한 겔보기비저항 분포를 보이며, 가단면도 상의 중앙부에 나타나는 낮은 겔보기비저항 및 그 좌우에 팔자 형태로 나타나는 높은 겔보기비저항의 크기만 증가하고 있다. 경사가 급한 60° 계곡모델의 경우에도 수치모델링 결과와 축소모형실험의 결과가 어느 정도 잘 일치하고 있어 두 모델링 결과를 신뢰할 수 있음을 반증하고 있다. 한편 계곡모델의 경우에는 앞의 능선모델의 경우와는 다르게 60°의 급경사에서도 음의 겔보기비저항은 발생하지 않고 있어 계곡이 능선보다는 지형에 의한 효과가 덜한 것으로 보인다. 하지만 계곡의 경우에도 경사가 80° 이상의 경우에는 음의 겔보기비저항이 나타나는 것을 수치모델링을 통하여 확인할 수 있었다.

결 론

본 연구에서는 지형을 고려한 2.5차원 축소모형실험 및 수치모델링을 통하여 지형효과에 의한 겔보기비저항의 왜곡 현상을 확인하였다. 능선모델에 대한 축소모형과 수치모형 실험 결과, 능선 중앙부에 높은 겔보기비저항이 나타나고, 그 좌우에 팔자 형태로 낮은 겔보기비저항이 나타남을 알 수 있었다. 그리고 능선의 경사가 심해질수록 중앙에는 더 높은 겔보기비저항이 나타나며, 그 좌우에 낮은 겔보기비저항대가 크기만 변할 뿐 그 경향은 같음을 확인할 수 있었다. 계곡모델의 경우에는 능선모델과 정반대의 양상을 나타내었다. 또한 지표에서 수행하는 2차원 전기비저항탐사에서 음의 겔보기비저항은 전기적 잡음에 의해 발생하는 것으로 알려져 있으나, 능선모델에서 사면의 경사가 60° 이상일 경우 음의 겔보기비저항이 나타남을 확인할 수 있었다. 계곡모델의 경우에는 비록 경사 60°에서는 음의 겔보기비저항이 나타나지 않지만 더 급한 경사를 가질 경우에는 음의 겔보기비저항이 나타남을 수치모델링을 통하여 확인할 수 있었다.

한편 일반적으로 알려진 바와 같이 유한요소법을 사용하는 2.5차원 전기비저항 탐사 수치모델링은 지형의 기복이 심할 경우 상당한 오차를 보이는 것으로 알려져 있으며, 본 연구에서

수행된 축소모형실험의 경우에도 모형제작 등의 어려움으로 인한 오차가 있었다. 하지만 가단면도에서 겔보기비저항의 전반적인 분포양상은 수치모델링과 축소모형실험의 결과가 큰 차이를 보이지 않았다. 따라서 지형의 기복이 극심하지 않을 경우, 현재 널리 사용되는 지형효과를 고려한 유한요소법에 근거한 각종 역산 프로그램을 사용해도 큰 문제는 없을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 논문을 심사해 주시고 많은 충고를 해주신 한국지질자원 연구원의 김정호 박사님이 기상연구소의 오석훈 박사님께 깊이 감사드립니다.

참고문헌

- 박권규, 1994, 유한요소법을 이용한 3차원 전기비저항 모델링 및 지형보정에 관한 연구: 공학석사 학위논문, 서울대학교.
- 오석훈, 1994, 유한요소법을 이용한 2차원 전기탐사의 지형보정: 교육학 석사학위논문, 서울대학교.
- 이명중, 2000, 전기비저항 탐사자료를 이용한 지하구조의 3차원 영상화: 공학박사 학위논문, 서울대학교.
- Coggon, J. H., 1971, Electromagnetic and electric modeling by finite element method: *Geophysics*, **36**, 132-155.
- Dey, A., and Morrison, H.F., 1979, Resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures: *Geophys. Prosp.*, **27**, 106-136.
- Fox, R. C., Hohmann, F. W., Killpack, T. J., and Rijo, L., 1980, Topographic effect in resistivity and induced-polarization surveys: *Geophysics*, **45**, 75-93.
- Hallof, P. G., 1970, Theoretical induced polarization and resistivity studies, scale model cases, phase III: *McPhar Geophysics Ltd.*
- Kim, H. J., 1986, Two-dimensional resistivity modeling by finite element method: *Jour. Korean Inst. Mining Geol.*, **19**, 283-292.
- Oppliger, G. L., 1984, Three-dimensional terrain corrections for mise-à-la-masse and magnetometric resistivity surveys: *Geophysics*, **49**, 1718-1729.
- Yi, M. J., Kim, J. H., Song, Y., Cho, S. J., Chung, S. H., and Shuh, J. H., 2001, Three-dimensional imaging of subsurface structures using resistivity data: *Geophysical Prospecting*, **49**, 483-497.
- Xu, S. Z., Zhao, S., and Ni, Y., 1998, A boundary element method for 2-D dc resistivity modeling with a point current source: *Geophysics*, **63**, 399-404.