

2차원 유한요소법을 이용한 불투과성 사각형 수중방파제의 Bragg 반사 해석

Analysis of Bragg Reflection of Waves due to Rectangular Impermeable Submerged Breakwaters with Two-Dimensional Finite Element Method

조 용 식* / 정 우 창**

Cho, Yong-Sik / Jeong, Woo-Chang

Abstract

The Bragg reflection of monochromatic waves propagating over a rectangular-typed impermeable submerged breakwaters is numerically investigated by using the finite element method. The reflection coefficients calculated from the present model are compared with those of laboratory measurements and the eigenfunction expansion method. A good agreement is observed. The finite element model is also applied to calculate reflection coefficients according to variations of length and width of submerged breakwater.

Keywords : submerged breakwater, finite element method, Bragg reflection, eigenfunction expansion method

요 지

본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 일정 수심상에서 사각형 형상의 불투과성 수중방파제에 의한 파랑의 Bragg 반사를 수치적으로 고찰하였다. 유한요소법에 의해 계산된 반사율은 수리모형실험을 통해 얻어진 결과와 비교하였을 때 비교적 잘 일치하였으며, 고유함수전개법에 의한 결과와도 좋은 일치를 나타내었다. 그밖에 본 연구에서 개발된 모형은 불투과성 수중방파제의 폭과 길이의 변화에 따른 반사율 계산에 적용되었다.

핵심용어 : 수중방파제, 유한요소법, Bragg 반사, 고유함수전개법

* 한양대학교 공과대학 토목공학과 부교수
Associate Professor, Dept. of Civil Engineering, Hanyang University
(E-mail : ysc59@hanyang.ac.kr)

** 홍익대학교 공과대학 토목공학과 겸임교수
Adjunct Associate, Dept. of Civil Engineering, Hongik University
(E-mail : jwc1967@hanmail.net)

1. 서 론

심해에서 발달한 파랑은 수심이 상대적으로 얇은 해안으로 전파해 오면서 수심의 변화, 해안구조물과의 상호간섭 및 서로 다른 파랑간의 상호작용에 의해 여러 물리적 변화를 경험하게 되며, 이는 해안선의 침식과 퇴적 그리고 해안구조물의 안전과 설계에 영향을 미친다. 최근에는 해안선의 침식을 방지하기 위해 Bragg 반사가 발생되도록 수중방파제 또는 수중트렌치와 같은 인위적인 구조물을 설치하여 해저지형을 보호하고자 하는 연구가 시도되고 있다. Bragg 반사는 해저지형이 정현파형을 갖는 사면형상 (sinusoidally varying bottom topography)일 경우, 입사파의 파장이 사면 파장의 두 배가 될 때 발생하는 공명현상으로 입사파 에너지의 상당량이 반사되는 현상을 말한다.

Bragg 반사에 관한 기존의 연구는 크게 수리실험을 이용한 연구 (Davies와 Heathershaw, 1984; Guazzelli 등, 1992), 해석적인 방법을 이용한 연구 (Hara와 Mei, 1987; Liu와 Cho, 1993; Cho와 Lee, 2000) 및 수치기법을 이용한 연구 (Dalrymple과 Kirby, 1986; O'Hare와 Davies, 1992; Lee 등, 1998, 김 등, 2000) 등으로 구분할 수 있다.

조와 이 (1998)는 고유함수전개법 (eigenfunction expansion method)을 이용하여 임의로 변하는 수심을 가진 지형을 통과하는 파랑의 반사율을 계산하였다. 조와 이의 연구에서는 수심이 정현파형으로 변하는 지형을 일련의 매우 작은 계단으로 단순화하여 이를 통과하는 파랑의 반사율을 해석적으로 산정하였다. Suh 등(1997)은 완경사 방정식 및 확장형 완경사 방정식을 이용하여 파랑의 반사율을 계산하였다. Kirby와 Dalrymple (1983)은 고유함수전개법(eigenfunction expansion method)을 이용하여 트렌치(trench) 지형에서의 반사율과 통과율을 계산하였으며, O'Hare와 Davies (1992)는 규칙파의 Bragg 반사를, Liu와 Cho(1993)는 파군에서 생성되는 장파의 Bragg 반사를, Zhang 등(1999)은 hybrid모형을 이용한 파랑의 반사율을 고유함수전개법으로 해석하였다. 그리고 Davies와 Heathershaw (1984), Francis와 Fredric(1986), Rey 등(1992), Guazzelli 등(1992)은 수리실험 및 수치실험을 통해 Bragg 반사를 연구하였다. 특히, Guazzelli 등(1992)은 복합 정현파형 지형을 통과하는 파랑의 Bragg 반사를 수리실험을 이용하여 분석하였다. 조 등(2002)은 사각형 형상의 불투과성 수중방파제에 의한 반사특성을 수리모

형실험과 수치해석을 통해 분석하였다.

본 연구에서는 사각형의 불투과성 수중방파제에 의한 파랑의 반사특성을 해석하기 위해 유한요소법을 이용한 수치실험을 통해 고찰하였다. 본 수치모형을 통해 얻어진 결과를 조 등(2002)에 의해 수행된 수리모형실험의 결과와 고유함수전개법의 결과와 비교하였다. 제2장에서는 사용된 지배방정식과 경계조건에 대해 기술하였으며, 제3장에서는 유한요소법에 의한 수치모형의 확립에 대해 기술하였다. 제4장에서는 다중 배열의 불투과성 사각형 형태의 수중방파제에 의한 파랑의 반사율 해석에 본 수치모형의 적용한 결과를 기술하였으며, 수리모형실험과 고유함수전개법을 의한 결과와 비교분석을 하였다. 또한, 수중방파제의 폭과 길이를 변화시키면서 반사율을 계산하였으며, 마지막으로, 제5장에서는 결론을 기술한다.

2. 지배방정식과 경계조건

본 연구에서 유체는 비점성이며, 흐름은 비압축성 및 비회전 흐름으로 가정된다. 이러한 가정으로부터 유체 운동은 포텐셜 흐름으로 나타낼 수 있으며, 그에 따른 유체의 거동은 Laplace 방정식에 의해 지배된다. 미소진폭과 가정으로부터 속도포텐셜 (ϕ)에 대한 2차원 Laplace 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad -h(x) \leq z \leq 0 \quad (1)$$

식 (1)에서 지배방정식의 적용범위는 미소진폭과 이론에 의해 선형화 되었다.

Fig. 1에서 h 는 수심, ζ 는 자유수면변위이며, 자유수면에는 운동학적 경계조건(kinematic free surface boundary condition)과 동역학적 경계조건(dynamic free surface boundary condition)이 있으며, 두 조건을 미소진폭과 이론에 의해 선형화한 후 합성하면 다음과 같은 자유수면에서의 경계조건을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi = 0, \quad z = 0 \quad (2)$$

또한, 해저면 및 구조물에 대해서는 고체경계조건, 즉 불투과 조건을 고려하면 다음과 같다.

$$\nabla \phi \cdot \vec{\nu} = 0 \quad (3)$$

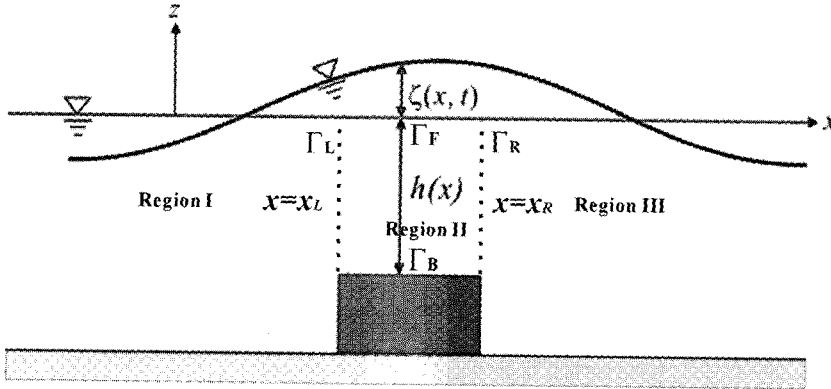


Fig. 1 Schematic illustration of progressive water surface wave

식 (3)에서 \vec{v} 는 밖으로 향하는 연직단위벡터이다.
 정현파형 해저지형에 입사하는 파랑과 해저지형에 의해 반사되는 반사파 및 해저지형을 통과하여 계속 진행되는 통과파를 묘사하는 지배방정식은 미소진폭파이론에 의해 결정된다. 불규칙적인 해저지형의 영향으로 인해 입사파는 그대로 진행하지 못하고 반사 및 산란을 하게 되므로 이를 해결하기 위해 Sommerfeld 경계조건을 적용하였다. Sommerfeld 경계조건에 의해 분리된 통과파와 반사파의 속도포텐셜은 다음과 같이 표현된다 (조와 이, 1998).

$$\begin{aligned} \phi^\pm = & A_0^\pm \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{\pm i k x} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\cosh K_n(z+h)}{\cosh K_n h} e^{\mp i K_n x} \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 시간항과 y 축 방향에 대한 항은 생략되었으며, n 은 소멸파의 수를 나타낸다. 또한, A_0^+ 와 A_0^- 는 진행파의 통과파와 반사파의 진폭이며, A_n^+ 와 A_n^- 는 소멸파의 통과성분과 반사성분의 진폭이다. 또한, k 와 K_n 는 진행파와 소멸파의 파수이며, 다음과 같은 분산방정식으로부터 계산된다.

$$\omega^2 = gk \tanh kh, \quad \omega^2 = -gK_n \tan K_n h \quad (5)$$

그러나 본 연구에서는 소멸파에 대한 영향은 고려하지 않았다.

식 (4)에서 진폭함수 A_0^\pm 와 A_n^\pm 를 결정하기 위해서는 수심이 급변하는 지점에서 다음과 같이 두 개의 접합조건(matching conditions)이 필요하다. Fig. 1

로부터
 $x = x_L$ 인 지점 (Region I와 Region II 사이의 경계)

$$\phi = \phi_L^\pm(x^\pm, z) = \phi^\pm + \phi_I, \quad -h_j \leq z \leq 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = \frac{\partial \phi_L^\pm}{\partial x}, \quad \max(-h_j^\pm) \leq z < 0 \quad (7)$$

식 (6)과 (7)에서 ϕ_I 는 입사파에 대한 속도포텐셜이다.

$x = x_R$ 인 지점 (Region II와 Region III 사이의 경계)

$$\phi = \phi_R^\pm(x^\pm, z) = \phi^\pm, \quad -h_j \leq z \leq 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = \frac{\partial \phi_R^\pm}{\partial x}, \quad \max(-h_j^\pm) \leq z < 0 \quad (9)$$

식 (6)과 (8) 그리고 식 (7)과 (9)는 물리적으로 각각 자유수면에서의 압력의 연속과 x 축 방향으로 흐름율의 연속을 의미한다.

3. 유한요소법

본 연구에서 이용된 유한요소법은 물리적으로 분할된 요소에 대해 정의된 특정 성질의 형상함수 (또는 기저함수)를 주어진 문제에 적합한 적분형의 원리를 이용하는 근사적인 방법이다. 유한요소법에는 크게 변분법과 가중잔여법으로 분류될 수 있으며, 본 연구에서는 가중잔여법 중 가중함수와 형상함수를 동일한 형태로 취하는 Galerkin기법을 이용하였다.

고려된 영역을 모형화하기 위해서는 분할된 각각의 요소 내의 근사화된 속도포텐셜 $\widehat{\phi}$ 를 다음과 같이 절점 포텐셜 ϕ_i 과 형상함수 N_i 로써 나타낼 필요가 있다.

$$\widehat{\phi} = \sum_{i=1}^N N_i \phi_i \quad (10)$$

여기서 N 은 요소 e 의 절점의 수이다.

식 (1)의 유한요소 이산화를 위한 weak form은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \widehat{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial \widehat{\phi}}{\partial z} \right] d\Omega + \int_{\Gamma_f} N_i \left(\frac{\partial \widehat{\phi}}{\partial z} \right) d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_s} N_i \left(\frac{\partial \widehat{\phi}}{\partial z} \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_L} N_i \left(\frac{\partial \widehat{\phi}}{\partial z} \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_R} N_i \left(\frac{\partial \widehat{\phi}}{\partial z} \right) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에서, Ω 와 Γ 는 각각 요소의 면적과 경계에 해당된다.

모든 경계조건을 적용한 후 위의 방정식에서 경계와 관련된 적분항들은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \frac{\omega^2}{g} \int_{\Gamma_f} N_i \widehat{\phi} d\Gamma + 0 + \int_{\Gamma_L} N_i \left(\frac{\partial \widehat{\phi}_L}{\partial x} \right) d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_R} N_i \left(\frac{\partial \widehat{\phi}_R}{\partial x} \right) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

따라서, 소멸과가 고려되지 않은 위의 경계조건을 고려한 식 (11)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^m \left[\int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_i^T}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_i^T}{\partial z} \right\} d\Omega \right. \\ & \left. - \int_{\Gamma_f} \frac{\omega^2}{g} N_i N_i^T d\Gamma \right] \phi_i + P_L \left(\int_{\Gamma_L} N_i \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Gamma \right) A_L^- \quad (13) \\ & + P_R^+ \left(\int_{\Gamma_R} N_i \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Gamma \right) A_R^+ = - \int_{\Gamma_L} N_i \frac{\partial \phi_i}{\partial x} d\Gamma \end{aligned}$$

여기서, m 은 요소에서의 절점의 수이며, P_L^- 과 P_R^+ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_L^- &= \frac{\cosh k_x^-(z+h^-)}{\cosh k_x^- h^-} e^{-ik_x^- x} \\ P_R^+ &= \frac{\cosh k_x^+(z+h^+)}{\cosh k_x^+ h^+} e^{+ik_x^+ x} \end{aligned}$$

본 모형에서 자유수면과 내부영역은 각각 2차 형상

함수를 갖는 3절점과 8절점의 등배개변수요소(iso-parametric element)를 통해 분할되었다(Jeong과 Cho, 2002). 식 (13)으로부터 얻어진 각각의 계수행렬은 Gaussian quadrature 수치적분을 통해 구축된다.

네 개의 부가적인 미지수인 A_L^- 과 A_R^+ 그리고 P_L 과 P_R 이 동시에 구해질 수 있다. 이를 위해 x_L 과 x_R 에서 경계조건을 적용함에 의해 다음과 같은 두 개의 부가적인 방정식이 필요하다.

$$\phi - (A_L^- P_L^-) = \phi_i, \quad x = x_L \quad (14)$$

$$\phi - (A_L^- P_L^-) = 0, \quad x = x_R \quad (15)$$

식 (14)를 경계 Γ_L 의 절점값에 적용시켜고 모든 방정식을 더하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_s - [P(z_1) + P(z_2) + \dots + P(z_s)] A_L^- \\ & = \phi_n + \phi_e + \dots + \phi_s \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, 첨자는 경계 Γ_L 에서의 절점번호를 의미한다. 비슷한 방법으로 경계 Γ_R 에서의 절점에 대한 식은 식 (15)를 통해 얻을 수 있다.

결과적으로 미지수의 총수는 $(m+4)$ 이며, 위의 방법으로 얻어진 행렬방정식은 LU분해법을 이용하여 풀었다. 이러한 과정을 통해 얻어진 해로부터 반사율(R)과 통과율(T)은 각각 다음과 같이 계산된다.

$$R = \frac{|A_L^-|}{A} \frac{\omega}{g}, \quad T = \frac{\cosh k_j h_j}{\cosh k_i h_i} \frac{|A_R^+|}{A} \frac{\omega}{g} \quad (17)$$

식 (17)에서 A 는 입사파의 진폭을 의미하며, j 는 통과율을 계산하는 영역을 나타낸다. 만약 해저지형이 구조물을 중심으로 대칭이고 입사파의 진폭 $A=1$ 이라면, 식 (17)은 다음과 같이 간단히 나타내어진다.

$$R = \frac{\omega}{g} |A_L^-|, \quad T = \frac{\omega}{g} |A_R^+| \quad (18)$$

4. 사각형 불투과성 수중방파제를 통과하는 파랑

Fig. 2는 사각형 불투과성 수중방파제의 배열은 나

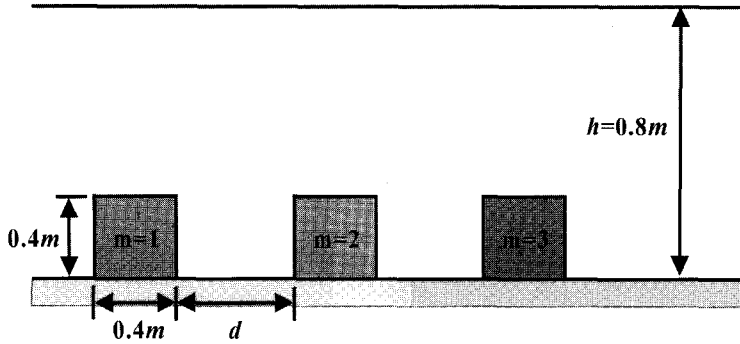


Fig. 2 Schematic illustration of submerged breakwater array used in numerical simulation

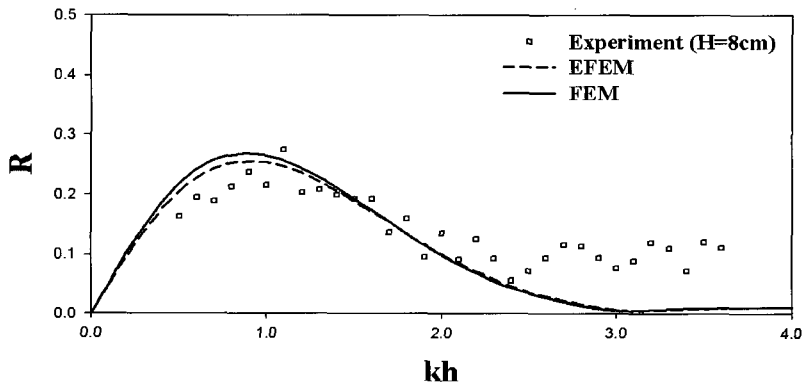


Fig. 3. Reflection coefficient due to submerged breakwater ($m=1$)

타낸 것으로 수중방파제의 제원은 폭과 높이가 각각 0.4m이며, 배열은 1열, 2열 및 3열을 대상으로 하였다. 수중방파제의 배치간격(d)은 1m를 적용하여 수치실험을 수행하였다. 수심(h)은 0.8m이며, 수중방파제의 높이와 수심의 비는 0.5이다. 입사파의 파고는 8cm를 적용하였다.

Figs. 3~5는 수중방파제의 배열 수에 따른 본 수치모형을 통해 계산된 반사율(R)을 수리모형실험결과와 고유함수전개법에 의한 결과를 비교한 것이다. 조 등(2002)에 의한 수리모형실험은 폭 1.0m, 높이 2.0m 그리고 길이 56m의 수로에서 규칙파에 대해 수행되었으며, Fig. 1과 같이 수중방파제의 배열수 뿐만 아니라 배치간격(d)에 따른 반사율을 해석하였다. 수리모형실험에 대한 보다 상세한 설명은 조 등(2002)을 참조할 수 있다.

Fig. 3은 불투과성 수중방파제가 1열로 배치된 경우($m=1$)에 해당되며, 본 수치모형의 결과는 고유함수전

개법에 의한 결과와 전반적으로 좋은 일치를 보여주고 있으나 본 수치모형에 의한 결과가 약간 크게 산정되었다. 또한 조 등(2002)의 수리모형실험 결과와의 비교에서는 장주기인 경우 비교적 좋은 일치를 나타냈으나 단주기에서는 수리모형실험이 다소 크게 되었다. 조 등(2002)에 따르면 kh 가 3 이상일 경우 입사파의 주기가 1초 미만으로 수리모형실험시 단주기파의 재현에 어려움 때문인 것으로 사료된다.

Fig. 4는 수중방파제가 2열로 배치된 경우($m=2$)이며, Fig. 5는 수중방파제가 3열로 배치된 경우($m=3$)이다. 두 경우 모두 수리모형실험과 고유함수전개법에 의한 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 표 1은 수중방파제의 배열에 따른 최대반사율을 나타낸 것이며, 수중방파제의 배열에 따른 최대반사율은 증가하는 경향을 보여주고 있다(Fig. 6). 그러나 비록 배열의 수가 작기는 하나 증가하는 경향은 다소 점근적이었으며, 보다 많은 배열을 고려할 경우 이러한 경향은 보다 명확할 것으로 사료된다.

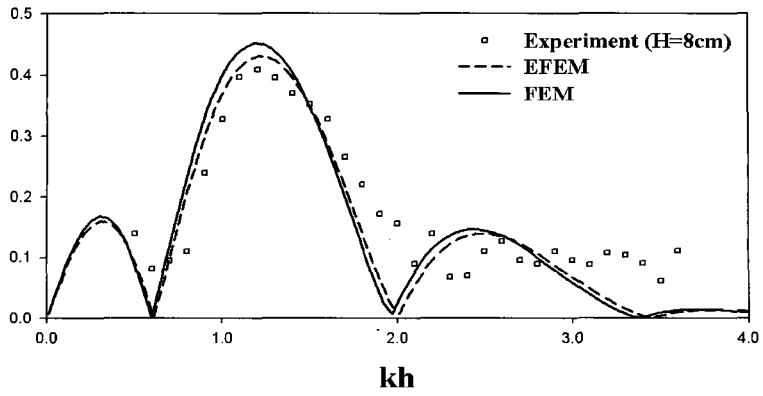


Fig. 4 Reflection coefficient due to submerged breakwater ($m=2$)

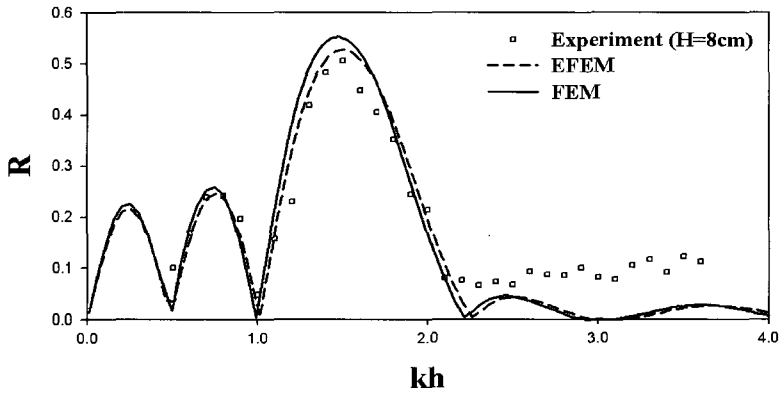


Fig. 5 Reflection coefficient due to submerged breakwater ($m=3$)

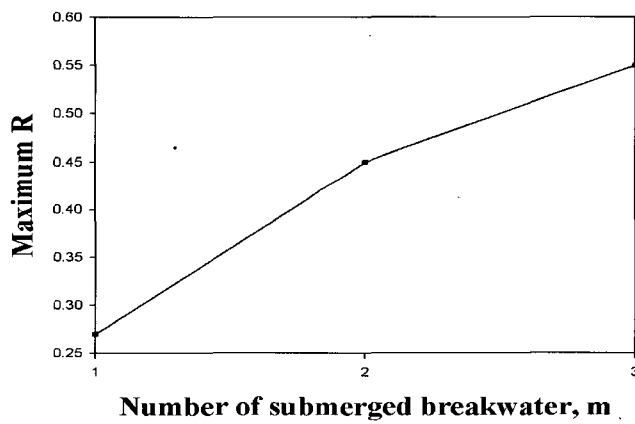


Fig. 6 Maximum reflection coefficient according to number of submerged breakwater

수중방파제의 높이에 따른 반사율을 조사하기 위해 수중방파제의 높이 h_s 를 $0.1h$, 그리고 $0.9h$ 로 변화시켰으며, 수중방파제의 폭 $w(=x_R-x_L)$ 는 $0.5h$ 로 고정시켰다. 또한, 수중방파제의 폭에 따른 반사율의 변화를 조사하기 위해 수중방파제의 폭을 h , $4h$ 그리고 $8h$ 로 하였으며, 수중방파제의 높이는 $0.7h$ 로 고정시켰다.

Fig. 7은 유한요소모형에 의해 계산된 수중방파제의 높이에 따른 반사율의 변화를 나타낸 것이며, 세 경우 모두 $kh/\pi=0.3\sim 0.4$ 에서 반사율은 최대가 되며, $kh/\pi=1.1$ 부근에서 반사율은 최소가 된다. 또한 수중방파제의 높이가 증가함에 따라 반사율은 커짐을 알 있다. 이와 같은 결과는 조 등(1999)에 의한 고유함수전개법을

통해 얻어진 결과와 거의 일치한다.

Fig. 8은 수중방파제의 폭에 따른 반사율의 변화를 나타낸 것이며, 전체적으로 수중방파제의 폭이 증가함에 따라 반사율의 변화가 큼을 알 수 있다. 이러한 결과는 수중방파제의 폭이 증가함에 따라 상대적으로 파수가 증가하기 때문이다.

5. 결 론

본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 사각형 형상의 불투과성 수중방파제에 의한 파랑의 Bragg반사 해석을 수행하였으며, 수치모형실험과 고유함수전개법에 의한 결과와 비교를 통해 본 수치모형을 검증하였다. 비교결과 본 수치모형을 통해 계산된 수중방파제의 배

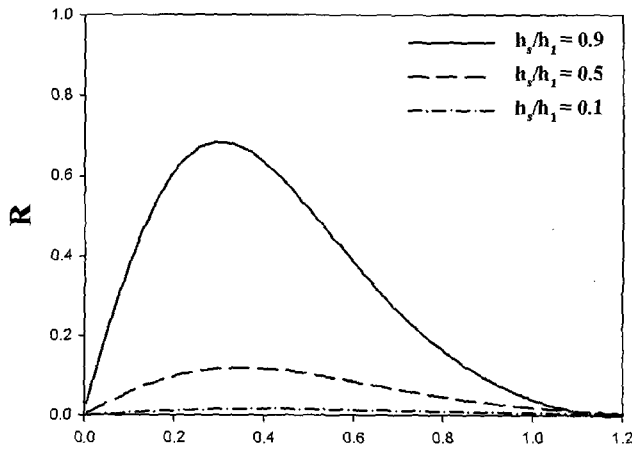


Fig. 7 Variation of reflection coefficients according to shelf height

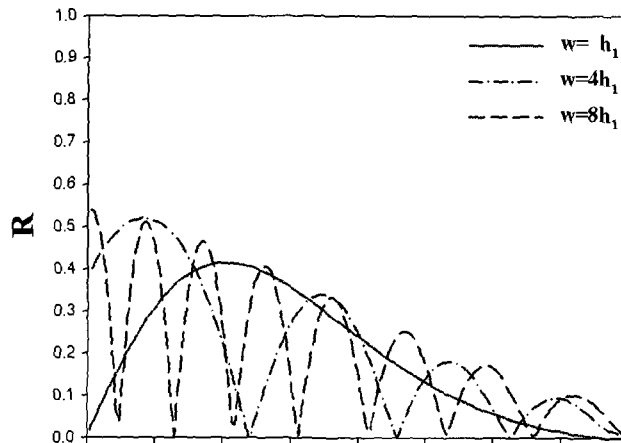


Fig. 8 Variation of reflection coefficients according to shelf width

열에 따른 반사율은 수리모형실험과 고유함수전개법에 의한 결과와 비교적 좋은 일치를 보였으며, 수중방파제의 배열이 증가함에 따라 최대반사율은 비록 배열의 수가 부족했지만 다소 접근하면서 증가하는 경향을 나타내었다. 또한 수중방파제의 높이가 증가함에 따라 반사율은 증가하며, 수중방파제의 폭이 증가할 때 반사율이 크게 변화하였다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실사업(한양대학교 해안공학연구실)으로 수행되었기에 이에 사의를 표합니다.

참 고 문 헌

- 김영택, 조용식, 이정규 (2000). "2차원 경계요소법을 이용한 Bragg 반사 해석." *한국수자원학회논문집*, 제 33권, 제6호, pp. 805-814.
- 조용식, 이종인, 김영택 (2002). "사각형형상 수중방파제의 반사에 관한 실험." *한국수자원 학회논문집*, 제 35권, 제5호, pp. 563-573.
- 조용식, 이종인, 김영택, 이정규 (1999). "선반지형의 크기에 따른 반사율의 변화." *한국수자원학회논문집*, 제32권, 제6호, pp. 675-683.
- 조용식, 이창훈 (1998). "수심이 변하는 지형을 통과하는 파랑의 반사율과 통과율 산정." *대한토목학회논문집*, 제18호, 제4호, pp. 351-358.
- Cho, Y.-S. and Lee, C.H. (2000). "Resonant reflection of waves over sinusoidally varying topographies," *Journal of Coastal Research*, Vol. 16, No. 3, pp. 870-876.
- Dalrymple R.A. and Kirby, J.T. (1986). "Water waves over ripples," *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, ASCE, Vol. 112, pp. 309-319.
- Davies, A.G. and Heathershaw, A.D. (1984). "Surface-wave propagation over sinusoidally varying topography," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 144, pp. 419-443.
- Francis, C.K.T. and Fredric, R.F. (1986). "Wave interaction with a rectangular trench," *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, ASCE, Vol. 112, pp. 454-460.
- Guazzelli, E., Rey, V. and Belzons, M. (1992). "Higher-order Bragg reflection of gravity surface waves by periodic beds," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 245, pp. 301-317.
- Hara, T. and Mei. C.C. (1987). "Bragg reflection of surface waves by periodic bars: theory and experiment," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 178, pp. 221-241.
- Jeong, W.-C. and Cho, Y.-S. (2002). "Estimation of reflection and transmission coefficients with finite element method," *KSCE, Journal of Civil Engineering*, Vol. 6, pp. 359-364.
- Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. (1983). "Propagation of obliquely incident water waves over a trench," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 133, pp. 47-63.
- Lee, C.H., Park, W.-S., Cho, Y.-S. and Suh, K.D. (1998). "Hyperbolic mild-slope equations extended to account for rapidly varying topography," *Coastal Engineering*, Vol. 34, pp. 243-257.
- Liu, P.L.-F. and Cho, Y.-S. (1993). "Bragg reflection of infragravity waves by sandbars," *Journal of Geophysical Research*, Vol. 98, pp. 22733-22741.
- O'Hare, T.J. and Davies, A.G. (1992). "A new model for surface-wave propagation over undulating topography," *Coastal Engineering*, Vol. 18, pp. 251-266.
- Rey, V., Belzons, M. and Guazzelli, E. (1992). "Propagation of surface gravity waves over a rectangular submerged bar," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 235, pp. 453-479.
- Suh, K.D., Lee, C. and Park, W.S. (1997). "Time-dependent equations for wave propagation on rapidly varying topography," *Coastal Engineering*, Vol. 32, pp. 91-117.
- Zhang, L., Kim, M.H., Zhang, J. and Edge, B.L. (1999). "Hybrid model for Bragg scattering of water waves by steep multiply-sinusoidal bars," *Journal of Coastal Research*, Vol. 15, pp. 486-495.

(논문번호:03-25/접수:2002.03.13/심사완료:2003.04.28)