

Calculations of Radiation Measurement-Related Correction Factors

Heesung Shin · Seung-Gy Ro and Ho-Dong Kim

Korea Atomic Energy Research Institute
P.O.Box 105, Yu-Seong, Dae-jeon 305-600, Korea

방사선 측정관련 보정인자 계산

신희성 · 노성기 · 김호동

305-600 대전광역시 유성우체국 사서함 105
한국원자력연구소

(2002년 4월 9일 접수, 2003년 1월 4일 채택)

Abstract - The self-attenuation factor for an ^{198}Au sample and the 0.412 MeV gamma-ray penetration ratio in the circular Al-cover of the radiation detector have been determined using an analytical solution and MCNP code. The results show that the self-attenuation factors obtained from the analytical solution coincide with those of MCNP code for all but the Au sample with the relatively larger radius. Then the maximum difference between the two methods appears to be 9 % in the Au sample of 1.5 mm radius. It also is revealed that the analytical solutions of the 0.412 MeV gamma-ray penetration ratio in the Al-cover of 7.62 cm radius are consistent with those of the MCNP code within the standard deviation.

Key words : self-attenuation factor, gamma-ray penetration ratio, analytical solution, MCNP code, circular Al-cover, 0.412 MeV γ -ray.

요 약 - 해석적인 방법과 MCNP 코드를 사용하여 ^{198}Au 선원시료에 대한 자체감쇠인자와 검출기의 원반형 Al 덮개에 대한 0.412 MeV 감마선의 투과율을 구하였다. 그 결과, 비교적 반경이 큰 Au 시료를 제외하고 모든 경우에서 해석적인 해가 MCNP 코드의 결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다. 이때 두 방법의 최대 편차는 약 9 %로서 Au 시료의 반경이 1.5 mm인 경우에 나타났다. 검출기 Al 덮개의 직경이 7.62 cm인 경우에 대한 0.412 MeV 감마선의 투과율에 대한 해석적인 해는 MCNP 코드의 결과와 표준편차의 범위내에서 잘 일치하는 것으로 나타났다.

중심어 : 자체감쇠인자, 감마선 투과율, 해석적인 해, MCNP 코드, 원반형 Al 덮개, 0.412 MeV 감마선

서 론

사용후핵연료 집합체에서 발생하는 중성자로 ^{197}Au 를 조사하여 ^{198}Au 를 생성시킨 후, 이 ^{198}Au 의 방사선량을 측정하여 사용후핵연료 집합체의 중성자 선속을 결정한다. 이 목적을 달성하기 위해서는 ^{198}Au 의 방사선량 결정에 필요한 ^{198}Au 시료의 자체감쇠인자(self-attenuation factor)와 검출기 덮개의 투과율(penetration ratio)을 결정할 필요가 있다.

Evans 등[1]은 선형 및 원주형 감마선 방출시료에서 자체흡수인자 혹은 자체감쇠인자를 산출하는 방법을 다루었고 Dixon[2]은 선형, 원주형 및 구형 감마선 방출시료에서 자체흡수인자를 계산하는 문제를 취급하였다. Francois[3]는 구형 감마선방출시료에서 자체흡수인자를 계산하는 식을 유도하였다. Parker[4]는 상자형, 원주형 및 구형시료에서의 자체감쇠인자를 산출하는 식을 제안하였다. 그리고 시료와 검출기간의 거리가 이들 양자 중 어느 한쪽의 크기보다 적어도 수배 이상

이면 점상시료 또는 점상 검출기로 볼 수 있다고 한다[4].

본 논문에서는 직경이 매우 작은 원주형 Au 시료 및 Au를 저밀도로 고르게 함유한 Al 시료를 대상으로 ¹⁹⁸Au에서 발생하는 0.412 MeV 감마선의 자체감쇠인자를 결정하였다. 또한 7.62 cm 직경의 원반형 Al 덮개에 대한 0.412 MeV 감마선의 투과율을 계산하였다. 각 경우에 대해 해석적인 방법과 Monte Carlo 방법[5]을 동시에 적용하고 그 결과를 상호비교하였다.

계산모델

선원자체 감쇠인자의 계산모델

그림 1에 제시한 바와 같이 원주형 선원시료에서 생성된 모든 감마선이 검출기 방향(오른쪽 방향)으로 진행하는 것으로 가정한다. 초기의 감마선의 세기를 1로 가정하고 시료자체에 의해서 감쇠된 후의 감마선 세기를 구하면 이 값이 선원시료의 자체감쇠인자(f_{sa})가 된다. 즉, 초기 감마선의 세기에 이 감쇠인자를 곱해 주면 선원자체에 의해서 감쇠된 후의 감마선 세기를 구할 수 있다.

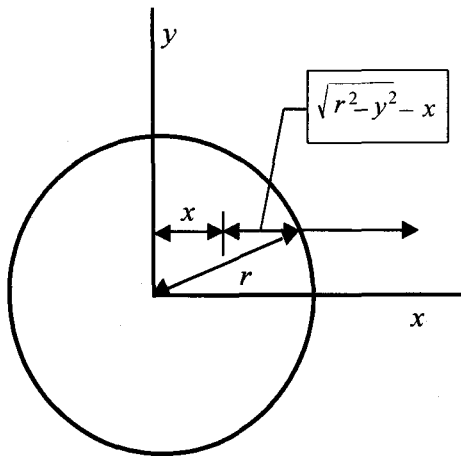


Fig. 1. Cylindrical Radioactive Sample.

그림 1에서 보는 바와 같이 원판의 임의의 점 (x,y)에서 생성된 감마선이 검출기 방향으로 진행하면서 선원시료를 통과하는 거리는 $(r^2 - y^2)^{1/2} - x$ 이며 이 거리를 통과하는 동안에 자체감쇠된다. 원판에서 생성된 임의의 감마선의 감쇠된 세기를 면적으로 적분한 후 원판의 면적으로 나누면 선

원시료에서 발생한 감마선의 자체감쇠 후 선원 세기의 평균값을 구할 수 있다. 초기 감마선의 세기를 1로 놓으면 이 선원세기의 평균값이 자체감쇠인자가 되며, 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다[2].

$$f_{sa} = \frac{1}{\pi r^2} \int_{-r}^r \int_{-\sqrt{r^2-y^2}}^{\sqrt{r^2-y^2}} \exp(-\tau \sqrt{r^2-y^2} + \tau x) dx dy$$

$$= \frac{1}{\pi r^2 \tau} \int_{-r}^r [1 - \exp(-2\tau \sqrt{r^2-y^2})] dy \quad (1)$$

여기서 τ 는 선형감쇠계수(cm^{-1}) 혹은 선형에너지 흡수계수를 의미한다. 식(1)에서 y 를 $r \sin \theta$ 로 치환하면 식(1)은 다음 식으로 전환된다.

$$f_{sa} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} [\exp(-2\tau r \cos \theta)] \sin^2 \theta d\theta \quad (2)$$

식(2)의 지수항을 멱급수로 전개하고 각 항별로 적분하면 자체감쇠인자는 다음 식으로 표현된다.

$$f_{sa} = 1 - \frac{8}{3\pi} \tau r + \frac{1}{2} (\tau r)^2 - \frac{32}{45\pi} (\tau r)^3 + \dots \quad (3)$$

감마선 투과율 계산모델

감마선 측정 시스템의 일부를 그림 2와 같이 모델링하였다. 이 모델은 점선원과 검출기 전면을 보호하는 덮개로 구성되고 원반형 덮개의 중심축상 h 거리에 있는 점선원으로부터 나오는 ν -선이 t 두께의 덮개를 투과하는 모델이다.

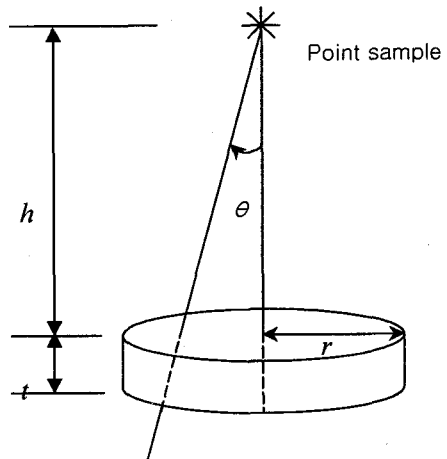


Fig. 2. Schematic Representation of a Point Sample and a Circular Al-Cover with t in its Thickness.

투과율 R 은 그림 2에 제시된 점선원에서 방출한 감마선 중에서 검출기 덮개의 전면에서 입사한 감마선의 비율 f_0 와 이 입사 감마선 중에서 t 두께의 원판형 덮개를 투과한 비율인 f_{in} 으로 표현된다.

$$R = \frac{f_{in}}{f_0} \quad (4)$$

식(4)에서 f_0 와 f_{in} 은 다음 식으로 표현된다[6].

$$f_0 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{h}{(h^2 + r^2)^{1/2}} \right] \quad (5)$$

$$f_{in} = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^\alpha \exp \left[-\tau(E) \frac{t}{\cos \theta} \right] \sin \theta d\theta \right. \\ \left. + \int_\alpha^\beta \exp \left[-\tau(E) \left(\frac{r}{\sin \theta} - \frac{h}{\cos \theta} \right) \right] \sin \theta d\theta \right\} \quad (6)$$

여기서 $\alpha = \arctg[r/(h+t)]$, $\beta = \arctg[r/h]$, $\tau(E)$ 는 γ -선의 에너지함수인 선형감쇠계수(cm^{-1})다. 또한 t 와 r 은 원반형 Al 덮개의 두께(cm) 및 반경(cm)이며, h 는 점선원에서부터 원반형 Al 덮개 전면까지의 수직거리(cm)다.

한편 식(6)의 해는 다음과 같이 표현된다[7].

$$f_{in} = \frac{1}{2} \exp(-\tau t) - \frac{1}{2\mu} \exp(-\tau t\mu) \\ - \frac{\tau t}{2} [E_1(\tau t) - E_1(\tau t\mu)] \\ + \frac{1}{2} \int_{r/(h+t)}^{r/h} \exp \left[-\tau \left(\frac{r}{u} - h \right) \sqrt{1+u^2} \right] \frac{u du}{(1+u^2)^{3/2}} \quad (7)$$

여기서 $\mu = \left[1 + \left(\frac{r}{h+t} \right)^2 \right]^{1/2}$ 이다.

식(4)에 식(5)와 (7)을 대입하면 투과율 R 은 다음과 같이 표현된다.

$$R = \frac{1}{\left[1 - \frac{h}{(h^2 + r^2)^{1/2}} \right]} \left\{ \exp(-\tau t) - \frac{1}{\mu} \exp(-\tau t\mu) \right. \\ \left. - \tau t [E_1(\tau t) - E_1(\tau t\mu)] \right. \\ \left. + \int_{r/(h+t)}^{r/h} \exp \left[-\tau \left(\frac{r}{u} - h \right) \sqrt{1+u^2} \right] \frac{u du}{(1+u^2)^{3/2}} \right\} \quad (8)$$

식(8)에 검출기 덮개의 두께와 반경 및 점선원에서 덮개까지의 거리를 대입하고 점선원에서 방출하는 감마선에 해당되는 감쇠인자를 대입하면 검출기 덮개의 투과율을 결정할 수 있다.

Monte Carlo 방법의 계산모델

MCNP 코드는 Monte Carlo 방법을 사용하여

방사선과 매질과의 다양한 반응을 모사할 수 있으며, Tally 기능을 사용하여 핵반응에 대한 다양한 정보를 얻을 수 있다. 본 연구에서는 해석적인 방법의 결과와 상호비교하기 위하여 MCNP 코드의 계산모델을 해석적인 방법에서 설정한 모델과 가정에 일치하도록 설정하였다. 즉, 그림 1과 2에 제시된 기하학적인 구조에 대해 각각 자체감쇠인자와 투과율을 계산할 수 있도록 MCNP 코드의 계산모델을 설정하였다.

자체 감쇠인자 및 감마선 투과율 계산

자체감쇠인자 계산

^{198}Au 에서 방출하는 감마선의 약 95%는 0.412 MeV 감마선이고 나머지 0.0708 및 0.677 MeV 감마선이 각각 1.5% 미만이다. 본 연구에서는 해석적인 방법에서의 계산 편의성을 위해 0.412 MeV 감마선만 고려하였다. 식(3)을 이용하여 선원 자체감쇠인자를 계산하기 위해서는 0.412 MeV γ -선에 대한 선형감쇠계수인 τ 값이 필요하며, 이는 질량에너지감쇠계수(τ_m)와 고려대상시료의 질량(ρ)을 곱하여 얻을 수 있다. 본 연구에서의 관심대상인 $r=1.27 \times 10^{-3} \sim 1.5 \times 10^{-1}$ cm인 금(Au) 및 알루미늄(Al)에 대한 τ_m 및 ρ 값을 각각 참고 문헌[8] 및 [9]에서 발췌하여 τ 값을 각각 4.22 및 0.247 cm^{-1} 로 구했다. 이 값을 식(3)에 대입하여 4번째 항까지만 고려하여 해석적인 방법에 의한 자체감쇠인자를 구하였다.

MCNP 코드의 F5 Tally 기능을 사용하면 특정 지점에서 감마선의 세기(p/cm^2)를 구할 수 있다. 한편 원주형 시료에서 반경방향으로 방출되는 선원은 등방성을 갖기 때문에 표면 밖의 특정지점에서 검출된 0.412 MeV 감마선은 모두 선원시료와 반응 없이 방출된 감마선이다. 선원시료의 매질밀도를 0으로 입력하고 계산한 특정지점에서 선원의 세기와 실제 밀도로 입력하여 계산한 선원 세기의 비를 구하여 선원 자체감쇠인자값을 결정하였다.

감마선 투과율 계산

$r=3.81$ cm, $t=0.05, 0.10, 0.15$ 및 0.20 cm와 $h=1.0, 2.0, 3.0, 5.0, 10.0$ 및 15.0 cm에 대해 식(8)을 이용하여 0.412 MeV 감마선의 투과율을 계산하였다. 식(8)의 오른쪽 지수적분값을 참고문헌[10]에서 발췌하고 정적분항을 가우스 구적법[7,10]으로 산출하였다. 가우스 구적법으로 정적분항을 계산할 때 전개항을 3까지만 취하였는데 대응되는 증분

계수치와 연관점에 대한 자료를 참고문헌[10]에서 발췌하였다.

동일한 대상에 대해서 MCNP 코드를 사용하여 검출기 덮개와 선원 사이의 거리와 덮개 두께에 따른 0.412 MeV 감마선의 투과율을 결정하였다. 검출기의 전면에 입사한 감마선은 뒷면으로 뿐만 아니라 측면으로도 투과한다. F1 Tally 기능을 사용하여 전면에 입사하는 0.412 MeV 감마선의 수를 결정하고, 뒷면 및 측면으로 투과한 0.412 MeV 감마선의 합을 구하여 이들의 비를 내서 투과율을 결정하였다. 선원과 검출기 덮개 사이의 거리에 따라 계산수렴 정도가 다르기 때문에 거리가 증가함에 따라 초기 입자수(nps)를 증가시키면서 계산을 수행하였다.

계산결과 및 토의

해석적인 방법과 Monte Carlo 방법을 사용하여 원주형 ¹⁹⁸Au 시료와 ¹⁹⁸Au를 함유한 Al 시료의 반경(*r*)에 따른 0.412 MeV γ -선의 자체감쇠인자(f_{sa}) 값을 계산하고 그 결과를 표 1에 수록하였다. 두 방법에 의한 계산결과를 비교해 보면 ¹⁹⁸Au 시료의 경우에는 반경이 0.1 mm이하에서는 잘 일치하는 경향을 보이지만, 해석적인 방법이 MCNP 코드에 비하여 약간 과대평가하는 경향이 있으며, 반경이 커지면 그 정도가 확대되는 경향을 보인다. 반경이 가장 큰 1.5 mm인 경우에는 해석적인 방법의 자체감쇠인자값은 0.6056으로서 MCNP 코드의 0.5556보다 약 9 % 정도 크게 나타난다. 이는 해석적인 방법과 MCNP 코드에 사

용한 핵자료에 미세한 불일치가 있는 것을 암시하는 것으로 생각된다. 즉, 감쇠거리가 짧은 경우에는 그 효과가 분명하게 나타나지 않지만 감쇠거리가 길어지면 감쇠가 누적되어 그 차이가 눈에 띄게 커지는 것으로 판단된다.

Al 시료의 경우에도 해석적인 방법이 MCNP 코드의 결과에 비하여 미세하게 과대평가하는 경향을 보이지만, 감쇠계수가 매우 작기 때문에 Au의 경우와 동일한 감쇠거리에서도 편차가 크게 나타나지 않은 것으로 추정된다. 편차가 가장 큰 경우인 반경 1.5 mm에서도 0.6 % 정도로 매우 적은 편차를 보였다. 이와 같은 두 방법의 상호비교에 근거해서 판단해 보면, 본 연구에서 설정한 크기의 모든 Al 시료에 대해서 해석적인 방법이 유효한 결과를 낸다고 생각되고, Au 시료의 경우에는 반경이 0.0127~0.1 mm 범위에서 유효한 결과를 낸다고 생각된다.

해석적인 방법과 Monte Carlo 방법을 사용하여, 반경(*r*) 3.81 cm인 원판형 Al 덮개의 두께(*t*) 및 그 표면으로부터 점선원까지의 거리(*h*)에 따른 0.412 MeV 감마선의 투과율(*R*)을 계산하여 표 2에 수록하였다. 감마선이 원반(반경 *r*=3.81 cm)형 Al 덮개표면에 직각으로 입사한다고 가정할 때의 투과율을 $\exp(-0.247t)$ 로 구하여 표 2에 함께 제시하였다. MCNP 코드를 사용하여 동일한 계산을 수행할 때에는 *h*를 덮개 반경의 10 배이상인 50 cm로 가정하여 계산하였다.

표 2에서 알 수 있는 것처럼 덮개의 두께 *t*가 같을지라도 *h*가 증가함에 따라 투과율은 감소하는 경향을 보인다. 이는 덮개의 직경에 비하여 *h*

Table 1. Self-Attenuation Factor in Cylindrical ¹⁹⁸Au and ¹⁹⁸Au-Impregnated Al Samples with the Gamma-ray Energy of 0.412 MeV

<i>r</i> (cm)	¹⁹⁸ Au sample			¹⁹⁸ Au-impregnated Al sample		
	τ (cm ⁻¹)	Self-attenuation factor		τ (cm ⁻¹)	Self-attenuation factor	
		Eq.(3)	MCNP		Eq.(3)	MCNP
1.27×10^{-3}	4.22	0.9955	0.9950	0.247	0.9997	0.9997
5.08×10^{-3}		0.9820	0.9803		0.9989	0.9987
1.27×10^{-2}		0.9559	0.9515		0.9973	0.9969
1.00×10^{-2}		0.9651	0.9616		0.9979	0.9975
5.00×10^{-2}		0.8410	0.8221		0.9895	0.9877
1.00×10^{-1}		0.7138	0.6759		0.9791	0.9756
1.50×10^{-1}		0.6056	0.5556		0.9689	0.9636

Table 2. Penetration Ratios of 0.412 MeV γ -rays from a Point Sample in the Circular Al-Cover

Thick- ness (t) (cm)	Distance (h) (cm)	R		Thick- ness (t) (cm)	Distance (h) (cm)	R	
		Eq(8)	MCNP			Eq(8)	MCNP
0.05	1	0.9780	0.9782±0.0040	0.15	1	0.9376	0.9389±0.0039
0.05	2	0.9827	0.9834±0.0036	0.15	2	0.9503	0.9517±0.0036
0.05	3	0.9847	0.9856±0.0038	0.15	3	0.9558	0.9570±0.0037
0.05	5	0.9864	0.9867±0.0042	0.15	5	0.9604	0.9609±0.0041
0.05	10	0.9874	0.9877±0.0024	0.15	10	0.9629	0.9637±0.0024
0.05	15	0.9876	0.9878±0.0024	0.15	15	0.9634	0.9641±0.0025
0.05	$\infty(50)^*$	0.9877	0.9880±0.0027	0.15	$\infty(50)$	0.9636	0.9644±0.0026
0.1	1	0.9572	0.9581±0.0040	0.2	1	0.9190	0.9203±0.0039
0.1	2	0.9661	0.9673±0.0036	0.2	2	0.9351	0.9370±0.0035
0.1	3	0.9700	0.9709±0.0037	0.2	3	0.9422	0.9438±0.0037
0.1	5	0.9732	0.9736±0.0041	0.2	5	0.9479	0.9492±0.0041
0.1	10	0.9750	0.9755±0.0023	0.2	10	0.9511	0.9522±0.0024
0.1	15	0.9754	0.9757±0.0025	0.2	15	0.9517	0.9523±0.0024
0.1	$\infty(50)$	0.9756	0.9760±0.0026	0.2	$\infty(50)$	0.9518	0.9527±0.0026

* 해석적인 방법에서는 $\exp(-0.247t)$ 로 계산하고, MCNP 코드 계산에서는 $h=50$ cm로 가정하여 계산함.

가 커질 수록 감마선이 덮개의 표면에 수직에 가깝게 입사하기 때문에 덮개를 통과하는 거리가 짧아지고, 따라서 입사 감마선이 매질과 반응할 확률이 낮아지기 때문에 투과율이 높게 나타난다고 볼 수 있다. 표 2에서 해석적인 방법의 계산 결과는 MCNP 코드의 결과와 매우 잘 일치하고 표준편차 범위 내에 존재하는 것으로 나타났다. 이로서 6.72 cm 직경의 검출기 Al 덮개에 대한 0.412 MeV 감마선의 투과율 계산에 해석적인 방법의 신뢰성이 확인되었다고 볼 수 있다. 적어도 본 연구에서 다른 크기의 Al 덮개에서 대해서는 해석적인 방법으로 투과율을 구하여도 무방하다고 생각한다. 앞으로 사용후핵연료 집합체의 절대중성자 선속 측정시스템을 설계할 때 본 연구에서 제시한 해석적인 방법을 사용하여 측정시스템의 구성을 최적화 할 수 있을 것으로 사료된다.

결 론

0.412 MeV 감마선을 방출하는 원주형 ^{198}Au 선원의 자체감쇠인자와 7.62 cm 직경의 검출기

Al 덮개의 감마선 투과율을 해석적인 방법과 Monte Carlo 방법으로 구하고, 그 결과를 상호 비교한 후 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. ^{198}Au 을 고르게 함유한 Al 시료의 반경이 0.0127~1.5 mm 범위일 때 해석적인 방법으로 결정한 자체감쇠인자 값은 유효하다. 또한 Au 시료의 경우에는 반경이 0.0127~0.1 mm 범위에서 유효하다.
2. 검출기 Al 덮개의 직경이 7.62 cm 정도이고 두께가 0.5 ~1.5 mm 범위일 때 해석적인 방법으로 결정한 0.412 MeV 감마선의 투과율은 유효하다.
3. 자체감쇠인자 결정시 해석적인 방법과 MCNP 코드에서 사용한 감쇠계수 및 핵반응 단면적 등 핵자료에 미세한 불일치가 있다.

감사의 글

본 논문은 과학기술부 원자력중장기연구개발 프로그램의 일환인 사용후핵연료특성계량화기술 개발 과제에서 수행한 일부 연구결과다. 본 연구를 수행하는데 필요한 재정 지원에 대하여 과학기술부에 깊은 감사를 드린다.

book of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, pp. 887-888, Dover Pub. Inc., New York (1965).

참고문헌

- [1] R. D. Evans and R. O. Evans, "Studies of self-absorption in gamma-ray sources," *Rev. Mod. Phys.* **20**(1), 305-326 (1948).
- [2] W. R. Dixon, "Self-absorption corrections for large gamma-ray sources," *Nucleonics* **8**(4), 68-72 (1951).
- [3] J. P. Francois, "On the calculation of the self-absorption in spherical radioactive sources," *Nucl. Instr. and Meth.* **117**, 153-156 (1974).
- [4] Jack L. Parker, "Attenuation correction procedures", in *Passive Nondestructive Assay of Nuclear Materials*, Doug Reilly, Norbert Ensslin and Hastings Smith, Jr., eds., pp. 159-194, USNRC, LA-UR-90-732 (1991).
- [5] Briesmeister, J. F., *MCNP-4B Monte Carlo N-Particle Transport Code System*, CCC-200 (1993).
- [6] William J. Price, *Nuclear Radiation Detection*, 2nd. ed., p.130, McGraw-Hill Book Co., New York (1964).
- [7] 홍권표, 신희성, 이상윤 및 노성기, "0.412 MeV 감마선에 대한 원주형 NaI(Tl) 섬광체의 총절대검출효율계산," *대한방사선방어학회지* **27**(4), 199-205 (2002).
- [8] X-ray Mass Attenuation Coefficients, <http://physics.nist.gov/hysRefData/XrayMassCoef/ElemTab/z79,13.html> accessed on 2 Feb. 2002.
- [9] Atomic weight and density, <http://dental.senzoku.showa-u.ac.jp/dent/radiol/Pro.../Atomic-weight.html> accessed on 25 Feb. 2002.
- [10] M. Abramowitz and I. A. Stegun (ed.), *Hand*