

# 우수한 수렴특성을 갖는 3차원 열흐름 방정식의 이산화 방법

## A discretization method of the three dimensional heat flow equation with excellent convergence characteristics

李恩九,尹顯民,金鐵城

(Eun Gu Lee , Hyun Min Yun and Cheol Seong Kim)

### 요 약

정상상태에서 소자 내부의 격자온도 분포를 해석할 수 있는 시뮬레이터를 개발하였다. Slotboom 변수를 사용하여 열흐름 방정식을 이산화하였고, 요소내에서 열전도율의 적분값을 해석적으로 구할 수 있는 방법을 제안하였다. 제안된 방법의 타당성을 검증하기 위해 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드와 BJT에 대해 모의실험을 수행하였고 DAVINCI와 MEDICI의 결과와 비교하였다. N<sup>+</sup>P 접합 다이오드에서 순방향 인가전압이 1.4[V]일 때 격자 온도분포는 DAVINCI의 결과와 2%의 상대오차를 보였으며 BJT에서 컬렉터 전압이 5.0[V]이고 베이스 전압이 0.5[V]일 때 격자 온도분포는 MEDICI의 결과와 3%의 상대오차를 보였다. BANDIS에서 제안된 열전도율의 적분방법을 사용하는 경우 수렴을 위해 평균 3.45회의 행렬 연산이 필요하나 DAVINCI에서는 평균 5.1회의 행렬 연산이 필요하였고 MEDICI는 평균 4.3회 행렬연산이 필요하였다.

### Abstract

The simulator for the analysis of the lattice temperature under the steady-state condition is developed. The heat flow equation using the Slotboom variables is discretized and the integration method of the thermal conductivity without using the numerical analysis method is presented. The simulations are executed on the N<sup>+</sup>P junction diode and BJT to verify the proposed method. The average relative error of the lattice temperature of N<sup>+</sup>P diode compared with DAVINCI is 2% when 1.4[V] forward bias is applied and the average relative error of the lattice temperature of BJT compared with MEDICI is 3% when 5.0[V] is applied to the collector contact and 0.5[V] is applied to the base contact. BANDIS using the proposed method of integration of thermal conductivity needs 3.45 times of matrix solution to solve one bias step and DAVINCI needs 5.1 times of matrix solution MEDICI needs 4.3 times of matrix solution.

*Keyword : lattice, heat, temperature, FEM, BANDIS*

### I. 서 론

최근 전력용 반도체 칩이 집적화 및 소형화되는 추

세이고 고속동작을 하기 위해 급격한 성능향상을 추구 하면서 실리콘 내부에서 발생되는 열에 의한 오동작이 보고되고 있다. 또한 정전기(electrostatic discharge: ESD)가 반도체 칩의 내부에 유입되는 경우에 수 [A]에 이르는 대 전류가 유기되고[1-2], Latch-up이 발생하는

仁荷大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Engineering, Inha Univ.)

接受日:2002年 7月30日, 修正完了日:2002年11月29日

경우 실리콘 내부에 수백 [mA]의 대 전류가 유입되어 칩이 파괴되므로[3] 반도체 칩이 정상적으로 동작되기 위해서는 칩 내부에 이들에 대한 보호회로가 설계되어야 한다. 그러나 보호회로에 사용되는 소자에 수백 [mW] 이상의 전력이 소모되면 소자가 파괴되므로 이러한 문제점을 해결하기 위하여 설계시 heat sink를 고려하여야 하며[4], 소자가 손상되기 이전의 최대 동작 온도를 정확히 계산 할 필요가 있다.

일반적으로 반도체 소자가 동작 할 수 있는 최대 온도는 125℃ ~150℃ 이고, 정상적인 동작을 기대할 수 있는 온도는 0℃ ~70℃ 범위로 알려져 있다[4]. 그러나 ESD, Latch-up, 또는 회로 구조상의 원인으로 인해 소자의 특정한 위치에 전류가 밀집되는 현상이 발생하면 온도가 급상승하여 소자가 파괴된다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여 반도체 업체와 대학 연구기관에서 체계적인 연구가 진행되고 있으나 전적으로 실험에 의존하는 경우 개발기간과 개발비용이 현저히 증가하므로 현재에는 모의실험을 병행하여 공정개발이 이루어지는 추세이다. 그러나 격자온도를 고려하여 모의실험을 수행할 경우 행렬의 크기가 증가하고 해의 수렴특성이 악화되어 온도를 고려하지 않은 경우에 비해 모의실험 시간이 급격히 증가하는 단점이 있다.

격자 온도분포의 해석이 가능한 기존의 소자 시뮬레이터로는 MEDICI[5], ATLAS[6], DAVINCI[7]등이 있다. 그러나 MEDICI의 경우 Box적분법을 근간으로 열 흐름방정식을 이산화하므로 온도의 변화가 심한 영역에서는 오차가 증가하여 높은 온도에서도 모의실험이 가능하도록 위해서는 Newton Damping 방법이 필요하다. 또한 DAVINCI를 이용하여 전력 소자에 대해 3차원 모의 실험을 수행하는 경우 구조 자체적으로 수렴특성이 악화되는 문제와 절점수가 급격히 증가하여 모의실험 시간이 증가하는 문제[8]가 발생한다. 이러한 문제를 해결하기 위해 행렬을 조립단계에서 유한 차분법을 이용하여 이산화를 수행하나 모의 실험 시간이 단축되는 반면 결과에 대한 정확도가 저하되는 단점이 있다.

또한 반도체 소자 내부의 격자온도를 해석적으로 계산하기 위해 그린함수를 사용한 연구[9]가 진행되나

다양한 구조와 경계조건을 갖는 반도체 소자에 적용할 수 없으며 소자의 내부 전위로부터 열 발생함수를 구하기 위해 소자 모의실험 결과가 필요하므로 제한적으로 사용된다.

본 논문에서는 기존에 사용되는 소자 시뮬레이터에 비해 수렴특성을 향상시킬 수 있는 열 흐름 방정식의 이산화 방법을 제안한다. 격자 온도를 요소내에서 선형적으로 변화한다고 가정하여 해의 정확도를 높였으며 열 전도율의 적분을 해석적으로 수행함으로써 수렴특성을 향상시켰다. 제안된 방법은 자체 개발된 2차원 및 3차원 소자 시뮬레이터인 BANDIS[8]에 구현되었고, 제안된 방법의 타당성을 검증하기 위하여 정상상태에서 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드와 BJT에 대해 모의실험을 수행한 후 DAVINCI와 MEDICI의 결과와 비교한다.

본 논문의 II장에는 열 흐름 방정식의 이산화 방법과 열전도율의 적분방법을 설명하고 III장에서는 모의실험에 사용되는 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드와 BJT 시료를 제작하여 DAVINCI와 MEDICI 모의실험 결과를 비교한다.

## II. 격자 온도분포를 고려한 반도체 방정식의 이산화

반도체 방정식은 포아송 방정식과 전자 및 정공 연속 방정식[10]으로 구성되며 반도체 소자 내부의 격자 온도분포를 해석하기 위해서는 열흐름 방정식이 필요하다. 식 (1)은 열흐름 방정식이다.

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial t} = H + \nabla(\lambda\nabla T) \quad (1)$$

표 1은 식 (1)에 사용된 변수와 상수를 정의한다.

표 1. 반도체 방정식에 사용된 변수 및 상수  
Table 1. Variables and constants used in the semiconductor equations.

상수 및 변수	의미
c	물체의 비열 (J/g-K)
ρ	물질의 질량 밀도 (g/cm <sup>3</sup> )
λ	물질의 열 전도율 (W/cm-K)
T	T <sub>0</sub> 로 정규화된 격자온도
H	열 생성률

식 (1)은 Slotboom 변수법을 근간으로 이산화가 수행되며 식 (2)와 식(3)의 보조방정식을 필요로 한다. 식 (2)는 식 (1)의 열생성항으로 반송자가 전송되는 도중에 전계로부터 얻은 에너지가 격자에 전달되면서 발생되며 전류와 전계의 곱에 비례한다.

$$\mathbf{H} = \overline{\mathbf{J}_n} \cdot \overline{\mathbf{E}_n} + \overline{\mathbf{J}_p} \cdot \overline{\mathbf{E}_p} \quad (2)$$

식 (3)은 격자온도를 고려한 전류밀도 방정식이다.

$$\overline{\mathbf{J}_n} = qn\mu_n\overline{\mathbf{E}_n} + kT_0\mu_n(\mathbf{T}\nabla n + n\nabla\mathbf{T}) \quad (3a)$$

$$\overline{\mathbf{J}_p} = qp\mu_p\overline{\mathbf{E}_p} - kT_0\mu_p(\mathbf{T}\nabla p + p\nabla\mathbf{T}) \quad (3b)$$

전자 및 정공 전계는 각각 전도대 하단과 가전자대 상단의 공간적 기울기이다. 그러나 전극에서는 전자 및 정공이 전극 단자를 경유하여 실리콘 외부로 유출되므로 컨덕션 밴드에서 전자 페르미 준위로의 전자의 천이와 베일런스 밴드에서 정공 페르미 준위로의 정공의 천이를 고려하여 전계를 유도해야 한다.

## 2.1 정상상태에서 열흐름 방정식의 이산화

시뮬레이션 구조를 지배하는 열흐름 방정식의 해  $T$ 는 유한개의 선형독립인 절점 격자온도  $T_i(i=1, 2, \dots, N)$ 와 대응하는 미지계수의 곱으로 표현될 수 있다. 컴퓨터를 이용하여 해를 구하는 경우에는 사용 가능한 주 메모리의 제한으로 인하여 절점 수  $N$ 을 제한시키므로 열흐름 방정식은 오차를 수반한다. 오차를 수반하는 열흐름 방정식을  $R_T$ 로 정의하면 식 (1)은 식 (4)로 표현된다[11].

$$\mathbf{R}_T = \mathbf{H} + \nabla(\lambda\nabla T) \quad (4)$$

온도  $T$ 가 유한개의 절점온도의 선형조합으로 표현되는 경우에 각 절점에서 이웃한 절점의 영향으로 인하여 발생하는 오차를 소멸시키기 위해 직교가중(orthogonal weighting) 함수  $W$ 를 곱한 후 적분한다. Galerkin 방법에서는 자기 절점에서 1의 값을 가

지며 그 외의 절점에서 0의 값을 갖는 직교 가중함수  $W$ 를 도입하여 오차를 최소화시킬 수 있으므로 열흐름 방정식의 적분형을  $F_T$ 이라 정의하면 식 (5)가 구해진다[12].

$$\begin{aligned} F_T &= \int_{\Omega} R_T W d\Omega \\ &= \int_{\Omega} H W d\Omega + \int_{\Omega} \nabla(\lambda\nabla T) W d\Omega \end{aligned} \quad (5)$$

$T$ 가 요소 내에서 선형적으로 변화한다고 가정하는 경우에는 우변의 둘째 항은 '0'이 되어 계산할 수 없으므로, weak formulation으로 수식을 변형할 필요가 있다[13]. Weak formulation 형태의 방정식을 얻기 위해 식 (5)의 부분적분을 수행하면 식 (6)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} F_T &= \int_{\Omega} H W d\Omega + \oint_{\Gamma} \lambda\nabla T \cdot W d\Gamma \\ &\quad - \int_{\Omega} \lambda\nabla T \cdot \nabla W d\Omega \end{aligned} \quad (6)$$

소자를 구성하는 절점 수가  $N$ 개일 때, Galerkin 방법에 사용되는 직교 가중함수  $W$ 는 오차의 최소화를 위해  $N$ 개의 선형함수로 표현된다. 또한 전체 해석영역  $\Omega$ 를 부분 해석영역인  $\Omega_s$ 로 나누어 해석할 때, 요소내의 온도  $T$ 는 식 (7)으로 표현할 수 있다.

$$T = \sum_{j=1}^{N_E} \psi_j(\Omega) T_j = \sum_{k=1}^{N_E} \sum_{i=1}^{N_{3D}} \psi_i^k(\Omega) T_j^k \quad (7)$$

식 (7)에서 요소단위로 정의되는  $\psi_j^k(\Omega)$ 는 요소의 형상함수이고  $N_E$ 는 해석영역을 구성하는 총 요소 수이다.  $N_{3D}$ 는 요소를 구성하는 절점 수이며 삼각형인 경우에 3, 사면체인 경우에는 4가 된다.

식 (7)을 절점에 기초한 식 (6)에 대입하면 요소에 기초한 식 (8)이 구해진다.

$$\begin{aligned} F_T &= \int_{\Omega} H \left( \sum_{n=1}^{N_E} \sum_{i=1}^{N_{3D}} \psi_i^n W_i^n \right) d\Omega \\ &\quad + \oint_{\Gamma} \lambda\nabla \left( \sum_{k=1}^{N_E} \sum_{i=1}^{N_{3D}} \psi_i^k T_j^k \right) \cdot \left( \sum_{n=1}^{N_E} \sum_{i=1}^{N_{3D}} \psi_i^n W_i^n \right) d\Gamma \quad (8) \\ &\quad - \int_{\Omega} \lambda\nabla \left( \sum_{k=1}^{N_E} \sum_{i=1}^{N_{3D}} \psi_i^k T_j^k \right) \cdot \nabla \left( \sum_{n=1}^{N_E} \sum_{i=1}^{N_{3D}} \psi_i^n W_i^n \right) d\Omega \end{aligned}$$

형상함수  $\psi_i^k(\Omega)$ 는 자기 요소  $k$ 에서만 값을 갖고 나머지 요소에서는 0이 되므로, 식 (8)에서  $h$ 와  $k$ 가 일치하지 않는 경우에  $\psi^h \cdot \psi^k$ 항은 0이고  $h$ 와  $k$ 가 일치하는  $\psi^k \cdot \psi^k$ 항만 값을 갖는다. 또한 형상함수  $\psi_i^k(\Omega)$ 는  $k$  요소의  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N_{3D}$ ) 절점에서 1이며 그 이외의 절점에서 0이므로[10], 식 (8)은 식 (9)로 표현할 수 있다.

$$F_{T_1} = \sum_{k=1}^{N_k} \left\{ \int_{\Omega} H \psi_i^k d\Omega + \oint_r \lambda \nabla \left( \sum_{i=1}^{N_{3D}} \psi_i^k T_i^k \right) \cdot \psi_i^k d\Gamma - \int_{\Omega} \lambda \nabla \left( \sum_{i=1}^{N_{3D}} \psi_i^k T_i^k \right) \cdot \nabla \psi_i^k d\Omega \right\} \quad (9)$$

직각좌표를 전역좌표로 사용하는 경우에 삼각형 요소 혹은 사면체 요소에 대한 적분구간의 규칙성이 없으므로 열생성항을 해석적으로 구할 수 없다. 본 연구에서는 적분구간의 설정이 용이하도록 Galerkin 방법으로 구해진 전역행렬을 국부행렬로 변환하여 해석적으로 해를 구한다. 전역좌표로 표현된 삼각형 혹은 사면체는 좌표변환을 통해 정규화시킨 삼각형 혹은 사면체로 변환될 수 있다[14]. 전역좌표로 표현된 식 (9)를 국부좌표의 형상함수인  $N_i(\Omega)$ 를 이용하여 변환하면 적분형태의 열흐름 방정식 식 (10)이 구해진다.

$$F_{T_1} = \sum_{k=1}^{N_k} \left\{ \int_{\Omega} H N_i d\Omega + \oint_r \lambda \nabla \left( \sum_{i=1}^{N_{3D}} N_i T_i^k \right) \cdot N_i d\Gamma - \int_{\Omega} \lambda \nabla \left( \sum_{i=1}^{N_{3D}} N_i T_i^k \right) \cdot \nabla N_i d\Omega \right\} \quad (10)$$

여기서  $|J|$ 는 좌표변환으로 나타나는 요소의 Jacobian이다.

식 (10)은 시뮬레이션 구조를 유한개의 경계  $\Gamma_s$ 와 영역  $\Omega_s$ 로 분리시킨 형태이며 각각의 요소  $k$ 에 대해 국부행렬을 조립하여 전역행렬을 형성할 수 있으므로 식 (6)에 비해 시뮬레이터 제작이 용이해진다.

## 2.2 열전도율의 적분방법

일반적으로 상업용 프로그램은 유한 차분법으로 이

산화를 수행하며, 열흐름 방정식의 수렴특성에 많은 영향을 주는 격자온도의 공간적 미분항은 박스 적분법(BIM)과 FEM-QSG법[15]으로 근사시킨다. BIM은 이산화된 구조의 형상에만 적용할 수 있으므로 해가 급격하게 변화하는 열전극 근처에서 수렴특성이 매우 불량하고 적분된 값도 큰 오차를 갖는다. 그리고 2차원 삼각형 구조에 적용된 FEM-QSG법을 3차원 사면체 구조에 적용하는 경우에는 열 전도율을 적분하는데 필요한 Gaussian sampling점의 수가 급격하게 증가하므로 계산시간의 측면에서 볼 때 비효율적이다.

본 논문에서는 열흐름 방정식에 포함되어 있는 열 전도율을 해석적으로 적분하는 방법을 제안한다. 이 방법은 2차원 삼각형 구조 및 3차원 사면체 구조에 적용이 가능하며 본 논문에서는 3차원 사면체에 대한 적분방법만 기술한다. 식 (11)은 전역좌표에서 3차원 사면체에 대한 열 전도율의 적분식이다.

$$\int_{\Omega_s} \lambda(T) d\Omega_s = \int_{\Omega_s} \frac{1}{a + bT + cT^2} d\Omega_s \quad (11)$$

여기서  $a=0.03$ ,  $b=1.56 \times 10^{-3}$ ,  $c=1.65 \times 10^{-6}$ 이다.[7]

식 (11)로는 적분이 불가능하므로 식 (12)와 같이 수식을 변환한다.

$$\lambda(T) = \frac{1}{c \left( T + \frac{b}{2c} + \sqrt{\frac{b^2}{4c^2} - \frac{a}{c}} \right) \left( T + \frac{b}{2c} - \sqrt{\frac{b^2}{4c^2} - \frac{a}{c}} \right)} \quad (12)$$

식 (12)에서  $\frac{b}{2c} = A$ ,  $\frac{b^2}{4c^2} - \frac{a}{c} = B^2$ 으로 치환하고 상수를  $A - B = X$ ,  $A + B = Y$ 로 정의한 후 정리하면 식 (13)이 된다.

$$\lambda(T) = \frac{1}{2cB} \left\{ \frac{1}{T+X} - \frac{1}{T+Y} \right\} \quad (13)$$

따라서 국부좌표로 표현된 격자온도  $T$ 에 대해 적분을 수행하면 해석적으로 해를 구할 수 있다.

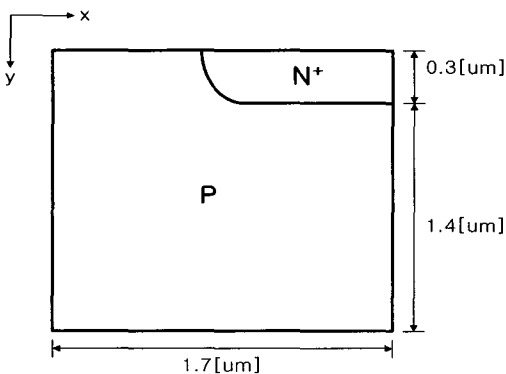
## III. 결과 및 고찰

제안된 알고리즘은 자체 개발된 소자 시뮬레이터인

BANDIS에 구현되었고 제안된 방법의 타당성을 검증하기 위해 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드와 BJT에 대해 모의실험을 수행하여 DAVINCI 및 MEDICI의 결과와 비교하였다. BANDIS의 모의실험은 Windows NT4.0을 운영체제로 갖는 433 [MHz] DEC Alpha Workstation에서 수행되었고, DAVINCI 및 MEDICI는 HP Unix를 운영체제로 갖는 HP 9000/715 Workstation에서 수행되었다.

1. N<sup>+</sup>P 접합 다이오드 모의실험

모의실험에 사용된 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드는 상용 공정시물레이터인 TSUPREM-4를 사용하여 제작하여 z 방향으로 1.0[ $\mu$ m] 확장하였다[10]. N<sup>+</sup>P 접합 다이오드는 1.0[ $\mu$ m]의 설계규칙을 갖는 ASIC용 공정으로서  $3.0 \times 10^{15} [cm^{-3}]$  농도의 보론(B) 기판 위에 110KeV의 에너지로  $8.0 \times 10^{12} [cm^{-2}]$  농도의 보론을 이온주입하고, 1100 $^{\circ}$ C에서 열처리하여 P-well을 생성시켰다. 다음 단계로 78KeV의 에너지로  $6.3 \times 10^{15} [cm^{-2}]$  농도의 비소(As)를 이온 주입하고, 940 $^{\circ}$ C에서 열처리하여 주입된 이온을 확산시켜 N+영역을 형성하였다. 제작된 다이오드는 표면에서 0.3[ $\mu$ m] 깊이에서 금속학적 접합이 이루어졌고 N<sup>+</sup>P 접합다이오드 구조는 그림 1과 같다.



질점수 : 6334    요소수 : 18237

그림 1. N<sup>+</sup>P 접합 다이오드의 구조.

Fig. 1. The structure of N<sup>+</sup>P junction diode.

격자 온도분포를 고려하여 모의실험하기 위해 저전

계 하의 이동도 모델과 밴드 갭 협폭 효과를 고려하였으나 생성-재결합율은 고려하지 않았다. 깊이방향으로 1.7[ $\mu$ m]인 다이오드의 바닥 영역에 온도 전극을 두어 300K를 유지하고 온도 전극 경계를 제외 한 나머지 경계에서는 Neumann 경계조건이 성립한다고 가정한다.

그림 2는 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드에서 격자온도를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 전류-전압 특성이다. BANDIS의 전류는 격자온도를 고려하지 않은 경우에 비해 13.0% 증가하였고 DAVINCI의 전류는 4.32% 증가하였다. 낮은 바이어스에서 BANDIS는 DAVINCI의 결과와 비교하여 4%이내의 오차를 보이고 있으나, 1.0[V]이상 높은 순바이어스가 인가된 영역에서 BANDIS는 전류가 지수함수적으로 급격하게 상승하는 반면 DAVINCI는 선형으로 상승하는 특성을 보인다. 부록 A에서 제시한 결과와 같이 전류 밀도 함수를 이산화 하기위해 DAVINCI는 Scharfetter-Gummel 방법을 사용하나 BANDIS는 Slotboom 변수법을 근간으로 이산화하기 때문에 높은 바이어스 조건에서 상이한 결과를 보인다. 그러나 전자 및 정공의 연속 방정식의 이산화에 사용되는 Scharfetter-Gummel 알고리즘은 수렴특성을 개선시키는 반면에 해의 정확도를 감소시키는 단점[7]이 있으며 BANDIS의 결과는 지수함수관계를 갖는 이상적인 다이오드 방정식[16]의 전위와 전류의 관계와 일치하므로 DAVINCI에 비해 참값에 근사함을 유추할 수 있다.

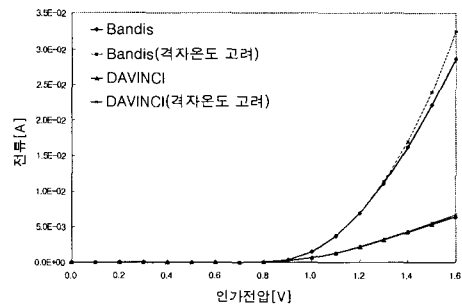


그림 2. 인가전위에 따른 단자전류

Fig. 2. Current versus applied voltage

그림 3은 격자온도를 고려하지 않은 경우 부록 B의

식 (B1)을 이용하여 구해진 인가전압에 따른 전도율이다. 인가전위가 1.0[V] 이상의 영역에서 BANDIS의 전도율은 급격히 상승하나 DAVINCI는 일정한 값으로 수렴한다.

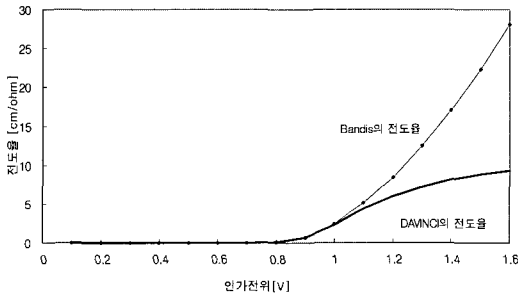


그림 3. 인가전위에 따른 전도율  
Fig. 3. Conductivity versus applied voltage

그림 4는 열흐름 방정식을 고려하여 모의실험 한 결과이다. 부록 B의 식 (B4)에서 격자온도는 인가전위의 곱에 비례하므로 인가전위가 1.0[V]이상인 영역에서 BANDIS의 격자온도는 인가전위에 곱으로 상승하는 반면 DAVINCI는 선형으로 상승한다.

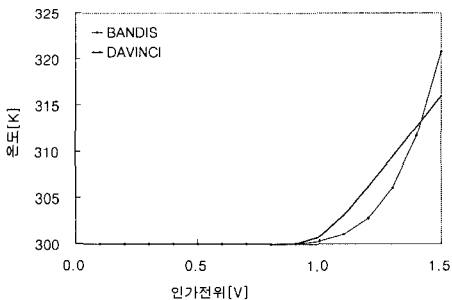


그림 4. 인가전위에 따른 격자온도  
Fig. 4. The lattice temperature versus applied voltage

그림 5는 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드 내부의 온도 분포를 나타낸다. 인가전압이 1.4[V]일 때 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드의 P영역의 온도분포를 DAVINCI와 비교한 결과 2.0%의 상대오차를 보인다. 다이오드의 내부 온도는 흐르는 전류와 인가전위의 곱에 비례하므로 인가전위에 대한 전도율과 내부 온도의 관계를 나타내는 그림 3과 그림 5의 결과는 인가전위에 대한 전류의 크기를 나타내는 그림 2의 결과와 일치한다.

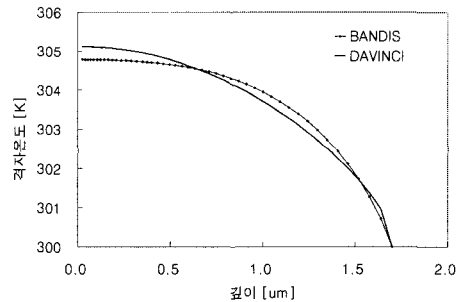


그림 5. 다이오드 내부의 온도 분포.  
Fig. 5. Temperature profile of the diode.

그림 6은 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드의 P형 전극에 0[V]에서 1.5[V]까지 순방향 바이어스를 인가한 조건에서 BANDIS와 DAVINCI의 수렴특성을 비교한다. BANDIS에서 제안된 방법을 사용하여 열 전도율을 적분한 경우 평균 3.7회의 행렬연산이 필요한 반면, DAVINCI는 5.1회의 평균 수렴회수를 필요로 하며 열 전도율의 평균치를 이용한 BANDIS는 301[K]이상 격자온도가 증가할수록 수렴특성이 악화되는 결과를 보이므로 제안된 열 전도율의 적분방법을 사용하면 소자 모의실험의 수렴특성이 향상됨을 확인하였다.

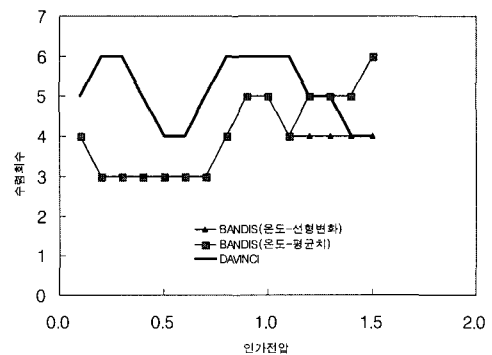


그림 6. 다이오드의 수렴특성.  
Fig. 6. Convergence characteristics of the diode.

## 2. BJT 모의실험

P형 기판 위에 안티몬(Sb) 이온을 주입하고 1000℃에서 30분간 확산과정을 거쳐 매립층을 형성한 후에 컬렉터 영역으로 사용되는 에피택셜층을 1050℃에서 420분 동안 6.5[μm]를 성장시켰다.

베이스 영역은 도즈량  $2 \times 10^{14}$  [ $\text{cm}^{-2}$ ], 이온주입 에너지 120keV로  $\text{BF}_2$ 를 이온주입하고 에미터 영역은 도즈량  $2 \times 10^{14}$  [ $\text{cm}^{-2}$ ], 에너지 120keV로 인(P)을 이온 주입한 후에 1000℃에서 120분 동안 열처리를 진행하여 에미터 접합 깊이 0.89[ $\mu\text{m}$ ], 베이스 접합 깊이 1.5[ $\mu\text{m}$ ]를 얻었다. 실험에 사용된 BJT의 구조와 농도 프로파일은 각각 그림 7과 그림 8이다. 소자의 모의실험에 사용되는 2차원 BJT의 불순물 농도는 상용 2차원 공정 시뮬레이터인 TSUPREM-4를 사용하였다.

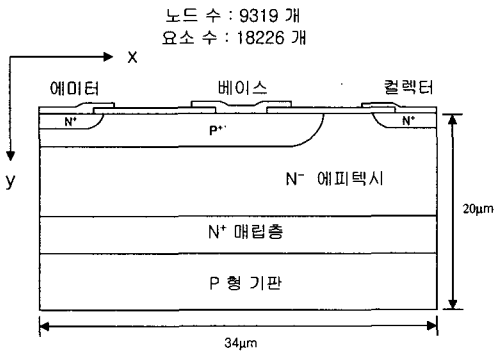


그림 7. BJT 소자의 구조  
Fig. 7. The structure of BJT

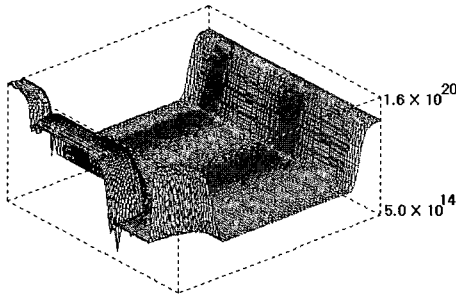


그림 8. BJT의 조감도  
Fig. 8. The Bird's view of BJT

그림 9는 컬렉터-에미터 전압이 5.0[V]이고 베이스-에미터 전압이 0.5 [V] 일 때 전위 분포와 전자 및 정공 의사 페르미 준위를 MEDICI와 비교한 결과이다. 상대오차는 에미터와 베이스의 접합이 이루어지는 부근에서 각각 최대 2.84%, 1.93%, 2.08%로 나타났으며, 전하 중성 영역에서는 MEDICI의 결과와 일치한다.

접합부에서 발생하는 오차는 포아송 방정식의 전하적분 방법의 차이에서 나타난 결과로 추정되고, 전하 중성 영역에서는 각 요소내의 반송자 농도가 균일하므로 MEDICI의 결과와 일치한다.

그림 10은 컬렉터-에미터 전압이 5.0[V]일 때 베이스-에미터간 전위가 0 [V]에서 0.9 [V]까지의 컬렉터 전압과 전류 관계를 BANDIS와 MEDICI의 결과와 비교하여 나타내었다. 베이스-에미터간에 인가된 바이어스가 낮은 상태에서는 비교적 큰 오차를 보이는 반면 높은 바이어스 영역에서는 6% 이내의 상대오차를 보였다.

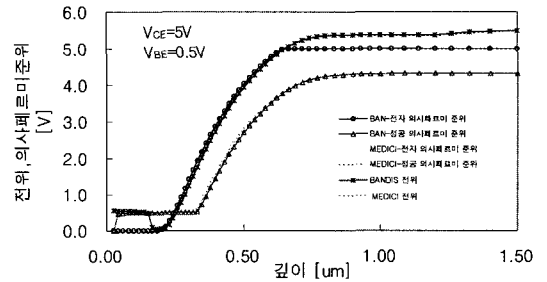


그림 9. 전위분포 및 의사페르미 준위.  
Fig. 9. Potential profile and quasi-fermi level.

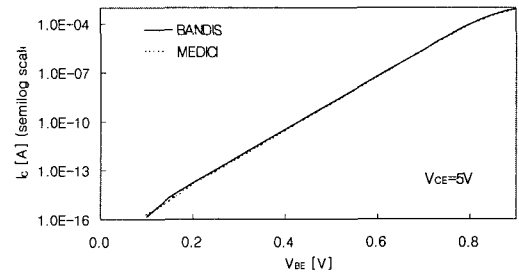


그림 10. BJT의 전류-전압 특성.  
Fig. 10. The I-V characteristics of the BJT.

그림 11은 에미터 콘택 하단에서 소자 내부 온도 분포이다. BJT의 온도 분포를 해석하기 위하여 P형 기판을 300[K]를 갖는 온도 전극으로 가정하였고, 온도 전극을 제외한 나머지 경계 영역에서는 Neumann 경계조건 ( $\nabla T = 0$ )이 성립한다고 가정하였다. 그림 11은 금속학적 접합에서 최대 격자 온도를 보이며, 흐르는 전류가 베이스와 컬렉터에 비해 에미터에서 높

기 때문에 에미터 컨택 하단에서 가장 높은 내부 온도를 보임을 확인하였다.

각 영역에서 BANDIS와 MEDICI의 온도 분포 결과에 대한 3% 이하의 상대오차를 보인다. 오차의 원인은 전자 및 정공 전류밀도 방정식을 이산화하기 위해 MEDICI는 Scharfetter-Gummel 알고리즘을 이용하는 반면 BANDIS에서는 가중 잔차법을 근간으로하는 FEM을 사용하기 때문이다.

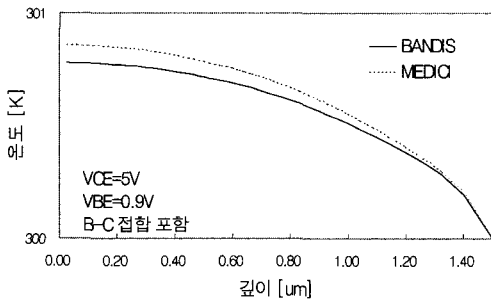


그림 11. 에미터 컨택 하단의 온도 분포  
Fig. 11. Temperature profile under the contact of emitter

그림 12는 BJT의 컬렉터 전압이 5[V]이고 에미터-베이스 전압이 0[V]에서 0.8[V]까지 변할 때 각 바이어스 당 행렬 연산 회수를 나타낸다. BANDIS의 평균 3.2회의 행렬연산이 필요하고 MEDICI의 4.3회의 평균 수렴회수를 보이므로 BANDIS의 수렴특성이 MEDICI에 비해 우수하다.

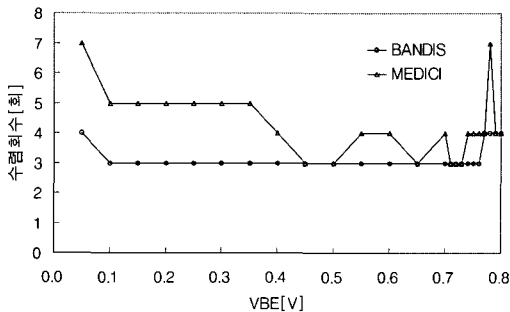


그림 12. BJT의 수렴특성  
Fig. 12. Convergence characteristics of the BJT

#### IV. 결론

정상상태에서 소자의 내부 격자온도 분포를 해석할 수 있는 소자 시뮬레이터를 개발하였다. 열흐름 방정식의 이산화 방법을 제안하였고 수렴특성을 향상시키기 위한 전도율의 정교한 적분방법을 제안하였다.

제작된 시뮬레이터의 정확성을 검증하기 위하여 N<sup>+</sup>P 접합 다이오드와 BJT에 대해 모의실험을 수행하였고 소자의 전압-전류 특성과 소자 내부의 온도 분포를 DAVINCI와 MEDICI의 결과와 비교하였다.

N<sup>+</sup>P 접합 다이오드의 전압-전류 특성은 인가전압이 1.0[V] 이하 영역에서 4.0% 이내의 상대오차를 보였으나 1.0[V] 이상 영역에서는 전류연속방정식의 이산화 차이에 의해 BANDIS는 DAVINCI에 비해 많은 전류가 흐르는 결과를 보였다. 온도 분포는 인가전압이 1.4[V]일 때 2% 이내의 상대오차를 보였다.

N<sup>+</sup>P 접합 다이오드의 모의실험에서 BANDIS는 수렴을 위해 평균 3.7회의 행렬 연산이 필요하였으나 DAVINCI는 평균 5.1회의 행렬 연산이 필요하였다. 또한 BANDIS에서 열전도율의 평균치를 이용할 경우 격자온도가 상승함에 따라 수렴특성이 악화되므로 본 논문에서 제시된 방법을 사용할 경우 수렴특성이 향상됨을 확인하였다.

BJT의 컬렉터에 5.0[V]를 인가하고 베이스에 0.5[V]를 인가한 조건에서 소자의 내부 전위를 MEDICI와 비교한 결과 최대 2.84%의 상대오차를 보이고 있으며 컬렉터에 5.0[V]를 인가하고 베이스에 0.9[V]를 인가한 조건에서 소자의 내부 온도는 3%이하의 상대오차를 보인다. 또한 베이스 전압을 0.0[V]에서 0.9[V]까지 변화할 경우 MEDICI는 4.3회의 평균 행렬연산회수가 필요한 반면 BANDIS는 평균 3.2회의 행렬연산이 필요하므로 본 논문에서 제시된 방법을 사용할 경우 수렴특성이 향상됨을 확인하였다.

#### V. 부록 A

BANDIS는 Slotboom 변수를 근간으로한 FEM을 사용하여 전류 연속방정식을 이산화한 반면 MEDICI와 DAVINCI는 Scharfetter-Gummel 알고리즘을 이용하여 이산화를 수행한다. 식 (A1)은 BANDIS에서 전류



밀도 방정식이다.

$$\bar{J}_n = qV_t\mu_n \frac{V_j - V_i}{d} e^{u_i + (u_i - u_j)x} \bar{a}_x \quad (A1)$$

여기서  $V_t$ 는 열전위이고  $V_j$ 와  $d$ 는 각각  $j$  절점에서 전자에 대한 Slotboom 변수와 절점  $i$  와 절점  $j$  사이의 거리이다.

식 (A1)에서 전류의 방향을 결정하기 위해 해석영역을  $x$ 방향의 1차원 구조를 갖는 다이오드로 한정한다. 또한 절점  $j$ 는  $p$ 형 반도체로 정의하고 절점  $i$ 는  $n$ 형 반도체로 정의한다.

식 (A2)는 BANDIS의 전류연속방정식에 대해 이산화할 수 행한 결과이다.

$$\int_{\Omega} \bar{J}_n \cdot \nabla W d\Omega = qV_t\mu_n \frac{V_j - V_i}{d} e^{u_i} \left( \frac{e^{u_j - u_i} - 1}{u_j - u_i} \right) \quad (A2)$$

여기서  $W$ 는 형상함수이고  $\nabla W = \bar{a}_x$ 이다.

식 (A3)은 Scharfetter-Gummel 알고리즘을 이용한 전류밀도 방정식이다.

$$\bar{J}_n = qV_t\mu_n \frac{u_i - u_j}{d} \left( \frac{v_j - v_i}{e^{-u_j} - e^{-u_i}} \right) \bar{a}_x \quad (A3)$$

식 (A4)는 DAVINCI의 전류연속방정식에 대해 이산화할 수 행한 결과이다.

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \bar{J}_n d\Omega = qV_t\mu_n \frac{V_j - V_i}{d} e^{u_i} \left( \frac{u_j - u_i}{1 - e^{u_i - u_j}} \right) \quad (A4)$$

식 (A2)와 식 (A4)에서 절점  $i$  보다 절점  $j$ 에 높은 바이어스가 인가되면 BANDIS의 전류는 인가전위에 대해 지수 함수적으로 증가한 반면 DAVINCI는 선형으로 증가한다. 절점  $j$  보다 절점  $i$ 에 높은 바이어스가 인가되면 식 (A2)에서 지수항이 0보다 작기 때문에 무시할 수 있으므로 전류는 인가된 전위에 대해 분모관계를 보인다. 반면 DAVINCI는 식 (A4)에서 분모가 지수 함수적으로 증가하므로 전류는 급속히 감소한다.

## 부록 B

인가전압이 1.0[V]이상인 영역에서 다이오드를 전도율이 큰 저항으로 가정한다.

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} \quad (B1)$$

여기서  $\sigma$ 는 전도율이다.

$x$ 축 방향으로 1차원 구조를 갖는 다이오드 시료를 가정하여 식 (B1)을 정상상태의 열흐름 방정식에 대입하면 시간에 관한 온도의 변화율을 무시할 수 있으므로 식(1)의 좌변항은 0 이 되고 식(B1)으로부터 식 (B2)를 유도할 수 있다.

$$0 = \sigma |\bar{E}|^2 + \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} \quad (B2)$$

여기서  $\lambda$ 는 격자온도가 낮은 범위에서 상수로 가정한다.

전계는 인가전압에 대한 공간적인 미분이므로 식 (B2)는 식 (B3)으로 변환되고 식 (B3)을 정리하면 식 (B4)를 얻는다.

$$0 = \sigma \left( \frac{\Delta V}{\Delta x} \right)^2 + \lambda \frac{\Delta T}{(\Delta x)^2} \quad (B3)$$

$$0 = \sigma (V_{\text{Apply}} - V_0)^2 + \lambda (T_{\text{peak}} - T_0) \quad (B4)$$

여기서  $V_{\text{Apply}}$ 는 인가전압이고  $V_0$ 는  $T_0$  지점에서 전위이다. 또한  $T_{\text{peak}}$ 는 최고 격자온도이다.

식 (B4)에서 인가전압이 1.0[V]이상 영역에서 전도율과 열전도율을 일정한 값으로 가정하면 격자온도는 인가전압의 제곱에 비례한다.

## 참고문헌

- [1] Loews Anatole, 1992 *EOS/ESD Tutorial*, EOS/ESD Association Inc., Dallas, Texas, 1992.
- [2] R.G.Renninger, "Mechanisms of Charged-Device Model Electrostatic Discharges", EOS/ESD Association Inc., pp.127-143, 1991.
- [3] Phillip E. Allen and douglas R. Holberg, *CMOS Analog Circuit Design*, Oxford University Press, Inc., pp.66~71, 1987.
- [4] The Heatsink Guide web page, <http://www.heatsink-guide.com/>.
- [5] J. Gregory Rollins and John Choma Jr.,

"Mixed-Mode PISCES-SPICE Coupled Circuit and Device Solver", IEEE Trans. on CAD, Vol.7, No.8, 1988.

[6] SILVACO International, *ATLAS manual*, 2D Device Simulation Framework, Santa Clara, CA, 1994.

[7] TMA, *DAVINCI manual*, *Technology Modeling Associates*, California, 1995.

[8] 김태한, *변형된 결합법을 이용한 혼합모드 소자 회로 시뮬레이터 구현에 관한 연구*, 박사학위논문, 인하대학교, 1998.

[9] C. Y. Chang and S. M. Sze, *ULSI DEVICES*, John Wiley & Sons, pp.46-51, 2000.

[10] 윤현민, 김태한, 김대영, 김철성, "3차원 정상상태의 드리프트-확산 방정식의 해석 프로그램 개발", *대한전자공학회 논문집 제 34권 D편 제 8호*, pp. 41-51 1997.

[11] O. C. Zienkiewicz, *The Finite Element Method: Third edition*, McGraw-Hill Book Co., London, pp.42-92, 1977.

[12] A.R.Mitchell and D.F.G, *The Finite Element Method in Partial Differential Equations*, John Wiley & Sons, New York, pp.210-213, 1980.

[13] C.A.Brebbia and S.Walker, *Boundary element techniques in engineering*, Newnes-Butterworths, London, pp.10-13, 1980.

[14] J.N.Reddy, *An Introduction to the Finite Element Method second Edition*, McGraw-Hill Book Co., pp.423-439, 1993.

[15] G.-L.Tan, X.-L. Yuan, Q.-M.Zhang, W.H. Ku and A.-J.Shey, "Two-Dimensional Semiconductor device Analysis Based on a New Finite-Element Discretization Employing the S-G Scheme", IEEE Trans. on CAD, VOL.8, NO. 5, pp.468-478, 1989.

[16] R.S.Muller, T.I.Kamins, *Device electronics for Integrated Circuits*, John Wiley & Sons, New York, 1977.

$\bar{J}_n$	: 전자의 전류밀도 함수
$\bar{J}_p$	: 정공의 전류밀도 함수
$\bar{E}_n$	: 전자의 전계
$\bar{E}_p$	: 정공의 전계
n	: 전자 농도
p	: 정공 농도
q	: 1개 전자의 전하량
$\mu_n$	: 전자의 이동도
$\mu_p$	: 정공의 이동도
c	: 물체의 비열 (J/g-K)
$\rho$	: 물질의 질량 밀도 (g/cm <sup>3</sup> )
$\lambda$	: 물질의 열 전도율 (W/cm-K)
T	: T <sub>0</sub> 로 정규화된 격자온도
H	: 열 생성항
W	: 직교가중함수
N <sub>E</sub>	: 요소 수
N	: 절점 수
N <sub>3D</sub>	: 요소를 구성하는 절점 수
$\phi_s^*(\Omega)$	: 전역좌표의 형상함수
N <sub>i}(\Omega)</sub>	: 국부좌표의 형상함수
J	: 좌표변환으로 나타나는 미소 해석 영역의 Jacobian
$\Omega_s$	: 미소 해석영역
$\Gamma_s$	: 미소 해석영역의 경계

저자 소개

李 恩 九(正會員)  
제6권 2호 논문 02-02-02 참조  
부천대학 정보통신과 조교수

尹 顯 民(正會員)  
제6권 2호 논문 02-02-02 참조  
재능대학 정보통신과 부교수.

金 鐵 城(正會員)  
제6권 2호 논문 02-02-02 참조  
인하대학교 전자공학과 교수

**용어설명**

BANDIS : Basic ANalyzer of Devices and Integrated circuitS